

論 文

무한히 긴 도체 스트립의 TM 파  
산란 특성

正會員 張 宰 成\*, 正會員 李 相 高\*\*

Scattering Characteristics of The  
Infinite Strip Conductor for TM Waves

Jae Sung CHANG\*, Sang Seol LEE\*\* *Regular Members*

**要 約** 무한히 긴 도체 스트립 위에 TM 파가 입사될 때, 스트립의 전류 분포를 계산한다. 스트립의 경계 조건식을 공간 영역의 함수로 표시하면 convolution 적분을 포함하는 복잡한 식으로 나타난다. 그러나 그들을 주파수 영역으로 변환하면 전류 밀도 함수와 Green함수의 곱으로 간단히 표시된다.

반복 계산 결과는 본 연구에서 제시한 반복 끝내기 조건을 만족할 때에 가장 좋은 결과를 보이고 있다. 반복과정의 수렴 속도를 Kastner의 방법을 이용하여 증가시켰다.

스트립에 유도되는 전류 분포는 스트립 폭에 따라 크게 변화하고 있음을 확인하였다.

**ABSTRACT** We calculate the distribution of the current on the strip by the incident waves on the infinite conducting strip line. The boundary equations represented as the spatial domain function become very complicated equations including convolution integral. Transformed it to the spectral domain, we have a very simple equation is composed by some algebraic multiplication of the current density function and Green's function. The acceleration of iteration procedure is achieved by Kastner's method. The result of iteration gives us the optimum value when it satisfies the iteration stop condition presented in this paper. We confirmed that the induced current density distribution on the stripline has been changed as varieties of the width.

I. 서 론

전자파 산란현상을 해석하는 방법으로 가장

\* 濟州大學校 通信工學科

Dept. of Telecommunication Engineering,  
Che Ju University.

\*\* 漢陽大學校 電子通信工學科

Dept. of Electronic Communication Engineering  
Han Yang University.

論文番號 : 88-44 (接受 1988. 9. 22)

많이 사용되었던 Moment법은 산란 물체의 크기가 커지면 전류 분포를 나타내는 미지의 함수량이 매우 많아지고 적분 방정식으로부터 유도된 행렬의 크기가 매우 커져서 큰 컴퓨터 용량과 많은 계산 시간이 필요하게 된다<sup>(1)</sup>.

Keller에 의해 도입된 GTD(Geometrical Theory of Diffraction)를 이용한 점근영역에 한정된다<sup>(2)</sup>.

Ko & Mittra는 이러한 방법들의 단점과 제한성을 극복하는 새로운 방법을 제시하였다<sup>(3)</sup>. 이 방법은 공간 영역에서 convolution 적분을 포함하는 복잡한 식으로 표현되는 경계 조건식을 주파수 영역으로 Fourier 변환하여 전류 밀도 함수 항과 Green 함수 항의 곱으로 간단히 표현하고, GTD로부터 산란과 식을 유도하여 초기 전류값을 결정하는 방법이다.

Galerkin 법 또는 반복법(Iteration Method)을 이용하면 초기 전류값으로부터 전류 분포를 구할 수 있다<sup>(4)</sup>.

Ko & Mittra는 FFT 알고리즘을 이용하여 반복 계산함으로써 경계 조건식을 만족하는 전류 분포를 계산하였다.

Kastner & Mittra는 이 이론을 발전시켜 원통형 산란 물체에 SIT(Spectral-Iteration Techniques)를 이용하여 전류 분포를 계산하였다. SIT는 Moment 법과는 달리 역행렬을 구하는 번거로운 작업이 필요없다. 그러나 SIT는 반복 과정에서 끝내기 조건식(iteration stop condition)을 만족할 때 최적치를 준다.

위의 두 논문에서는 반복 끝내기 조건식이 제시되지 않아서 최적치를 얻는데 어려움이 있다.

본 논문에서는 물리 광학적 추정치로부터 초기 전류를 구하고, SIT에 반복 끝내기 조건식을 적용하여 계산된 결과와 Mittra의 계산 결과를 비교 검토한다. 수렴 속도는 Kastner & Mittra가 제시한 방법으로 크게 향상시킬 수 있다. 파수K와 스트립 반폭a의 곱인 Ka를 1, 4, 10, 20으로 변환시키면서 전류분포를 계산한다.

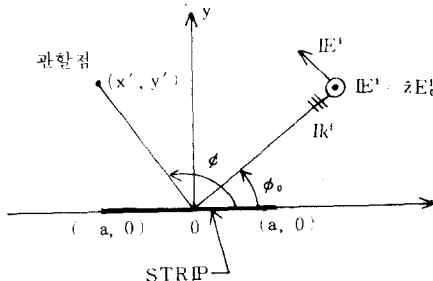


그림 1 도체 스트립과 입사파  
The incident wave and a strip line

## II. Fourier 변환식

그림 1은 도체 스트립과 입사파와 관찰점의 관계를 나타내고 있다. 파의 진행 방향과 x축과 이루는 각도는  $\phi_0$  이고, 관찰점과 x축이 이루는 각도는  $\phi$ , 스트립 폭은  $2a$ 이다. 이때 입사파는 TM파로서 전체 성분은 z 성분만 가지므로 다음 식으로 주어진다.

$$E^i = \hat{z} E_0 e^{-jk_x x \cos \phi_0 + jk_y y \sin \phi_0} \quad (1)$$

여기서 K는 자유 공간에서의 파수이다.  $y=0$ 인 도체 면에 유기된 전류에 의해 만들어지는 산란파는 다음과 같다.

$$E_z^s = j\omega\mu_0 \int_{-a}^a J_z(x') G(x-x') dx', \quad x \in (-a, a) \quad (2)$$

이 식에서  $G(x-x')$ 는 자유 공간에서의 Green 함수를 나타낸다. (1)식과 (2)식으로부터 경계 조건은 다음 식으로 주어진다.

$$E_z^i(x) = j\omega\mu_0 \int_{-a}^a J_z(x') G(x-x') dx', \quad x \in (-a, a) \quad (3)$$

Fourier 변환을 하기 위해서는 적분 구간을 확장하여야 하므로, Truncation operator  $\theta(A)$ 를 정의한다<sup>(4)</sup>.

$$\theta(A) = \int A_r \delta(r-r_s) dr, \quad r_s \in S \quad (4)$$

여기서  $\delta$ 는 Dirac 델타 함수이고, Complementary operator는 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{\theta}(A) = A - \theta(A) \quad (5)$$

(3) 식에 (4) 식과 (5) 식의 truncation operator를 적용하고  $(-\infty, -a)$ 에서의 산란파를  $F_1(x)$ ,  $(a, \infty)$ 에서의 산란파를  $F_2(x)$ 라 하면 (3) 식은

$$\int_{-\infty}^{\infty} J_z(x') G(x-x') dx' = \theta \left( -\frac{1}{j\omega\mu_0} E_z^i(x) \right) + F_1(x) + F_2(x) \quad (6)$$

로 쓸 수 있다.  
한편 Fourier 변환식은

$$\tilde{H} = \tilde{H}(\alpha) = F[H(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} H(x) e^{-j\alpha x} dx \quad (7)$$

이고, 역 변환식은

$$H = H(x) = F^{-1}[\tilde{H}(\alpha)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}(\alpha) e^{j\alpha x} d\alpha \quad (8)$$

이다. (6) 식을 Fourier 변환하면

$$\tilde{J}_z(\alpha) \tilde{J}(\alpha) = \theta \left( -\frac{1}{j\omega\mu_0} E_z^i(x) \right) + \tilde{F}_1(\alpha) + \tilde{F}_2(\alpha) \quad (9)$$

이 되므로, 공간 영역에서의 Convolution 전분을 Fourier 변환하므로써 대수적인 곱의 형태 로 되었다.

Green 함수의 Fourier 변환식은 다음과 같다.

$$G(\alpha) = \frac{j}{2\sqrt{k^2 - \alpha^2}} \quad (10)$$

GTD에 의해 구한  $\tilde{F}_1(\alpha)$ ,  $\tilde{F}_2(\alpha)$  는

$$\tilde{F}_1(\alpha) = \frac{j}{2} \left[ e^{jka \cos \phi_0} \sqrt{8k} \sin \frac{\phi_0}{2} \right] \frac{e^{j\alpha a}}{(\alpha + k \cos \phi_0) \sqrt{\alpha + k}} - \frac{j e^{j\alpha(a + k \cos \phi_0)}}{\alpha + k \cos \phi_0} \quad (11)$$

$$\tilde{F}_2(\alpha) = -\frac{j}{2} \left[ e^{-jka \cos \phi_0} \sqrt{8k} \cos \frac{\phi_0}{2} \right] \frac{e^{-j\alpha a}}{(\alpha + k \cos \phi_0) \sqrt{k - \alpha}} \quad (11)$$

$$+ \frac{j e^{-j\alpha(a + k \cos \phi_0)}}{\alpha + k \cos \phi_0} \quad (12)$$

이다. (9) 식을 간단히 표현하면 다음과 같다.

$$\tilde{J}_z(\alpha) \tilde{G}(\alpha) = \theta \left( -\frac{1}{j\omega\mu_0} E_z^i(x) \right) + \tilde{F}(\alpha) \quad (13)$$

여기서  $\tilde{F}(\alpha)$  는 도체 스트립 밖의 영역에서의 산란파로서

$$\begin{aligned} \tilde{F}(\alpha) &= F[\tilde{\theta} F^{-1}[\tilde{G} \cdot \tilde{J}_z]] \\ &= F[F^{-1}[\tilde{G} \cdot \tilde{J}_z] - \theta \left( -\frac{1}{j\omega\mu_0} E_z^i(x) \right)] \\ &= F[F^{-1}[\tilde{G} \cdot \tilde{J}_z] - \theta [F^{-1}[\tilde{G} \cdot \tilde{J}_z]]] \end{aligned} \quad (14)$$

로 된다. (13) 식을 정리하면

$$\tilde{J}_z = \tilde{G}^{-1}(\alpha) \left[ \theta \left( -\frac{1}{j\omega\mu_0} E_z^i(x) \right) + \tilde{F}(\alpha) \right] \quad (15)$$

로 쓸 수 있고, 전류 분포를 구하기 위해 반복 과정을 사용하여 다시 쓰면

$$\begin{aligned} \tilde{J}_z^{(n+1)} &= \tilde{G}^{-1}(\alpha) \left[ \theta \left( -\frac{1}{j\omega\mu_0} E_z^i(x) \right) + \right. \\ &\quad \left. \tilde{F}^{(n)}(\alpha) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

이 된다. (16) 식에 산란파에 대한 식(14) 식을 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \tilde{J}_z^{(n+1)} &= \tilde{G}^{-1}(\alpha) \left[ \theta \left( -\frac{1}{j\omega\mu_0} E_z^i(x) \right) + \right. \\ &\quad \left. F[F^{-1}[\tilde{G} \cdot \tilde{J}_z^{(n)}] - \theta [F^{-1}[\tilde{G} \cdot \tilde{J}_z^{(n)}]]] \right] \end{aligned} \quad (17)$$

도체 밖에서는 전류가 존재할 수 없으므로,  $F^{-1}[F(\theta J_z)] = \theta J_z = J_z$ 의 관계가 성립한다. 이 방법은 주파수 영역에서의 산란파의 스펙트럼과 입사파의 스펙트럼을 matching 시키는 Point Matching 법이라 할 수 있다.

(17)식의 반복 계산의 수렴 속도를 증가시키기 위해 다음 식을 도입하여 반복 횟수를 줄인다<sup>(6)</sup>.

$$X^n = \frac{\langle \theta J_z^n, -E_z^i \rangle}{\langle \theta J_z^n, E_z^i \rangle} \quad (18)$$

여기서 기호  $\langle \rangle$ 는 두 함수의 내적을 뜻한다. 반복 과정은 경계 조건식을 만족하는 상태에서 끝맺음을 할 때 최적치를 얻게 될 것이다. (17)식에 의해 구한 전류값은 도체 스트립 밖의 영역에서 영이 되면 정확한 해라 할 수 있다. 따라서 반복 끝내기 조건은 다음 식으로 주어진다.

$$\tilde{J}_z^{(n+1)} = F[\theta J_z^{(n)}] \langle \tilde{J}_z^{(n)} - F[\theta J_z^{(n-1)}] \rangle \quad (19)$$

### III. 수치 계산 및 결과

스트립의 전류 분포를 계산하기 위한 초기 전류치는 물리광학적 방법에 의하여 추정할 수 있다. 무한히 넓은 도체 면에 파가 수직으로 입사될 때 유기되는 전류 분포는 다음 식으로 계산된다.

$$J_z = 2 \frac{E_i}{\eta} \quad (20)$$

여기서  $E_i$ 는 입사파의 전계,  $\eta$ 는 매질의 고유 임피던스이다.

그림 2는 공간 영역에 놓여 있는 도체 스트립을 나타낸 그림이다.  $N$ 은 최대 유효 적분 구간을 분할한 수이며,  $N_p$ 는 도체 스트립을 분할한

수이고,  $\Delta x$ 는 분할 소자의 길이이다. DET 나 FFT에서의  $\Delta x$ 와 주파수 영역에서 등간격  $\Delta f$ 는 다음과 같이 Nyquist 표본률(sampling rate)을 만족해야 한다<sup>(7)</sup>.

$$\Delta x = \frac{1}{N \cdot \Delta f} \quad (21)$$

$\Delta x < \frac{1}{N \cdot \Delta f}$  되도록  $\Delta x$  값을 정하면 주파수 영역에서의 파의 중첩으로 인한 오차를 갖게된다.

$N$ 을 64, 128, 256,  $N_p$ 는 25, 30, 35, 40, 45, 50, 56, 62등으로 변화시키면서 전류 분포를 계산할 때 전류값은  $N_p$ 가 40 이상일 때 수렴하였다. 따라서  $N$ 은 256,  $N_p$ 은 56으로 분할하여, 파가 수직 입사할 때  $Ka=1, Ka=4, Ka=10, Ka=20$ 인 스트립의 전류 분포를 계산하였다.

그림 3, 4, 5, 6-a는 SIT에 의한 결과이고, 그림 3, 4, 5, 6-a는 Mittra의 결과이며

그림 3은  $Ka=1$ 일때 도체 표면에 유기된 전류 분포를 나타낸다. 도체 스트립 양끝에서 최대치를 갖고, 도체 스트립 중앙에서 최소치를 갖는다. 이는 TM파가 입사될 때 예상되는 전류 분포라 할 수 있다.

그림 4는  $Ka=4$ 일때 전류 분포의 크기를 나타낸 것으로서 그림 3과 달리 도체 스트립 폭이 4배로 증가함에 따라 도체 중앙부의 전류가 증가하고 있다. 그림 4-a는 SIT에 의한 결과이고 그림 4-b는 Mittra의 계산 결과이다.

그림 5와 그림 6은 각각  $Ka=10, Ka=20$ 일 때 전류 밀도 분포의 크기를 나타낸다.

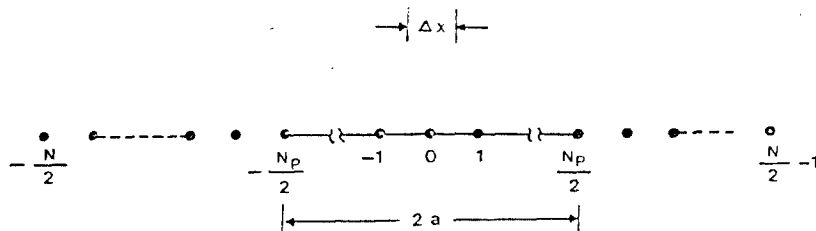


그림 2 공간 영역에서의 도체 스트립  
Strip conductor in the spatial domain.

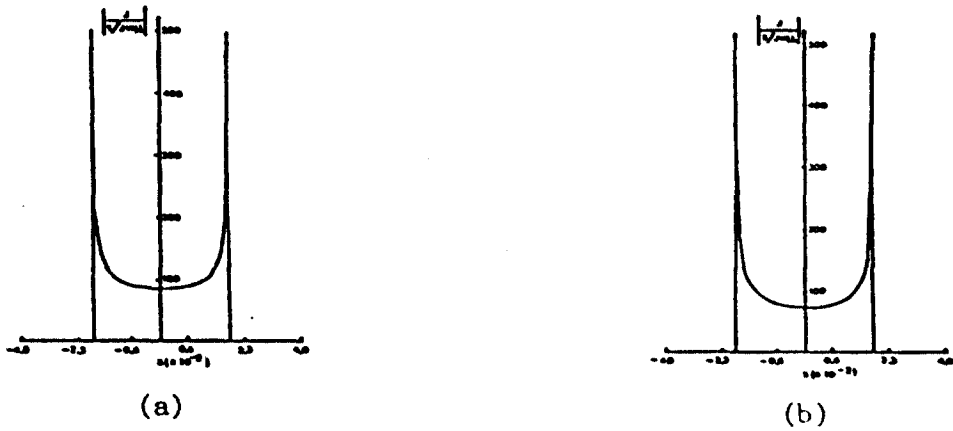


그림 3 유기 전류 밀도 분포의 크기 ( $K_a = 1$ )  
Magnitude of induced surface current density distribution. ( $K_a = 1$ )

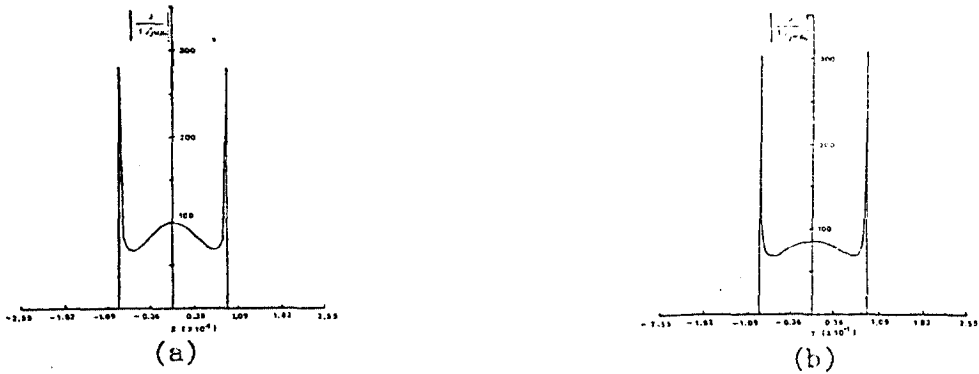


그림 4 유기 전류 밀도 분포의 크기 ( $K_a = 4$ )  
Magnitude of induced surface current density distribution ( $K_a = 4$ )

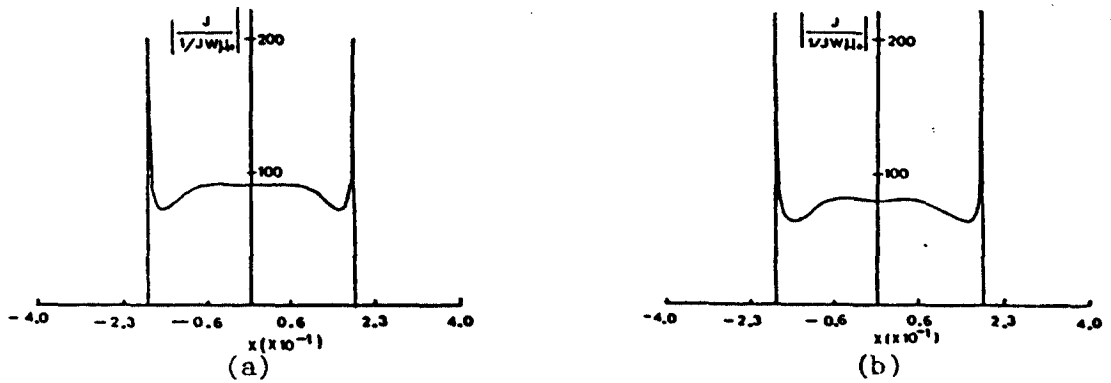


그림 5 유기 전류 밀도 분포의 크기 ( $K_a = 10$ )  
Magnitude of induced surface current density distribution. ( $K_a = 10$ )

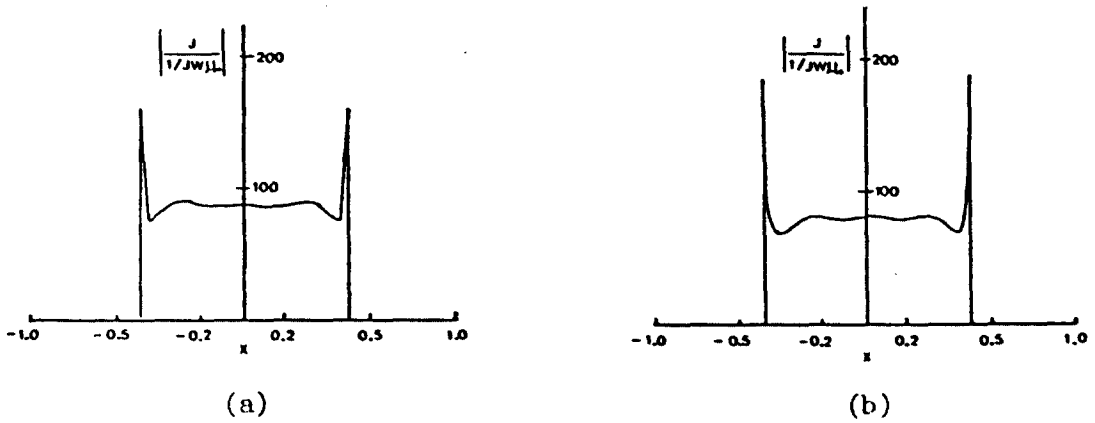


그림 6 유기 전류 밀도 분포의 크기 ( $Ka=20$ )  
 Magnitude of induced surface current density  
 distribution. ( $Ka=20$ )

Mitra는 GTD에 의하여 계산된 초기 전류치를 이용하여 반복 횟수 14에서 그림 4-b의 결과를 얻었다. 그림 4-a의 결과는 물리광학적 추정치로부터 반복 횟수 15에서 얻은 결과이다. 그림 3, 4, 5, 6에서 전류 분포는 스트립의 폭에 따라 크게 변화하고 있다.  $ka=1$  일 때에는 스트립 중앙부에서 전류 밀도가 최소치로 되나,  $Ka=4$  일 때에는 스트립 중앙부 전류 밀도가 블록해지고,  $Ka=10$ 과  $Ka=20$ 에서는 스트립 중앙부의 전류 밀도 분포가 평탄해지며 스트립 양 끝의 전류 밀도 값은 적어지고 있다. 스트립 중앙부와 양끝에서 SIT에 의한 결과와 Mitra의 계산 결과와는 다소 차이가 있다. SIT에서는 수렴을 가속화시켜서 반복 끝내기 조건식을 만족할 때 찾은 결과로서 스트립 밖 영역에서 전류밀도값이 Mitra에 의한 계산결과보다는 더욱 영값에 수렴하고 있음을 알 수 있었다.

#### IV. 결 론

SIT를 이용하여 무한히 긴 도체 스트립 위에 TM파가 입사될 때 유기되는 전류분포를 계산하였다. 이 방법은 일반적으로 convolution 적분과 역 행렬을 구해야 하는 번거로운 작업을

하지 않고서도 목적을 달성할 수 있는 장점을 갖고 있다.

Ko & Mitra는 반복 횟수를 줄이기 위해 GTD에 의한 산란파로부터 초기 전류를 구했으나, 본 연구에서 이용한 방법에는 물리 광학적 추정치로부터 초기 전류를 구하여, 수렴을 가속화시키므로써 Ko & Mitra방법의 반복 횟수와 거의 같은 반복 횟수로서 적정치를 얻을 수 있다.

#### 參 考 文 獻

1. Roger F. Harrington, Ed., *Field Computation by Moment Methods*. New York: Macmillan, 1968.
2. R. Mitra, Ed., *Numerical and Asymptotic Techniques in Electromagnetics*, Springer-Verlag, 1975.
3. Ko and R. Mitra, "A New Approach Based on a Combination of Integral Equation and Asymptotic Techniques for Solving Electromagnetic Scattering Problems", *IEEE Trans. Ant. Pro.*, Vol.AP-25, pp.187-197, March 1977.
4. Piorgiorigio, L. E. Uslenghi, Ed., *Electromagnetic Scattering*. Academic Press, 1978.
5. Kastner & R. Mitra, "A Spectral-Iteration Technique for Analyzing Scattering from Arbitrary Bodies", *IEEE Trans. Ant. Pro.*, Vol.AP-31, pp. 499-506, May 1983.

6. Kastner & R. Mittra, "A Spectral-Iteration Technique for Analyzing a Corrugated-Surface Twist Polarizer for Scanning Reflector Antennas", IEEE Trans. Ant. Pro., Vol.AP-30, pp.673-676,

- July 1982.  
7. E. Oran Brigham, Ed., The Fast Fourier Transform. Prentice-Hall, 1974.



張宰成(Jae Sung CHANG) 正會員  
1955年7月17日生  
1978年: 漢陽大學校 通信工學科 卒業  
1980年: 漢陽大學校 大學院 電子通信工學科 卒業  
1987年: 漢陽大學校 大學院 電子通信工學科 博士課程 修了  
1982年~現在: 濟州大學校 通信工學科 助教授



李相禎(Sang Seol LEE) 正會員  
1937年5月30日生  
1961年: 漢陽大學校 電氣工學科 卒業  
1966年: 漢陽大學校 大學院 工學碩士  
1974年: 延世大學校 大學院 工學博士  
1976年: 프랑스 그로노블大學 工學博士  
1975年~現在: 漢陽大學校 電子通信工學科 教授