

論 文

비동기 FH/MFSK 반복전송  
시스템의 성능분석

準會員 池 永 鎬\* 正會員 韓 榮 烈\*\*

A Study on the Performance Analysis  
of Asynchronous Repeated  
FH/MFSK System

Young Ho CHI\*, Young Yearl HAN\*\* *Regular Members*

**要 約** 본 논문은 부호분할 다중통신을 위한 비동기 FH/MFSK (Frequency Hopping-Multilevel Frequency Shift Keying) 반복전송 시스템의 성능에 관한 연구이다. 잡음(Noise)과 페이딩(Multipath propagation)이 없고 사용자 상호간의 간섭(Interference)만 존재한다고 가정하고 사용자수 M이 주어졌을때 실제상황을 모델로 하여 시뮬레이션(Simulation) 하여 구한 간섭량과 Random Coding 때의 간섭량과 비교하여 거의 차이가 없음을 보였다. 또한 비동기 FH/MFSK 반복전송 시스템의 Bound 형태로 표현된 워드 에러(Word error) 확률의 식으로 계산한 값과 실제상황을 모델로해서 시뮬레이션하여 나온 결과가 잘 일치하고 있음을 보였다.

**ABSTRACT** In this paper the performance of the asynchronous Repeated FH/MFSK system for the CDMA(Code Division Multiple Access) was analyzed. Actually there was no difference in the probabilities of hit of frequency between Random Coding method and frequency hopping pattern vector suggested by Einarsson. Actual situation was adopted as a model in this simulation, on the assumption that; a: there was no Noise, Multipath propagation. b: there was only mutual interference. c: the number of users M was given. Also it was found that there is almost no deviation between the value calculated from the formula of word error probability expressed by bound and that obtained from this simulation.

I. 서 론

FM/MFSK 반복전송 시스템은 인공위성을 이용하는 이동무선 시스템을 중심으로 연구가 구

체화되고 있다. 이 시스템에서는 확산부호를 각 이용자쌍에 부여하는 방법이 구체적으로 연구되어 있고 번지라는 개념을 도입하고 있다. 번지를 부여하는 목적은 가능한한 두 도약주파수가 겹치지 않도록 하는데 있다. 번지에는 1. 무작위번 2. 찢(chirp)번지 3. 유한체번지가 있는데 본 논문에서는 유한체번지를 적용하였을 때를 다루기로 한다.

FH/MFSK 반복전송은 동기와 비동기의 두가

\*. \*\* 漢陽大學校 大學院 電子通信工學科  
Dept. of Electronic Communication Engineering  
Han Yang University  
論文番號 : 88-12 (接受 1987. 12. 8)

지 방식이 있는데 실제의 시스템에서 모든 사용자들 간에 동기를 맞춘다는 것이 어려울 것이므로 비동기 시스템을 고려하기로 한다.

잡음 (Noise)과 페이딩 (Multipath propagation)이 없고 사용자 상호간의 간섭(Interference)만 있다고 가정한 모델을 선정하고 시뮬레이션하여 사용자 상호간에 발생하는 간섭량을 구하고 Random Coding때의 간섭량과 비교하여 보기로 한다. 그리고 FH/MFSK 반복전송 시스템의 워드 에러 (Word error)확률의 식으로 계산한 값과 실제의 시뮬레이션 결과와 비교하여본다.

## II. 본 론

### II - 1 시스템의 구성

그림 1은 비동기 FH/MFSK 반복전송 시스템의 송신기 모델을 그린 것이다.

K비트의 정보비트 (data)  $X_m$ 이 부호어완충기에 들어와 저장되어 L개의 K비트의 유한체 원소들과 곱하여지고 사용자의 고유번지 (Address) m과 이원가산 (Modulo(2))을한 주파수도약패턴  $y_m$ 이 주파수합성기에 들어감으로써 도약주파수를 발생시킨다.

수신단은 그림 2와 같다.

수신단에서는 송신과정의 역순으로 신호를 복

호해낸다. 검출된 신호행렬  $Y_m$ 에서 사용자 고유의 번지벡터  $m \cdot \Pi$ 를 이원뺄셈 (Modulo(2))하고 여기서 나온  $X_m \cdot \beta$ 행렬에서 송신데이터  $X_m$ 을 검출해낸다.

### II - 2 비동기 주파수 도약패턴 벡타와

#### Random Coding을 사용하였을때의 간섭량의 비교

#### II - 2 - 1. 비동기 주파수 도약패턴 벡타를 사용하였을때의 간섭량

Einarsson은 FH/MFSK 반복전송 시스템을 위하여 각각의 사용자간의 주파수의 간섭량이 최소로 되는 번지 할당법을 제시하였다<sup>(3)</sup>. Einarsson이 FH/MFSK 비동기 시스템을 위하여 제안한 도약패턴벡타는 다음과 같다.

$$Y_m = X_m \cdot (\beta^0, \beta^1, \beta^2, \dots, \beta^{(L-1)}) + m \cdot \Pi \quad (1)$$

$$\Pi = (\underbrace{1, 1, 1, \dots, 1}_{L \text{ 개}})$$

L개

$X_m, \beta^0, \beta^1, \beta^2, \dots, \beta^{(L-1)}, m$ 은  $GF(2^k)$ 에 속하는 원소들이다.

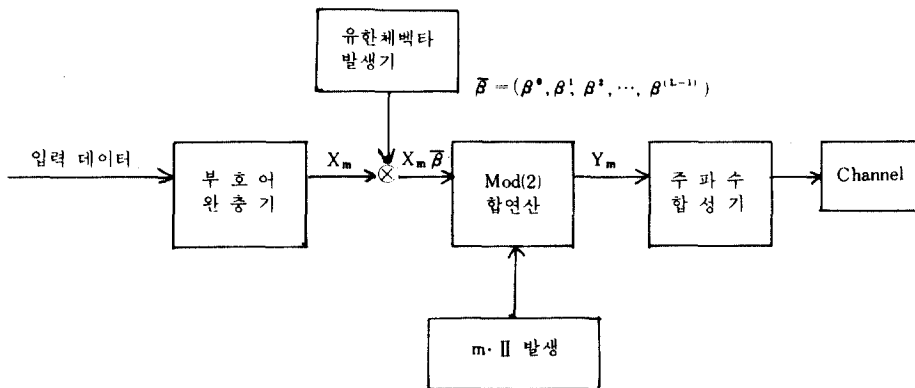


그림 1 비동기 FH/MFSK 반복전송 시스템의 송신기 블록도  
Transmitter block diagram of the asynchronous repeated FH/MFSK system.

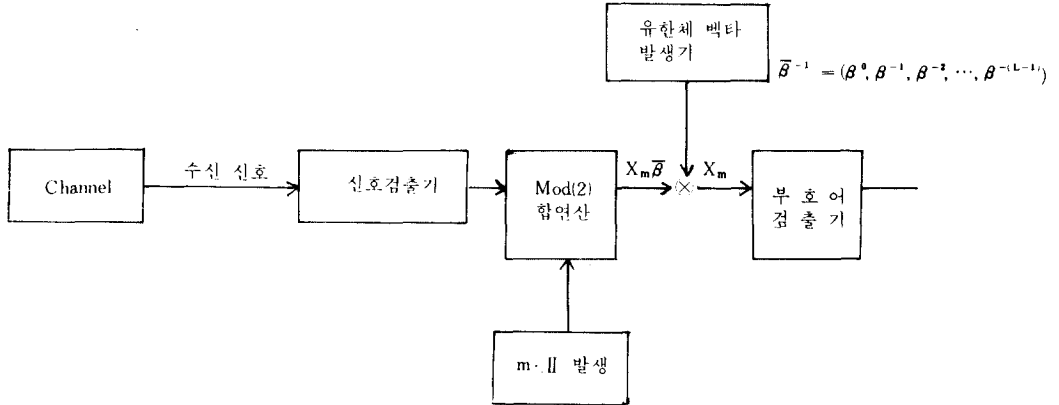


그림 2 비동기 FH/MFSK 반복전송 시스템의 수신기 블록도  
Receiver block diagram of the asynchronous repeated FH/MFSK system.

$X_m$ 은 송신하는 데이터로  $K$ 개의 비트로 이루어진 부호어이다.

$\beta$ 는  $GF(2^k)$ 의 원시원이다.

$L$ 은 반복수로 최대  $2^k - 1$ 까지의 값을 취할 수 있다.

$m$ 은 사용자에게 할당되는 고유번호이다.

(1)식과 같은 주파수도약패턴벡터를 사용하였을 때 사용자 상호간에 일어나는 간섭량을 알아보기 위하여 시뮬레이션하려면 먼저 시뮬레이션의 대상을 선정하여야 하고 그러기 위해서는 시스템을 구상하여야 한다.

확산대역 통신시스템을 디자인하는데 있어서 전체 사용가능한 대역폭( $W$ )과 User's Rate( $R$ ) (또는 그들의 비인  $r=W/R$ )는 주파수의 수( $2^k$ )와 반복수  $L$ 을 다음식으로 구속한다.

$$L = rk 2^{-k} \quad (2)$$

예로 만약  $r=626$ 이면  $K$ 가 증가함에 따라  $L$ 은 (2)식에 의해서 결정되어진다.  $k=7$ 일 때  $L=626 \times 7 \times 2^{-7} = 34.234375$ 이고 여기서 정수만 취하면  $L=34$ 이다. 따라서 (7, 34)라는 ( $K, L$ )쌍을 형성한다. 계속해서  $K=8$ 일때  $L=19$ 로

(8, 19), 또 (9, 11), (10, 6), (11, 3) 등의 쌍이 만들어진다<sup>(2), (4)</sup>. 본 논문에서는  $K=8$ 일 때 즉 ( $K, L$ )쌍이 (8, 19)일때를 위주로 분석하여 보았다.

### II-2-1-1. 시뮬레이션 방법

(1)식  $Y_m = X_m \cdot (\beta^0, \beta^1, \beta^2, \dots, \beta^{L-1}) + m \cdot II$ 에서  $X_m$ 은  $GF(2^k)$ 에 속하는 십진수이므로  $0 \sim (2^k - 1)$  사이의 데이터를 현재 시스템을 사용하고 있다고 가정하는 사용자수 만큼 임의적으로 발생시키고  $\beta^0 \sim \beta^{L-1}$ 을 정해주기 위하여  $GF(2^k)$ 상의 원시다항식(Primitive Polynomial)  $P(x)$ 들 중에서 하나의 원시다항식을 선택한다.  $m$ 의 값은  $0 \sim (2^k - 1)$ 사이의 수 즉  $2^k$ 명에서 현재 시스템을 사용하고 있다고 가정하는 사용자수 만큼의 번지를 무작위로 뽑아낸다. (1)식으로 표현되는 도약패턴의 프레임(Frame)을 모든 사용자에게 대하여 만들면 이것은  $m$ 행  $L$ 열의 프레임이 되는데, 같은 방법으로 계속 프레임을 만들어서 이들을 시간이 경과하는 순서대로 연결시킨다. 결과적으로 얻어진 연결된 프레임들은 동기가 맞추어진 도약패턴의 Sequence이므로 이것을 비동기로 하여주기 위해서는 각 사용자간의 도약패턴

의 Sequence의 시작점을 다르게하여준다. 여기서 사용자들간의 간섭량은 모든 사용자들이 통신을 하고 있을 때의 간섭량을 의미하고 이 상황을 시뮬레이션하기 위해서는 도약패턴의 시퀀스가 모두 존재하는 시간대에서 이들간의 도약주파수의 겹침(hit)을 조사하여 확률통계적인 방법으로 계산한다.

시뮬레이션은 사용자수 M의 값을 20명에서부터 240명일때까지 20명씩 증가시켜서 각각의 경우에 각 사용자들간의 도약주파수패턴의 겹치는 수를 알아보았다.

II-2-1-2. 시뮬레이션 결과

앞에 기술한 시뮬레이션 방법으로 임의의 시간을 정하고 그 시간부터 연속된 20개의 칩(chip)에서 주파수의 겹치는 수들의 평균, 분산을 구하였다. 모든 경우에 대해서 표를 만들면 결과는 표 1과 같다.

II-2-2. Random Coding을 사용하였을때의 간섭량

Random Coding일 경우 전송행렬(Transmission Matrix)상에서 시스템을 사용중인 임의의 사용자들과 주파수의 겹침이 한번 이상 있게될 확률은

$$P = 1 - (1 - 2^{-k})^{M-1} \quad (3) \text{ 이 된다.}^{(2), (4)}$$

Random Coding을 사용할 경우도 사용자수가 각각 20, 40, 60, ..., 240명일 때 임의의 위치의 20개의 연속된 칩들에서 주파수의 겹치는 수들의 평균, 분산을 생각해보면

표 1 비동기 주파수도약 패턴에서 20개의 연속된 Chip에서의 주파수 hit 갯수의 평균과 분산  
Mean and Variance of Number of hit in 20 continuous chips when Asynchronous Frequency Hopping pattern vector was used.

사용자수	평균	분산
20	1.7000000477	1.110000
40	3.2249999046	2.274375
60	4.1333332062	2.015556
80	5.5500001907	3.897502
100	6.2800002098	4.361600
120	7.2916665077	4.289931
140	8.3357143402	4.837297
160	9.6374998093	4.368594
180	10.0222225189	4.799507
200	10.9049997330	4.125980
220	11.6818180084	4.807852
240	12.2583332062	4.491594

표 2 랜덤 코딩에서 20개의 연속된 Chip에서의 주파수 hit 갯수의 평균과 분산  
Mean and Variance of Number of hit in 20 continuous chips when Random coding was used.

사용자수	P	평균	분산
20	$1 - (1 - 2^{-8}) \wedge (20 - 1)$	1.433328	1.330607
40	$1 - (1 - 2^{-8}) \wedge (40 - 1)$	2.831265	2.430462
60	$1 - (1 - 2^{-8}) \wedge (60 - 1)$	4.123945	3.273599
80	$1 - (1 - 2^{-8}) \wedge (80 - 1)$	5.319298	3.904551
100	$1 - (1 - 2^{-8}) \wedge (100 - 1)$	6.424649	4.360843
120	$1 - (1 - 2^{-8}) \wedge (120 - 1)$	7.446773	4.674052
140	$1 - (1 - 2^{-8}) \wedge (140 - 1)$	8.391941	4.870708
160	$1 - (1 - 2^{-8}) \wedge (160 - 1)$	9.265944	4.973058
180	$1 - (1 - 2^{-8}) \wedge (180 - 1)$	10.07414	4.999725
200	$1 - (1 - 2^{-8}) \wedge (200 - 1)$	10.82149	4.966258
220	$1 - (1 - 2^{-8}) \wedge (220 - 1)$	11.51256	4.885608
240	$1 - (1 - 2^{-8}) \wedge (240 - 1)$	12.1516	4.76853

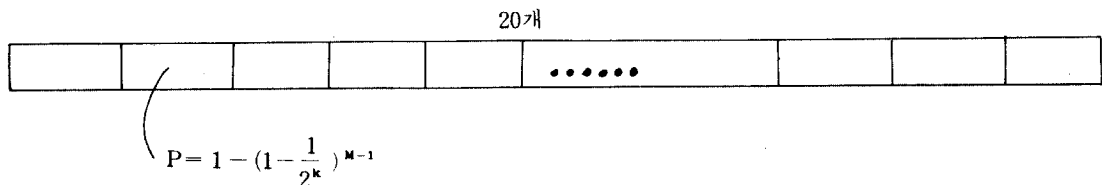


그림 3 20개의 연속된 chip에서 한 chip당 hit가 있을 확률  
Probability of hit per 1 chip in 20 continuous chips.

한 칩당 겹침이 있을 확률은 P이고 겹침이 없을 확률은 q = 1 - p 가 되므로 이 경우는 이항분포 (Binomial)를 갖는다고 볼 수 있고 이항분포는 평균 E[X] = np, 분산 VAR [X] = npq를 갖는다. 결과는 표 2와 같다.

좀 더 깊이 들어가 Random Coding일때 전송행렬상에서 셀(Cell) 1개에 대해서 주파수의 겹침이 특정한 회수만큼 있을 확률 문제에 대해서 생각해보기로 한다.

Cell 한개에 대해서 1번이상 겹칠 확률은 겹침이 1 ~ (M - 1) 번 있게될 확률들의 합이고

$$P = \sum_{l=1}^{M-1} P_H(l) = 1 - P_H(0) \text{로 표현될 수 있다.}$$

$$\text{여기서 } P_H(l) = \binom{M-1}{l} \left(\frac{1}{2^k}\right)^l \left(\frac{2^k-1}{2^k}\right)^{M-1-l},$$

0 < l ≤ M-1로 구해질 수 있고 이것은 사용자가 M일때 한개의 셀에서 l 번 겹칠 확률이 된다.

### II-2-3. 간섭량의 비교

표 1과 표 2를 비교하면 이상의 두 경우에 있어서 평균이나 분산값이 거의 같게 나올 수 있다.

## III. 오울

### III-1 Decoding방법

수신기에서는 매 τ초마다 같은 번지 m으로 modulo(2) 뺄셈을 수행하고 유한체번지벡터 β̄를 제거한다. 즉

$$Z_{m,i} = (Y_{m,i} \ominus m \cdot \mathbb{I}) \bar{\beta}^{-1} = X_m \quad (4)$$

여기서 β̄⁻¹ = (β⁰, β⁻¹, β⁻², ..., β⁻(L-1)) 이다. 이 식은 다중사용자시스템 (Multiuser System) 중 한 링크에 관한 것이다. 만약 K개의 링크가 같은 주파수대를 공유한다고 하면 modulo(2) 뺄셈은 검출된 에너지의 2ᵏ행 L열 matrix에서 그링크(link)와는 무관한 Entry를 발생시킨다. n 번째 링크를 통하여 전송된 message Xₙ은 수신기 m에 의하여 다음과 같이 복호될 것이다.

$$Z'_{m,i} = (X_n \cdot \bar{\beta} \oplus n \cdot \mathbb{I} \ominus m \cdot \mathbb{I}) \bar{\beta}^{-1} \quad (5)$$

번지 시퀀스 n·II와 m·II가 서로 다르므로 Z'\_{m,i}의 원소들은 검출행렬상의 여러 행에 흩어져 버린다. 한편 원하고 있는 전송은 검출행렬상에서 가득찬 행(full row)을 만들기 때문에 쉽게 확인할 수 있다. 여러명의 사용자가 사용할 때 비록 모든 전송된 톤(tones)들을 정확히 받았다고 할지라도 링크m에서 검출에러가 일어날 수 있다. 그 이유는 다른 사용자들의 톤들이 검출행렬상에서 서로 모여 Xₘ과는 다른 가득찬 행을 만들 수 있기 때문이다. 이런 경우 이 시스템에서는 워드에러(Word error)가 났다고 본다.

### III-2 워드에러 확률을 구하기 위한 시뮬레이션 (Simulation)

비동기 FH/MFSK 반복전송시스템의 워드에러확률은 다음과 같은 Bound로 주어진다<sup>(3)</sup>.

$$P_w \leq P_{w4} = (Q-1) \left\{ \frac{\pi}{k=0}^{L/2-1} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{Q-K} \right)^{M-k-1} \right] \right\}^2 \quad (6)$$

여기서 Q = 2ᵏ이다.

M명이 동시에 이러한 CDMA시스템을 사용하였을 때 사용자 상호간의 간섭에 의한 bit error 확률은 Random Coolig의 개념을 도입하면 본 논문에서 다루고 있는 (K, L)쌍이 (8, 19)일때 total(one-way) bandwidth가 20MHz이고 user's rate가 32kb/s일때 tone duration은 13μs 이고 비트에러확률이 10⁻³보다 작은 범위에서 최대 209명까지 사용할 수 있다<sup>(2),(4)</sup>.

### III-2-1 워드에러확률을 구하기 위한 시뮬레이션 방법

앞에서 사용자 상호간의 간섭량을 구하기 위하여 비동기상태의 주파수도약패턴들의 시퀀스를 만들었다. 이 시퀀스들을 가시적으로 그리면 그림 4와 같다.

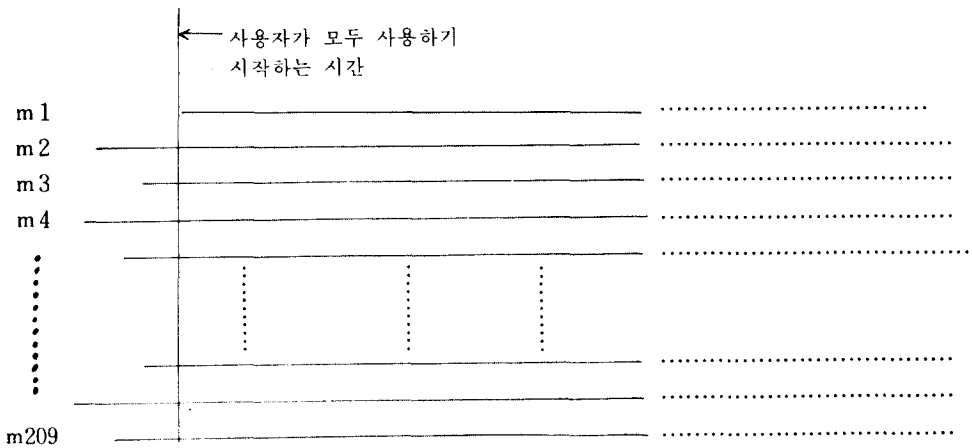


그림 4 시작점이 다른 frame들의 sequence  
Sequences of frame starting at different time.

이 시퀀스들에서 예로 사용자 m 1의 워드에 러확률을 구하려면 사용자 m 1의 시퀀스에서 209명이 모두 동시에 통신하기 시작하는 점 이후의 첫 프레임에서부터 encoding의 역순으로 decoding해낸다. 이렇게하여 모두 1000개의 데이터에 대해서 detect하여 그중 에러가난 확률을 계산하여 사용자 m 1의 워드에러확률을 구할 수 있다. 이러한 방법으로 Computer simulation을 행하려면 시뮬레이션의 규모가 매우 커지므로 본 논문에서는 이 방법을 피하였다.

사용자들이 보내는 데이터를 모두 random하게 주었으므로 임의의 한 사람의 워드에러확률은 다음과 같은 방법에 의해서도 구해질 수 있다. 즉 각각의 사용자의 모두 통신하기 시작하는점 이후의 첫 프레임들에서 모두 209개의 데이터를 검출하여 볼 수 있고, 그 다음의 프레임들에서 또 209개의 데이터를 검출하여 볼 수 있다.본 논문에서는 이상의 방법으로 모두 1000개의 데이터를 검출해보았을 때 워드에러확률이 Einarsson에 의해 Bound 형태로 표시된 식에 의해 계산된 값과 실제의 시뮬레이션 결과와 일치되어가는지 확인하여 보았다.

### III - 2 - 2. 시뮬레이션 결과

워드에러확률을 구하기 위한 시뮬레이션의 결과와  $P_w$  식으로 계산한 값에 의하면  $M=209, L=19$ 일 때  $P_w=6.497912 \times 10^{-3}$ 의 값을 갖는다. 컴퓨터 시뮬레이션을 해본 결과 1000개의 데이터를 검출해보는 과정에서 1000개의 데이터중 검출행렬상에서 2줄의 가득찬 행이 나온 경우가 모두 7번 있었다. 3줄 이상의 가득찬 행이 나온 경우는 한번도 없었다. 결과적으로 워드에러 확률은  $7/1000$ , 즉  $7 \times 10^{-3}$ 이 되고 이것은  $P_w$  식으로 계산된 값과 거의 정확히 일치하는 것을 알 수 있다.

## IV. 결 론

Einarsson이 제시한 주파수도약패턴벡터를 사용하였을 때 비동기 FH/MFSK 반복전송시스템에서 실제상황을 모델로 컴퓨터 시뮬레이션을 하여본 결과 사용자 상호간에 일어나는 간섭량은 Random Coding을 사용하였을 때 일어나는 간섭량과 비교하여 거의 차이가 없음을 보였으며 워드에러확률을 구하기 위하여 실제상황을 모델로하

여 컴퓨터 시뮬레이션을 하여본 결과 워드에러 확률이 Bound 형태로 표현된 식의 계산치와 거의 같게 나옴을 알 수 있다.

參 考 文 獻

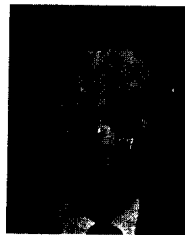
(1) A. J. Viterbi, "A Processing Statellite Transponder For multiple access by low-rate mobile users", Digital

satellite Commun. Conf., Montreal, October 23-25, 1978.

(2) D. J. Goodman, P. S. Henry, and V. K. Prabhu, "Frequency-Hopped multilevel FSK for mobile radio", B. S. T. J., 59, No. 7 (September 1980). pp. 1257-75.  
(3) G. Einarsson, "Address assignment for a Time-Frequency coded spread -spectrum system", B.S.T.J., September 1980.  
(4) U. Timor, "Multitone Frequency-Hopped MFSK system for Mobile radio", B. S. T. J, vol 61, No. 10, pp. 3007-3017, December 1982.



池 永 鎬 (Young Ho CHI) 準會員  
1963年 5月20日生  
1986年 2月: 漢陽大學校電子通信工學科  
卒業  
1988年 3月: 漢陽大學校 電子通信工學科  
大學院 卒業



韓 榮 烈 (Young Yeul HAN) 正會員  
1938年 6月10日生  
1960年 2月: 서울大學校電子工學科卒業  
1976年 5月: 美미주리大學校 (工學碩士)  
1979年 5月: 美미주리大學校 (工學博士)  
1961年 8月~64年 8月: 西獨Siemens社  
勤務  
1969年 8月~70年 9月: KAIST 勤務  
1980年 1月~80年 9月: ADD 勤務  
現在: 漢陽大學校電子通信工學科 教授  
Sigma Xi, IEEE 正會員