

論 文

이산시간 파라미터 적응형 학습제어
시스템에 관한 연구

正會員 崔 淳 哲* 正會員 梁 海 元**

A Study on the Discrete Time Parameter
Adaptive Learning Control SystemSoon Churl CHOI*, Hae Won YANG** *Regular Members*

要 約 학습제어 시스템은 제어대상 시스템의 파라미터를 모르는 경우에 파라미터 적응의 개념을 도입해서, 일종의 hybrid 형 적응제어 시스템으로 간주하여 설계될 수 있다. 이러한 파라미터 적응형 학습제어 시스템은 이미 보고되었으나 연속시간 시스템에만 적용될 수 있었다. 본 논문에서는 메모리소자를 반드시 포함하여야 하는 학습시스템에 대하여, 위의 제어알고리즘을 이산화 함으로써 디지털기술의 발전에 비추어 실제의 적용을 용이하도록 하였으며, 그 타당성을 시뮬레이션을 통하여 확인하였다.

ABSTRACT A learning control system which should have memory elements can be designed by utilizing the concept of parameter adaptation for unknown control object system parameters and regard it as a hybrid adaptive control system. A parameter adaptive learning control system applicable to a continuous time system has been already reported. Since there have been rapid developments in digital technology, it is possible to extend a continuous time parameter adaptive learning control system concept to a discrete time case. This problem is treated in this paper. Its justification is proved and a simulation shows that this algorithms is effective.

I. 서 론

학습시스템은 메모리를 가진 적응 시스템이라고 정의되어 있다⁽¹⁾. 최근 이를 통신공학이나 생체공학등의 분야에 적용시키기 위한 많은 연

구가 이루어지고 있으며 시스템제어를 위하여 최적의 제어입력을 구하는데 대한 학습시스템적인 논의도 (2)~(5)에서 보고되었다. 여기서 학습시스템적인 최적제어입력은, 시스템이 유한 시간내의 목표출력에 대하여 어느정도 반복적인 연습동작을 시행한 후에 구해진다.

그런데 (2),(3),(4)는 시스템의 파라미터를 모두 혹은 일부를 반드시 알고 있어야만 작용가능했으나 (5)에서는 학습제어시스템을 시행횟수축과 시간축으로의 Attasi 형 2 차원 시스템으로 표현

*韓國機械研究所

Industrial Technology Training Institute

**漢陽大學校 電氣工學科

Dept. of Electrical Engineering, Han-yang Univ.

論文番號: 88-35(接受 1988. 6. 27)

하여 파라미터적응의 개념을 도입, 일종의 hybrid형 적응제어 시스템으로서 제어대상시스템의 파라미터를 모르더라도 적용 가능하도록 하였다. (실제로 (2)와 (3)도 메모리를 포함한 제어기의 구성에 의하여 파라미터적응이 시간 단위로는 나타나 있지 않으나 시행단위로 본다면 적절한 케환이득 혹은 PD 제어기의 구성에 의하여 파라미터적응이 내포되어 있다고 볼 수 있다.)

그러나 위의 제어알고리즘들은 반드시 메모리 소자가 필요하다는 점과 최근 급속한, 다방면에 걸친 디지털기술의 발전에 비추어 제어알고리즘을 이산화함으로써 실제의 적용범위가 넓어지고 시스템의 제어가 보다 효율적으로 이루어 지는 등의 잇점이 있어서 이산화된 파라미터 적응형 학습제어 시스템에 대한 확장이 필요하게 되었다.

본 논문에서는 시스템 파라미터를 모두 모르는 경우에 연속시간 선형 파라미터 적응형 학습제어 시스템(5)과의 유사성에 비추어 이산가속 선형 파라미터 적응형 학습제어 시스템으로 확장한다. 즉 연속시간 동적방정식과 연속시간 상태변수 필터는 모두 이산가속 동적방정식과 이산시간 상태변수 필터로 대체되고, 연속시간 학습제어 시스템에서는 각 시행 마다의 시행결과를 전체적으로 판단, 파라미터 수정을 행하는데 적분계산이 필요하지만 이산시간 학습제어 시스템에서는 summation 연산으로써 파라미터의 수정이 행하여진다.

II. 학습제어계에 대한 이산화된 표현

각 시행 당 유한시간[0, T]동안 동작하는 이산시간 1 입력 1 출력 선형시스템은 K회 시행에서 다음식으로 표현된다.

$$X_k(t+1) = A X_k(t) + b u_k(t) \quad (1)$$

$$y_k(t) = c^T X_k(t)$$

h: Sampling Time, $t = 0, 1, 2 \dots, L,$

$$0 \leq ht \leq T, L = T/h$$

여기서 $\{X_k(t)\}, \{y_k(t)\}, \{u_k(t)\}$ 는 각각 $n \times$

1 state sequence, scalar output sequence, scalar input sequence 이고, A는 $n \times n$ 행렬, b와 c는 $n \times 1$ 벡터이고, A, b, c는 모두 미지이다. 초기상태 $X_k(0)$ 는 매 시행마다 새롭게 설정하거나 바로 전 시행의 최종상태 $X_{k-1}(L)$ 를 갖는다. k회 시행에 대한 목표출력이 $y_{dk}(t)$ 로 주어질때, $t \in [0, L]$ 에 대하여

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \{y_{dk}(t) - y_k(t)\} = 0 \quad (2)$$

이 되도록 $u_k(t)$ 를 구한다. 현재 시행시의 제어 입력은 과거의 시행시의 제어 입력과 새로운 수정량의 선형조합으로 주어지므로

$$\begin{aligned} \xi_{k+1}(t) &= \Gamma \xi_k(t) + d_1 V_k(t) \\ u_k(t) &= H^T \xi_k(t) + d_2 V_k(t) \end{aligned} \quad (3)$$

로 표현될 수 있다.

여기서 $\{\xi_k(t)\}$ 와 $\{V_k(t)\}$ 는 각각 $m' \times 1$ 인 벡터 sequence, 수정입력인 scalar sequence 이다.

Γ, d_1, H^T, d_2 는 각각 $m' \times m'$ 행렬, $m' \times 1$ 벡터, $m' \times 1$ 벡터, scalar이다. 그리고 Γ 의 고유치는 단위원내에 존재한다.

시행 번호축을 수평좌표로 하고 각 시행의 시간축을 수직좌표로 하는 2차원 시스템에 대하여 (1)식과 (3)식에 의하면 시스템은 다음과 같은 Attasi형 이산시간 2차원 시스템으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \xi_{k+1}(t) \\ X_k(t+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Gamma & 0 \\ bH^T & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_k(t) \\ X_k(t) \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} d_1 \\ b \quad d_2 \end{bmatrix} V_k(t) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} u_k(t) \\ y_k(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^T & 0 \\ 0 & c^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_k(t) \\ X_k(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_2 \\ 0 \end{bmatrix} V_k(t)$$

윗 식은 이산형 학습제어 시스템이 Attasi형 2차원 시스템의 규범모델형 적응제어 문제로 다루어 질 수 있음을 나타낸다.

III. 2 차원 파라미터 표현

제어대상의 시스템 파라미터와 상태변수를 알지 못할 때 입력 $\{u_k(t)\}$, 출력 $\{y_k(t)\}$, 수정입력 $\{V_k(t)\}$ 로 상태변수를 추정하는 observer를 구성한다. 이 때 제어장치는 설계자에 의하여 구성되므로 제어장치의 내부변수는 알고있다.

정리 1 :

제어대상의 상대차수를 m 이라 하고 (c, A) 가 가관측일때, 임의의 안정한 m 차 monic 다항식 $H(q)$ (q 는 forward shift operator)와 단순행렬 F (F 는 $n \times n$ 행렬이고 그의 고유치는 단위원 내에 존재한다.), 그리고 $n \times 1$ 벡터 g 에 대하여

$$H(q) y_k(t) = \theta_1^T V_{1k}(t) + \theta_2^T V_{2k}(t) + \theta_3^T \xi_k(t) + \theta_4 V_k(t) \quad (5)$$

을 점근적으로 만족하는 θ_1, θ_2 ($n \times 1$ 벡터), θ_3 ($m' \times 1$ 벡터), θ_4 (scalar)가 존재한다. 여기서 $\{V_{1k}(t)\}$ 와 $\{V_{2k}(t)\}$ 는 $n \times 1$ 벡터 sequence로서 다음의 상태변수 필터의 상태벡터에서 구해진다.

$$\begin{aligned} V_{1k}(t+1) &= F V_{1k}(t) + g u_k(t) \\ V_{2k}(t+1) &= F V_{2k}(t) + g y_k(t) \end{aligned} \quad (6)$$

[증명]

식(4)에 대하여 2 차원 시스템의 수직상태벡터를 추정하는 observer를 구성한다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \xi_{k+1}(t) \\ Z_k(t+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Gamma & 0 \\ bH^T & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_k(t) \\ Z_k(t) \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} d_1 \\ b \ d_2 \end{bmatrix} V_k(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ K \end{bmatrix} \{y_k(t) - c^T Z_k(t)\} \end{aligned} \quad (7)$$

추정치 $Z_k(t)$ 가 $X_k(t)$ 에 수렴되도록, 즉 $\sigma(A - Kc^T) = \sigma(F)$ 이고 $|\sigma(F)| < 1$ (여기서 $\sigma(\cdot)$ 는 고유치)이도록 K 를 선택하고 변수변환 $T Z_k(t) = V_{ok}(t)$ ($n \times 1$ 벡터)에 의하여 $TA - FT = TKc^T$ 이라 하면

$$V_{ok}(t+1) = F V_{ok}(t) + TK y_k(t) + T b u_k(t)$$

로 된다. 여기서 $V_{ok}(t)$ 를 전개하면

$$\begin{aligned} V_{ok}(t) &= F^t V_{ok}(0) + \sum_{i=0}^{t-1} \{F^{t-1-i} T K y_k(i) \\ &+ F^{t-1-i} T b u_k(i)\} = \sum_{i=1}^n \lambda_i^t X_{ji} Y_{ji}^T V_{ok}(0) \\ &+ \sum_{i=0}^{t-1} \left\{ \sum_{l=1}^n \lambda_i^{t-1-i} X_{jl} Y_{jl}^T T K y_k(i) + \right. \\ &\left. \sum_{l=1}^n \lambda_i^{t-1-i} X_{jl} Y_{jl}^T T b u_k(i) \right\} \end{aligned}$$

단 $\lambda_{ji}, X_{ji}, Y_{ji}$ 은 각각 F 의 고유치, 우고유벡터, 좌고유벡터이다. 이때 첫째항은 $t \rightarrow \infty$ 에서 0으로 수렴하게 된다.

$$\begin{aligned} L_1 &= \sum_{l=1}^n \{(Y_{jl}^T T b / Y_{jl}^T g)\} \cdot X_{jl} Y_{jl}^T \\ L_2 &= \sum_{l=1}^n \{(Y_{jl}^T T K / Y_{jl}^T g)\} \cdot X_{jl} Y_{jl}^T \end{aligned} \quad (8)$$

$1 \leq l \leq n$

(여기서 (F, g) 는 가제어이고 $Y_{jl}^T g \neq 0$ 이다.)

로 정하면

$$L_1 V_{1k}(t) + L_2 V_{2k}(t) = V_{ok}(t) \quad (9)$$

이다. (부록참조) 한편 상대차수가 m 인 시스템은

$$H(q) y_k(t) = c^T H(A) X_k(t) + c^T A^{m-1} b y_k(t) \quad (10)$$

로 표현할 수 있으므로 상태변수 $X_k(t)$ 를 observer에 의한 추정치 $Z_k(t)$ 로 변환하여 다음식을 구한다.

$$\begin{aligned} H(q) y_k(t) &= c^T H(A) Z_k(t) + c^T A^{m-1} b u_k(t) \\ &= c^T H(A) Z_k(t) + c^T A^{m-1} b \cdot \\ &\quad \{H^T \xi_k(t) + d_2 V_k(t)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= c^T H(A) T^{-1} V_{0k}(t) + c^T A^{m-1} b H^T \cdot \\
 &\quad \xi_k(t) + c^T A^{m-1} b d_2 V_k(t) \\
 &= c^T H(A) T^{-1} L_1 V_{1k}(t) + c^T H(A) T^{-1} \\
 &\quad L_2 V_{2k}(t) + c^T A^{m-1} b H^T \xi_k(t) \\
 &\quad + c^T A^{m-1} b d_2 V_k(t) \quad (11)
 \end{aligned}$$

여기서 $\theta_1^T = c^T H(A) T^{-1} L_1$, $\theta_2^T = c^T H(A) T^{-1} L_2$, $\theta_3^T = c^T A^{m-1} b H^T$, $\theta_4 = c^T A^{m-1} b d_2$ 라고 하므로써 앞에서의 식(5)와 같은 파라미터 표현이 점근적으로 구해진다.

[증명끝]

IV. 학습제어계의 구성

앞에서 구한 파라미터 표현으로 학습 제어계를 구성한다. 우선 시스템 파라미터와 상태변수를 다음과 같이 표현한다.

$$\hat{\Theta} = [\hat{\theta}_1^T, \hat{\theta}_2^T, \hat{\theta}_3^T, \hat{\theta}_4]^T \quad (12)$$

$$\zeta(k, t) = [V_{1k}^T(t), V_{2k}^T(t), \xi_k^T(t), V_k(t)]^T \quad (13)$$

$$H(q) y_k(t) = \hat{\Theta}^T \zeta(k, t) + \epsilon_k(t) \quad (14)$$

미지의 파라미터 벡터 $\hat{\Theta}$ 에 대한 가조정 파라미터 벡터

$$\hat{\Theta}(k) = [\hat{\theta}_1^T(k), \hat{\theta}_2^T(k), \hat{\theta}_3^T(k), \hat{\theta}_4(k)] \quad (15)$$

를 도입한다.

정리 2 :

$H(q)$ 와 (F, g) 는 정리 1 에서와 같이 정하고 제어 파라미터 Γ, d_1, d_2, H 는 $H^T(zI - \Gamma)^{-1} d_1 + d_2$ 의 극과 영점이 복소평면의 단위원내에 존재하고 $d_2 \neq 0$ 이 되도록 다음의 가정을 세운다. 가정 (i) $c^T(zI - A)^{-1} b$ 의 영점이 복소평면 단위원 내에 존재한다.

(ii) $\sum_{k=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{\infty} \epsilon_k^2(t)$ 가 존재한다.

위의 가정에 의하여 아래와 같이 파라미터 적응측과 제어측을 구성한다.

파라미터 적응측;

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) - a(k) \cdot$$

$$\frac{\sum_{t=0}^k \{H(q) e_k(t)\} \cdot \zeta(k, t)}{1 + [\sum_{t=0}^k \zeta^T(k, t) \zeta(k, t)]} \quad (16)$$

여기서 $0 < a(k) < 2$ 이다.

$$e_k(t) = y_{ak}(t) - y_k(t) \quad (17)$$

제어측;

$$\begin{aligned}
 H(q) y_{ak}(t) &= \hat{\Theta}^T(k-1) \zeta(k, t) \\
 \xi_{k+1}(t) &= \Gamma \xi_k(t) + d_1 V_k(t) \\
 u_k(t) &= H^T \xi_k(t) + d_2 V_k(t)
 \end{aligned} \quad (18)$$

식(18)의 제 1 식과 등가인 표현으로서

$$\begin{aligned}
 V_k(t) &= \frac{1}{\hat{\theta}_4(k-1)} \{H(q) y_{ak}(t) - \hat{\theta}_1^T(k-1) \cdot \\
 &\quad V_{1k}(t) - \hat{\theta}_2^T(k-1) V_{2k}(t) - \hat{\theta}_3^T(k-1) \cdot \\
 &\quad \xi_k(t)\} \quad (19)
 \end{aligned}$$

를 구할 수 있다. 여기서 $a(k)$ 는 $\hat{\theta}_4(k) \neq 0$ 로 되도록 정하고 최초의 시행 $k=0$ 에 있어서 $\xi_0(t)$ 가 구간내에서 bounded될 때 다음식이 성립된다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} H(q) e_k(t) = 0 \quad t = 0, 1, 2, \dots, L$$

이 때 $H(q)$ 의 안정성에 의해 연속적인 반복동작의 경우에

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e_k(t) = 0 \quad t = 0, 1, 2, \dots, L$$

이 성립한다.

이것은 (5)의 증명에서의 적분식이 상사성에 의하여 모두 summation식으로 대치됨으로서 증명된다.

V. 컴퓨터 시뮬레이션과 결과 검토

본 논문의 이산시간 파라미터 적응형 학습 제어기의 유효성을 확인하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하기로 한다.

(1) 제어대상

$$X_k(t+1) = AX_k(t) + bu_k(t)$$

$$y_k(t) = c^T X_k(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.99812 & 0.09146 \\ -0.03659 & 0.83349 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0.0047 \\ 0.09146 \end{bmatrix},$$

$$c = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

(2) Sampling Time

$$h = 0.1 \text{ 초}, T = 4 \text{ 초}, L = 40, t = 0, 1, 2, \dots, 40$$

(3) 상태변수 필터

$$V_{1k}(t+1) = F V_{1k}(t) + g u_k(t)$$

$$V_{2k}(t+1) = F V_{2k}(t) + g y_k(t)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0.92312 & 0 \\ 0 & 0.93239 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} 0.0961 \\ 0.09658 \end{bmatrix}$$

(4) 제어기계수와 초기값

$$d_1 = 1.0, d_2 = 6.0, \Gamma = 0.4, H = 0.4$$

$$\xi_0(t) = \sin(\pi ht/2), \quad t = 0, 1, 2, \dots, 40$$

$$V_0(t) = 0, \quad t = 0, 1, 2, \dots, 40$$

(5) 파라미터 적응측의 초기치와 계수

$$a(k) = 1.8$$

$$\hat{\theta}_1^T(0) = 0, \hat{\theta}_2^T(0) = 0, \hat{\theta}_3(0) = 0,$$

$$\hat{\theta}_4(0) = 5$$

(6) H(q)의 결정

위의 제어대상은 상대차수가 1이므로 H(q) = q + 0.7로 한다.

(7) 목표출력과 error

학습제어시스템에서는 목표출력이 시간에 따라서 변화하는 경우가 많을 것이므로 다음과 같은 정현파 신호를 목표출력으로 한다.

$$Y_{dk}(t) = \sin(\pi ht/2),$$

$$t = 0, 1, 2, \dots, 40$$

$$e_k(t) = Y_{dk}(t) - Y_k(t)$$

(8) 결과 및 검토

그림 1은 각 시행당 목표출력 sample값과 시스템출력 sample값 사이의 error의 평균치가 시행회수의 증가에 따라 감소해 감을 보여주고 있다.

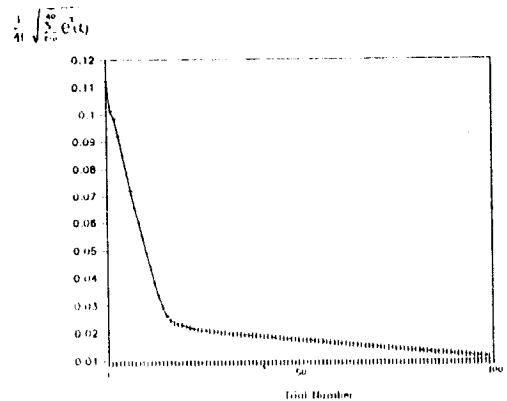


그림 1 시행회수축에 대한 평균 error값
Average Error vs. Trial Number Axis

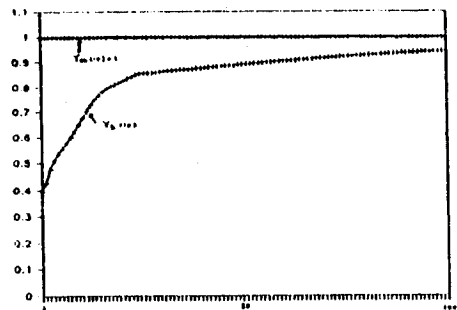
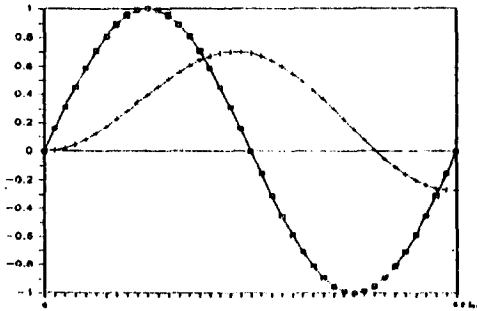
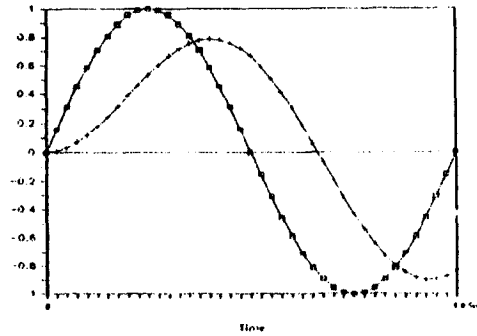


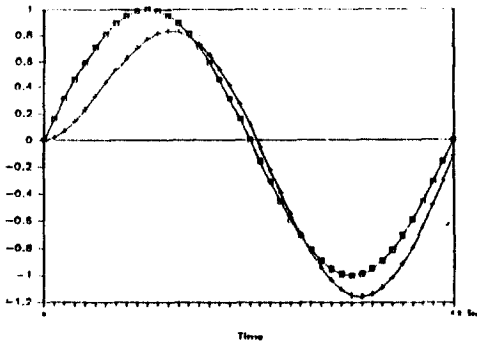
그림 2 일정시간, 1초일 때 시행회수에 대한 목표출력($Y_{da} = 1$)과 시스템출력
Desired Output and System Output vs. Trial Axis at $t = 1$ Sec.



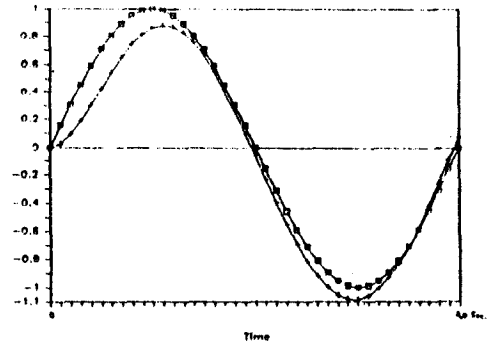
(a)



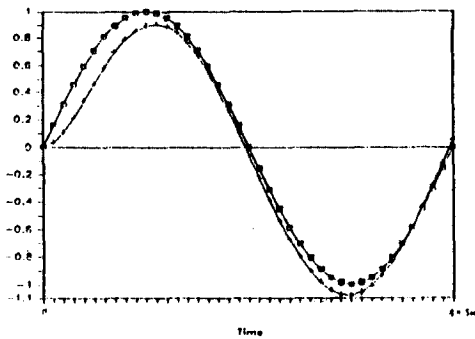
(b)



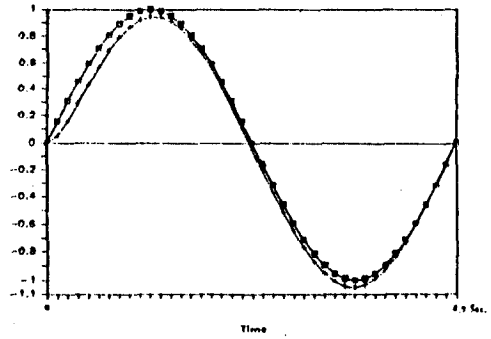
(c)



(d)



(e)



(f)

그림 3 1회(a), 5회(b), 15회(c), 30회(d), 50회(e), 100회(f) 시행에 대한
 목표출력과 시스템출력
 Desired Output and System Output
 for 1st(a), 5th(b), 15th(c), 30th(d), 50th(e) & 100th(f) Trial

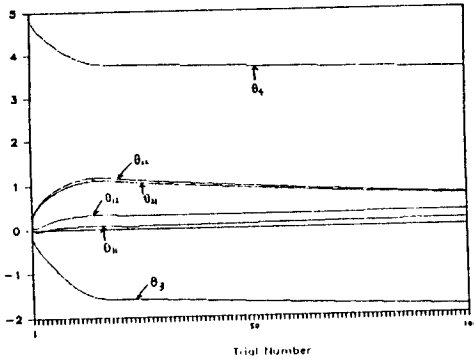


그림 4 시행횟수에 대한 추정파라미터
Estimated Parameter vs. Trial Number

그림 2는 일정시간(여기서는 1초)에 대하여 시행회수에 따른 목표출력과 시스템출력과의 관계를 보여주고 있는데, 이것은 정리 2의 식 $H'(zI - \Gamma)d_1 + d_2$ 로부터 알 수 있듯이 시행횟수으로의 PI문제로 취급 될 수 있는 가능성이 있음을 나타내고 있다.

그림 3의 (a), (b), (c), (d), (e), (f)는 목표출력에 대하여 각각 1회, 5회, 15회, 30회, 50회, 100회 시행시의 시스템출력을 보여주고 있는데 시행회수가 증가해감에 따라 목표출력에 근접해 감을 알 수 있다.

그림 4는 시행횟수가 증가해 감에 따라 파라미터의 추정치가 일정한 값으로 수렴되는 것을 보여주고 있다.

VI. 결 론

연속시간 파라미터 적응형 학습제어계는 파라미터적응식에서 시행시간구간에 대한 시간적분의 조작과 상대차수 만큼의 error의 미분이 필요하여 실제의 제어기 구성에 문제점이 있었다. 그러나 본 논문에서 확장한 이산시간 파라미터 적응형 학습제어계는 시스템의 입력부와 출력계에 D/A 변환기와 A/D 변환기를 구성하여 sampling time 단위로 신호를 이산화 하므로써 제어계 내에서의 적분과 미분의 조작은 summation과 차분식으로 대처되어 메모리소자를 받드

시 가져야 하는 파라미터 적응형 학습제어계를 실제로 구성하는데 보다 용이하도록 하였다.

이에 대한 타당성을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 확인하여 보았다. 그러나 그림 1에서 알 수 있듯이 이산시간 파라미터 적응형 학습제어계는 error의 수렴속도가 연속시간 파라미터 적응형 학습제어계보다 느리다. 이것은 입력과 출력으로부터 정보를 연속시간적으로 충분히 얻을 수 없기 때문으로 사료된다. 또한 그림 1에서는 시행횟수가 증가해 감에 따라 error가 단조적으로 감소해 감을 보여주고 있으나 제어기의 계수의 선택과 목표신호에 포함된 주파수 성분에 따라 error가 시행축에 대하여 단조적으로 감소해 가지 않을 수도 있다.

參 考 文 獻

1. IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms, IEEE Inc., 3rd Ed., pp.483, 1984.
2. S. Kawamura, F. Miyazaki, S. Arimoto "System Theoretic Study on Learning Control Method" 일본 계속자동제어학회 논문집 Vol. 21, No. 5, pp.445-450, 1985.
3. S. Kawamura, F. Miyazaki, S. Arimoto "Proposal of Betterment Process: A Learning Control Method for Dynamical Systems" 일본 계속자동제어학회 논문집 Vol. 22, No. 2, pp.56-62, 1986.
4. K.S. NARENDRA, "Adaptive and Learning Systems - Theory and Applications -" Plenum Press, New York 1986.
5. Y. Miyasato, Y. Oshima "A Design Method of Learning Control Systems" 일본 계속자동제어학회논문집 Vol. 23, No. 5, pp.576-583, 1987.
6. Y. Miyasato "Model-Reference Adaptive Control for Attasi-Type Two Dimensional Systems" 일본 계속자동제어학회 논문집 Vol. 22, No. 5, pp.514-520, 1986.
7. K.S. NARENDRA, I.H. KALIFA, A.M. ANNASWAMY "Error Models for Stable Hybrid Adaptive Systems" IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-304, pp.339-347, Apr. 1985.

8. G.C. Goodwin, P.J. RAMADGE, P.E. CAINES "Discrete Time Multivariable Adaptive Control" IEEE Trans. Automat. Contr., AC-25, pp.449-456, Mar. 1980.
9. H. ELIOTT "Hybrid Adaptive Control of Continuous Time Systems" IEEE Trans. Automat. Contr., AC-27, pp.419-426, Feb. 1982.

- 부 록 -

$$V_{1k}(t) = \sum_{l=1}^n \lambda_l^t X_{jl} Y_{jl} V_{1k}(0) +$$

$$\sum_{i=0}^{t-1} \sum_{l=1}^n \lambda_l^{t-1-i} X_{jl} Y_{jl} g_{uk}(i)$$

$$V_{2k}(t) = \sum_{l=1}^n \lambda_l^t X_{jl} Y_{jl} V_{2k}(0) +$$

$$\sum_{i=0}^{t-1} \sum_{l=1}^n \lambda_l^{t-1-i} X_{jl} Y_{jl} g_{yk}(i)$$

로 정하면 우변의 첫째 항은 $|\sigma(F)| < 1$ 에 의

하여 $t \rightarrow \infty$ 일때 0으로 수렴하므로 무시될 수 있고, $Y_{jl}^T g \neq 0$ (여기서 $1 \leq l \leq n$)이므로 (8) 식과의 곱으로서

$$L_1 V_{1k}(t) + L_2 V_{2k}(t) =$$

$$\sum_{l=0}^{t-1} \sum_{m=1}^n \left[\sum_{m=1}^n \{ (Y_{jm}^T T b) / (Y_{jm}^T g) \} \cdot X_{jm} Y_{jm}^T \right] \cdot \lambda_l^{t-1-i} X_{jl} Y_{jl}^T g_{uk}(i) + \sum_{l=0}^{t-1} \sum_{m=1}^n$$

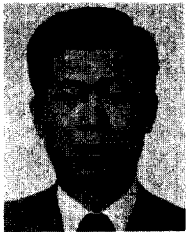
$$\left[\sum_{m=1}^n \{ (Y_{jm}^T T K) / (Y_{jm}^T g) \} \cdot X_{jm} Y_{jm}^T \right]$$

$$\cdot \lambda_l^{t-1-i} X_{jl} Y_{jl}^T g_{yk}(i)$$

$$= \sum_{l=0}^{t-1} \sum_{m=1}^n \lambda_l^{t-1-i} X_{jl} Y_{jl}^T T b_{uk}(i) +$$

$$\sum_{l=0}^{t-1} \sum_{m=1}^n \lambda_l^{t-1-i} X_{jl} Y_{jl}^T T K_{yk}(i) = V_{ok}(t)$$

이다.



崔淳哲(Soon Churl CHOI) 正會員
1945年3月1日生
1967年: 漢陽工大 電氣科 卒業
1981年: 漢陽大 大學院 卒業
現在: 漢陽大 大學院 博士課程,
韓國機械研究所



梁海元(Hae Won YANG) 正會員
1950年3月20日生
1971年: 서울工大 電氣科 卒業
1973年: 서울大 大學院 卒業
1982年: 日本 京都市大 大學院 卒業(工學
博士)
現在: 漢陽工大 電氣科 副教授