

## 論 文

전자파의 과도적 산란 특성에 관한  
새로운 수치해석 연구

正會員 李 康 浩\* 正會員 李 相 檜\*\* 正會員 金 正 祺\*\*\*

On the Study of New Numerical Analysis in the  
Transient Electromagnetic Wave Scattering.Kang Ho LEE\*, Sang Hoi YI\*\*, Jung Ki KIM\*\*\* *Regular Members*

**要 約** 본 논문에서는 유전체 원통주의 전자파 과도 응답 산란 특성을 새로운 수치 해석 방법으로 연구한다. 수치 해석에 사용하는 경계적분 방정식(BIE)의 기본 수식은 가중 잔차법으로 부터 시작된다. 경계 적분 방정식을 확장 경계 조건과 표면 경계 조건을 물체의 표면점 내부와 외부에 적용시켜 두개의 연립방정식으로 만든다. 수치해석으로 경계요소법을 사용하고, 이 방법에는 직접법과 간접법 두가지가 있다. 그래서 연산자를 매트릭스 역변환하는 간접법을 수치해석 방법으로 사용한다. 결과값은 다른 연구 결과값과 좋은 일치율을 보인다.

**ABSTRACT** In this paper, the transient electromagnetic wave scattering at dielectric cylinder is studied by new numerical analysis method. Basic formulation of boundary integral equation (BIE) for numerical method is started weighted residual technique. BIE is made to two simultaneous equation at surface inner and outside point of dielectric cylinder in extended boundary condition (EBC) and surface boundary condition (SBC).

Numerical method is used Boundary element method (BEM) that is two form, one is direct method and the other is indirect method, so that this method that transformes operator inversion martics is used numerical analysis.

A good agreement of this numerical solution and the other results is obtained.

## I. 서 론

본 논문에서는 시간 변화에 따라 전자파가 입사될 때 유전체 원통주 단면에 유기되는 전자파의 과도 응답 특성해를 새로운 수치 해석 방법으로 구한다.

기존 적분 방정식의 해를 구하기 위해서는 미지항의 갯수를 하나로 고정시키는 경계 조건을 만들었는데 하나의 적분방정식 해가 두개가 되면 결과값을 일반적인 수치해석 방법으론 구할 수

\* 大有工業專門大學 電子通信科  
Dept. of Elec. Comm. Dae Yeu Technical Junior College

\*\* 大有工業專門大學 電子科  
Dept. of Electronics Dae Yeu Technical Junior College

\*\*\* 中央大學校 電子工學科  
Dept. of Elec. Eng. Chungang Univ.  
論文番號 : 90-01(接受1989. 6. 9)

없다. 경계 조건으로 노이만(Neumann)이나 디리크리트(Dirichlet) 조건을 유전체에 각각 적용하여 미지항을 한개로 감소시킬 수는 없다. 즉 하나의 식에 두개의 미지항이 존재하게 된다.

이런 불편한 점을 해결하기 위해서 본 논문에서는 다음과 같은 방법을 사용하여 두개 미지항을 동시에 구하는 방법을 제시한다.

첫 단계로 수치해석에 사용하는 방정식으로 유전체 원통주에 디리크리트 경계 조건이나, 노이만 경계 조건을 만족시킬 필요 없이, 일반 경계 조건(GBC)을 만족하는 수식을 유도한다.

이 수식은 가중 잔차 정리 방법(Weighted residual technique)을 사용하여 유도한 것으로 두개의 미지항을 포함한다. 이 수식을 시간 변화가 포함되는 전자파 경계 적분 방정식이라 한다.

둘째 단계로 이 수식을 확장 경계 조건(EBC)과 표면 경계 조건(SBC)을 유전체 표면에 적용시켜 표면점 외부와 표면점 내부에서 두개의 연립 방정식을 유도하고 이 연립 방정식에서 4개의 연산자항을 얻을 수 있다.

셋째 단계로 컴퓨터 모의 실험을 하기 위한 수치 해석으로는 경계 요소법(BEM)을 사용한다. 경계 요소법은 연산자 매트릭스를 행렬로 하여 순차적으로 해를 구하는 직접적인 방법(direct method)과 연산자 매트릭스를 역변환하여 간접적으로 해를 구하는 간접 방법(indirect method)이 있다. 이들 방법중 간접 방법을 사용하여 두개의 연립방정식을 4개의 연산자로 만들고, 연산자 항을 매트릭스 역변환하여 두개의 해를 동시에 구한다.

마지막 단계로 수치해석 결과값과 다른 연구 논문의 결과값을 비교 검토하고, 이 새로운 수치해석 방법의 장점과 응용분야 및 연구과제에 대한 제시를 한다.

(Helmholtz homogeneous wave equation) 형태는 다음과 같다.

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

여기서  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 1.0$  : 파의 전파 속도로서

공기 매질에서의 단일화값.

$\mathbf{E}$  : 위치 벡터

$\nabla^2$  : 라플라스 연산자

이다.

이 식이 시간  $t=0$ 에서 초기 경계 조건을 만족하려면

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, 0) = 0 \quad \mathbf{x} \in \gamma_1$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{x}, 0)}{\partial n} = 0 \quad \mathbf{x} \in \gamma_2$$

이다.

식 (1)의 기본해(fundamental solution : 그린 함수) 방정식은

$$\nabla^2 E^*(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E^*(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = 0$$

로서 기본해  $E^*$ 의 특징은 아래의 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} E^*(\mathbf{q}, t; \mathbf{s}, \tau) &= 0 & c(t-\tau) < |\mathbf{q}-\mathbf{s}| & \quad \text{인과성} \\ E^*(\mathbf{q}, t; \mathbf{s}, \tau) &= E^*(\mathbf{q}, -\tau; \mathbf{s}, -t) & & \quad \text{상호성} \\ E^*(\mathbf{q}, t+; \mathbf{s}, \tau+) &= E^*(\mathbf{q}, t; \mathbf{s}, -\tau) & & \quad \text{시간성} \end{aligned}$$

단  $E^*$ 는  $t=\tau$ 이고  $\mathbf{q}=\mathbf{s}$ 일때 소스에 영향을 미치는 값으로  $\mathbf{q}$ 는 관측점,  $\mathbf{s}$ 는 소스점을 나타낸다.

식 (1)을 가중 잔차 정리 (weighted residual method)에 의한 식으로 나타내면

## II. 수식 유도 및 수치해석

포텐셜 함수  $\mathbf{E}$ 에 대한 헬모홀쯔 제차 방정식  
2

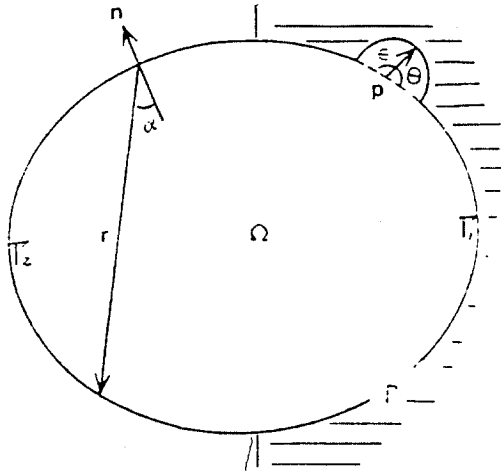


그림 1. 포텐셜 문제의 표기  
Notation for potential problems.

$$\begin{aligned} & \int_0^{t^+} \int_{\Omega} (\nabla^2 E - \frac{1}{c} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}) E^* d\Omega d\tau \\ &= \int_0^{t^+} \int_{\Gamma_2} (\frac{\partial E}{\partial n} - \frac{\partial E}{\partial n}) E^* d\gamma d\tau \\ & \quad - \int_0^{t^+} \int_{\Gamma_1} (E - E) \frac{\partial E^*}{\partial n} d\gamma d\tau \end{aligned} \quad (2)$$

이다.

식 (2)에서 경계면 외부에 입사 전계가 존재하고, 기본해의 초기조건이 만족하는 관계식으로 정리하면

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} E(s, t) = & + \frac{1}{2\pi} \int_r \frac{1}{r(s, \theta)} \frac{\partial E(q, \tau)}{\partial n} d\gamma(q) \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_r \frac{\partial r(s, \theta)}{\partial n} \left\{ \frac{E(q, \tau)}{r^2(s, \theta)} \right. \\ & \left. + \frac{1}{c} \frac{1}{r(s, \theta)} \left[ \frac{\partial E(q, \tau)}{\partial \tau} \right] \right\} d\gamma(q) \end{aligned} \quad (3)$$

이다.

식 (3)은 시간 함수로 특이점 (singularity)을 제거한 일반 경계적분 방정식이 된다.<sup>1) 2) 3) 4) 5) 6)</sup>

이 적분방정식은 두개의 미지항 E,  $\partial E/\partial n$ 을 포함한 한개의 식으로서 표시된다. 이 수식의 특징으로는 시간과 영역 적분이 시간항을 포함한 경계면 적분 방정식으로 된 것이다.

이 수식을 수치해석 하기 위해서 두개 미지항 중 하나를 경계 조건에 적용하여 하나의 미지항으로 축소시키거나, 다른 경계 조건에 만족하는 또 다른 적분식으로 만들어 두개의 연립방정식 형태를 취해야 한다.

본 논문에서는 수식 (3)을 수치해석 하기 위해 물체의 표면점 외부와 내부에서 확장 경계 조건 (EBC)과 표면 경계 조건 (SBC)을 만족하는 두개 방정식 형태로 표시된다.<sup>7) 8) 9)</sup>

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} E(s, t) = & E^i + \frac{1}{2\pi} \int_r \frac{1}{r(s, \theta)} \frac{\partial E(q, \tau)}{\partial n} d\gamma(q) \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_r \frac{\partial r(s, \theta)}{\partial n} \left( \frac{E(q, \tau)}{r^2(s, \theta)} \right. \\ & \left. + \frac{1}{c} \frac{1}{r(s, \theta)} \left[ \frac{\partial E(q, \tau)}{\partial \tau} \right]_{t=\tau} \right) d\gamma(q) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} E(s, t) = & 0 \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_r \frac{1}{r(s, \theta)} \frac{\partial E(q, \tau)}{\partial n} d\gamma(q) \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_r \frac{\partial r(s, \theta)}{\partial n} \left( \frac{E(q, \tau)}{r^2} \right. \\ & \left. + \frac{1}{c} \frac{1}{r(s, \theta)} \left[ \frac{\partial E(q, \tau)}{\partial n} \right]_{t=\tau} \right) d\gamma(q) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $E^I$ : 입사파

$$\tau = t - R/c$$

$$c_1 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_1}}$$

$c_1$ : 일반매질에서 전파속도

$\epsilon_1$ : 일반매질에서 비유전율

이다.

식 (4), (5)를 매트릭스 연산자항으로 분리하면

$$L_1(E) = \frac{1}{2} E - \frac{1}{2\pi} \int_r$$

$$\frac{\partial r}{\partial n} \left( \frac{E}{r^2} + \frac{1}{c_0 r} \left[ \frac{\partial E}{\partial \tau} \right]_{t-\tau} \right) d\gamma$$

$$L_2 \left( \frac{\partial E}{\partial n} \right) = -\frac{1}{2\pi} \int_r \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial n} d\gamma$$

$$L_3(E) = \frac{1}{2} E + \frac{1}{2\pi} \int_r \frac{\partial r}{\partial n} \left( \frac{E}{r^2} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{c_1 r} \left[ \frac{\partial E}{\partial \tau} \right]_{t-\tau} \right) d\gamma$$

$$L_4 \left( \frac{\partial E}{\partial n} \right) = \frac{1}{2\pi} \int_r \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial n} d\gamma$$

이다.

윗 식을 경계 요소법 간접 방법에 의한 매트릭스 연산자 형태로 표시하면

$$\begin{vmatrix} L_1 & L_2 \\ L_3 & L_4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E \\ \partial E / \partial n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E \\ 0 \end{vmatrix} \quad (6)$$

이다.

식 (6)을 도형화 하면

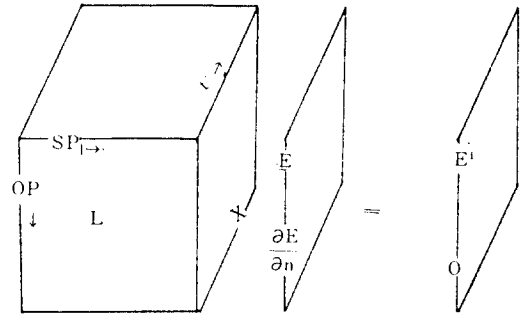


그림 2. 시간항을 포함한 연산자의 모형  
Block diagram of operator in time varying.

이다.

여기서 연산자를 매트릭스 형태로 표시하면

$$\sum_i^m \sum_j^n (\alpha_m L(f_m)) (\alpha_n L(f_n)) = g$$

$$\sum_i^m \sum_j^n \alpha_n \alpha_m \langle w_i, L f_m \rangle \langle w_j, L f_n \rangle$$

$$= \langle w_i, g_i \rangle \langle w_j, g_j \rangle \quad (7)$$

이고 미지항과 기저 함수는

$\alpha_m$ : 거리 미지항

$\alpha_n$ : 시간 미지항

$$f_m = \begin{cases} 1 - |x| (N+1) & |X| < \frac{1}{N+1} \\ 0 & \text{이외거리} \end{cases}$$

$$f_n = \delta(x - c(t - \tau))$$

이다.

식(3)은 프레드홀름 적분 방정식 (Fredholm Integral Equation) 형태로 4개의 연산자항은 각각 1종, 2종 형태를 만족한다.

식 (7)에서  $f_m, f_n$  은 기저함수로 삼각함수와 델타함수를 사용하고,  $w_i, w_j$  웨이팅 함수로서  $w_i$ 는 거리 펄스를 사용하고,  $w_j$ 는 시간 펄스 함수를 이용하여 4차원 매트릭스를 실제 3차원화 한다.<sup>(10)</sup>

### Ⅲ. 모의 실험 결과 및 검토사항

식(4)에서 사용하는 입사파는 가우스 임펄스와 램프 함수로서

$$E = \exp[-(t-r-3\sigma)^2 / 2\sigma^2] H(t-r-3\sigma)$$

H : 해비사이드 임펄스

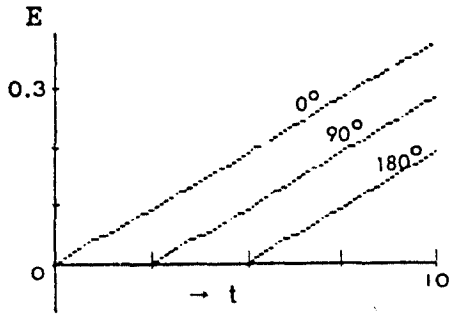
$$\sigma = 0.521$$

$\Delta t = 0.1$  : 표본화된 시간 간격

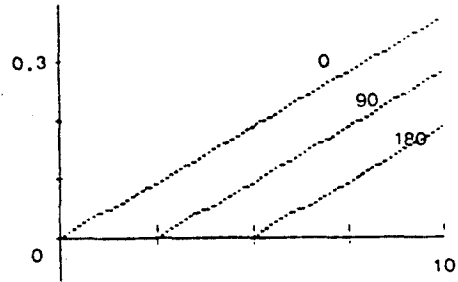
$$t = 0 \cdots 10$$

이다.

이 파가 원통주 단면에 입사될 때  $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ 에서 E,  $\partial E / \partial n$ 의 값을 구한다.

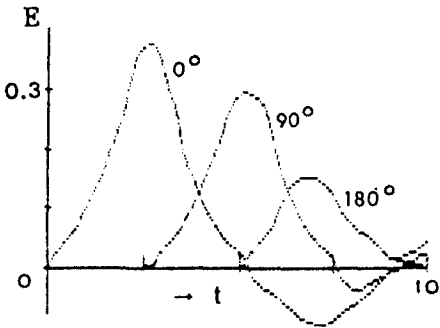


(a-1)

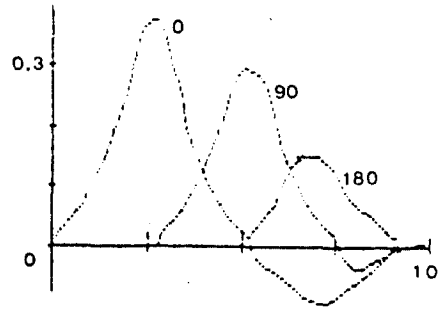


(a-2)

(a) 램프 함수 입사  
(a) Incidence ramp function



(b-1)



(b-2)

(b) 가우스 임펄스 입사  
(b) Incidence Gaussian impulse

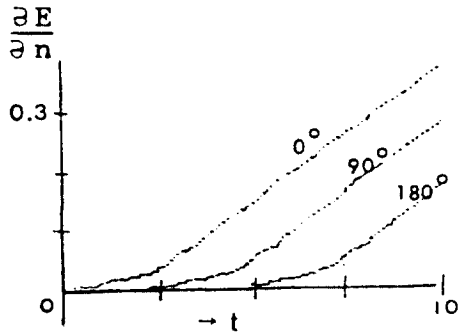
그림 3. E의 과도 응답  
Transient scattering of E field

그림 3, 4에서 보는 결과는 입사파가 원통주 단면 각 점에 부딪칠때 과도 응답을 단면 중심에서 각도로 나타낸 것이다.

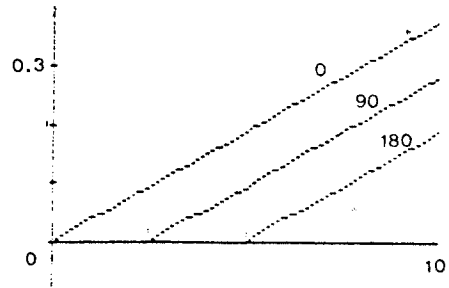
E의 값은 기준 시간을 10초 정도 경과 후

0값에 수렴되고  $\partial E / \partial n$ 는 기준 시간이 10초 이후에도 0.12에서 큰 폭으로 진동하며 0의 값에 수렴하는 것을 보인다.

TM 모드와 TE모드에서 노이만 경계 조건과

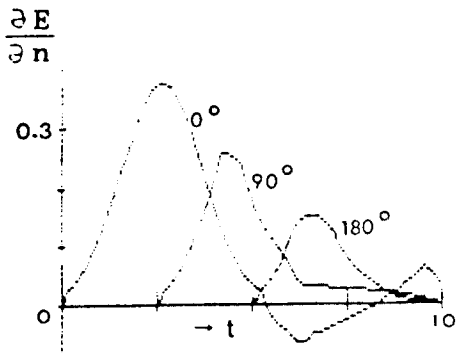


(a-1)

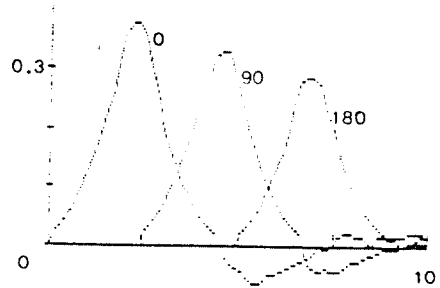


(a-2)

(a) 램프 함수 입사  
(a) Incidence ramp function



(b-1)



(b-2)

(b) 가우스 임펄스 입사  
(b) Incidence Gaussian impulse

그림 4.  $\partial E/\partial n$ 의 과도 응답  
Transient scattering of  $\partial E/\partial n$  field

디리크리트 경계 조건을 각각 만족하는 경우 식 (3)에서 스칼라 포텐셜 함수 E와  $\frac{\partial E}{\partial n}$  가 각각 소거된 수식으로 표현될 수 있으며, 결과값은 C. Leaner [1], N. Damaskos [2], R.P. Shaw [3], J.A. Lant [4], K.M. Mitzner [5] 등에 의해 나타나고, 본 논문 그림 3, 4(a-2, b-2)에서 R.P. Shaw [3]의 수치 해석 결과값을 표시한다.

그러나, 각 경계 조건을 구성하지 않는 일반

경계 조건(GBC)에서는 식 (3)을 수치해석 할 수 없다. 그래서 표면 경계 조건 (SBC)을 이용한 식 (4), (5)를 가지고 연산자 연립방정식 형태를 취해 손쉽게 미지수 E,  $\frac{\partial E}{\partial n}$  를 동시에 구하며, 그림 3, 4(a-1, b-1)에 결과값을 표시한다. E (그림 3)에서는 좋은 일치치를 보이며,  $\frac{\partial E}{\partial n}$  (그림 4)에서는 대체적으로 일치되는 것을 나타내고 있는데 오차는 R.P. Shaw의 경우 관측 점 분할을 30개로 하였는데 본 논문 수식은 2

0개로 하여 생긴 불일치라고 생각되며, 용량이 큰 컴퓨터에서 관측점을 확장할 수 있다면 더욱 좋은 일치를 갖을 수 있다고 판단 되어진다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 유전체 원통주 단면에 램프 함수파와 가우스파가 입사될 때 전자파의 과도 응답 상태를 경계 적분방정식을 사용하여 구하였다. 이 수식은 확장경계 조건(EBC)과 표면 경계 조건(SBC)을 유전체 표면점 내부와 외부에서 두개의 연립방정식 조건을 만족하는 수식이다.

이 수식들을 4개의 연산자 매트릭스로 변환시킨 경계 요소법 간접 방법으로 두개의 미지항해를 동시에 구하였다.

이 방법은 기존의 각기 다른 경계 조건으로 각각의 해를 구하는 번거로움을 피하고, 일반 경계 조건(GBC)을 만족하는 모든 형태에서 동시에 두개의 해를 구할 수 있는 장점이 있다.

응용으로 시간함수를 포함하는 모든 전자장 문제에서 이식과 방법을 응용할 수 있으며, 특히 연산란 문제에서 시간항이 나오는 4차원 매트릭스에서 좋은 응용을 보일 수 있다.

시간항이 포함하는 기저 함수와 웨이팅 함수로 각기 다른 함수를 사용하지 않고, 동일한 함수를 사용하는 방법인 갤러킨 방법(Galerkin's method) 이 연구 되고 있다.

2. N. Damaskos, "Transient Scattering by Resistive Cylinders", IEEE Trans. Ant. Propagl. Vol. AP-33, no. 1, pp 21~25, Jan. 1985.
3. R.P. Shaw, "Transient Scattering by a Circular Cylinder", Journal of Sound and Vibration, pp 295~304, 1975.
4. J.A. Lant and E.K. Miller, "Transient Response of the infinite Cylindrical Antenna and Scatterer", IEEE Trans. Ant. Propag., pp. 246~250. March 1976.
5. K.M. Mitzner, "Numerical Solution for Transient Scattering from a Hard Surface of Arbitrary Shape Retared Potential Technique", JASA, Vol. 42, pp. 391~387, Jan. 1967.
6. A. Brebbia, Topics in Boundary Element Research, Springer Verlag, pp 87~123, 1984.
7. C.D. Taylor and D.R. Wilton, "The Extended Boundary Condition Solution of the Dipole Antenna of Revolution", IEEE Trans. Ant. Propag., pp. 772~776, Nov. 1972.
8. K.A. AL Badwaithy and J.L. Yen, "Extended Boundary Condition Integral Equations for Perfectly Conducting and Dielectric Bodies : Formulation and Uniqueness", IEEE Trans. Ant. Propag., pp. 546~551, July 1975.
9. N. Morita, "Anthon Method of Extending the Boundary Condition for the Problem of Scattering by Dielectric Cylinders", IEEE Trans. Ant. Propag, Vol. AP-27, no. 1, pp. 97~99, Jan. 1979.
10. R.F. Harrington, Field Computation by Moment Methods, Macmillan Series, Chap. 1, 3, 1968.

#### 參 考 文 獻

1. G. Leaner Bennet and Walte L. Weaks, "Transient Scattering from Conducting Cylinders", IEEE Trans. Ant. Propag., Vol. AP-18, no. 5, pp 627~633, Sept. 1970.



李 康 浩(Kang Ho LEE) 正會員  
1953年 3月18日生  
1976年 2月：東亞大學校 電子工學科 卒業  
1978年 2月：東亞大學校 大學院 電子工學院 卒業(工學碩士)  
1985年 2月～現在：中央大學校 大學院 電子工學科 博士過程

1982年 3月～現在：大石工業專門大學 電子通信科 助教授



李 相 檣(Sang Hoi YI) 正會員  
1958年 9月 3日生  
1983年 2月：中央大學校 工科學 電子工學科 卒業(工學士)  
1985年 2月：中央大學校 大學院 電子工學科 卒業(工學碩士)  
1989年 2月：中央大學校 大學院 電子工學科 卒業(工學碩士)

1987年 9月～88年 2月：中央大學校 工科學 電子工學科 講師

1989年 3月～現在：大石工業專門大學 電子科 教授



金 正 禎(Jung Ki KiM) 正會員  
1942年 5月 5日生  
1965年 2月：延世大學校電氣工學科卒業  
1969年 2月：延世大學校大學院電氣工學科(工學碩士)  
1975年 2月：延世大學校大學院電氣工學科(工學博士)

1970年 3月～1977年 2月：光云工科學 副教授

1977年 3月～現在：中央大學校電子工學科教授  
1982年12月～1983年12月：美亞理大學校客員教授