

論 文

방향성 통신망의 신뢰도 계정에 관한
에지제거 알고리즘

準會員 林 允 求* 正會員 吳 英 煥**

An Edge Removal Algorithm for the
Reliability Evaluation of Directed
Communication Networks

Yun Goo LIM*, Young Hwan OH** *Regular Members*

要 約 본 논문에서는 확률적 방향성 그래프에서 시점(source node)과 종점(terminal node) 간의 통신할 수 있는 확률인 단점간 신뢰도를 계정하는 알고리즘을 제시하였다. Satyanarayana의 factoring theorem⁽⁷⁾을 이용하여 확률적 방향성 그래프에서 시점에 연결되어 있는 에지(edge)를 개방(open)과 단락(short) 상태로 감축하여 원래의 그래프를 2개의 감축된 그래프로 분리한 후, 본 논문이 제시한 에지제거법과 일반적인 직·병렬 감축법을 분리된 그래프에 적용한다. 이 에지 감축(edge reduction)을 source node와 terminal node가 단일 에지로 연결될때까지 반복한다. 또한 복잡하고 규모가 큰 망에 대한 단점간 신뢰도를 계정하기 위해서 전산기 프로그램을 제시하였다.

ABSTRACT In this paper, an algorithm is proposed to evaluate the source-to-terminal reliability, the probability that a source node can communicate with a terminal node, in a probabilistic directed graph. By using Satyanarayana's factoring theorem⁽⁷⁾, the original graph can be partitioned into two reduced graphs obtained by contracting and deleting the edge connected to the source node in the probabilistic directed graph. The edge removal proposed in this paper and the general series-parallel reduction can then be applied to the reduced graph. This edge reduction can be applied recursively to the reduced graphs until a source node can be connected to a terminal node by one edge. A computer program which can be applied to evaluating the source-to-terminal reliability in a complex and large network has also been developed.

I. 서 론

*, ** 光云大學校 電子通信工學科
Dept. of Telecommunication Engineering
Kwang Woon Unverssity.
論文番號 : 88 - 07 (接受 1987. 10. 30)

통신국과 통신선로로 구성되는 통신망의
신뢰도를 계정하기 위해서는 통신망을 확률적
그래프로 나타내며 통신국과 통신망은 각기 그

래프의 접합점과 지로에 대응하며 성공적으로 작동할 확률값을 갖는다.

에지에 방향이 주어진 확률적 그래프에서 공통적인 문제는 확률적 그래프내의 두 특정한 접합점 즉 source node와 terminal node 사이의 단점간 신뢰도를 구하는 것인데 그 신뢰도는 source node에서 terminal node로 통신할 수 있는 확률값으로 주어진다.

지금까지 통신망의 신뢰도 계정 방법에 대해서는 많은 연구가 이루어 지고 있는데 Kim, Case 및 Ghare⁽¹⁾, Lin, Leon 및 Huang⁽²⁾, Satyanarayana^{(3), (4)} 등은 성공, 실패 집합들의 개념에 기초를 둔 inclusion-exclusion 방법을 이용하였고, Fratta 및 Montanari⁽⁵⁾, Bennett⁽⁶⁾ 등은 Boole 대수를 이용한 경로 추적법을 채택하였다. Satyanarayana⁽⁷⁾는 factoring theorem을 망 신뢰도 계정에 적용하였다. 확률적 그래프에 factoring theorem의 반복적인 적용에서 신뢰도 계정의 복잡성을 줄이기 위하여 다양한 신뢰도-보존 감축법(reliability-preserving reduction)을 이용하는데 Rosenthal⁽⁸⁾은 직·병렬 감축법으로 Johnson⁽⁹⁾은 브리지 감축(bridge contraction)을 Wood⁽¹⁰⁾는 polygon-to-chain 감축법을 이용하였다. 또한 Agrawal 및 Satyanarayana⁽¹¹⁾는 2-neighbor node 감축법 및 source-triangle 감축법을 이용하여 망 신뢰도를 계정하였다.

본 논문에서는 신뢰도-보존 감축법인 새로운 지로 제거법을 제안하고, 이 지로 제거법과 직·병렬 감축법을 이용하여 확률적 방향성 통신망의 source node에 연결되어 있는 에지들에 factoring theorem⁽⁷⁾을 반복적으로 적용하여 단점간 신뢰도를 계정하는 알고리즘을 제시하였다.

II. 단점간 신뢰도 계정에 관한 이론 및 알고리즘

II-1. 가정 및 기호

통신망의 신뢰도를 계정하는데 있어서 확률

적 그래프에 대한 가정과 논리식 처리에 사용될 기호를 다음과 같이 정의한다.

(1) 가정

- 1) 통신 system의 모든 요소는 항상 작동상태에 있다. 다시말해서 대기상태 혹은 예비상태에 있지 않다.
- 2) 편의상 통신국을 뜻하는 접합점의 신뢰도는 항상 1이다.
- 3) 통신신로를 나타내는 에지의 신뢰도는 통계적 독립(statistical-independence)이며 서로 상관 관계가 없다고 한다.
- 4) 각 요소의 상태는 성공과 실패의 두 상태만으로 구분된다.
- 5) 확률적 그래프는 planar 이면서 방향성 그래프라 한다.

(2) 기호

- 1) E_n : 에지 E_n 의 성공인 상태를 나타내는 확률변수
- 2) E_n' : 에지 E_n 의 실패인 상태를 나타내는 확률변수
- 3) $E_n = (N_i, N_j)$: N_i 는 에지 E_n 의 initial 접합점을 나타내고, N_j 는 sink 접합점을 나타낸다.
- 4) P_n : 에지 E_n 이 성공일 확률
- 5) Q_n : 에지 E_n 이 실패일 확률($Q_n = 1 - P_n$)
- 6) BCT : Binary computational tree
- 7) N : BCT에서의 leaf 수
- 8) M_i : 각 leaf에 해당하는 level 수 ($i = 1, 2, \dots, N$)
- 9) G_i : 각각의 leaf에 해당하는 그래프가 갖는 논리적 표현식 ($i = 1, 2, \dots, N$)
- 10) $E_{i,j}$: 감축에지로 선정된 에지의 단락 혹은 개방상태를 나타내는 논리적 표현 ($j = 1, 2, \dots, M_i$)
- 11) G_d : 확률적 방향성 그래프
- 11) $R_{st}(G_d)$: G_d 의 단점간 신뢰도
- 12) $d^-(N_n)$: 접합점 N_n 의 내차(접합점 N_n 이 sink 접합점이 되는 에지수)
- 13) $d^+(N_n)$: 접합점 N_n 의 외차(접합점 N_n 이 initial 접합점이

되는 에지수

14) $D(Nn)$: 접합점의 내차와 외차의 차에 대한 절대치
 $(D(Nn) = |d^-(Nn) - d^+(Nn)|)$

II - 2. 기본이론

본 논문의 신뢰도 계정 절차에서는 확률적 방향성 그래프에 factoring theorem의 반복적인 적용에 의해 분리되는 그래프들에 제로 제거법과 직·병렬 감축법을 이용하여 감축된 확률적 그래프의 규모를 줄이므로서 Gd의 단점간 신뢰도 $Rst(Gd)$ 를 계정하는 복잡성을 줄일수 있다. 본 논문에서 이용한 factoring theorem과 직·병렬 감축법 및 본 논문이 제시한 에지 제거법은 다음과 같다.

II - 2 - 1. Factoring theorem

Satyanarayana가 제시한 factoring theorem^[7]은 다음과 같다.

비 방향성 그래프 G에서, K-terminal 신뢰도는 다음과 같이 표시된다.

$$R_k(G) = p_e \cdot R_k(Ge) + (1 - p_e) R_k(G - e)$$

여기서, 그래프 Ge 는 그래프 G에서 에지 e 를 단락시키고 그래프 $G - e$ 는 그래프 G에서 에지 e 를 개방하므로서 얻은 그래프이다. 본 논문에서는 $|K| = 1$ 인 방향성 그래프에 factoring theorem을 적용한다.

II - 2 - 2. 직·병렬 감축법

1) 직렬 감축법

두 에지 $E_1 = (N_1, N_2)$ 과 $E_2 = (N_2, N_3)$ 가 표 1의 R1과 같이 직렬로 연결되어 있다고 하자. 그러면, 두 에지 E_1, E_2 는 단일 에지 $E_3 = (N_1, N_3)$ 로 감축되고 E_3 에 대한 등가적인 논리식은 다음과 같다.

$$E_3 = E_1 \cdot E_2 \tag{1}$$

식(1)의 우변 항에서 에지가 갖는 확률값을 대입하면 E_3 의 등가 확률값은 다음과 같이 된다.

$$P_3 = P_1 \cdot P_2 \tag{2}$$

2) 병렬 감축법

두 에지 $E_1 = (N_1, N_2)$ 과 $E_2 = (N_1, N_2)$ 가 표 1의 R2와 같이 병렬로 연결되어 있다고 하자. 그러면, 두 에지 E_1, E_2 는 단일 에지 $E_3 = (N_1, N_2)$ 로 감축되고 E_3 에 대한 등가적인 논리식은 다음과 같다.

$$E_3 = E_1 + E_2 \tag{3}$$

식(3)의 우변 항은 서로 중복되어 있기 때문에 서로 이접(disjoint) 관계가 되도록 overlap된 부분을 제거하면 다음과 같이 된다.

$$E_3 = E_1 + E_1' \cdot E_2 \text{ or } E_3 = E_2 + E_2' \cdot E_1 \tag{4}$$

식(4)의 우변항에서 에지가 갖는 확률값을 대입하면 E_3 에 대한 등가 확률값은 다음과 같이 된다.

$$P_3 = P_1 + P_1' \cdot P_2 \text{ or } P_3 = P_2 + P_2' \cdot P_1 \tag{5}$$

II - 2 - 3. 에지 제거법

확률적 그래프 Gd에 factoring theorem의 반복적인 적용에 의해 분리된 그래프에서 신뢰도 $Rst(Gd)$ 에 영향을 미치지 않는 에지들을 제거시키므로서 확률적 그래프 Gd의 규모를 줄이고 신뢰도 계정의 복잡성을 줄일 수 있다. 그러한 에지 제거법은 다음과 같다.

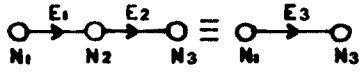
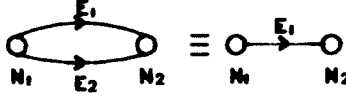
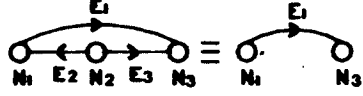
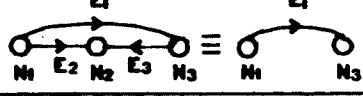
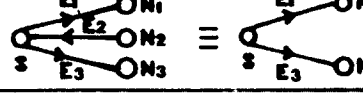
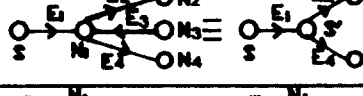
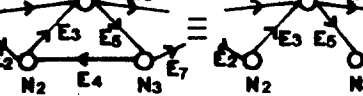
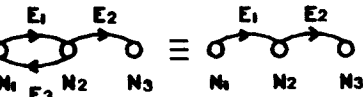
1) R3 - 1

Source node를 제외한 임의의 접합점에서 내차가 0인 접합점이 있을 경우 그 접합점과 접합점에 연결된 에지들을 제거시킨다. 표 1의 R3 - 1의 접합점 N_2 의 내차 $d^-(N_2) = 0$ 이므로 접합점 N_2 와 에지 E_2, E_3 는 제거시킨다.

2) R3 - 2

Terminal node를 제외한 임의의 접합점에서 외차가 0인 접합점이 있을 경우 그 접합점과 접합점에 연결된 에지들을 제거시킨다. 표 1의

표 1 직·병렬 감축법과 에지제거법
Series-parallel reductions and edge removal.

R1 Series Reduction		$E_3 = E_1 E_2$
R2 Parallel Reduction		$E_3 = E_1 + E_2$
R3 Edge Removal	R3-1 	$d^+(N_2) = 0$
	R3-2 	$d^+(N_2) = 0$
	R3-3 	
	R3-4 	$d^+(N_2) = 1$
	R3-5 	$D(N_3) = 1$
		$D(N_2) = 1$

R3-2의 접합점 N_2 의 외차 $d^+(N_2) = 0$ 이므로 접합점 N_2 와 에지 E_2, E_3 를 제거시킨다.

3) R3-3

감축에지의 단락 상태로 분리된 프로그램에서 표 1의 R3-3와 같이 에지의 sink 접합점이 source node와 일치한 에지는 제거시킨다.

4) R3-4

감축에지의 단락, 개방상태로 분리된 그래프에서 표 1의 R3-4와 같이 source node의 외차가 1인 경우에는 source node에 adjacent한 접합점을 source node로 정하고 R3-3의 에지 제거법을 적용시킨다.

5) R3-5

표 1의 R3-5와 같이 2개 이상의 에지가 loop를 형성할 때 $D(N_n)$ 이 1인 접합점을 $D(N_n)$ 이 0이 되게 loop내에서 에지를 제거시킨다.

II-3. Binary computational tree

그림 1은 확률적 그래프의 G_d 의 단점간 신뢰도 $R_{st}(G_d)$ 를 측정하기 위해서 G_d 에 감축에지의 개방, 단락상태를 적용하여 얻은 Binary computational tree(BCT)이다. 첫 단계에서 두 부분 그래프를 형성하는 에지 E_1 을 선정하여 단락, 개방 상태로 분리한다. 에지 E_1 이 개방인 그래프 G_d 은 직렬 감축과 에지 제거가

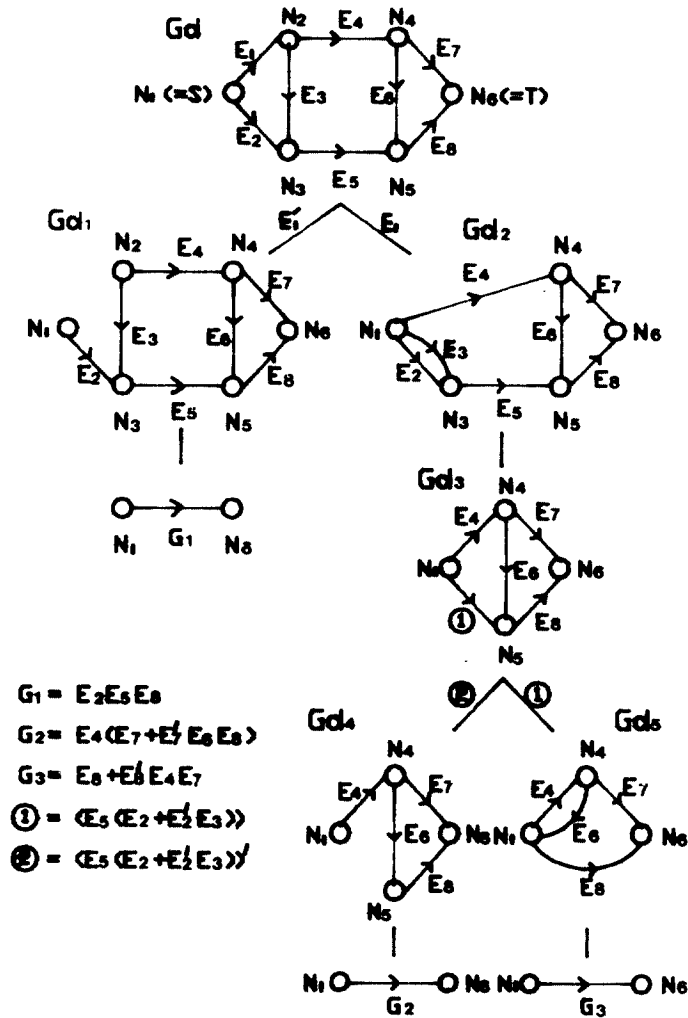


그림 1 Binary computational tree

가능하다. 즉, 접합점 N_2 의 내차가 0 이므로 R3 - 1의 에지 제거법에 의해서 N_2 와 E_3, E_4 를 제거시킨다. 또한, 접합점 N_4 역시 내차가 0 이므로 다시 R3 - 1에 의해서 N_4 와 E_6, E_7 는 제거된다.

그리고 에지 E_2, E_5, E_8 은 직렬 연결이므로 단일 에지로 대체되며 대체된 에지의 논리적 표현식 G_1 은 $E_2 \cdot E_5 \cdot E_8$ 이다. 에지 E_1 이 단락인 그래프에서도 위의 과정을 부분 그래프가 단일 에지로 될때까지 반복한다.

그림 1의 BCT에서 leaf의 수는 3개이며 각 leaf에 해당하는 논리적 표현식 G_1, G_2, G_3 에 해당하는 level수는 각각 $M_1 = 1, M_2 = 2, M_3 = 2$ 이다. 또한, 각 level의 논리적 표현식 $E_{i,j}$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$E_{1,1} = E_1'$$

$$E_{2,1} = E_1, \quad E_{2,2} = (E_5 (E_2 + E_1' E_3))$$

$$E_{3,1} = E_1, \quad E_{3,2} = (E_5 (E_2 + E_1' E_3))'$$

그림 1의 논리적 표현식들에 에지가 갖는 확률값을 대입하면 $Rst(G_d)$ 를 구할 수 있다.

$$Rst(G_d) = \{P_1' (P_2 P_5 P_8)\} + \{P_1 ((P_2 + P_2' P_3) P_5) (P_4 P_7 + (P_4 P_7)' P_8)\} + \{P_1 ((P_2 + P_2' P_3) P_5)' ((P_6 P_8 + (P_6 P_8)' P_7) P_4)\} \quad (6)$$

II-4. 알고리즘

에지 제거법과 직·병렬 감축법 및 BCT로부터 확률적 방향성 그래프의 단점간 신뢰도를 결정하는 알고리즘은 다음과 같다.

Step 1. 감축에지의 선정:

Source node에 연결되어 있는 에지들 중에서 임의의 에지를 감축에지로 선정한다. 만일, Source node의 외차가 1인 경우에는 source에 adjacent한 접합점에 연결되어 있는 에지들 중에서 감축에지를 선정한다. 단, Source node에서 terminal node에 직접 연결되어 있는 에지들은 선정에서 제외시킨다.

Step 2. 감축에지의 개방, 단락 상태 적용 및 R1, R2, R3의 적용:

선정된 감축에지를 이용하여 각기 개방, 단락 상태를 적용하여 원그래프를 2개의 그래프로 분리한 다음 표 1의 에지 제거법 R3를 이용

하여 간략화시킨 다음에 직·병렬 감축법 R1과 R2를 적용하여 다시 간략화 한다.

Step 3. 분리된 그래프들 중에서 source node와 terminal node가 하나의 에지로 연결되는 그래프를 제외하고 그렇지 않은 그래프에 대해서는 step 1과 Step 2를 반복한다.

Step 4. 신뢰도 계정:

위의 과정에서 얻어지는 BCT에서의 leaf들에 해당하는 논리적 표현식 G_i 와 각 leaf들에 해당하는 level들의 논리적 표현식 $E_{i,j}$ 에 각각의 에지가 갖는 확률값을 대입하여 얻어지는 source node와 terminal node간의 신뢰도는 다음과 같다.

$$Rst(G_d) = \sum_{i=1}^N (Pr(G_i) * \prod_{j=1}^{M_i} Pr(E_{i,j})) \quad (7)$$

II-5 단점간 신뢰도 계정계산 예

그림 2와 같은 확률적 방향성 그래프에 알고리즘을 적용하면 다음과 같다.

1) Step 1에 의하여 그림 2에서 source node N_1 에 연결되어 있는 에지 E_1 과 E_2 중에서 감축에지를 선정한다. 여기서는 에지 E_1 을 감축에지로 선정한다.

2) Step 2에 의하여 Step 1에서 선정된 감축에지 E_1 을 개방, 단락 두 상태로 분리하면 그림 3, 그림 4와 같다.

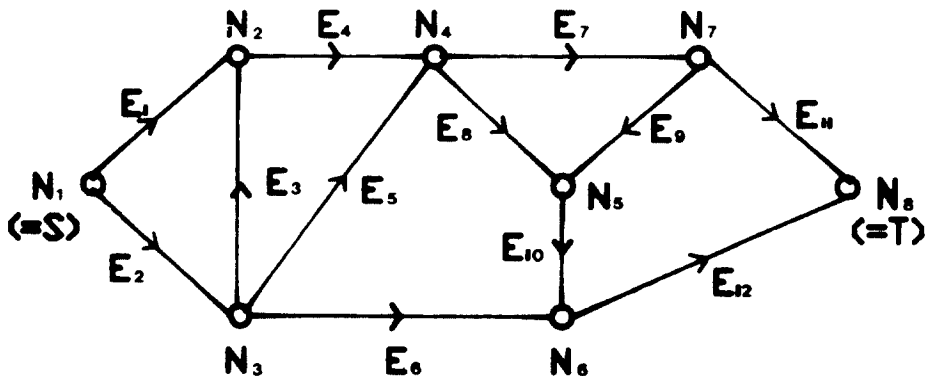


그림 2 확률적 그래프 Probabilistic graph.

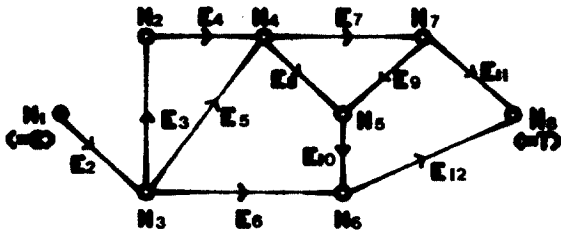


그림 3 감축에지가 개방인 그래프
Induced graph obtained by opening reduction edge.

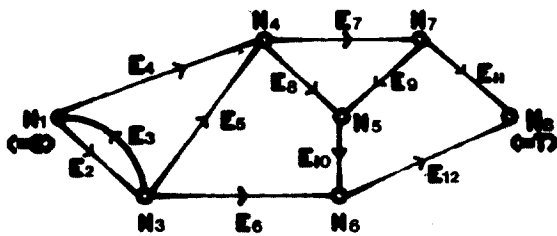


그림 4 감축에지가 단락인 그래프
Induced graph obtained by shortening reduction edge.

위의 두 그래프를 에지 제거법과 직·병렬 감축법을 적용하여 간략화 시킨다. 감축에지가 개방인 그래프 그림 3에서 에지 E_3, E_4 는 직렬 연결이므로 하나의 에지로 감축되고 또한 감축

된 에지는 E_5 와 병렬 연결이므로 다시 하나의 감축에지로 감축된다. 또한 감축에지가 단락인 그래프 그림 4에서 에지 E_3 는 에지 제거법 R3-3에 의해서 제거된다. 간략화된 그래프는 그림 5, 그림 6와 같다.

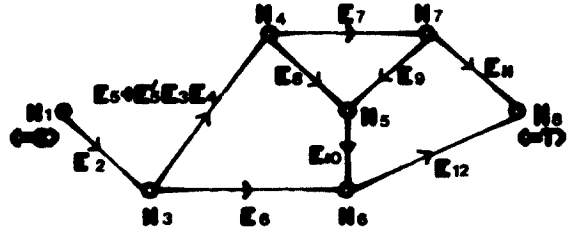


그림 5 그림 3의 간략화된 그래프
Simplified graph of Fig 3.

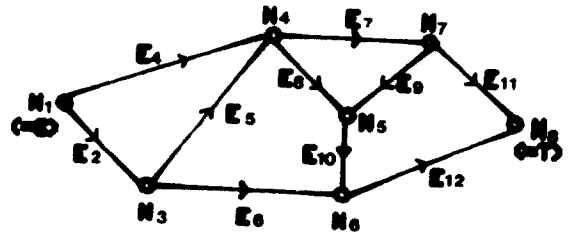
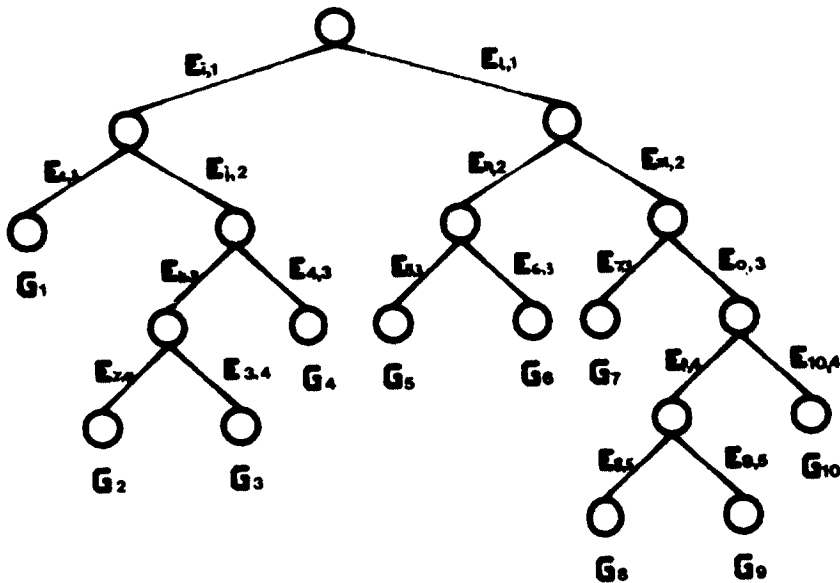


그림 6 그림 4의 간략화된 그래프
Simplified graph of Fig 4.



- $i = 1, 2, 3, 4$
- $j = 2, 3, 4$
- $k = 2, 3$
- $l = 5, 6, 7, 8, 9, 10$
- $m = 7, 8, 9, 10$
- $n = 5, 6$
- $o = 8, 9, 10$
- $p = 8, 9$

그림 7 그림 2에 알고리즘을 적용하여 얻어진 BCT
BCT obtained by applying algorithm to Fig 2.

3) 간략화된 그래프 그림 5와 그림 6에 대하여 step 1과 step 2를 반복하면 그림 7과 같이 BCT를 얻을 수 있다.

4) 그림 7의 BCT에서 leaf에 해당하는 논리적 표현식 G_i 와 $E_{i,j}$ 그리고 N_i, M_i 는 다음과 같다.

BCT에서의 leaf 수 $N = 8$

$$G_1 = (E_2 E_6 E_{12})$$

$$G_2 = (E_2 E_8 E_{10} E_{12})$$

$$G_3 = (E_2 ((E_8 + E_8' E_9) E_{10} E_{12} + ((E_8 + E_8' E_9) E_{10} E_{12})' E_{11}))$$

$$G_4 = (E_2 (E_7 E_{11} + (E_7 E_{11})' E_{12}))$$

$$G_5 = (E_4 E_8 E_{10} E_{12})$$

$$G_6 = (E_4 ((E_8 + E_8' E_9) E_{10} E_{12} + ((E_8 + E_8' E_9) E_{10} E_{12})' E_{11}))$$

$$G_7 = (E_6 E_{12})$$

$$G_8 = (E_8 E_{10} E_{12})$$

$$G_9 = ((E_8 + E_8' E_9) E_{10} E_{12} + ((E_8 + E_8' E_9) E_{10} E_{12})' E_{11})$$

$$G_{10} = (E_7 E_{11} + (E_7 E_{11})' E_{12})$$

$$E_{1,1} = E_1', E_{1,2} = (E_3 E_4 + (E_3 E_4)' E_5)' \quad , M_1 = 2$$

$$E_{2,1} = E_1', E_{2,2} = (E_3 E_4 + (E_3 E_4)' E_5), E_{2,3} = E_6', E_{2,4} = E_7' \quad , M_2 = 4$$

$$E_{3,1} = E_1', E_{3,2} = (E_3 E_4 + (E_3 E_4)' E_5), E_{3,3} = E_6', E_{3,4} = E_7 \quad , M_3 = 4$$

$$E_{4,1} = E_1', E_{4,2} = (E_3 E_4 + (E_3 E_4)' E_5), E_{4,3} = E_6 \quad , M_4 = 3$$

$$E_{5,1} = E_1, E_{5,2} = E_2', E_{5,3} = E_7' \quad , M_5 = 3$$

$$E_{6,1} = E_1, E_{6,2} = E_2', E_{6,3} = E_7 \quad , M_6 = 3$$

$$E_{7,1} = E_1, E_{7,2} = E_2, E_{7,3} = (E_4 + E_4' E_5)' \quad , M_7 = 3$$

$$E_{8,1} = E_1, E_{8,2} = E_2, E_{8,3} = (E_4 + E_4' E_5),$$

$$E_{9,4} = E_4', E_{9,5} = E_7', \quad , M_8 = 5$$

$$E_{9,1} = E_1, E_{9,2} = E_2, E_{9,3} = (E_4 + E_4' E_5),$$

$$E_{9,4} = E_4', E_{9,5} = E_7 \quad , M_9 = 5$$

$$E_{10,1} = E_1, E_{10,2} = E_2, E_{10,3} = (E_4 + E_4' E_5),$$

$$E_{10,4} = E_6 \quad , M_{10} = 4$$

위의 논리적 표현식들에 각각의 예지가 갖는 확률값을 대입하면 원 그래프 그림 2의 단점간 신뢰도 $Rst(Gd)$ 를 구할 수 있다.

$$Rst(Gd) = \{ (P_2 P_6 P_{12}) P_1' (P_3 P_4 + (P_3 P_4)' P_5)' \} + \{ (P_2 P_8 P_{10} P_{12}) P_1' (P_3 P_4 + (P_3 P_4)' P_5) P_6' P_7' \} + \{ (P_2 ((P_8 + P_8' P_9) P_{10} P_{12} + ((P_8 + P_8' P_9) P_{10} P_{12})' P_{11})) P_1' (P_3 P_4 + (P_3 P_4)' P_5) P_6' P_7' \} + \{ (P_2 (P_7 P_{11} + (P_7 P_{11})' P_{12})) P_1' (P_3 P_4 + (P_3 P_4)' P_5) P_6 \} + \{ (P_4 P_8 P_{10} P_{12}) P_1 P_2 P_7' \} + \{ (P_4 ((P_8 + P_8' P_9) P_{10} P_{12} + ((P_8 + P_8' P_9) P_{10} P_{12})' P_{11})) P_1 P_2 P_7' \} + \{ (P_6 P_{12}) P_1 P_2 (P_4 + P_4' P_5)' \} + \{ (P_6 P_{12}) P_1 P_2 (P_4 + P_4' P_5) P_6' P_7' \} + \{ ((P_8 + P_8' P_9) P_{10} P_{12} + ((P_8 + P_8' P_9) P_{10} P_{12})' P_{11}) P_1 P_2 (P_4 + P_4' P_5) P_6' P_7' \} + \{ (P_7 P_{11} + (P_7 P_{11})' P_{12}) P_1 P_2 (P_4 + P_4' P_5) P_6 \}$$

III. 전산기 수행에 의한 단점간 신뢰도 계정

통신망의 확률적 그래프에서 단점간 신뢰도를 계정할 때 확률적 그래프가 간단한 경우에는 필산으로도 가능하나 복잡한 통신망의 확률적 그래프에서 단점간 신뢰도 계정은 알고리즘에 의해 구성되는 BCT에서 leaf의 수에 비례하여 계산량이 방대해지기 때문에 전산기 처리를 해

야한다.

본 논문에서 전산기 처리를 위해 제시한 프로그램은 확률적 그래프를 구성하는 집합점에 label을 데이터로 입력한다. 본 프로그램에서는 이러한 데이터를 신뢰도 계정 알고리즘의 순서에 따라 문자열(string)로 처리하기 때문에 전산기 수행의 출력이 논리적 표현식이고, 각 에지가 갖는 확률값을 대입하면 확률적 그래프에서 구하고자 하는 단점간 신뢰도를 얻을수 있다.

예를 들어 그림 2의 확률적 그래프를 전산기 처리하면 다음과 같다.

원 그래프의 데이터 입력 :

$$E 1 = (1, 2), E 2 = (1, 3), E 3 = (3, 2), E 4 = (2, 4), E 5 = (3, 4), E 6 = (3, 6), E 7 = (4, 7), E 8 = (4, 5), E 9 = (7, 5), E 10 = (5, 6), E 11 = (7, 8), E 12 = (6, 8)$$

위 데이터 입력에서 source node에 연결되어 있는 에지들 중에서 임의의 에지 하나를 감축 에지로 선정한다.

감축 에지 :

$$E 1 = (1, 2)$$

입력 데이터에서 선정된 감축 에지 E1=(1, 2)를 개방, 단락 상태로 고려한 각각의 데이터를 구한다.

감축 에지를 개방시킨 데이터 :

$$E 2 = (1, 3), E 3 = (3, 2), E 4 = (2, 4), E 5 = (3, 4), E 6 = (3, 6), E 7 = (4, 7), E 8 = (4, 5), E 9 = (7, 5), E 10 = (5, 6), E 11 = (7, 8), E 12 = (6, 8)$$

감축 에지를 단락시킨 데이터 :

$$E 2 = (1, 3), E 3 = (3, 1), E 4 = (1, 4), E 5 = (3, 4), E 6 = (3, 6), E 7 = (4, 7), E 8 = (4, 5),$$

$$E 9 = (7, 5), E 10 = (5, 6), E 11 = (7, 8), E 12 = (6, 8)$$

위 데이터들에 에지제거법과 직·병렬 감축법으로 간략화된 데이터는 다음과 같다.

간략화된 개방 데이터 :

$$E 2 = (1, 3), E 5 + E 5' E 3 E 4 = (3, 4), E 6 = (3, 6), E 7 = (4, 7), E 8 = (4, 5), E 9 = (7, 5), E 10 = (5, 6), E 11 = (7, 8), E 12 = (6, 8)$$

간략화된 단락 데이터 :

$$E 2 = (1, 3), E 4 = (1, 4), E 5 = (3, 4), E 6 = (3, 6), E 7 = (4, 7), E 8 = (4, 5), E 9 = (7, 5), E 10 = (5, 6), E 11 = (7, 8), E 12 = (6, 8)$$

위의 과정을 분리된 그래프가 source node와 terminal node가 오직 하나의 에지로 연결될때 까지 반복시킨후의 논리적 결과식은 다음과 같다.

$$\{E 2 * E 6 * E 12\} E 1' (E 3 * E 4 + (1 - E 3 * E 4) * E 5)'$$

$$\{E 6 * E 12\} E 1 E 2 (E 4 + (1 - E 4) E 5)'$$

$$\{E 4 * ((E 8 + (1 - E 8) * E 9) * E 10 * E 12 + (1 - (E 8 + (1 - E 8) * E 9) * E 10 * E 12) * E 11)\} E 1 E 2' E 7$$

$$\{E 4 * E 8 * E 10 * E 12\} E 1 E 2' E 7'$$

$$\{E 2 * (E 7 * E 11 (1 - E 7 E 11) * E 12)\} E 1' (E 3 * E 4 + (1 - E 3 E 4) * E 5) E 6$$

$$\{(E 7 * E 11 + (1 - E 7 * E 11) * E 12\} E 1 E 2 (E 4 + (1 - E 4) * E 5) E 6$$

$$\{E 2 * ((E 8 + (1 - E 8) * E 9) E 10 * E 12 + (1 - (E 8 + (1 - E 8) * E 9) * E 10 * E 12) * E 11)\} E 1' (E 3 * E 4 + (1 - E 3 E 4) * E 5) E 6' E 7$$

$$\{E2 * E8 E10 * E12\} E1' (E3 * E4 + (1 - E3 * E4) * E5) E6' E7'$$

$$\{E8 * E10 * E12\} E1 E2 (E4 + (1 - E4) * E5) E6' E7'$$

$$\{(E8 + (1 - E8) * E9) * E10 * E12 + (1 - (E8 + (1 - E8) * E9) * E10 * E12) * E11\} E1 E2 (E4 + (1 - E4) * E5) E6' E7$$

전산기 수행을 위한 알고리즘의 흐름도(flow chart)는 다음과 같다.

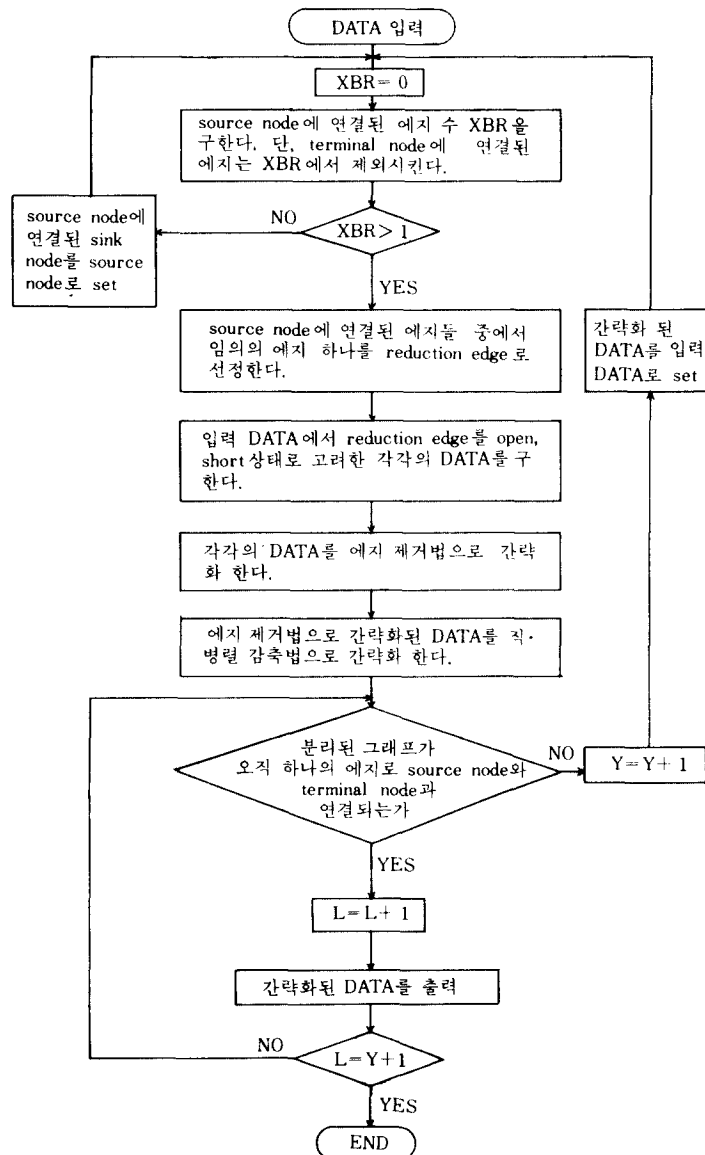


그림 8 신뢰도 계정을 위한 알고리즘의 흐름도
The flow chart of algorithm for evaluating the reliability.

IV. 결 론

본 논문에서는 신뢰도-보존 법칙인 새로운 에지 제거법들을 제안하고, 이 에지 제거법과 직·병렬 감축법을 이용하여 확률적 방향성 망에서 source node에 연결되어 있는 에지들에 factoring theorem을 반복적으로 적용하여 단점간 신뢰도를 계정하는 알고리즘을 제시하였다.

확률적 그래프의 source node에 연결된 에지에 factoring theorem의 반복적인 적용으로 생기는 감축된 그래프들에서 신뢰도 $R_{st}(G_d)$ 에 영향을 미치지않는 에지들을 제거하므로 써 신뢰도 계정의 복잡성을 줄일수 있다는 것이 특징이라 할 수 있다.

본 논문의 알고리즘 적용에 의해서 얻어진 BCT에서 leaf의 수나 감축지로의 수에 비례하여 계산량이 증감한다. 즉, 감축에지 수가 많아지면 그만큼 분리되는 그래프의 수가 증가하여 계산량이 많아지며 이점에 대해서는 factoring theorem을 이용한 기존의 논문에서도 예외일 수는 없다. 또한 통로 추적법을 이용한 기존의 신뢰도 계정법에서는 논리식들을 인접한 식으로 변형해야 하는 과정이 필요하므로 통로(path)들이 많이 존재하는 망에 대해서는 이접시키는 과정이 복잡하나 본 논문의 방법에 의해서 얻어지는 논리식들은 계정 과정에서 이접한 식으로 변형이 되므로 이접시키는 과정이 필요하지 않다.

본 논문의 알고리즘에 의한 신뢰도 계정법은 방향성 망에 대해 새로운 신뢰도 계정법이며 비방향성 망에 대해서는 에지들을 antiparallel로

방향성 에지들로 대치 시키므로서 신뢰도 계정을 할 수 있다.

參 考 文 獻

- (1) Y. H. Kim, K. E. Case, and P. M. Ghare, "A method for computing complex system reliability", IEEE Trans. Reliability, vol. R-21, no. 4, pp. 215-219, Nov. 1972.
- (2) P. M. Lin, B. J. Leon, and T. C. Huang, "A new algorithm for symbolic system reliability analysis", IEEE Trans. Reliability, vol. R-25, no. 1, pp. 2-15, April 1976.
- (3) A. Satyanarayana and A. Prabhaker, "New topological formula and rapid algorithm for reliability analysis of complex systems", IEEE Trans. Reliability, vol. R-27, no. 2, pp. 82-100, June 1978.
- (4) A. Satyanarayana, "A unified formula for analysis of some network reliability problems", IEEE Trans. Reliability, vol. R-31, no. 1, pp. 23-32, April 1982.
- (5) L. Fratta and U. Montanari, "A Boolean algebra method for computing the terminal reliability in a communication network", IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-20, no. 3, pp. 203-211, May 1973.
- (6) R. G. Bennetts, "Analysis of reliability block diagrams by Boolean techniques", IEEE Trans. Reliability, vol. R-31, no. 2, pp. 159-166, June 1982.
- (7) A. Satyanarayana and M. K. Chang, "Network Reliability and the Factoring Theorem", Networks, vol. 13, pp. 107-120, 1983.
- (8) A. Rosenthal, "Computing the reliability of complex networks", SIAM J. Appl. Math. vol. 32, pp. 384-393, 1982.
- (9) R. Johnson, "The wheatstone bridge reduction in network reliability computation", IEEE Trans. Reliability, vol. R-32, no. 4, pp. 374-378, Oct. 1983.
- (10) R. K. Wood, "A factoring algorithm using polygon-to-chain reductions for computing K-terminal network reliability", Networks, vol. 15, pp. 173-190 1985.
- (11) A. Agrawal and A. Satyanarayana, "An $O(|E|)$ time algorithm for computing the reliability of a class of directed networks", Operations Research, pp. 493-515, March 1984.



林 允 求 (Yun Goo LIM) 學 會 員
 1963年10月12日生
 1982年3月~1986年2月: 光云大學電子
 通信工學科工
 學士
 1986年9月~現在: 光云大學院 電子通信
 工學科 在學中



吳 英 煥 (Young Hwan OH) 正 會 員
 1947年12月28日生
 1975年2月: 仁荷大學校電子工學科卒業
 1977年2月: 仁荷大學校大學院 碩士過
 程 卒業
 1983年2月: 仁荷大學校 大學院 博士 過
 程 修了
 1980年3月~現在: 光云大學電子通信工
 學科 副教授.