

論 文

외삽 근사법을 이용한 완전 도체
다각주의 전자파 산란 해석

正會員 李 相 檜* 正會員 鄭 求 哲** 正會員 金 正 祺***

The Analysis of Electromagnetic Scattering
of Perfectly Conducting Polygonal
Cylinders Using Extrapolation
Integral Method

Sang Hoi YI*, Goo Cheol JEONG**, Jung Ki KIM*** *Regular Members*

要 約 전자장 이론에서 적분 방정식은 산란 문제에 적용할 수 있다. 산란체 표면에서 전류 분포를 얻어 방사 전력, 산란장 등 산란체의 여러 특성을 얻을 수 있다. 본 논문에서는 다각주 표면의 전류 분포를 2 차원 단면에서 적분 방정식으로 유도하였다. 수치해석으로는 펄스 함수를 기저 함수로 한 모멘트법을 이용하고 적분식은 외삽법을 사용하였다. 이는 cpu time을 매우 감소시킬 수 있었다.

ABSTRACT The integral equations used in electromagnetic fields theory can be used for scattering problems. We can obtain various characteristics of scatterer, ie, power pattern, scattered field, by finding current distribution on the scatterer. In this paper, current distribution on polygonal cylinder is obtained using integral equations in 2 dimension. For numerical analysis, the moment method is used with pulse function as a basis function and integral equation is used with extrapolation method, which saves cpu time.

I. 서 론

전자파 산란 해석의 고전적인 방법에서는 직경이 거의 없는 얇은 선이나 회전체인 비교적 간단한 모양의 도체에 국한하였는데 본 논문에서는 종래의 모양체를 탈피하여 여러 모양의 다각주

로 확대 해석하였다^{(1), (3)} 일반적인 구조물체의 전자파 산란 해석은 전류 분포, 역산란, cross section 등을 얻을 수 있으며 본 논문에서는 빌딩 군 도심 구조물을 완전 도체 다각주로 모델화하여 이를 단층구조면의 산란 문제로 2 차원화하고, 전자파의 표면에서의 성질을 이용한 1 차원 적분으로 수식화하였다. 이로서 얻어진 결과는 도심 구조물 사이에서 통신파의 산란 현상을 이해할수 있었다^{(2), (4), (5)}. 또한 수치해석에서는 모멘트법을 사용하여 적분방정식의 해를 구하였다. 이 과정

*, **, ***中央大學校 工科大學 電子工學科
Dept. of Electronic Engineering,
Chung Ang University, 151 Korea.
論文番號 : 87 - 56 (接受 1987. 7. 14)

에서 적분법으로는 적분 구간에 적분 점을 최소화하고 오차값의 허용치를 극소화시키는 외삽법 적분 방법을 사용하였는데 이는 CPU time 을 훨씬 적게하고 허용되어진 오차안에서 좀더 정확한 값에 접근할 수 있었다^{(8), (9), (10)}

II. 적분 방정식의 수식화

II - 1. TM 파의 경우^{(8), (9)}

완전 도체가 자유 공간에 놓여있을 때 z 축에 대해서 장의 변화가 없는 경우 그 도체에 유기되는 전류 밀도 Jz 로 인한 전자파 Ez (x, y) 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla^2 Ez + k^2 Ez = jw \mu Jz \quad (1)$$

단 Jz 는 도체 표면이 아닌 다른 점에서는 0 의 값이 된다. (1)식이 일반해는

$$Ez = -w \mu / 4 Iz \quad Ho^{(2)}(k |\bar{r} - \bar{r}'|) \quad (2)$$

(2)식에서 Iz 를 단면 s 에 유기되는 전류 Jz 로 나타내면

$$Ez = -w \mu / 4 \int_s Jz(\nu) Ho^{(2)}(k |\bar{r} - \bar{r}'|) ds' \quad (3)$$

(2)식을 외부 관측점 (r) 에서 물체 표면 원천점 (r') 까지 거리의 적분식으로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$Ez = -jw \mu \int_c G(\bar{r}, \bar{r}') Jz(\bar{r}) dc' \quad (4)$$

단

$$G(\bar{r}, \bar{r}') = 1 / (4j) Ho^{(2)}(k |\bar{r} - \bar{r}'|)$$

II - 2. TE 파의 경우^{(8), (9)}

2 차원 TE 파에서는 Ez 는 없고 Hz 만 존재하므로 자기, 전기 포텐셜 A, ϕ 는 다음식을 만족한다.

$$\nabla^2 \bar{A} + k^2 \bar{A} = -\mu \bar{J} \quad (5)$$

$$\nabla^2 \bar{\phi} + k^2 \bar{\phi} = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (6)$$

여기서 ρ, ε 는 전하 밀도 및 유전율이다.
(5), (6) 식의 해는

$$\bar{A}(\bar{r}) = \mu \int_s \bar{J}(\bar{r}') G(\bar{r}, \bar{r}') ds' \quad (7)$$

$$\bar{\phi}(\bar{r}) = \frac{1}{\epsilon} \int_s \rho(\bar{r}') G(\bar{r}, \bar{r}') ds' \quad (8)$$

이고

$$\begin{aligned} \bar{H}(\bar{r}) &= 1 / \mu \nabla \times \bar{A}(\bar{r}) \\ &= 1 / \mu \nabla \times \int_s \mu \bar{J}(\bar{r}') G(\bar{r}, \bar{r}') ds' \quad (9) \end{aligned}$$

경계면상에서 (9)식은

$$\bar{H}(\bar{r}) = \int_c \partial G(\bar{r}, \bar{r}') / \partial n' Kt(\bar{r}') dc' \quad (10)$$

II - 3. 총 전계 및 자계⁽¹⁾

합성 전계 및 자계는 다음과 같이 첨자 i 는 입사, s 는 산란을 나타낸 수식으로 표현할 수 있다.

$$\bar{E}(\bar{r}) = \bar{E}^i(\bar{r}) + \bar{E}^s(\bar{r})$$

$$\bar{H}(\bar{r}) = \bar{H}^i(\bar{r}) + \bar{H}^s(\bar{r}) \quad (11)$$

(11)식에 (4)식과 (10)식을 대입하면

$$\bar{E}(\bar{r}) = \bar{E}^i(\bar{r}) - jw \mu \int_c Jz(\bar{r}') G(\bar{r}, \bar{r}') dc' \quad (12)$$

$$\bar{H}(\bar{r}) = \bar{H}^i(\bar{r}) + \int_c \partial G(\bar{r}, \bar{r}') / \partial n Kt(\bar{r}') dc' \quad (13)$$

t, z 는 접선 성분과 축 성분을 표시하고 Jz, Kt 는 산란체 표면에 유기되는 전류 밀도를 나타내고 있다.

관측점(OP 점) 이 절단된 표면 경계면에 접근할 때 (13)식 의 우변 둘째항은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \lim_{r \rightarrow r_c} \int_c \partial G(\bar{r}, \bar{r}') / \partial n' Kt(\bar{r}') dc' \\ &= \lim_{r \rightarrow r_c} \int_{c-\delta} \partial G(\bar{r}, \bar{r}') / \partial n' Kt(\bar{r}') dc' + \\ & \int_0 \partial G(\bar{r}, \bar{r}') / \partial n' Kt(\bar{r}') dc' \end{aligned} \quad (14)$$

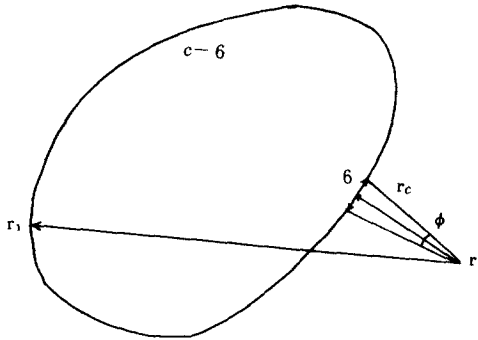


그림 1 관측점(r)이 물체 표면으로 접근할 경우(φ는 관측점과 경계면δ와 이루는 각이고 |r-r'|는 원천점(r')까지 거리) c-δ
 In the case of field point approached at object body's surface
 (φ is angle at field point (r) to surface δ and |r-r'| is distance to source point(r'))

(14)식에서 δ → 0에 접근하면

$$\begin{aligned} & \lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{c-\delta} \partial G(\bar{r}, \bar{r}') / \partial n' Kt(\bar{r}') dc' \\ & - \lim(-1/2 \pi) \phi Kt(\bar{r}) \end{aligned}$$

단, φ는 도체 표면에 r이 접근하면 π가 되므로

$$\begin{aligned} & \lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{c-\delta} \partial G(\bar{r}, \bar{r}') / \partial n' Kt(\bar{r}') dc' \\ & + 1/2 Kt(\bar{r}_c) \end{aligned} \quad (15)$$

(15)식을 (13)식에 대입하여

$$\begin{aligned} & 1/2 Kt(\bar{r}_c) \\ & = \bar{H}'(\bar{r}) + \int_{c-\delta} \partial G(\bar{r}, \bar{r}') / \partial n' Kt(\bar{r}') dc' \end{aligned} \quad (16)$$

마찬가지로 (12)식에서 $\bar{r} \rightarrow \bar{r}_c$ 로 하면 완전 도체 표면에서 합성전계는 0이 된다. 그러므로

$$\bar{E}'(\bar{r}) = \lim_{\delta \rightarrow 0} jw \mu \int_{c-\delta} G(\bar{r}, \bar{r}') Jz(\bar{r}') dc' \quad (17)$$

이상과 같이 TE, TM 파의 총 전자식은 식(12), (13)으로 표현할 수 있고 전류특성 방정식은 식(16), (17)으로 할 수 있게 되었다. 이 형태는 Fredholm 적분방정식과 동일한 모양을 이루고 있다(1), (3), (6), (7)

III. 수치 해석 및 컴퓨터 모의 실험

III - 1. 모멘트법

수식 (16), (17)은 TM, TE 파의 Fredholm 적분 방정식이 된다. 기저함수로는 펄스 함수를 사용하여 모멘트 법을 이용한 형태를 보이면

$$L(\bar{J}) = \bar{g}$$

L : 연산자

\bar{g} : 입사파

\bar{J} : 전류 밀도

TM 파에서는

$$\begin{aligned} L &= \lim_{\delta \rightarrow 0} jw \mu \int_{c-\delta} G(\bar{r}, \bar{r}') dc' \\ \bar{g} &= \bar{E}'(\bar{r}_c) \end{aligned} \quad (18)$$

TE 파에서는

$$\begin{aligned} L &= 1/2 P(\bar{r}_c) + \lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{c-\delta} \partial G(\bar{r}, \bar{r}') / \partial n' dc' \\ \bar{g} &= H'(\bar{r}_c) \end{aligned} \quad (19)$$

로 표현하였다.

III - 2. 적분 방정식의 외삽법적 해석

일반적으로 정적분을 사용할 때는 Simpson, Gaussian 적분법을 이용하여 계산한다. Simpson 공식은 많은 오차를 허용하며 Gaussian 적분법은 특이점(Singularity)을 피한다는 장점이 있는 반면 많은 적분 구간의 분할이 필요하게 된다.

또한 정확한 값을 얻기 위해서는 내삽법의 많은 기저 함수등을 필요로 하는데 이는 컴퓨터 동작 시간의 무리를 갖게 된다.

본 논문에서는 위의 여러 단점들을 극복하고 좀더 정확한 값에 근접하는 방법으로 외삽법적인

근사해를 구할 수 있게 된다.

분할 간격 $h = (b-a) / 2$ 로 놓고

$$L = \int_a^b f(x) dx = S(a, b) - h/90 f^{(4)}(\mu) \quad (20)$$

단, $S(a, b) = h/3 [f(a) + 4f(a+h) + f(b)]$

또한 다른 식으로 표현하면

$$\int_a^b f(x) dx = h/6 [f(a) + 4f(a+h/2) + 2f(a+h) + 4f(a+3/2h) + f(b)] - (h/2) (b-a) / 180 f^{(4)}(\mu) \quad (21)$$

$$S(a, (a+b)/2) = h/6 [f(a) + 4f(a+h/2) + f(a+h)]$$

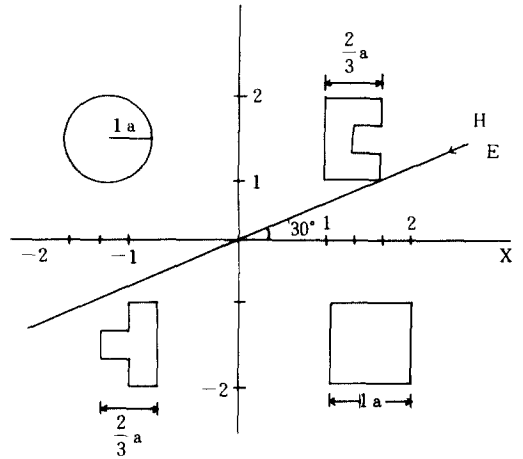
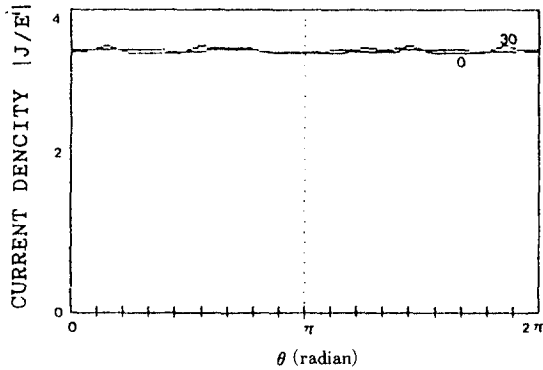
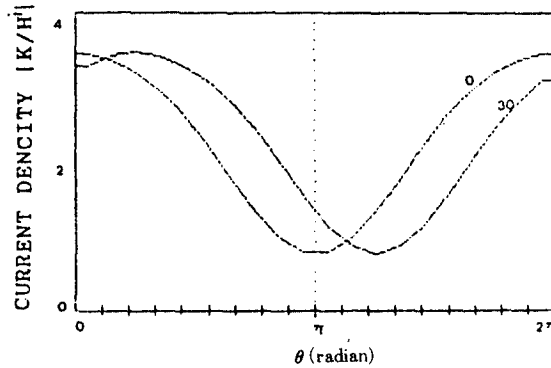


그림 2 모의실험용 3차원 다각주 물체의 2차원(X-Y축) 배열입사파는 30°로 입사되고 물체는 완전 도체 Array of 2-dimensional polygonal cylinder at 30° angle wave incidence.



(a) TM 경우



(b) TE 경우

그림 3 원형주 단면에 유기되는 전류 분포 특성 (입사파는 0°와 30° 입사, $ka = 1.0$)

Current distribution at cross section of circular cylinder (incident wave at 0° and 30° angle, $Ka = 1$).

$$S((a+b)/2, a) = h/6 [f(a+b) - S((a+b)/2, b)] + 4f(a+3/2b) + f(b) \quad (22)$$

식(22)을 식(21)에 대입하면

$$\int_a^b f(x) dx = S(a, (a+b)/2) + S((a+b)/2, b) - 1/16 (h/90) f^{(4)}(\mu) \quad (23)$$

이 된다.

$$\left| \int_a^b f(x) dx - S(a, (a+b)/2) - S((a+b)/2, b) \right| < \epsilon \quad (25)$$

식(25)은 허용오차 ϵ 를 포함하는 관계식이 성립된다.

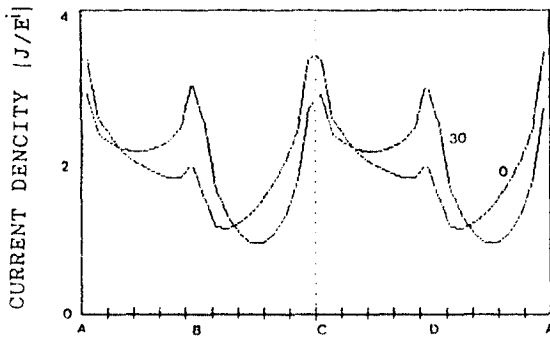
이 된다.

식(20)과 식(23)을 비교하여 관계식을 만들면

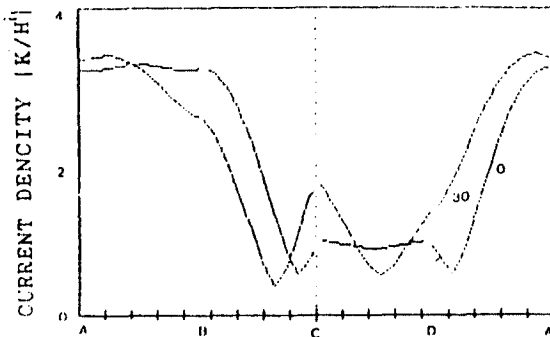
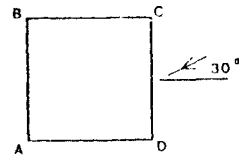
$$h/90 f^{(4)}(\mu) = 16/15 [A(a, b) - S(a, (a+b)/2)]$$

III - 3. 컴퓨터 모의 실험

완전 도체 다각주의 단면을 그림과 같이 배열하여 평면파가 일정한 각도로 입사된다고 가정하고 X축에 유기되는 총 전자파 산란을 측정하



(a) TM 경우



(b) TE 경우

그림 4 사각주 단면에 유기되는 전류 분포 특성 (입사파는 0° 와 30° 입사, $ka=1.0$ 이고 각 꼭지점 A, B, C, D에서는 전류값이 발산)

Current distribution at cross section of rectangular cylinder (incident wave at 0° and 30° angle, $Ka = 1$, at singularity of edged point A, B, C, D).

었다.

총전자파는 아래식과 같이 표현된다.

$$\bar{E}(\bar{r}) = \bar{E}'(\bar{r}) - \sum_{i=1}^N j\omega\mu \int_{V'} G(\bar{r}, \bar{r}') \bar{J}(\bar{r}') d\bar{c}' \quad (26)$$

$$\bar{H}(\bar{r}) = \bar{H}'(\bar{r}) + \sum_{i=1}^N \int_{V'} \partial G(\bar{r}, \bar{r}') / \partial n' \bar{K}(\bar{r}') d\bar{c}' \quad (27)$$

IV. 결 론

본 논문에서는 원통형과 여러 다각주 단면 경계면에 유기되는 전류 분포와 산란파의 합을 구하였다. 이는 여러 개의 각형주(구조물의 모형) 안에서 전자파의 산란 특성을 예측하여 통신파의 방해현상 및 마이크로파CT 등에 좋은 자료가 될 수 있다고 본다. 수치 해석인 모멘트법 사용에서 적분법을 본 논문에서 제시한 외삽법적 근사하는 다른 방법에 비해 월등히 우수하였다.

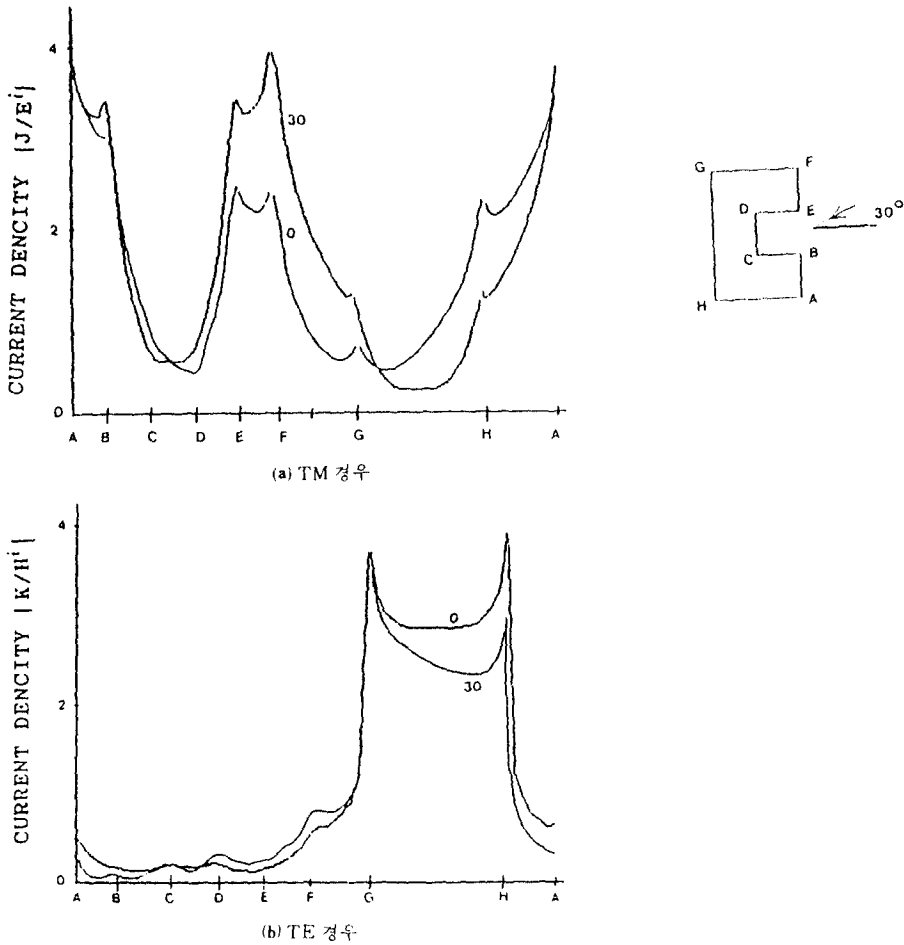
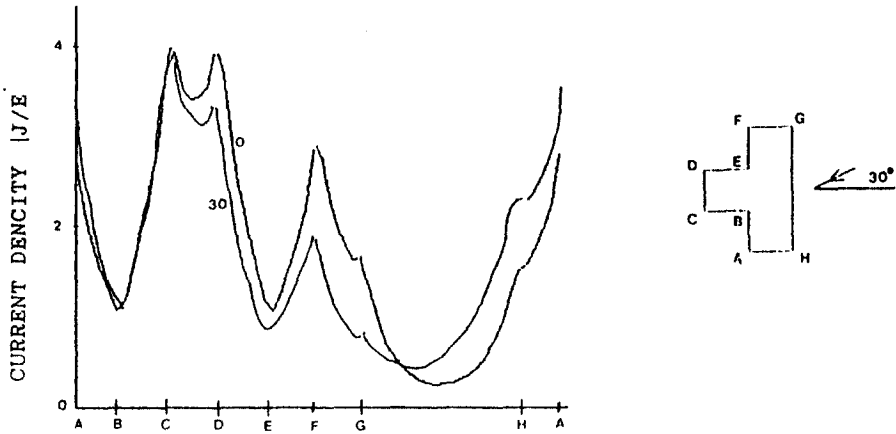
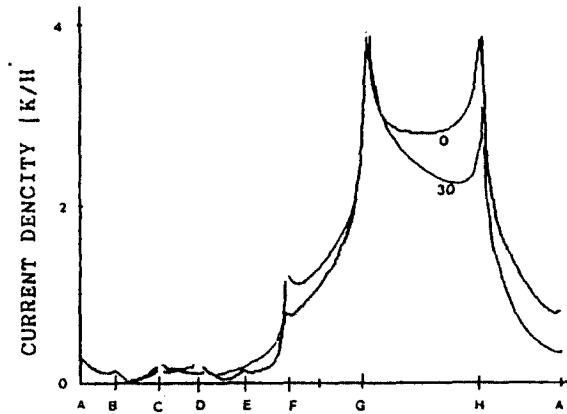


그림 5 요형주 단면에 유기되는 전류 분포 특성
 (입사파는 0°와 30°입사, ka=1.0 이고 각 꼭지점 A, B, E, F, G, H 에서는 전류값이 발산)
 Current distribution at cross section of inmodel object
 (incident wave at 0° and 30° anele, Ka = 1, at singularity of edged point A, B, E, F, G, H).



(a) TM 경우



(b) TE 경우

그림 6 철형주 단면에 유기되는 전류 분포 특성
 (입사파는 0° 와 30° 입사 $ka=1.0$ 이고 각 꼭지점 A, C, D, F, G, H에서는 전류값이 발산)
 current distribution at cross section of model object.
 (incident wave at 0° and 30° angle, $Ka=1$, at singularity of edged point A.C.D.F.G.H)

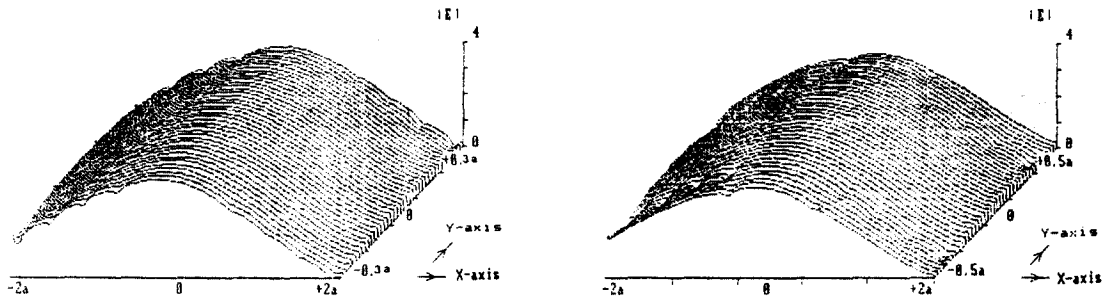


그림 7 그림 2의 총계전(TM 경우) 분포 곡선
 Total E-field distribution at Fig.2

앞으로 연구될 과제로는 불연속 꼭지점의 좀더 정확한 해석 및 복합 유전체에서의 산란 현상 등이다.

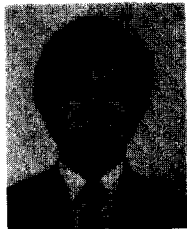
표 1 외삽법과 다른 적분법과의 CPU time 비교
CPU time compared of extrapolation integral method and other method.

	Gaussian Quadrature Integral (4 point)	Extrapolation Integral
TM	1760	850
TE	2380	1120

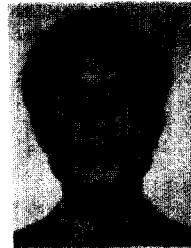
(per/SEC)

V. 결과 및 고찰

원통형과 각을 갖는 여러 모양체의 관에서 단면 경계면에서의 전류 및 산란파의 합을 구하였다. 꼭지점(불연속점)에서는 전류값이 발산하고, 중심축을 기준하여 대칭 관계를 보이고 있다. 모의 실험용 주파수는 VHF 대에서 사용하고 $ka \gg 1$ 인 경우 분포 곡선의 진동하여 $ka = 1$ 에서 사용하였다. 또한 Gaussian 적분법에서 영역 분할을 구간당 4 점으로 했을 때 데이터 값과 본 논문에서 제시한 외삽법에 의한 적분값이 거의 일치하고 있으며 CPU time 은 대략 1/2 정도 시간 단축을 보이고 있다.



李相楡(Sang Hoi Yi) 正會員
1958年 9月 3日生
1983年 2月: 中央大學校 工科學科 電子工學科 卒業(工學士)
1985年 2月: 中央大學校 大學院 電子工學科(工學碩士)
1985年 3月~現在: 中央大學校 大學院 電子工學科 博士課程
1987年 9月~現在: 中央大學校 工科學 電子工學科 講士

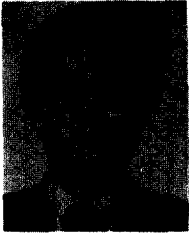


鄭求哲(Goo Cheol Jeong) 正會員
1956年 12月 25日生
1979年 2月: 中央大學校 電子工學科 卒業
1981年 2月: 中央大學校 大學院 電子工學科(工學碩士)
1982年 12月~1984年 3月: 起亞產業 中央技術研究所 電裝設計課(研究員)
1984年 3月~現在: 中央大學校 大學院 電子工學科 博士課程

1986年 3月~現在: 中央大學校 電子工學科 講士

參考文獻

- (1) K.K.Mei and J.Van Bledal, "Scattering by perfectly conducting rectangular cylinders", IEEE trans. Antennas propagation, vol. Ap-11, no. 2, pp. 185-192, March 1963.
- (2) Satron Sugimoto, "Electromagnetic Scattering by perfectly conducting polygonal cylinder", IECE of Japan, vol J68-B, no. 2, pp 251-258, Feb. 1985.
- (3) K.K.Mei, "Comments on Scattering by conducting Rectangular cylinder", IEEE Trans. Antennas Propagation, vol. AP-12, no. 2, pp. 235-236, Mar. 1964.
- (4) Nagayoshi Morita, "Resonant Solutions involved in the Integral Eq. Approach to scattering from conducting and dielectric cylinders", IEEE Trans. Antennas Propagation, vol. Ap-27, no. 6, pp 869-871, Nov. 1979.
- (5) Donald and Raj Mittra, "A new numerical approach to the Calculation of Electromagnetics Scattering Properties of 2-dimension Bodies of Arbitrary Cross section", IEEE Trans. Antenna propagation, vol. Ap-20, no. 3, pp. 310-317, May 1972.
- (6) Kamenosvke Yasuura, "The algorithm for the Mode-matching Method considering Edge Condition", IECE of Japan, vol. J60-B, no. 11, pp 820-827, Nov. 1977.
- (7) R. F. Harrington and J. R. Mauty, "Radiation and Scattering from Electrically small conducting Bodies of Arbitrary Shape", IEEE trans. Antenna propagation, vol. Ap-34, pp. 66-77, Jan. 1986.
- (8) R. F. Harrington, Field computation by Moment method, Macmillan, New York, Sec. 3.4, 1986.
- (9) R. F. Harrington, Time-harmonic Electromagnetic Field, MacGraw-Hill book Co., New York, pp 228-280 1961.
- (10) R. Mittra Computer Techniques for Electromagnetics, Pergamon press Co., Oxford, pp 173-177, 1978.



金正 稷(Jung Ki KIM) 正會員

1942年 5月 5日生

1965年 2月 : 延世大學校電氣工學科卒業

1969年 2月 : 延世大學校大學院電氣工學
科(工學碩士)

1975年 2月 : 延世大學校大學院電氣工學
科(工學博士)

1970年 3月~1977年 2月 : 光云工科大學
副教授

1977年 3月~現在 : 中央大學校電子工學科教授

1982年12月~1983年12月 : 美코넬大學校客員教授