

## 論 文

## 프로그램 가능한 SC Filter의 설계

正會員 李 秉 洙\* 正會員 李 鍾 岳\*\*

## Design of Programmable SC Filter

Byung Soo LEE\* and Jong Arc LEE\*\*, Regular Members

**要 約** 스위치드 커패시터 필터(Switched-capacitor filter)의 유리한 점은 IC화 할 때 능동 RC회로의 RC적(RC Product)에 해당하는 것이 커패시턴스의 비로 되어 정확하게 그 값을 유지하는 것이 쉽고 클럭주파수에 의하여 중심주파수를 선형적으로 변화시킬 수 있다는 것이다. 본 논문에서는 프로그램 가능한 2차 SC 필터를 구성한 후 디지털 신호에 의하여 중심주파수, 선택도 및 최대이득이 제어가능함을 실험을 통하여 입증 하였다. 실험결과 필터의  $\omega_c$ , Q는 모든 수동소자에 대해 저감도를 유지할 수 있었으나 스위치의 기생용량이 커패시터의 비에 미치는 영향은 피할 수 없었다. SC 필터는 클럭 주파수, 저항 어레이등에 의하여 전달특성을 가변시킬 수 있으므로 디지털 신호의 처리나 음성의 분석 및 합성에도 이용될 수 있을 것이다.

**ABSTRACT** The recent interest in the design of filters is motivated by the fact that such filter can be fully integrated using standard metal-oxide-semiconductor processing technology. This is due to replacing all the resistors in the active RC filter network by the switched capacitors. The voltage gain of a SC filter depends only on the ratios of capacitance and these ratios can be obtained and maintained to high accuracy. Therefore, it is known that a switched capacitor is much better than a resistor in temperature and linearity characteristics. This paper proposed a programmable SC filter and proved the fact that  $\omega_c$ , Q and G of this circuit can be controlled by digital signal. Experiments show that SC filter remains the low sensitivities but it can't avoid a little influence of parasitic capacitance. As the transfer characteristic of the SC filter is varied with sampling frequency and resistor array, SC filtering technique can be applied for digital signal processing, speech analysis and synthesis and so on.

## 1. 서 론

종래의 수동 RLC필터는 연산증폭기의 개발에 힘입어 능동 RC 필터로 대체시킬수 있었으나 안정하고 정확한 RC적(RC Product)의 실현이 어려웠기 때문에 1개의 칩속에 하나의 필터를 실

현시킬 수는 없었다. 근래에 MOS처리 기술의 현저한 발달로 연산증폭기와 커패시터 및 스위치등을 양질의 상태로 MOS화 할 수 있게 되었으며 또한 종래의 RC 필터내의 모든 저항을 일련의 상호 접속된 스위치와 커패시터로 대체시킴으로서 필터를 전체적으로 완전히 집적시킬수 있게 되었다. MOS IC내에서 모든 필터 특성들은 커패시턴스값의 비에 의하여 결정되며 이 비율은 넓은 온도 범위에 걸쳐서 1%이내의 적은 오차 범위로 얻을 수 있고 또한 유지될 수 있기 때문에 능동 RC필터에 비해서 상당히 향상된 특성을 얻을 수 있다. 이러한 SC회로에 대한 연

\* 大宥工業專門大學通信科  
Dept. of Communication Deeyoo Junior Technical College,  
Sungnam-Si, 130 Korea.

\*\* 建國大學校工科大学電子工學科  
Dept. of Electronic Engineering, Konkuk University  
Seoul, 133 Korea.

論文番號: 86-18 (接受1986. 1. 31)

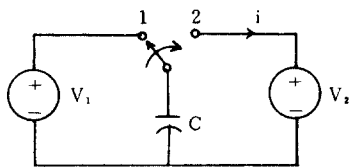
구는 1972년 D. L. Fried가 스위치에 정·부 펄스를 인가하여 동작하는 회로를 제안한 이후<sup>(1)</sup> 1977년 B. J. Hosticka 등이 저항과 SC간의 등가적인 동작을 증명하였고<sup>(2)</sup> 같은해 J. T. Caves 등에 의해서 직렬 SC와 병렬 SC 회로가 제안되었다<sup>(3)</sup>. 그후 많은 논문에서 병렬 SC의 실용성에 대한 연구가 보고 되었으나 신호주파수의 제한이 큰 결점이었다. 이것을 해결하기 위해 1978년 G. C. Temes 등은 개선된 SC 회로를 발표하였고<sup>(4),(5)</sup> 같은해 12월 쌍 1 차 Z-변환(bilinear Z-transformation)을 이용한 필터에 대하여 연구 보고 한 바 있다<sup>(6)</sup>. 한편, 1975년 L. T. Bruton에 의하여 LDI변환(Lossless discrete integrator transformation) 방식이 제시 되어<sup>(7)</sup> 1978년 G. M. Jacobs 등은 LDI변환과 Bilinear 변환을 비교 검토한 결과 Ladder 필터의 설계 기법을 제시하였고<sup>(8)</sup> 1980년 MAN SHEK LEE 등이 저감도 특성을 갖는 SC ladder 필터를 구성하기에 이르렀다<sup>(9)</sup>.

본 논문에서는 중심주파수는 클럭주파수(fc)에 의하여 선형적으로 변화 시킬 수 있고 선택도(Q)와 최대이득(G)은 저항어레이에 의해 디지털 신호로 제어 할 수 있는 프로그램 가능한 2차 SC 필터를 구성한 후 Q, G, fc의 프로그램 값에 따른 전달특성의 변화를 실험 하였다.

## 2. SC 회로의 원리

스위치와 커패시터의 결합이 저항R을 모의(Simulation) 할 수 있다는 것을 보기 위하여 그림 1과 같은 회로를 생각한다.

그림 1(a)에서는 스위치가 초기에 위치 1에 있어 커패시터 C가 전압 V<sub>1</sub>에 의해 충전되었다



(a) SC회로

고 하자 다음에 스위치가 위치 2로 넘어가면 커패시터 C는 V<sub>2</sub>로 충전되기 위하여 전하를 더 받아들이거나 방전하거나 한다. 전압원 V<sub>2</sub>와 전압이 같게 되기 위해서 C가 방전 또는 충전하는 양은 C(V<sub>1</sub>-V<sub>2</sub>)로서 스위치의 주기를 T라 하면 전압원 V<sub>2</sub>에 흘러 들어가는 전류는 식(1)과 같다.

$$i = \frac{C\Delta V}{\Delta T} = \frac{C(V_1 - V_2)}{Tc} \quad (1)$$

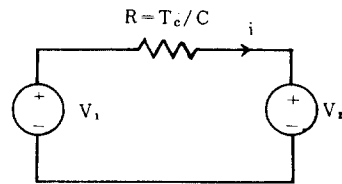
따라서 그림 1(b)에서와 같이 저항 Tc/C이 V<sub>1</sub>과 V<sub>2</sub>사이에 걸려 있는 것과 유사하며 이때 등가저항의 크기는

$$R = \frac{Tc}{C} = \frac{1}{fcC} \quad (2)$$

이다. 여기서 fc(=1/Tc)는 스위칭율로서 스위치의 개폐가 아주 빨라져서 신호주파수 보다 훨씬 높아지면 Tc가 무시해도 좋을 만큼 작아져서 저항과 비슷하게 된다고 간주 할 수 있으며 이러한 상태하의 커패시터를 스위치드 커패시터(switched-capacitor)라 한다. 이러한 SC의 유리한 점의 하나는 RC적이 커패시턴스의 비로 되어 정확하게 그 값을 유지할 수 있다는 것이다. 즉,

$$RC = Tc \frac{C}{C_c} = \frac{1}{fc} \frac{C}{C_c} \quad (3)$$

로 능동 RC회로에 있어서 시정수 RC를 정확하게 유지하는 것은 어렵지만 MOS 기술을 써서 커패시터 비를 정확하게 갖는 것은 용이하다. SC를 실현하는 방법으로는 그림 2에서와 같이 두 개의 MOSFET가 스위치 작용을 하게 한다. 이때 2 위상 비중첩 클럭(two-phase nonoverlapping clock)  $\phi_1$ 과  $\phi_2$ 는 클럭 주파수 fc로서 MO-



(b) 등가회로

그림 1 SC회로와 그 등가회로  
SC Circuit.

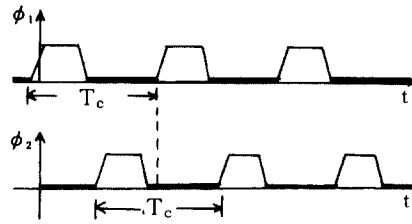
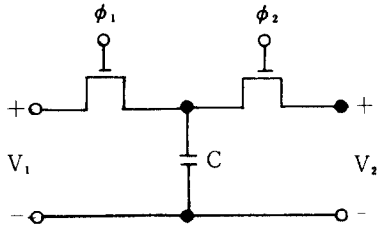


그림 2 MOSFET를 사용한 SC회로  
SC Circuit using MOSFET.

SFET에 걸러 MOS 스위치를 개폐하는 역할을 한다.

한편 MOS 커패시터는 저항에 비해 그 특성이 거의 이상적이고 안정적이다. 그리고 MOS 커패시터 비는 온도에 대해 거의 불변하게 만들 수 있다. 그러므로 MOS 기술을 이용하면 종래의 능동 RC 회로를 완전집적(full integration) 할 수 있을 것이다.

### 3. 2차 SC filter의 설계

최대이득(G)과 선택도(Q), 중심주파수( $\omega_0$ )를 각각 독립적으로 제어 할 수 있는 2차 SC 필터를 구성하기 위하여 그림3 과 같은 Singly-terminated RLC 2차 저역 필터를 선정한다.

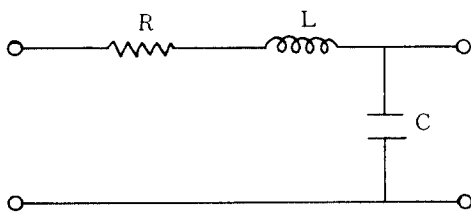


그림 3 RLC 2차 저역통과필터  
RLC 2nd order low pass filter.

그림 3의 전달함수는

$$H(S) = \frac{1/LC}{S^2 + R/L \cdot S + 1/LC} \quad (4)$$

이고, 일반적인 2차 저역 필터의 전달함수는

$$H(S) = \frac{K}{S^2 + \omega_0/Q \cdot S + \omega_0^2} \quad (5)$$

이다.

식(4)과 식(5)를 비교하여 L과 C의 값을  $\omega_0$ 와 Q항으로 표시하면

$$L = RQ/\omega_0 \quad (6)$$

$$C = 1/RQ\omega_0 \quad (7)$$

식(6)와 식(7)에서 R과  $\omega_0$ 가 선정되면 Q값의 증가에 따라 L과 C의 값은 차이가 커지게 된다. 이를 SC로 구성 할 경우 커패시터 비가 커지게 되어 바람직 하지 못하다. 따라서 R을 1/Q 로 임피던스 변환을 하게되면 L과 C값은 각각

$$L = C = 1/\omega_0 \quad (8)$$

로 된다. 즉 임피던스 변환후의 등가회로와 전달함수는 다음과 같다.

$$H(S) = \frac{\omega_0^2}{S^2 + \omega_0/Q \cdot S + \omega_0^2} \quad (9)$$

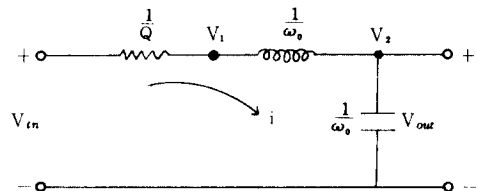


그림 4 임피던스 변환후의 회로  
Circuit with impedance scaling.

그림 4에서 노우드 전압과 루우프 전류에 의한 회로방정식을 세우면

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{in} - \frac{1}{Q} i \\ i &= \frac{\omega_0}{S} (V_1 - V_2) \\ V_2 &= \frac{\omega_0}{S} i \\ V_{out} &= V_2 \end{aligned} \quad (10)$$

으로 되고 이 회로를 구성하는데 필요한 OP Amp는 VCVS (Voltage-Controlled voltage Source) 이므로  $i$ 를  $V'$ 로 표시하면 Vol

$$V' = iR_s \quad (11)$$

여기서  $R_s$ 는 scaling 저항으로 1로 놓게 되면

$$V' = i \quad (12)$$

이다. 따라서 식(10)은

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{in} - \frac{1}{Q} V' \\ V' &= \frac{\omega_0}{S} (V_1 - V_2) \\ V_2 &= \frac{\omega_0}{S} V' \\ V_{out} &= V_2 \end{aligned} \quad (13)$$

식(13)을 이용하여 블록선도를 그리면 그림 5와 같이 2개의 적분기를 포함하는 2차상태변수 필터가 된다.

그림 5의 블록선도는 2개의 op Amp를 사용하여 실현할 수 있으나 필터의 이득을 제어하기 위하여 op Amp를 하나 더 가하면 그림 6과 같은 SC 회로를 구성할 수 있다. 이 회로는 샘플드 데이터 시스템 (sampled-data system)이므로 Z변환을 이용하여 전달함수를 구하기 위하여  $nT_c$  번째 클럭주기에서 전하의 관계식을 세우면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_{\infty} V_{LP}(nT_c) &= \\ &= C_{\infty} V_{LP}[(n-1)T_c] + C_u V_{BP}[(n-1)T_c] \end{aligned} \quad (14)$$

$$C_{\infty} V_{BP}(nT_c)$$

$$\begin{aligned} &= C_{\infty} V_{BP}[(n-1)T_c] - C_u V_{LP}[(n-1)T_c] \\ &\quad + C_u V_{BP}[(n-1)T_c] \end{aligned} \quad (15)$$

$$V_{BP}(nT_c) = -\frac{R_q}{R_g} V_{in}(nT_c) - \frac{R_q}{R_s} V_{BP}(nT_c) \quad (16)$$

식 (14), (15), (16)의 양측을 Z 변환하여 전달함수를 구하면 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H_{BR}(Z) &= \\ &= \frac{-\frac{R_q}{R_g} \left[ Z^2 - 2Z + 1 + \left( \frac{C_u}{C_{\infty}} \right)^2 \right]}{Z^2 + \left( \frac{R_q}{R_s} \frac{C_u}{C_{\infty}} + 2 \right) Z + \left( \frac{C_u}{C_{\infty}} \right)^2 - \frac{R_q}{R_s} \frac{C_u}{C_{\infty}}} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} H_{BP}(Z) &= \\ &= \frac{\frac{C_u}{C_{\infty}} (Z-1)}{Z^2 - 2Z + 1 + \left( \frac{C_u}{C_{\infty}} \right)^2} H_{BR}(Z) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{-\frac{R_q}{R_g} \cdot \frac{C_u}{C_{\infty}} (Z-1)}{Z^2 + \left( \frac{R_q}{R_s} \frac{C_u}{C_{\infty}} + 2 \right) Z + \left( \frac{C_u}{C_{\infty}} \right)^2 - \frac{R_q}{R_s} \frac{C_u}{C_{\infty}}} \end{aligned}$$

$$H_{LP}(Z) = \frac{C_u}{C_{\infty}} \frac{1}{Z-1} H_{BP}(Z) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{-\frac{R_q}{R_g} \left( \frac{C_u}{C_{\infty}} \right)^2}{Z^2 + \left[ \left( \frac{C_u}{C_{\infty}} \right)^2 - 2 + \frac{R_q}{R_s} \frac{C_u}{C_{\infty}} \right] Z + 1 - \frac{R_q}{R_s} \frac{C_u}{C_{\infty}}} \end{aligned}$$

Z영역과 S영역 사이에는

$$Z = e^{sT_c} \quad (20)$$

라는 변환이 성립하고 여기서  $S = j\omega$  일때  $|sT_c| \ll 1$  이라 하면

$$e^{sT_c} \approx 1 + sT_c \quad (21)$$

가 되므로 식(19)는

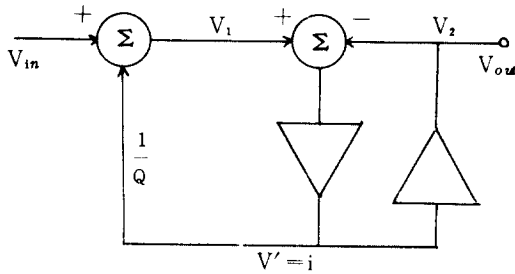


그림 5 2차 SC 필터의 블록선도  
Block diagram of 2nd order SC filter.

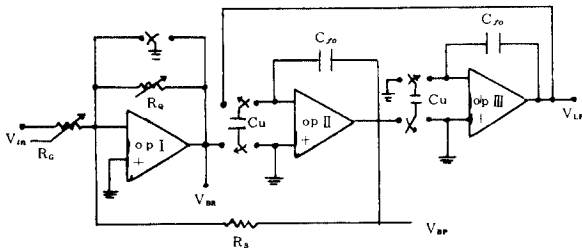


그림 6 그림 5의 실현  
Realization of fig 5.

$$H_{LP}(S) = \frac{-\frac{R_Q}{R_C} \left( \frac{C_u f_c}{C_{fo}} \right)^2}{S^2 + \left( \frac{R_Q C_u f_c}{R_S \cdot C_{fo}} \right) S + \left( \frac{C_u f_c}{C_{fo}} \right)^2} \quad (22)$$

로 된다,

따라서 선택도(Q)와 중심주파수( $\omega_0$ ) 및  $\omega_0$ 에서 최대이득(G)은 각각

$$Q = \frac{R_S}{R_Q} \quad (23)$$

$$\omega_0 = f_c \frac{C_u}{C_{fo}} \quad (24)$$

$$G = \frac{R_S}{R_C} \quad (25)$$

이다.

식(23)~(25)에서  $R_S$ 를 고정시켜 놓고  $R_Q$ 를 변화시키면 Q값이 변하게 되고  $R_C$ 를 변화시키면 G가 변하게 된다. 또한  $\omega_0$ 는  $C_u/C_{fo}$ 의 커패시터 비를 고정시켜 놓고 클럭주파수  $f_c$ 를 가변시킴으로써 선형적으로 변화시킬 수 있다. 따라서 Q, G,  $\omega_0$ 를 각각 독립적으로 변화시킬 수 있으

므로 프로그램 가능한 2차 SC 필터를 구성할 수 있다.

#### 4. 저항 어레이의 구성

그림6의 SC필터에서 Q와G를 가변시키기 위하여 커패시터 어레이를 사용하면<sup>(10)</sup> 커패시터 선정상에 따른 오차는 말할 것도 없고 커패시터가 스위칭 되는 동안 큰 변위전류가 발생하거나 필터의 응답을 왜곡시키게 된다. 따라서 저항어레이를 사용하여 2진 어레이를 구성하면 그림7과 같다.

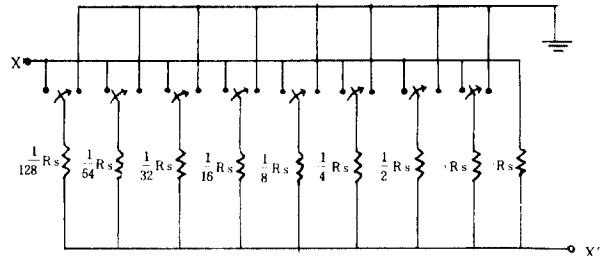


그림 7 Q와G를 프로그램하기 위한 저항 어레이  
Resistor array for Q, G programming.

그림7과 같이 저항값을 선정하면 2진조합에 의해서 1~256까지의 원하는 값을 갖는 시변선형 필터를 얻을 수 있다. 그러나 개별소자로서가 아니라 IC화한다는 측면에서는 저항에 비해 그 특성이 거의 이상적이고 안정적인 MOS 커패시터 어레이가 바람직 할 것이다.

#### 5. 실험 및 결과고찰

SC 필터는 개별소자(discrete element)를 사용해서 구성하였으며 op Amp는 비교적 특성이 우수한 CA3140을 아날로그 스위치는 디지털적으로 제어되는 2채널 아날로그 멀티플렉서인 MC 14053을 그리고 커패시터는 오차가 5% 이내이고 온도특성이 우수한 폴리스타일렌 커패시터를 사용하였다.

(1) 클럭주파수 변화에 따른 특성실험  
커패시터비는  $C_u$ 값을 100pF,  $C_{fo}$ 를 680pF로 하여

$C_{ro}/C_u=6.8$ 이 되도록 하였고 그림 8 은 선택도와 최대이득을 각각 10,0dB로 고정시키고, 클럭 주파수를 21.4[KHz], 42.7[KHz]와 64[KHz]로 하여 대역통과 출력단자에서 측정된 중심주파수 변화에 따른 주파수 응답곡선의 실험결과를 보인 것이다.

(2) 선택도 변화에 따른 특성

그림 9 는 중심주파수 1 [KHz], 최대이득 0 dB로 고정해 두고 Q값을 10과 20, 50으로 한 주파수 응답곡선이다.

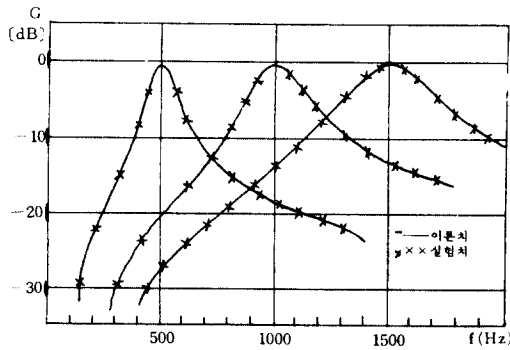


그림 8 클럭주파수의 변화에 따른 필터 특성 Characteristics of  $f_c$  control.

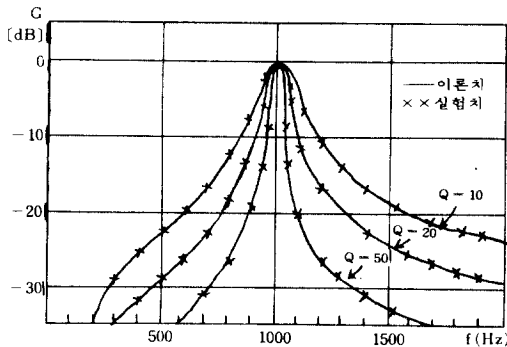


그림 9 선택도 변화에 따른 필터 특성 Characteristics of Q Control.

(3) 최대이득 변화에 따른 특성실험

그림 10은 중심주파수 1 [KHz], Q는 10으로 고정해 두고 G값을 1과 3, 10으로 한 주파수 응답곡선이다.

(4) 결과고찰

필터 특성 실험에서 주파수 응답에 대한 실험 값들을 높은 Q값과 낮은 G값에 대해 이론값과 약간의 오차는 있었으나 개별소자로 회로를 구성 한데서 오는 기생용량등을 고려한다면 실험결과 는 이론치와 잘 일치하였다.

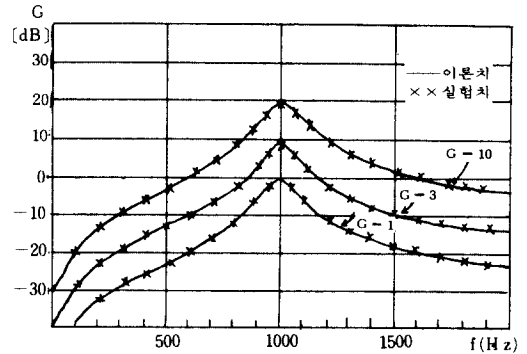


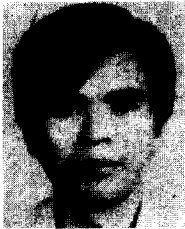
그림 10 최대이득의 변화에 따른 필터 특성 Characteristics of G Control.

6. 결론

선택도, 중심주파수 및 최대이득을 각각 독립적으로 제어할 수 있는 2차 SC 필터를 설계하여 실험한 결과 온도특성과 선형특성의 개선과 아울러 필터의  $\omega_c$ , Q는 모든 수동소자에 대해 저감도를 유지할 수 있었으나 필터특성 결정의 요인이 되는 커패시터의 비에 크게 영향을 미치는 스위치의 기생용량이 문제 되었으며 SC 필터의 특성을 실험을 통하여 검토하여 본 결과 3dB 차단 주파수 근처에서 설계치와 최대 5% 정도까지의 편차가 있었다. 기생용량이 상당히 클 때는  $C_u$  용량을 이론치 보다 적게 선정 하든가 스위치 게이트의 수를 간소화 하는 방안이 연구 되어야 할 것이며 이상적인 소자와 함께 전체적으로 MOS IC화 하면 좋은 특성을 얻을 수 있을 것이다. SC 필터는 클럭 주파수의 가변에 의하여 필터의 전달 특성을 가변 시킬수 있으므로 디지털 신호의 처리나 음성의 분석 및 합성에도 이용될 수 있을 것이다.

參 考 文 獻

- (1) D. L. Fried, "Analog sample-data filters," IEEE J. Solid State Circuits, pp. 302-304, Aug. 1972.
- (2) B. J. Hosticka, R. W. Brodersen, P. R. Gray, "MOS Sampled data recursive filters using switched capacitor integrators," IEEE J. Solid state circuits, vol SC-12, no. 6, pp. 600-608, Dec. 1977.
- (3) J. T. Caves, M. A. Copeland, C. F. Rahim, S. D. Rosenbaum, "Sampled analog filtering using switched capacitors as resistor equivalents," IEEE J. Solid State Circuits, vol. SC-12, no. 6, pp. 592-599, Dec. 1977.
- (4) G. C. Temes, I. A. Young, "An improved switched capacitor integrator," Electron. Lett., vol. 14, no. 9, pp. 287-288, Feb. 1978.
- (5) G. C. Temes, "The derivation of switched-capacitor filters from active-RC prototypes," Electron. Lett., vol. 14, no. 12, pp. 361-362, Jun. 1978.
- (6) G. C. Temes, H. J. Orchard, M. Jahanbegloo, "Switched-capacitor filter design using the bilinear Z-Transform, IEEE Trans. Circuits Syst., vol. CAS-25, no. 12, pp. 1039-1044, Dec. 1978.
- (7) L. T. Bruton, "Low-sensitivity digital ladder filters" IEEE Trans. Circuits Syst., vol. CAS-22, no. 3, pp. 168-176, Mar. 1975.
- (8) G. M. Jacobs, D. J. Allstot, R. W. Brodersen, P. R. Gray, "Design techniques for MOS switched capacitor ladder filters" IEEE Trans. Circuits Syst., vol. CAS-25 no. 12, pp. 1014-1021, Dec. 1978.
- (9) M. S. LEE, C. Chang, "Low sensitivity switched capacitor ladder Filters", IEEE Trans. Circuits syst., vol. CAS-27, no. 6, pp. 475-480, Jun. 1980.
- (10) J. L. McCreary and P. R. Gray, "All-MOS charge redistribution analog-to-digital conversion techniques-part I", IEEE J. Solid State Circuits, vol. SC-10, Dec. 1975.



**李秉洙 (Byung Soo LEE)** 正會員  
 1950年3月26日生  
 1975年2月：漢陽大學校工科學電子工學科卒業  
 1980年10月：建國大學校工科學電子工學科(工學碩士)  
 1982年3月～現在：建國大學校工科學電子工學科博士課程  
 1982年3月～現在：大有工業專門大學通信科專任講師



**李鍾岳 (Jong Arc LEE)** 正會員  
 1940年6月20日生  
 1966年2月：漢陽大學校工科學電氣工學科(工學士)  
 1970年2月：延世大學校大學院電氣工學科(工學碩士)  
 1974年2月：延世大學校大學院電氣工學科(工學博士)  
 1974年4月～1975年3月：日本京都大學電子科研究員  
 1979年8月～1980年7月：프랑스Lyon 세일대학물리과 研究員  
 1982年8月～現在：建國大學校工科學電子工學科教授