論 文

일정한 基準信号를 追跡하는 MRAC 시스템에 대한 파라미터 收斂特性

正會員 閔 丙 台* 正會員 金 成 德** 正會員 梁 海 元***

Parameter convergence properties for MRAC system with a constant reference signal tracking

Byung Tae MIN*, Sung Duck KIM**,
Hai Won YANG*** *Regular members*

要 約 本 論文은 일정한 基準信号를 사용하는 基準모델 適応制御 시스템에 대한 可調節 파라미터의 有界性을 說明한다. 이 解析法은, Lyapunov函数의 또다른 性質로서 適応시스템의 安定度는 물론 파라미터의 存在性, 有界性 및 有界領域을 밝힐 수 있다는 사실에 동기되었다. 2가지 適応則, 즉 一般的인 句配法(GGM) 및 最小自乘法(LSM)에 대하여, 여기서 提示된 새로운 方法에 의하여 파라미터 空間의 유일한 解集合을 확립할 수 있다. 파라미터 空間 解析法의 効用性을 證明하기 위한 電算機 시뮬레이션 結果도 역시 검토한다.

ABSTRACT In this paper, the boundedness of adjustable parameters for the model reference adaptive control(MRAC) system using a constant reference signal is discussed. This analysis is motivated by that it is possible to verify the existence, boundedness and bounded range of the parameter as well as the stability of the adaptive system with an alternative property of Lyapunov function. For two adaptive laws; a general gradient mothod(GGM) and a least square method(LSM), unique solution set in parameter space can be established by a new approach suggested here. Computer simulation results to show the effect of parameter space analysis are also examined.

I. 序 論

適応制御理論은 플랜트에 대한 제한된 事前知識을 사용하여 시스템의 不確實性에 대응할수 있도록 전개된 制御技法으로써, 大局的 安定度 概念을 바탕으로 設計된 適応시스템의 典型的인 構造는 1980年을 전후로 확고하게 提示・規明되었다[1]. 이와 같은 適応모델은 設計時에 大局的 漸近安定을 보장하기 위한 엄격한 制約을 두지 않으면 안되었다. 물론 이러한 前提條件들은 適応構造 뿐만 아니라 適応알고리즘의 任意性을 크게 제한하고, 가정된 사실들이 실제 問題에 있어서

* 水原工業專門大學 電子計算科
Dept. of Computer Science, Su-won Tec. College.
** 大田工業大學 電子工學科
Dept. of Electronic Engineering, Tae-jon National Univ. of Tec.
*** 漢陽大學校 電氣工學科
Dept. of Electrical Engineering, Han-yang Univ.
論文番號 : 88-01 (接受 1987. 6. 26)

非現實的인 것이 많아서 그 적용에 많은 問題点들이 나타난다. 실제 플랜트에 公稱모델로 표현되지 않은 非模型化 特性과 外亂등에 의한 雜音性 入力이 존재하는 경우에는 適応信号의 有界性이 파괴되므로 適応시스템의 堅固性 設計問題를 검토하지 않으면 안된다. 이와 같은 問題들에 대한 최근 보고에 의하면 低次모델 設定에 의한 SPR (strictly positive real) 條件의 상실 및 外亂에 의한 PE (persistently excitation) 性質의 변동에 관한 대책들이 일부 提示되었다[2~4].

本 論文은 일반적으로 制御問題에 가장 많이 사용되는 일정한 基準信号 追跡問題에 대한 파라미터 有界性質에 대하여 記述한다. 여기서 提示하는 方法은, 試驗 Lyapunov 函數를 적절히 처리[5]함으로써 安定度 뿐만 아니라 파라미터의 存在性, 有界性 및 有界領域을 규명할 수 있으리라는 관점에서 동기되었다. 물론 本 研究에서는 1次 플랜트를 중심으로 解析하였으므로 SPR特性에 대한 問題는 검토할 필요가 없지만 이와 같은 解析法은 일반적은 構造에도 확장될 수 있을 것이다. 또한 $\|\theta_*\|$의 有界領域을 정확히 규명함으로써 적당한 適応則과 堅固한 適応構造를 선택하는 척도로써 사용할 수 있다.

Ⅱ. 일정한 基準信号의 推定

플랜트를 線型時不變 SISO 시스템이라 하고 1次모델로 정확히 模型化된다고 가정하여 適応構造를 다음과 같이 設定한다.

基準모델 : $y_m = r,\ r > 0$ (1)

플랜트 : $\dot{y} = -ay + bu,\ b > 0$ (2)

制御信号 : $u = \hat{\theta}_1 r + \hat{\theta}_2 y = \hat{\theta}^T z$ (3)

適応則 : $\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma e z,\ P > 0$

$\Gamma > 0,\ \gamma_{11} = \gamma_1,\ \gamma_{22} = \gamma_2,$

$\gamma_{12} = \gamma_{21} = 0$ (4)

誤差方程式 : $\dot{e} = b\hat{\theta}_1 r + (b\hat{\theta}_2 - a)y$ (5)

y_m은 基準모델의 出力, r은 直流基準信号, y는 플랜트의 出力이며, $\hat{\theta}$는 可調節 파라미터 벡터이다. 이 때 出力誤差 $e = y - y_m$으로 定義된다. 식(4)는 一般的인 適応則 GGM (general gradient method)를 나타내며 適応制御시스템을 設計할 때 흔히 쓰이는 간단한 형태의 알고리즘이다[1]. 誤差方程式에 대한 座標變換을 하기 위하여 다음과 같은 補助函数를 定義한다.

$$g_1\phi_1 = b\hat{\theta}_1, \qquad g_1 = \sqrt{b\gamma_1} \tag{6}$$

$$g_2\phi_2 = b\hat{\theta}_2 - a, \quad g_2 = \sqrt{b\gamma_2} \tag{7}$$

식(6) 및 (7)을 식(4) 및 (5)에 적용하면 適応모델은

$$\dot{e} = g_1\phi_1 r + g_2\phi_2 y \tag{8}$$

$$\dot{\phi}_1 = -g_1 e r \tag{9}$$

$$\dot{\phi}_2 = -g_2 e y \tag{10}$$

식(8)~(10)의 適応모델이 安定하고 平衡点 e_*, ϕ_* 및 θ_*가 존재한다고 가정한다. 이 때 $e_* = 0$ 이며 $g_1\phi_{1*} + g_2\phi_{2*} = 0$ 의 관계를 얻을 수 있다. 따라서 g_1, g_2 의 관계를 이용하면

$$\phi_{2*} = -\sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}}\ \phi_{1*} \tag{11}$$

이 식에 變換關係式 (6) 및 (7)을 적용하고 適応利得 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$라 할 때 出力誤差 및 可調節 파라미터에 대한 平衡点 解集合은 다음과 같이 구해진다.

$$S_1 = \{(e_*,\ \theta_{1*},\ \theta_{2*}) : e_* = 0,\ \theta_{1*} + \theta_{2*} = \frac{a}{b}\} \tag{12}$$

물론 이와 같은 解集合은 파라미터 空間에서 直線群으로 나타나므로 파라미터 θ_*의 존재성은 확인할 수 있지만 唯一한지는 판정할 수 없다. 그러나, $y_m = r$인 경우에 대하여 다음과 같은

Lyapunov 函数의 性質을 이용하면 구체적인 解의 有界領域을 밝힐 수 있다.

주어진 適応모델에 대한 試驗 Lyapunov 函数 $V_1(e, \phi)$를 다음과 같이 정의한다.

$$V_1(e, \phi) = \frac{1}{2}(e^2 + \phi^T \phi) \tag{13}$$

여기서 $\phi^T = [\phi_1, \phi_2]$ 이다. 이 경우에 $V_1(e, \phi) = 0$ 이고 $\dot{V}_1(e, \phi) = 0$ 이므로, $V_1(e, \phi)$는 증가도 감소도 되지 않은 常数函数가 된다. 이는 매우 흥미로운 사실로 식(13)의 값이 時間 t에 상관없이 항상 일정함을 의미한다. 따라서 初期狀態들에 의한 Lyapunov 函数값이 그대로 유지된다. 이때 $2V_1(e, \phi) = R_1^2$라 하면

$$R_1^2 = R_{10}^2 \tag{14}$$

여기서 $R_{10}^2 = e_0^2 + \phi_0^2$로 初期條件에 의한 函数값을 나타낸다. 결국 이러한 개념에 의하여 다음과 같은 定常狀態에서의 파라미터 關係式을 얻을 수 있다.

$$\theta_{1*}^2 + \left(\theta_{2*} - \frac{a}{b}\right)^2 = \frac{\gamma}{b} R_{10}^2 = \overline{R}_1^2 \tag{15}$$

따라서 식(15)에 의해 平衡点 解集合은

$$S_2 = \left\{ (e_*, \theta_{1*}, \theta_{2*}) : e_* = 0, \; \theta_{1*}^2 + \left(\theta_{2*} - \frac{a}{b}\right)^2 = \overline{R}_1^2 \right\} \tag{16}$$

그러므로, 파라미터 벡터空間에서 平衡点에 대한 解는 S_1및 S_2에 의해 결정된다. 이와 같은 解空間의 유도는 Ⅲ章 및 Ⅳ章에서 그대로 적용되는데 附録A는 S_1, S_2에 대한 개념을 구체적으로 설명한다. 그림 1은 解空間의 收斂特性 을 나타낸다. 이때 空間座標上에서 $e_* = 0$ 이므로 파라미터 $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$의 平面座標만 표현하면 $\gamma_1 = \gamma_2$인 일반적인 適応利得에 대한 解集合의 관계가 그림 2와 같이 주어진다. 타원방정식의 중심은 $(0, \frac{a}{b})$ 이며 $S_1 \cap S_2$의 解로 2개의 一致点을 갖고 있음을 알 수 있다. 실제로 이 2개의 平衡点은 設計時에 가정되는 b의 符号에 따라 결정되는 것으로 $b > 0$ 이라 할 때 $\theta_{1*} > 0$인 P_1点에 唯一解가 존재함을 알 수 있다. 특히, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$인 경우의 P_1 및 P_2의 解集合은

$$P_1, P_2 = \left\{ (\theta_{1*}, \theta_{2*}) : \theta_{1*} = \pm \frac{\overline{R}_1}{\sqrt{2}}, \; \theta_{2*} = \mp \left(\frac{\overline{R}_1}{\sqrt{2}} - \frac{a}{b}\right) \right\} \tag{17}$$

가 된다.

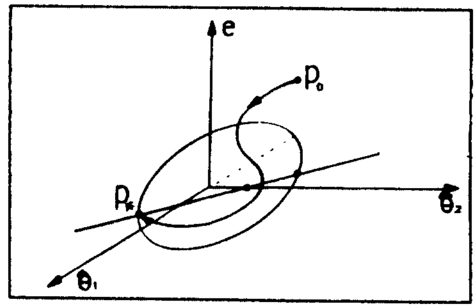


그림 1 出力誤差 및 파라미터 벡터의 軌跡
Trajectory of output error and parameter vector.

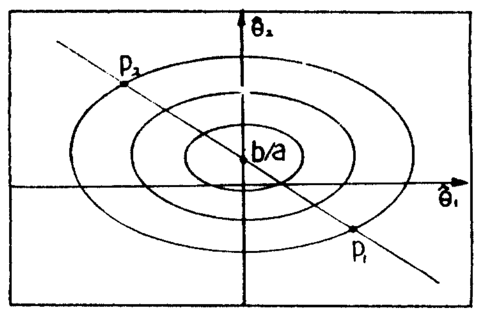


그림 2 $y_m = r$인 경우의 파라미터 解集合 特性
Solution set properties for $y_m = r$.

Ⅲ. MRAC에 대한 特性解析

실제로 Ⅱ章의 問題는 基準入力을 일정하게 하는 경우에 基準모델의 傳達關係를 1로 취급함으로써, 出力誤差 및 可調節 파라미터 空間에서의 유일한 一致條件을 구할 수 있음을 보였다. 이러한 MRAC 設計問題는 파라미터 有界性에 대한 設計基準과 條件들을 사전에 정확히 부여할 수 있다는 사실을 암시한다. 그러나, 基準모델의 傳達函數가 1이 아닌 경우의 MRAC 設計에서는 파라미터 空間의 唯一解를 결정하기 곤란하다. 물론 파라미터 平衡点에 대한 存在性 및 有界性은 확인할 수 있었으나 解集合의 領域을 정확하게 규명하지 못했다. 실제 應用側面에서 制御시스템의 内部 파라미터들에 대한 포화문제에 대한 대책은 有界性質만으로는 불충분하며 解空間 領域에 관한 사전정보가 필요하다. 解集合의 領域을 정확하게 규명할 수 있으면 制御시스템을 解析 및 設計가 용이해지며 適応則에 대한 制御性能을 좀더 구체적으로 설명할 수 있다.

基準모델을 다음과 같은 1次시스템으로 선정한다.

$$\dot{y}_m = -a_m y_m + b_m r,\ a_m, b_m > 0 \tag{18}$$

플랜트 및 適応構造는 Ⅱ章의 식(2)～(4)와 같은 동일한 構造를 사용하고 이때 誤差모델은 다음과 같이 수정된다.

$$\dot{e} = -a_m e + (b\hat{\theta}_1 - b_m) r + (b\hat{\theta}_2 - a + a_m) y \tag{19}$$

解析을 간단히 하기 위하여 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$로 가정하고 座標變換을 하기 위한 補助函数를

$$g\phi_1 = b\hat{\theta}_1 - b_m \tag{20}$$

$$g\phi_2 = b\hat{\theta}_2 - a + a_m,\ g = \sqrt{b\gamma} \tag{21}$$

로 놓으면 결국 변환된 適応모델은 다음과 같다.

$$\dot{\phi} = -gez \tag{22}$$

$$\dot{e} = -a_m e + g\phi^T z \tag{23}$$

適応모델이 安定하고 平衡狀態가 유일하게 존재한다고 하면 定常狀態 解析에 의해 Ⅱ章과 유사한 解集合이 얻어진다.

$$S_3 = \{ (e_*, \theta_{1*}, \theta_{2*}) : e_* = 0,\ \left(\frac{a_m}{b_m}\right)\theta_{1*} + \theta_{2*} = \frac{a}{b} \} \tag{24}$$

이와같은 解는 基準모델의 係数들과 관련되어 나타나고 파라미터 平面上에 直線群으로 형성된다. 그러나 이와같은 直線解로서는 $\|\theta_*\|$의 有界領域을 정확히 설명할 수 없으므로 唯一解 또는 解領域을 규명하기 위한 方法이 필요하다. 즉, 식(24)에서 $e_* = 0$이므로 파라미터 集合$(\theta_{1*}, \theta_{2*})$를 결정할 수 있도록 식(24)와 사이의 독립적인 解들의 關係式을 구성해야 한다.

주어진 適応모델에 대한 試験 Lyapunov 函数를

$$V_2(e, \phi) = \frac{1}{2}(e^2 + \phi^T\phi) \tag{25}$$

라 할 때 이 函数의 導函数는

$$\dot{V}_2(e, \phi) = -a_m e^2 \leq 0 \tag{26}$$

이다. 따라서 適応시스템은 Lyapunov 관점에서 安定하고, $V_2(e, \phi)$는 $V_2(e_0, \phi_0)$에 대한 最大値를 갖는 非增加 函数로써 $|e_0|$, $\|\phi_0\|$가 有界이면 $V_2(e, \phi) < \infty$가 만족된다. 즉 식(23)에 대하여 $a_m > 0$이므로 $e(\infty) = 0$이 보장되고 直流基準信号를 사용할 때 適応信号의 PE條件이 성립하지 않으므로 식(24)의 관계에 의해 ϕ_*는 零으로 收斂하지 않지만 일정한 값에 有界됨을 알 수 있다. 즉 $e = 0$이 아니면 $e(t_1) = 0$되는 충분한시각을 t_1이라 할 때 $V_2(e, \phi)$는 t_1까지 계속 감소되고, 결국 $V_2(e_*, \phi_*)$는 一定하게 된다. 이때 $e_* = 0$이므로 ϕ_*는 S_3의 解直線上 특정한 위치에 존재하게 된다. 물론 이와 같은 解析은 단순한 有界領域에 대한 추정일 뿐 구체적으로 어느 곳에 平衡点이 존재하는가에 대한 근본적인 해답을 주지 못한다. 파라미터의 解領域을 규명하기 위하여

$V_2(e, \phi) = 2R_2^2$ 이라 하고 Ⅱ章과 유사한 方法으로 解集合을 구하면 다음과 같다. 즉,

$$S_4 = \{(e_*, \theta_{1*}, \theta_{2*}) : e_* = 0,$$
$$(\theta_{1*} - \frac{b_m}{b})^2 + (\theta_{2*} - \frac{a}{b} + \frac{a_m}{b})^2 \leq \bar{R}_2^2\} \quad (27)$$

여기서 $\bar{R}_2^2 = \frac{\gamma}{b} R_{20}^2$ 이다. 이때 e의 定常狀態값 $e_* = 0$ 이며 파라미터의 解空間은 $\hat{\theta}$ 들의 관계로 설명할 수 있다. 즉 $R_3^2 = \phi_1^2 + \phi_2^2$ 이라 하면 S_4 의 眞部分集合 S_5 는 다음과 같이 구해진다.

$$S_5 = \{(e_*, \theta_{1*}, \theta_{2*}) : e_* = 0,$$
$$(\theta_{1*} - \frac{b_m}{b})^2 + (\theta_{2*} - \frac{a}{b} + \frac{a_m}{b})^2 \leq \bar{R}_3^2\} \quad (28)$$

결국 파라미터 解集合은 $S = S_3 \cap S_5$ 의 領域으로 결정됨을 쉽게 알 수 있다. 한편 補助變換函数를 식(20), (21)과는 달리 다음과 같이 定義한다.

$$g\phi_1 = b\hat{\theta}_1 \quad (29)$$

$$g\phi_2 = b\hat{\theta}_2 - a, \quad g = \sqrt{b\gamma} \quad (30)$$

이 경우에도 동일한 適応則 GGM을 사용하면 適応모델은

$$\dot{\phi} = -gez \quad (31)$$

$$\dot{e} = -\dot{y}_m + g\phi^T z \quad (32)$$

로 나타낼 수 있다. 이 식들에 대해서도 平衡点을 구하면 식(24)와 동일한 解가 얻어진다. 이때 이 直線群 解集合의 파라미터 有界領域을 구체화하기 위하여 식(25)와 같은 Lyapunov函数를 설정하고 그 導函数를 구하면

$$\dot{V}_3(e, \phi) = -e\dot{y}_m \quad (33)$$

1次 基準모델에 대하여 일반적으로 $y_{m0} = 0$ 이고, $\dot{y}_m > 0$ 이 만족되므로 $V_3(e, \phi)$ 의 函数形態는 e의 성질에 따라 좌우된다. 물론 誤差方程式의 特性은 플랜트 및 모델이 1次인 경우에 있어서 항상 指数的인 減衰特性을 갖고 있으므로 파라미터 ϕ 또는 $\hat{\theta}$ 에 대한 有界性을 정확하게 파악하기는 용이하지 않다. 그렇지만 $e_0 > 0$ 이면 다음과 같은 解集合을 갖게 된다.

$$S_6 = \{(e_*, \theta_{1*}, \theta_{2*}) : e_* = 0,$$
$$\theta_{1*}^2 + (\theta_{2*} - \frac{a}{b})^2 \leq \bar{R}_1^2\} \quad (34)$$

여기서 $\bar{R}_1$ 는 Ⅱ章에서 定義한 것과 동일하다. 실제로 $\dot{y}_m > 0$ 은 設計時에 주어지는 條件이지만 e값은 適応시스템이 時變, 非線型 方程式으로주어지게 되므로 추정하기 곤란하다. 그렇지만 誤差方程式을 線型化시켜서 구한 特性根의 位置에 따라 收斂特性을 설명할 수 있다. 특히 指数的減衰特性을 갖는 경우나 플랜트가 1次인 경우에는 e가 單調減少 또는 增加函数로서 e의 初期値에 의해 파라미터의 收斂領域이 결정될 수 있다. 결국 e_0 의 符号에 따라 파라미터 解空間은 다음과 같이 구분된다.

$$S_+ = S \cap S_6 \qquad e_0 > 0 \quad (35)$$

$$S_- = S \cap S_6^c \qquad e_0 < 0 \quad (36)$$

여기서 S_6^c 는 S_6 의 餘集合을 나타낸다. 그림

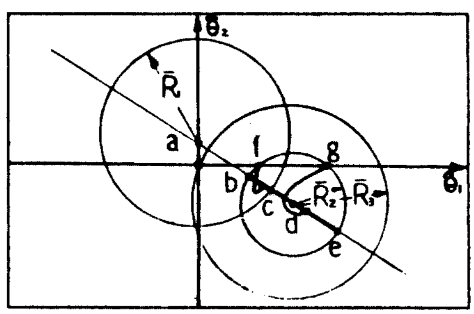


그림 3 MRAC에 대한 파라미터 解空間
Parameter solution space for MRAC.

3은 파라미터 解空間 S_3, S_4, S_5 및 S_6의 관계를 나타낸다. 여기서 a 点은 S_6의 파라미터 方程式의 중심으로 $(0, \frac{a}{b})$이고 d는 S_4, S_5의 중심점으로 $(\frac{b_m}{b}, \frac{a}{b}-\frac{a_m}{b})$이다. 이 중심점은 適応信号가 PE 條件을 만족하는 경우에 파라미터 一致点을 나타내기도 한다. 특히 $e_0=0$인 경우에는 c 点에서 평형되고 이 c 点은 b 点과 일치한다. 즉 平衡狀態에서는 $(\frac{b_m}{2b}, -\frac{a_m}{2b})$값을 갖는다. 한편 식(35) 및 (36)의 區間 S_+는 [b, c], S_-는 [c, e]를 나타낸다. 또한 f 및 g 点은 $\hat{\theta}_{20}=0$일 때 $\hat{\theta}_1$의 出発点으로 $b\hat{\theta}_{10}<b_m$이면 f 点에서, $b\hat{\theta}_{10}>b_m$이면 g 点에서 출발한다.

파라미터 벡터가 3개 이상인 경우에는 이러한 平面的 解析方法으로는 설명하기 곤란하다. 또한 그림 3에는 e의 特性이 나타나지 않으므로

$$R^2=e^2+\|\phi\|^2 \tag{37}$$

을 도입하여 e 및 $\|\phi\|$의 收斂特性을 설명할 수 있다. 그림 4는 이관계를 나타낸다. 圓의 半徑은 $R_0=\sqrt{e_0^2+\|\phi_0\|^2}$ 이며 定常狀態 解는 [A, 0] 區間에 존재한다.

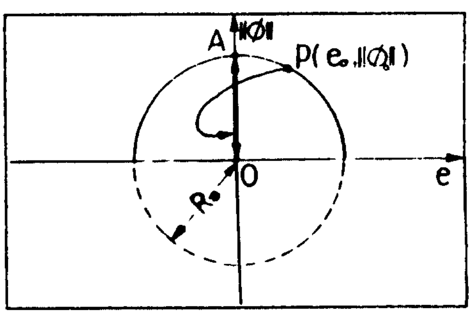


그림 4 e－$\|\phi\|$의 特性
Property of e－$\|\phi\|$.

Ⅳ. 最小自乘法에 의한 收斂領域

Ⅱ, Ⅲ章에서와 같이 일반적인 適応則 GGM을 사용하는 경우에는 S_2의 圓이 S_5의 解空間에 의해 분리되는 2개의 解集合을 가지며, 이들은 e_0의 크기와 符号에 따라 解領域의 크기가 결정된다. Ⅲ章에서의 그림 3에 대하여 $e_0<0$인 경우에 e_0값이 매우 커지면 $S_1=\{0\}$이 되고 $S_+\subset S_2$ 관계를 만족한다. 그렇지만 S_-및 S_+가 존재하는 동일한 시스템에 대해서도 最小自乘法에 의한 파라미터 收斂領域은 GGM에 비하여 축소된다.

식(4)의 適応則을

$$\dot{\theta}=-\frac{\gamma ez}{1+z^T z} \tag{38}$$

로 수정한다. 이때 식 (38)을 最小自乘法 (least square method : LSM)이라 하고, $y_m=r$인 경우에 Ⅱ章과 동일한 方法에 의해 適応모델을 구하면 다음과 같다.

$$\dot{\phi}=-\frac{gez}{1+z^T z} \tag{39}$$

$$\dot{e}=g\phi z \tag{40}$$

이 경우에도 定常狀態 解析에 의한 解는 식(12)와 동등하게 얻어지고, 식(13)과 같은 試驗 Lyapunov 函数에 대하여 그 導函数는

$$\dot{V}_1(e, \phi)=e\dot{e}-\frac{ge\phi^T z}{1+z^T z}\leq 0 \tag{41}$$

이다. 결국 $V_1(e, \phi)$는 非增加 函数로써 식(16)은 다음과 같이 수정된다.

$$S_2'=\{(e_*, \theta_{1*}, \theta_{2*}) : e_*=0,$$
$$\theta_{1*}^2+(\theta_{2*}-\frac{a}{b})^2\leq\overline{R}_1^2 \tag{42}$$

따라서 파라미터 解集合은 e_0의 符号에 상관없이 그림 3의 S_+區間에 존재한다. 이 사실은 동일한 適応시스템에 대하여 GGM에서 나타나던 파라미터 有界領域 S는 LSM을 사용하여 축소시킬 수 있음을 의미한다. 基準모델에 대한 Ⅲ章의 解析方法에 대해서도 이러한 축소개념은그대로 보존된다. 따라서 GGM에 비하여 파라미터 有界領域은 제한된 범위로 축소된다. 결국 일반적인 適応시스템을 設計할 경우에 사용되던有界性의 絶對性은 제시된 方法에 의해 파라미터 有界範圍를 구체적으로 설명할 수 있게 된다. 따라서, 이러한 解析方法에 의하여 適応시스템 設計의 정확도를 높힐 수 있으므로 외형적인 絶對安定度 概念에 의한 設計方法보다 구체적인 適応特性의 解析이 가능하게 된다.

V. 計算機 시뮬레이션

파라미터 解의 領域을 검토하기 위하여 다음과 같은 1次 플랜트를 설정하였다.

表 1 $y_m=r$인 경우의 시뮬레이션 結果
Simulation results for $y_m=r$.

	적응칙	좌 표 변 환	초 기 치			최 종 치		
			y_0	$\hat\theta_{10}$	$\hat\theta_{20}$	e_*	θ_{1*}	θ_{2*}
1	GGM	$g_1\phi_1=b\hat\theta_1$	2.00	1.00	00.0	0.00	.935	−.435
		$g_2\phi_2=b\hat\theta_2-a$	2.58	−.50	1.00	0.00	.935	−.435
			2.36	−0.5	−.25	0.00	.935	−.435
			2.58	.500	1.00	0.00	.935	−.435
2	LSM	$g_1\phi_1=b\hat\theta_1$	2.00	1.00	0.00	0.00	.823	−.324
		$g_2\phi_2=b\hat\theta_2-a$	2.58	−.50	1.00	0.00	.586	−.104
			2.36	−.50	−.25	0.00	.700	−.202
			2.58	.500	1.00	0.00	.590	−.101

表 2 $y_m\neq r$인 경우의 시뮬레이션結果
Simulation results for $y_m\neq r$.

	적응칙	좌 표 변 화	초 기 치			최 종 치		
			y_0	$\hat\theta_{10}$	$\hat\theta_{20}$	e_*	θ_{1*}	θ_{2*}
1	GGM	$g_1\phi_1=b\hat\theta_1$	2.00	1.00	0.00	0.00	1.07	−.570
		$g_2\phi_2=b\hat\theta_2-a$	2.00	2.00	0.00	0.00	1.59	−1.09
		$g_1\phi_1=b\hat\theta_1-b_m$	−2.0	1.00	0.00	0.00	1.49	−.994
		$g_2\phi_2=b\hat\theta_2-a+a_m$	−2.0	2.00	0.00	0.00	1.89	−1.39
2	LSM	$g_1\phi_1=b\hat\theta_1$	2.00	1.00	0.00	0.00	.833	−.334
		$g_2\phi_2=b\hat\theta_2-a$	2.00	2.00	0.00	0.00	1.47	−.970
		$g_1\phi_1=b\hat\theta_1-b_m$	−2.0	1.00	0.00	0.00	1.09	−.590
		$g_2\phi_2=b\hat\theta_2-a+a_m$	−2.0	2.00	0.00	0.00	1.61	−1.11

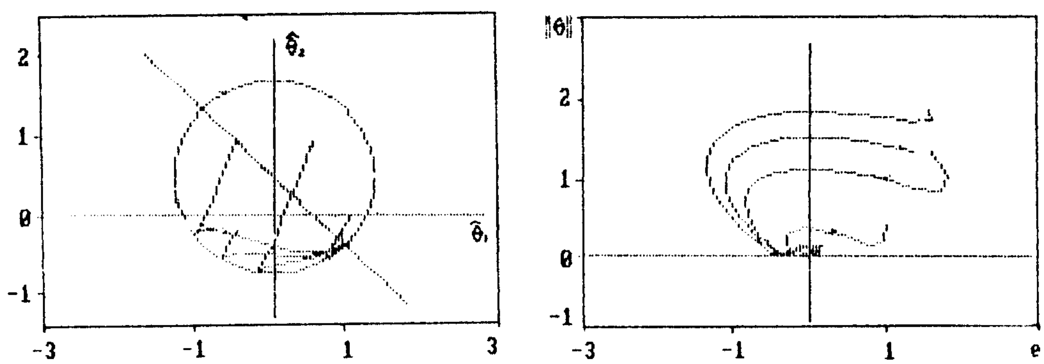
$$\dot{y} = -y + 2u$$

이때 適應利得은 $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$로 하고 基準入力은 $r = 1$로 하였다. 그래프를 간단히 하기 위하여 解空間 S_2의 半徑이 일정하게 되는 初期條件들에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다. 표 1은 基準모델을 1로 하였을 때의 適應則 GGM및 LSM에 대한 結果이다. 그림 5는 이때의 파라미터 收斂特性과 $e - \|\theta\|$의 特性으로 解析된 特性과 정확하게 일치됨을 알 수 있다.

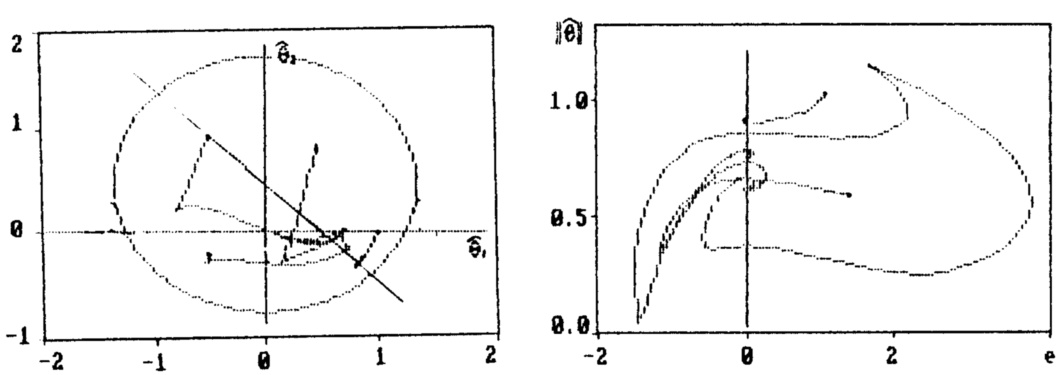
표 2는 동일한 適應시스템에 대하여 基準모델을

$$\dot{y}_m = -3y_m + 3r$$

로 설정하였을 때의 시뮬레이션 結果이다. 그림

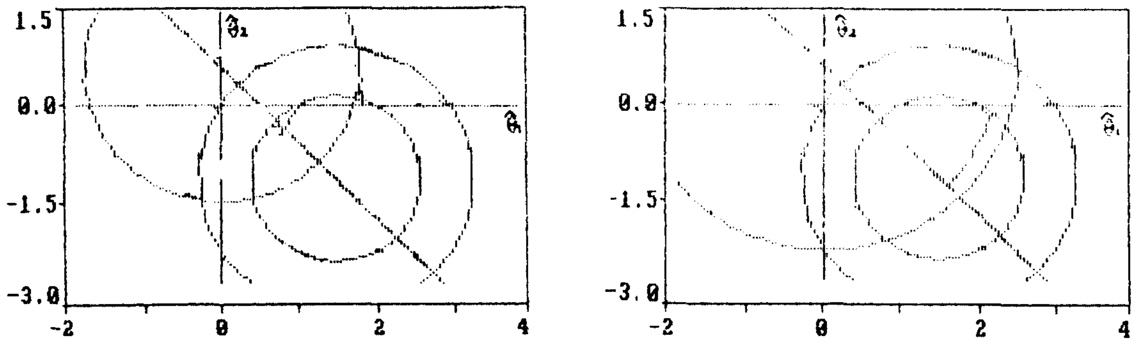


(a) GGM

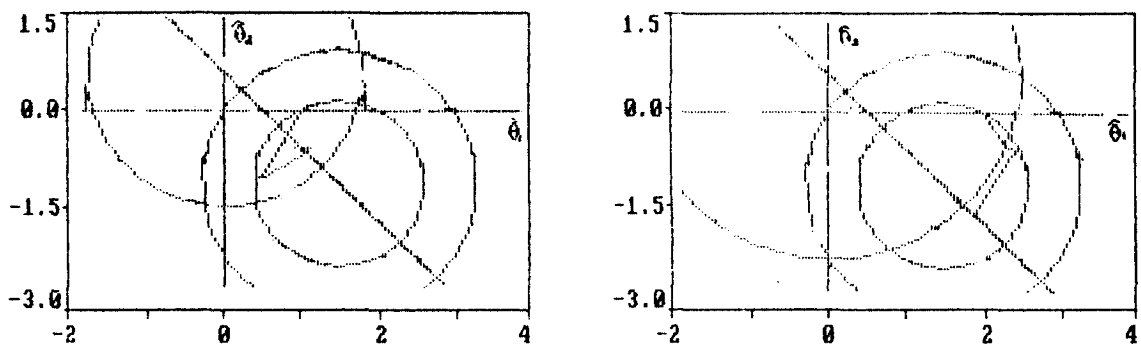


(b) LSM

그림 5 파라미터 $\hat{\theta}$의 推定曲線 및 $e - \|\theta\|$特性
Estimated curves of parameter $\hat{\theta}$ and properties of $e - \|\theta\|$.



(a)GGM



(b)LSM

그림 6 $y_m \neq r$인 경우의 파라미터 收斂特性
Parameter convergence properties for $y_m \neq r$.

6은 표 2의 GGM 및 LSM 중에서 첫번째와 네번째에 대한 結果를 나타낸다. 出力誤差 $e_0 < 0$인 경우에 대해서 파라미터 收斂値가 S_-에 속하지만 LSM을 사용하는 경우에는 S_+에 收斂됨을 알 수 있다. 또한 $\hat{\theta}_{10}$에 대하여 $b\hat{\theta}_{10} < b_m$인 경우에 特性도 解析結果와 정확히 일치된다.

Ⅵ. 結 論

本 論文은 基準入力信号를 常数로 하는 1次 適応시스템에 대한 出力誤差및 파라미터 收斂特性에 관한 解析으로써, 解의 存在性, 有界性 및 有界領域을 규명하였다. Lyapunov 安定理論에 바탕을 두고, 初期條件들에 의해 변화되는 파라미터의 定常狀態 解空間을 解析할 수 있음을 밝혔다. 基準모델이 1인 경우에 대하여 GGM을 사용할 때 唯一解가 존재하고, 이와 같은 概念을 基準모델이 1이 아닌 경우에 대하여 확장함으로써 有界領域에 대한 解集合을 구할 수 있었다. 이러한 解空間에 나타나는 解集合의 유계범위는 LSM을 사용하는 경우에 더욱 감소되며, 시뮬레이션에 의해 이 結果들의 타당성을 입증하였다.

참 고 문 헌

(1) K.S.Narendra, Y. H. Lin and L. S. Valavani, "Stable adaptive control design, part Ⅱ : proof of stability," IEEE Trans on Autom. Contr., vol. AC-25, no.3. pp. 440-449, 1980.

(2) B.D.Riedle and P.V. Kokotovic, "A stability-instability boundary for disturbance-free slow adaptation with unmodelled dynamics," IEEE Trans on Autom, Contr., vol. AC-30, no. 10, pp. 1027-1030. 1985.

(3) R. L. Kosut and B. Fridelander, "Robust adaptive systems; passivity and global stability," IEEE Trans. on Autom. Contr., vol. AC-30, no. 7, pp. 610-624, 1985.

(4) K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, "A new adaptive law for robust adaptation without persistently excitation," IEEE Trans. on Autom. Contr., vol. AC-32, no. 2, pp. 134-145, 1987.

(5) B.Riedle et al. "Disturbance instabilities in an adaptive system," IEEE Trans. on Autom. Contr., vol. AC-29, no. 9, pp. 822-824, 1984.

《附錄 A. 파라미터의 解集合》

파라미터 有界領域을 검토하기 위하여 유도되었던 解集合은 Ⅱ章의 基本概念을 확장하면되므로, 여기에서는 식(12) 및 (16)의 S_1 및 S_2에 대한 解의 特性을 간단히 기술한다. 식(8)~(10)으로 표현되는 適応모델의 平衡点이 존재한다고 가정하면

$$e_* = g_1\phi_{1*} r + g_2\phi_{2*} y_* \qquad (A1)$$

$$\phi_{1*} = -g_1 e_* r \qquad (A2)$$

$$\phi_{2*} = -g_2 e_* y_* \qquad (A3)$$

일반적으로 모든 適応制御 設計問題는 $t\to\infty$에서 e_*, ϕ_{1*} 및 ϕ_{2*}가 0이 되도록 하고, 식(1)에 대하여 $y_*=r$이므로 식(A2) 및 (A3)의 관계에서 $e_*=0$임을 알 수 있다. 결국, 식(A1)에서 $g_1\phi_{1*}+g_2\phi_{2*}=0$의 관계를 얻을 수 있고 따라서 식(11)이 구해진다. 이때 식(11)에 식(6) 및 (7)의 관계를 이용하면

$$\theta_{1*}+\theta_{2*} = \frac{a}{b} \qquad (A4)$$

따라서 定常狀態에서의 파라미터 平衡点은 식(12)와 같이 구해진다.

한편, 식(8)~(10)의 適応모델에 대하여 Lyapunov 函数를

$$V_1(e, \phi) = \frac{1}{2}(e^2+\phi^T\phi) \qquad (A5)$$

라 놓으면 그 導函数는

$$\dot{V}_1(e, \phi) = e\dot{e}+\phi^T\dot{\phi} \qquad (A6)$$

가 된다. 이때 식 (A5)에 식(8)~(10)를 사용하면

$$\dot{V}_1(e, \phi) = 0 \qquad (A7)$$

이다. 결국 e 및 ϕ는 Lyapunov 관점에서 안정하고 適応모델은 大局的 漸近安定을 보장한다. 대부분의 適応制御問題에 있어서는 $\dot{V}_1 \leqq 0$이 만족되고 식(26), (33) 및 (41)은 이러한 개념으로 전개할 수 있다. 여기서 $2V_1(e, \phi)=R_1^2$이라 하면

$$R_1\dot{R}_1 = e\dot{e}+\phi^T\dot{\phi} \qquad (A8)$$

식(A5) 및 (A7)에서 $V_1(e, \phi)$는 常数函数이다. 따라서

$$R_1^2 = R_{10}^2 \qquad (A9)$$

가 만족된다. 여기서 $R_{10}^2 = e_0^2+\phi_0^2$이다. 한편, 식(A5)의 定常狀態값은

$$V_1(e_*, \phi_*) = \frac{1}{2}(e_*^2+\phi_*^T\phi_*) = R_{10}^2 \qquad (A10)$$

이때 $e_*=0$이므로

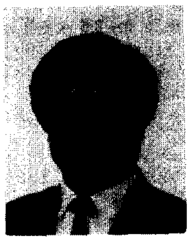
$$\phi_{1*}^2+\phi_{2*}^2 = R_{10}^2 \qquad (A11)$$

여기서 $\gamma_1=\gamma_2=\gamma$라 하고 식(6) 및 (7)의 定常狀態 관계를 이용하면

$$\theta_{1*}^2 + \left(\theta_{2*} - \frac{a}{b}\right)^2 = \frac{\gamma}{b} R_{10}^2 = \overline{R}_1^2 \qquad \text{(A12)}$$

결국 파라미터 解集合 S_2를 구할 수 있다.

이러한 解析方法은 Ⅲ章 및 Ⅳ章의 適応모델에 그대로 확장할 수 있으며 파라미터 有界領域을 동일한 方法에 의해 규명할 수 있게 된다.



閔 丙 台(Byung Tae MIN) 正會員
1944年 10月 10日生
1972年 2月 : 漢陽大學校 電子工學科(工學士)
1980年 10月 : 漢陽大學校 大學院 電氣工學科(工學碩士)
1984年 2月 : 漢陽大學校 大學院 電氣工學科 博士課程 修了
1988年 現在 : 水原工業專門大學 電子計算科 助教授

金 成 德(Sung Duck KIM) 正會員
1951年 10月 1日生
1978年 2月 : 漢陽大學校 電氣工學科(工學士)
1980年 2月 : 漢陽大學校 大學院 電氣工學科(工學碩士)
1988年 2月 : 漢陽大學校 大學院 電氣工學科(工學博士)
1988年 現在 : 大田工業大學 電子工學科 助教授

梁 海 元(Hai Won YANG) 正會員
1950年 3月 20日生
1971年 2月 : 서울大學校 電氣工學科(工學士)
1973年 2月 : 서울大學校 大學院 電氣工學科(工學碩士)
1982年 : 日本京都大大學院(工學博士)
1988年 現在 : 漢陽大學校 電氣工學科 副教授