

論 文

신경 회로망을 사용한 역운동학 해

正會員 安 德 煥\* 正會員 梁 兌 奎\*\* 正會員 李 相 孝\*\*

A Solution to the Inverse Kinematic by Using Neural Network

Deok Hwan AN\*, Tae Kyu YANG\*\*, Sang Hyo LEE\*\* *Regular Members*

**要 約** 역 운동학 문제는 로봇 매니플레이터 제어에서 중요한 관점이 되어 왔다. 본 논문에서는 Jacobi 제어 기법을 실현하기 위하여 Hopfield, Tank의 신경회로망 모델을 사용하였다. 뉴런의 상태는 매니플레이터의 관절 속도를 나타내고, 연결강도는 Jacobi 행렬의 값으로 결정되어 진다. 회로망의 에너지 함수는 실제 관절 속도와 원하는 관절 속도간의 최소 자승 오차와 대응하도록 구성한다. 매 샘플링에서 연결 강도와 뉴런의 상태는 현재의 관절위치값에 따라서 변한다. 여유 자유도를 가지는 평면 매니플레이터에 대한 역 운동학 해를 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 구하였다.

**ABSTRACT** Inverse kinematic problem is a crucial point for robot manipulator control. In this paper, to implement the Jacobian control technique we used the Hopfield, Tank's neural network. The states of neurons represent joint velocities, and the connection weights are determined from the current value of the Jacobian matrix. The network energy function is constructed so that its minimum corresponds to the minimum least square error. At each sampling time, connection weights and neuron states are updated according to current joint position. Inverse kinematic solution to the planar redundant manipulator is solved by computer simulation.

I. 서 론

최근 신경회로망은 인공 지능 방법에 도전하여 패턴 인식, 사무 및 공장 자동화등 여러 분야에서 활발히 연구되고 있다.

신경회로망이란 기존 디지털 컴퓨터 구조와 달리 비교적 간단한 정보 처리 소자인 수많은 신경(neuron)들이 고밀도로 상호 연결된 구조를 갖는데, 이러한 구조적 차이에 의해서 random problem에서 중요한 영상, 초해상력(supersolving) 및 학습(learning)등과 같이 collective 한 특성이 나타난다.<sup>1)</sup>

신경회로망에 대한 연구는 1943년 McCulloche & Pitts<sup>2)</sup>등이 각각 최초의 신경회로 모델, 학습 원리 및 분산 지식 표현 등에 대한 연구를 발표

\*馬山看護保健專門大學 電子計算機科  
Dept. of Computer Science, Ma San Junior College.  
\*\*光云大學校 制御計測工學科  
Kwangwoon University, Seoul, 139-050, Korea.  
論文番號 : 90-31(接受 1989. 11. 30)

하였고, 그후 1958년 Rosenblatt의 Perceptron, 1960년 Widrow<sup>3)</sup>의 Adaline 등과 같은 고전적 신경회로망 모델이 1960년대부터 이루어지기 시작했으나 1969년 Minsky와 Papert에 의해 perceptron의 한계가 제시되었고, 폰 노이만형 컴퓨터의 발달과 symbolic 인공 지능의 성공으로 인해 신경회로망 연구는 침체기에 접어들었다.

그러나 1970년대 후반부터 기존 인공 지능 방법의 문제점이 들어남과 동시에, 새로운 컴퓨터 구조로써 인간 두뇌에 대한 활발한 연구가 제기되었다. 특히 1980년대에 Caltech의 Hopfield에 의해 신경회로망 모델인 Hopfield 모델이 제안됨에 따라 실질적인 신경회로망 연구가 활발히 이루어지기 시작했다.<sup>4)</sup>

신경회로의 제어 분야 응용의 이론적 기초는 이미 60년대에 비록 sequence 컴퓨터를 사용했으나 적응 학습 능력을 가진 패턴 인식 제어 방식에서 찾을 수 있다.<sup>5)</sup>

종래의 제어는 플랜트 모델에 의거하여 수학적 으로 제어 알고리즘을 설계하여 단계적 계산을 거쳐 제어하는데 반해 신경회로는 센서를 통해 들어오는 플랜트 상태나 환경에서 오는 제한신호를 본 후 과거의 경험에 비추어 제어 신호를 내보내는 지능 제어를 한다.

최근 이러한 신경회로망을 모델을 사용하여 Guez는 로봇트 매니플레이터의역 운동학 문제를 back-error-propagation 알고리즘을 이용한 입력, 중간, 출력층으로 구성되는 3개의 계층을 사용하여 학습을 통하여 이 문제를 해결하였다.<sup>6)</sup>

이러한 방법은 주어진 예제에 의해서 회로망을 훈련시키므로 프로그래밍이 필요없고 또 계산 시간이 자유도에 무관하다. 그러나 해의 정확성이 떨어지고 작업 환경이 바뀌면 회로망을 다시 훈련시켜야 한다는 단점이 있다.

본 논문에서는 빠른 수렴성을 가지며, 계산 시간도 매니플레이터의 자유도에 무관한 Hopfield의 신경회로망을 사용하여 매니플레이터의 역 운동학 해를 구하고자 한다.

## II. 매니플레이터의 역 운동학 문제

본 연구에서는 이러한 신경회로망을 사용하여 로봇트 매니플레이터의 역운동학 문제 해를 구하고자 한다.

매니플레이터 운동학 문제는 매니플레이터 제어에 있어서 근본적인 요구조건이다.

$n \times 1$ 의 관절벡터  $q$ 와  $m \times 1$ 의 Cartesian 벡터  $x$ 와의 관계는 (1)식으로 주어진다.

$$x=f(q) \tag{1}$$

여기서  $f$ 는 비선형 함수이다.

(1)식의 역 사상(mapping) 관계는 (2)식으로 주어진다.

$$q=f^{-1}(x) \tag{2}$$

일반적으로 역 운동학 해를 구하는 방법은 닫힌형(closed form)의 해 및 수치적인 해 두가지가 있다.

닫힌형의 해는 매니플레이터 공간 기하학 또는 대수 방정식으로 구할 수 있다. (1)식의 복잡성 때문에 닫힌형의 해가 존재하지 않는 경우도 있다.

수치적인 방법은 반복적인 성질 때문에 계산량이 많이 요구된다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 다음의 (3)식과 같이 관절 속도와 Cartesian 속도간의 관계를 나타내는 Jacobi 행렬을 사용한다.

$$\dot{x}=J(q)\dot{q} \tag{3}$$

(3)식에서 다음의 (4)식을 얻을 수 있다.

$$\dot{q}=J^{-1}\dot{x} \tag{4}$$

여유 자유도를 가지는 매니플레이터에 대해서는 다음의 관계식을 사용하여 해를 구한다.

$$q = \dot{J}^+ (q) \dot{x} \quad (5)$$

여기서  $J^+ = J^T (JJ^T)^{-1}$ 이다.

### III. 신경회로망을 사용한 역 운동학 문제 해

본 논문에서 설정한 평면 매니플레이터는 그림 1과 같이 4개의 관절을 가지는 매니플레이터로 선택하였다.

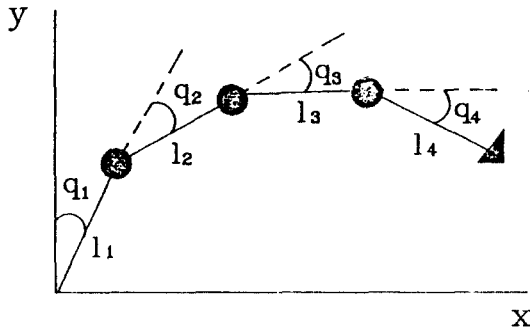


그림 1. 평면 매니플레이터  
Planar manipulator

여기서  $l_i$ 는 관절  $i$ 의 길이를 나타내고  $q_i$ 는 관절  $i$ 의 위치를 나타낸다.

그림 1에서 로봇트 매니플레이터의 Cartesian의 위치를 관절각으로 표현하면 다음과 같다.

$$x = l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3) + l_4 \sin(q_1 + q_2 + q_3 + q_4) \quad (7)$$

$$y = l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3) + l_4 \cos(q_1 + q_2 + q_3 + q_4) \quad (8)$$

(3)식에서  $\dot{x}$ 는 매니플레이터 Cartesian의 속도 로써 선형 속도 성분과 각속도 성분을 갖고, 그림 1에서 설정한 매니플레이터에 대한  $J$ 는

다음과 같은 Jacobi 행렬이다.

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} \end{bmatrix} \quad (9)$$

(3)식에 대한 에너지 함수는 다음식으로 표현 된다.

$$E = (1/2) \sum_{i=1}^m (\dot{x}_{id} - \dot{x}_i)^2 \quad (10)$$

여기서,  $\dot{x}_{id}$ 는 원하는 Cartesian 속도이다.  $\dot{x}_i$ 는 (11)식으로 표현된다.

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^n J_{ij} \dot{q}_j \quad (11)$$

에너지 함수  $E$ 는 원하는 Cartesian 속도 벡터  $\dot{x}_d$ , 관절 변위 벡터  $q$ , 및 관절 속도 벡터  $\dot{q}$ 의 함수이다.

(10), (11)식으로부터 에너지 함수  $E$ 는 다음과 같다.

$$E = (1/2) \sum_{i=1}^m T_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j - \sum_{j=1}^n I_j q_j + (1/2) \sum_{i=1}^m (\dot{x}_{id})^2 \quad (12)$$

여기서  $T_{ij} = -\sum_{k=1}^m J_{ik} J_{jk}$

$I_j = \sum_{i=1}^m J_{ij} \dot{x}_{id}$ 이다.

에너지 함수  $E$ 를 시간에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{dE}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial E}{\partial \dot{q}_i} \frac{d\dot{q}_i}{dt} \quad (13)$$

(12)식으로부터

$$\frac{dE}{d\dot{q}_i} = -\sum_{j=1}^n T_{ij} \dot{q}_j + I_i \quad (14)$$

그러므로

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^n \frac{dt}{dq_j} (\sum_{j=1}^n T_{ij} \dot{q}_j + I_i) \quad (15)$$

$k_1$ 를 임의의 경계값으로 가정하면 뉴턴 상태의 동적 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d\dot{q}_i}{dt} = k_1 (\sum_{j=1}^n T_{ij} \dot{q}_j + I_i) \quad (16)$$

(15), (16)식으로부터 에너지 함수는 항상 음의 값을 갖는다.

(16)식을 페루프 동적 계통으로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{d\dot{q}}{dt} = K(-J^T J \dot{q} + J^T \dot{x}_d) = KJ^T(\dot{x} - \dot{x}_d) \quad (17)$$

그림 2는 페루프 계통에 대한 블럭도선이다.

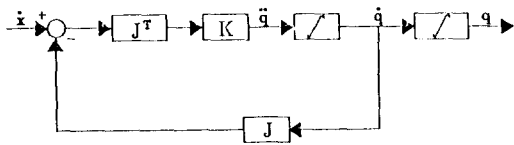


그림 2. 계통 블럭선도  
System blockdiagram

(17)식을 사용하면 에너지 함수는 다음과 같다.

$$\frac{dE}{dt} = -(\dot{x} - \dot{x}_d)^T J K J^T (\dot{x} - \dot{x}_d) \quad (18)$$

(18)식은 Quadratic 형태로서 K는 정정대각행렬(positive definite diagonal matrix)이다. 주어진 정정행렬 K의 고유치들을  $\beta_1 \leq \beta_2 \leq \dots \leq \beta_n$  이라하고,  $JJ^T$ 의 고유치들을  $\alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \dots \leq \alpha_n$  이라고 할 때, K의 최소 고유값  $\beta_1$ 과  $JJ^T$ 의 최소 고유값  $\alpha_1$ 를 취하면 (19)식과 같은 부등식 관계를 얻는다.

$$\frac{dE}{dt} \leq -\beta_1 \alpha_1 |\dot{x} - \dot{x}_d|^2 \quad (19)$$

여기서  $|\dot{x} - \dot{x}_d|^2 = (\dot{x} - \dot{x}_d)^T (\dot{x} - \dot{x}_d)$ 으로 Euclidean norm이다. (14)식에서  $\beta$ 값을 증가시키므로 에너지 함수에 대한 보다 빠른 수렴성을 얻는다.

#### IV. 시뮬레이션 및 결과 고찰

제안된 역 운동학 문제 해를 구하는 방법을 4개의 자유도를 가지는 평면 매니퓰레이터에 적용하였다.

(x,y) 평면에서 위치와 속도를 선택하고, 계통의 입력으로는 속도를 사용하였다.

매 샘플링 구간 동안 원하는 Cartesian 속도  $\dot{x}_d$ 와 관절 벡터 q가 새로운 에너지 함수를 생성하기 위하여 샘플링된다. 신경회로망의 연결 강도값 및 입력 bias 값은 매 샘플링마다 새로운 값으로 대체된다. 또한 매 샘플링마다 에너지 함수는 최소화 되고 관절 속도는 신경회로망의 상태값으로 얻어진다. 이와같이 얻어진 관절 속도값은 매니퓰레이터의 관절을 제어하는데 사용된다.

매니퓰레이터의 끝점 위치의 샘플링 주기는 20ms로 하였고 이 구간동안 원하는 속도를 일정하게 유지하였다. 사용된 매니퓰레이터 끝점은 x,y 평면상에서 출발점은 (3.232, 0.866)이고, 도착점은 (2.567, 1.766)으로 설정하였다. 그림 3은 원하는 궤적을 나타내고 그림 4는 그때의 원하는 속도를 나타낸다. 그림 5는 이때에 얻어진 역 운동학 해  $q_1, q_2, q_3$  및  $q_4$ 를 나타내고, 그림 6은 설정한 매니퓰레이터에 대한 속도 오차를 나타낸다. 그림 6에서 보는 바와같이 속도 오차가 상당히 작음을 알 수 있다. 그림 7은 샘플링 구간 사이의 수렴도를 나타내며 수렴도에 관계하는 정정대각행렬 K의 대각 요소값은 20으로 하였다. 계통의 입력으로 사용하는 속도값을

smooth하게 변화하는 값으로 선택하면 보다 정확한 역 운동학 해를 구하게 된다.

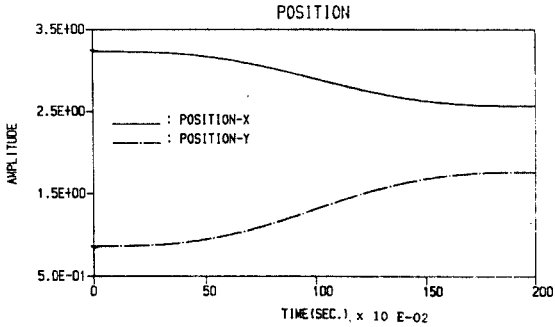


그림 3. 원하는 궤적  
Desired trajectory

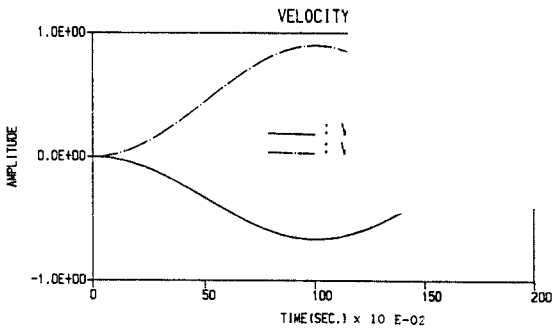


그림 4. 원하는 속도  
Desired velocity

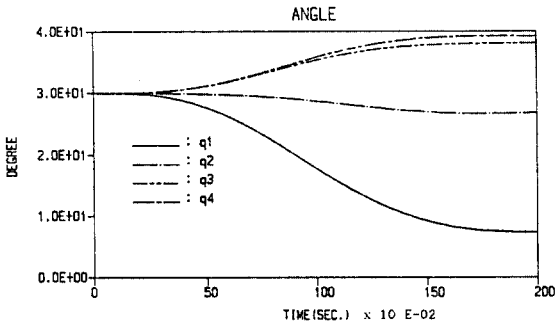


그림 5. 역 운동학 해  
Iverse Kinematic solution

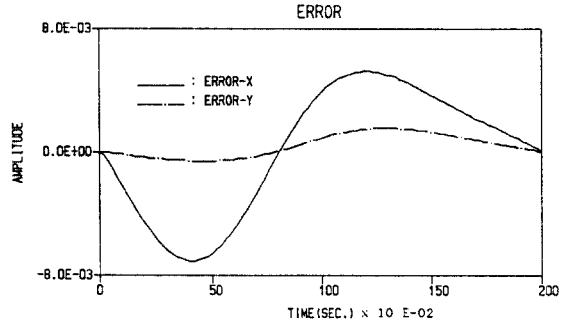


그림 6. 속도 오차  
Velocity error

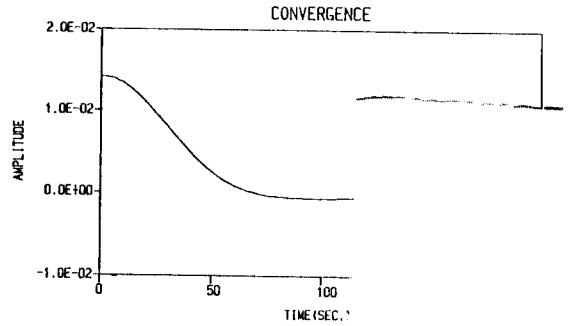


그림 7. 샘플링 구간 사이의 수렴  
Convergence between

## V. 결 론

본 논문에서는 Jacobi 제어 기법에 기초한 Hopfield 신경회로망을 사용한 역 운동학 해를 구하는 방법을 제안하였다.

매 샘플링마다 연결 강도값이 에너지 함수를 최소값으로 수렴하도록 변화한다. 제안된 이 방법은 반복 수치 알고리즘에 대하여 계산 시간이 자유도에 무관하다는 장점을 보였다.

컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 이 방법의 유효성을 입증하였다.

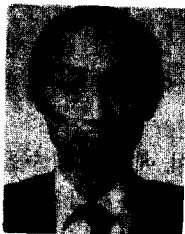
## 참 고 문 헌

1. J.L. McClelland, D.E. Rumelhard, Parallel Dist-

- ributed Proc., Cambridge, MA, MIT press, 1986.
2. W.S. McCulloch & W.A.Pitts, Bulletin of Math, and Biophy, Vol.5, pp. 115, 1943.
  3. B.Widrow & M.E.Hoff, WESCON convention, Record, P.96, 1960.
  4. J.J. Hopfield, "Neuron with Graded Response have Collective Computational Properties like those of two-state Neurons, "Proc. Natl.Acad, Sci, USA, Vol.81, pp.3088-3092, 1984.
  5. J.M. Mendel and K.S.Fu, Adaptive Learning and Pattern Recognition Systems, Academic Press, 1970.
  6. A.Guez and Z.Ahmad, "Solution to the Inverse Kinematic Problem in Robotics by Neural Network," IEEE Int. Conf. II, pp.617-621, 1988.
  7. J.J. Hopfield and D.W. Tank, "Neural computation of decision optimization problem," Biological Cybernetics, 52, 1-12, 1985.
  8. J. Sciavicco, "A solution algorithm to the inverse kinematic problem for redundant manipulator," IEEE J.Robotic and Automation, Vol.4, No.4, pp. 403-410, 1988.
  9. G.Josin, D.charney, "robot control using Neural Network", IEEE Int'l Conf. on Neural Networks II, 1988.

**安德煥** 正會員  
 1960年10月18日生  
 1984年2月：慶北大學校 電子工學科 卒業(工學士)  
 1986年2月：光云大 大學院 電子工學科 卒業(工學碩士)  
 1988年3月～現在：光云大 大學院 電子工學科 博士過程  
 現在：馬山看護保健專門大學 電子計算機課 專任講師

**梁兌奎** 正會員  
 1958年2月7日生  
 1982年2月：光云大 工大 電子工學科 卒業(工學士)  
 1984年2月：光云大 大學院 電子工學科 卒業(工學碩士)  
 1989年8月：光云大 大學院 電子工學科 卒業(工學博士)  
 現在：光云大學校 制御計測工學科 講師



**李相孝** 正會員  
 1941年5月23日生  
 1969年2月：首都工科大学 電氣工學科 卒業(工學士)  
 1971年2月：延世大 大學院 電氣工學科 卒業(工學碩士)  
 1981年2月：延世大 大學院 電氣工學科 卒業(工學博士)  
 1983～84年：U. C. Berkely 客員研究員  
 現在：光云大學校 制御計測工學科 教授