

---

 論 文

# Bispectrum 해석법을 이용한 회전기기 이상진단에 관한 연구

正會員 李 正 徹\* 正會員 鄭 竣 會\*\* 正會員 吳 在 應\*\*\*

## A Study of Rotating Machine Using Bispectrum Analysis Method

Jung Cheol LEE\*, Jun Hoi JUNG\*\*, Jae Eung OH\*\*\* *Regular Members*

**要 約** 회전기기 이상진단을 해석하는 방법으로 최근까지 여러가지 방법이 제시되고 있다. 본 논문에서는 고차 스펙트럼의 일종인 Bispectrum 해석법을 이용하여, 회전기기 요소중의 하나인 베어링의 결함을 진단하는 기법으로서 그 타당성을 검증하고 Bispectrum 해석법의 물리적인 의미를 파악하고자 컴퓨터 시뮬레이션을 행하였다.

컴퓨터 시뮬레이션과 실제의 베어링 결함신호에 대한 결과를 고찰하였으며, 종래의 Power Spectrum보다 베어링 이상진단에 유효함을 알 수 있었다.

**ABSTRACT** A variety of method to diagnose the fault of rotational mechine is suggested, the latest data, This paper uses Bispectrum which is sort of high order spectrum, diagnose the ball bearing of the rotational machine element. Apprehending the physical meaning of Bispectrum, computer simulation is performed.

The result from computer simulation and the signal of the faulted ball bearing is studied from all it's aspects. It is found that the Bispectrum is more effective than the conventional Power Spectrum.

### I. 서 론

---

\* 漢陽大學校 大學院 精密機械工學科  
Department of Precision Mechanical Engineering  
Hanyang University  
\*\* 金星社 家電研究所  
Home Appliance Research Laboratory Head Office  
\*\*\* 漢陽大學校 工科學 機械工學科  
Department of Precision Mechanical Engineering  
Hanyang University  
論文番號 : 90-60 (接受1990. 5. 21)

신호처리 기법으로 선형계에는 파워스펙트럼이 널리 사용되었다. 선형계에 대한 파워스펙트럼 해석법은 수학적으로나 통계적으로 잘 알려져 여러 분야에서 사용되었으며 계측장비도 이를 기준으로 발달하였다. 그러나 시스템이 비선형계인 경우에 파워스펙트럼을 적용하는 것은 문제가

있다. 비선형은 시스템 자체가 비선형성을 갖고 있어서 입력과 시스템 응답사이에 비선형이 있는 경우와 시스템의 공진 모우드사이에서 발생하는 비선형 상호작용 등이 있다. 이런 경우 고차 스펙트럼 해석이 비선형 진동현상을 조사하는데 필요하다. 고차스펙트럼은 종래의 선형 스펙트럼 해석의 확장이다. 파워 스펙트럼에서의 Auto-Spectrum 과 cross Spectrum은 가장 낮은 차수의 스펙트럼을 이용한 것으로 두개의 스펙트럼 성분 상호간의 통계적인 관계를 나타내는 것이다. 고차스펙트럼의 그 다음 차수의 확장이 Bispectrum 으로 각각의 스펙트럼성분의 주파수 합이 0으로 되는 세개의 주파수 성분으로 나타나기 때문에 3개의 주파수에 대하여 여러가지 조합의 형태로 나타나서, 주파수 성분 상호간의 다양한 통계적 관계를 나타내게 된다. 따라서 Bispectrum의 해석기법은 세개의 주파수 성분사이의 비선형진동현상이나 복합공진모우드, 2차성모우드 (quadratic mode), 연성 (Coupling)등을 조사하는데 유용하다. 본 논문에서는 스펙트럼과 Bispectrum의 차이를 이론적으로 비교검토하고 파워 스펙트럼에서는 알 수 없었던 주파수 성분간의 간섭 및 시스템의 비선형성등을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 Bispectrum해석법의 물리적인 의미와 그 타당성을 규명하고 회전기기의 특성을 갖는 볼베어링에 적용해 보았다.

## II. 이론 해석

### 2.1 파워스펙트럼과 고차스펙트럼

평균치를 0으로하는 정상확률과정 (Stationary Stochastic Process)인  $X(t)$ 의 파워스펙트럼은 2차 자기상관함수의 푸리에 변환으로서

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau \quad (1)$$

으로 표시된다. 여기서 자기상관함수  $R(\tau)$ 는 확률과정  $X(t)$ 의 2차모멘트의 평균치로서

$$R(\tau) = E[X(t)X(t+\tau)] \quad (2)$$

으로 표시되고  $E[ \ ]$ 는 기대치값을 나타낸다. 또한 상관함수  $R(\tau)$ 는 파워스펙트럼의 푸리에 역변환을 취하면 쉽게 구해진다.

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \exp(j\omega\tau) d\omega \quad (3)$$

실제에 있어서의 파워스펙트럼의 절대치를 제공한 값을 사용한다. 한편 정상과정일 때의  $S(\omega)$ 를 Fourier-Stieltje 적분의 형태로써 표시할 수 있다.

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(j\omega t) dZ(\omega) \quad (4)$$

식 (4)를 식(2)에 대입하면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$E[dZ(\omega_1)dZ(\omega_2)] = \delta(\omega_1 + \omega_2) S(\omega) d\omega \quad (5)$$

여기서  $\delta$ 는 델타함수이다. 이 델타함수는 두개의 주파수 성분  $X(t)$ 에 대하여

$$\begin{aligned} \omega_1 + \omega_2 = 0, \delta(\omega_1 + \omega_2) &= 1, \\ E[dZ(\omega_1)dZ(\omega_2)] &= S(\omega) d\omega \\ \omega_1 + \omega_2 \neq 0, \delta(\omega_1 + \omega_2) &= 0, \\ E[dZ(\omega_1)dZ(\omega_2)] &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

으로 된다. 시간영역에서의 이과정은 분산  $E[X^2(t)]$ 에 해당되며 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$E[X^2(t)] = R(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega \quad (7)$$

따라서 파워스펙트럼은 시간영역에서 각 주파수 성분으로부터의 기여정도를 표시하고 있는 것이다. 같은 방법으로  $(n-1)$ 차원의  $n$ 차 모우멘트 스펙트럼은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$S_n(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) = (2\pi)^{-(n-1)} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_{n-1} \exp(-j(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2 + \dots + \omega_{n-1} \tau_{n-1})) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_{n-1}$$

여기서  $R_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1})$ 은 확률과정  $n$ 차 모우멘트의 평균치로서

$$R_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}) = E\{X(t)X(t+\tau) \dots X(t+\tau_{n-1})\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X(t)X(t+\tau) \dots X(t+\tau_{n-1}) dt \quad (9)$$

로 표현된다. 또한  $R_n$ 은  $S_n$ 의 푸리에 역변환에 의하여 다음과 같이 구해진다.

$$R_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} S_n(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n-1}) \exp(j(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2 + \dots + \omega_{n-1} \tau_{n-1})) d\omega_1 d\omega_2 \dots d\omega_{n-1} \quad (10)$$

스펙트럼해석과 마찬가지로 식(4)를 식(10)에 대입하면

$$E\{dZ(\omega_1)dZ(\omega_2) \dots dZ(\omega_{n-1})\} = \delta(\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n) S_n(\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_{n-1}) d\omega_1 d\omega_2 \dots d\omega_{n-1} \quad (11)$$

으로된다. 이식은 주파수에서의  $n$ 개의 푸리에 계수곱으로  $dZ(\omega_1)dZ(\omega_2) \dots dZ(\omega_n)$ 의 평균을 표시하고  $\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n$ 의 전체합에 대하여 다음과 같이 된다.

$$\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 0 \quad E\{dZ(\omega_1)dZ(\omega_2) \dots dZ(\omega_{n-1})\} = S_n(\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_{n-1}) d\omega_1 d\omega_2 \dots d\omega_{n-1} \quad (12)$$

$$\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n \neq 0, \quad E\{dZ(\omega_1)dZ(\omega_2) \dots dZ(\omega_{n-1})\} = 0$$

또 식(10)으로부터

$$R_n(0, 0, \dots, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} S_n(\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_{n-1}) d\omega_1 d\omega_2 \dots d\omega_{n-1} \quad (13)$$

으로되고 식(13)은  $(n-1)$ 차원 스펙트럼은  $(n-1)$ 개의 주파수 전 영역에 대하여 적분한 과정  $X(t)$ 의  $n$ 차 모우멘트의 평균치를 표시하고 있다.

## 2.2. Bispectrum 해석

지금까지 설명한 식(13)으로부터 시계열 데이터의 3차 모우멘트에 대한 스펙트럼을 Bispectrum 이라 부른다. 여기서는 파워스펙트럼과 Bispectrum을 비교설명한다.  $X(t)$ 를 스펙트럼  $S(\omega)$ 와 Bispectrum  $B(\omega_1, \omega_2)$ 를 갖는 정상 랜덤 과정이라고 가정하면  $S(\omega)$ 와  $B(\omega_1, \omega_2)$ 는 평균제곱  $R(\tau)$ 와 평균세제곱  $C(\tau_1, \tau_2)$ 의 항으로 각각 정의된다.

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau$$

$$B(\omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau_1, \tau_2) \exp(-j(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)) d\tau_1 d\tau_2$$

$$R(\tau) = E\{E(t)X(t+\tau)\} \quad (14)$$

$$C(\tau) = E\{X(t)X(t+\tau_1)X(t+\tau_2)\}$$

식 (4)를 식 (14)에 대입하면 다음과 같이된다.

$$\omega_1 + \omega_2 = 0 \quad E\{dZ(\omega_1)dZ(\omega_2)\} = S(\omega_1)d\omega_1$$

$$\omega_1 + \omega_2 \neq 0 \quad (15)$$

$$E\{dZ(\omega_1)dZ(\omega_2)\} = 0$$

마찬가지로

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 0 \quad E\{dZ(\omega_1)dZ(\omega_2)dZ(\omega_3)\} = B(\omega_1, \omega_2)d\omega_1 d\omega_2$$

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 0 \quad (16)$$

$$E[dZ(\omega_1)dZ(\omega_2)dZ(\omega_3)] = 0$$

으로 된다. 다시 말해서 스펙트럼은 주파수의 합이 0인 두개의 푸리에 성분으로부터 나온 평균자승치의 기여도를 나타내고 Bispectrum은 주파수의 합이 0이되는 세개의 푸리에 성분 곱에서 나온 평균 세제곱의 기여도를 나타낸다. 정상과정 X(t)에 대한 위의 정의로부터 다음의 중요한 관계가 성립한다.

$$R(\tau) = R(-\tau) \quad S(\omega) = S(-\omega) \quad (17)$$

Bispectrum에 대해서는 3차의 곱으로서 다음과 같이 경계가 생긴다.

$$C(\tau_1, \tau_2) = C(\tau_2, \tau_1)$$

$$= C(-\tau_2, \tau_1 - \tau_2) = C(\tau_1 - \tau_2, -\tau_2) \quad (18)$$

$$= C(-\tau_1, \tau_2 - \tau_1) = C(\tau_2 - \tau_1, -\tau_1)$$

위 식을 B(ω<sub>1</sub>, ω<sub>2</sub>)의 형태로 고쳐쓰면

$$B(\omega_1, \omega_2) = B(\omega_2, \omega_1)$$

$$= B(-\omega_2, \omega_1 - \omega_2) = B(\omega_1 - \omega_2, -\omega_2) \quad (19)$$

$$= B(-\omega_1, \omega_2 - \omega_1) = B(\omega_2 - \omega_1, -\omega_1)$$

로 된다.

또 dZ(ω) = dZ\*(-ω), B(ω<sub>1</sub>, ω<sub>2</sub>) = B\*(-ω<sub>1</sub>, -ω<sub>2</sub>)가 성립한다. 식 (18), (19)에서 주어진 기하학적 특성을 아래 Fig.1에 표시하였다.

Fig.1은 이산화한 데이터에 대한 Bispectrum을 나타낸다. 특히 실시간계열 (Real-Time Series) X(t)에 대하여는 단지 Fig.1에서 보이는 점채된 부분으로부터 계산 되어질 수 있다.

이상의 식으로부터 Auto-Bispectrum, Cross-Bispectrum, Auto-Bicoherence, Cross-Bicoherence를 다음과 같이 정의한다.<sup>(2)(9)</sup>

⊙ Auto-Bispectrum (ABS)

$$ABS(\omega_1, \omega_2) = B_{xxx}(\omega_1, \omega_2)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau_1, \tau_2) \exp -j(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2) d\tau_1 d\tau_2$$

where C(τ) = E[X(t)X(t+τ<sub>1</sub>)X(t+τ<sub>2</sub>)]

⊙ Cross-Bispectrum (CBS)

$$CBS(\omega_1, \omega_2) = B_{xxy}(\omega_1, \omega_2)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau_1, \tau_2) \exp -j(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2) d\tau_1 d\tau_2$$

where C(τ) = E[X(t) X(t+τ<sub>1</sub>) Y(t+τ<sub>2</sub>)]

⊙ Auto-Bicoherence (ABC)

$$ABC(\omega_1, \omega_2) = \frac{B_{xxx}(\omega_1, \omega_2)}{\sqrt{X(\omega_1) X(\omega_1) X(\omega_1 + \omega_2)}}$$

⊙ Cross-Bicoherence (CBC)

$$CBC(\omega_1, \omega_2) = \frac{B_{xxy}(\omega_1, \omega_2)}{\sqrt{X(\omega_1) X(\omega_2) Y(\omega_1 + \omega_2)}}$$

⊙ Bicoherence residue

$$\frac{B_{xxy}(\omega_1, \omega_2)}{B_{xxx}(\omega_1, \omega_2)}$$

Bispectrum의 계산은 주파수 영역에 있어서의 세개의 푸리에 성분중에 한개를 공역으로 계산하

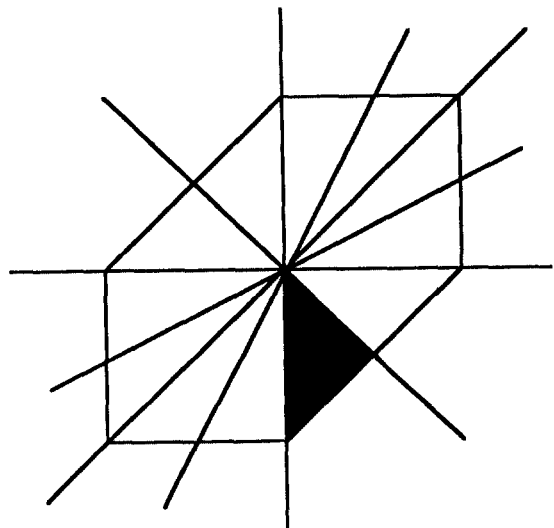


Fig. 1. Symmetric relationship of the bispectrum

며, 신뢰성을 높이기 위하여 되도록 많은 Time-Averaging 을 행하였다. 본 논문은 식 (14) 부터 식 (19)까지의 계산과정을 통하여 각 주파수 성분간의 위상관계, 진폭관계, 상호 간섭정도 등을 회전기기가 갖는 주파수특성에 대하여 Bispectrum 해석법을 적용하고, 그 물리적 의미를 고찰한다.

### III. 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 Bispectrum의 고찰

Bispectrum의 물리적인 의미를 알고자 회전기기의 특성을 갖는 시간영역의 파형을 만들어 고찰한다. 각 데이터는 기본적으로 5개의 주파수  $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5$ 를 가지며 샘플링 타임은 0.015625초이다.

레코드 수는 32개이고 각 레코드는 128개의 시계열 데이터를 갖는다. Noise 성분은 난수 발생 함수를 사용하였으며, 크기값을 1로 기준으로 했을 때 평균값을 0.5이고 분산은 0.1이다. 시뮬레이션 데이터는 다음 수식을 사용하였다.

$$X(t) = \exp(-j\omega_n t) \sin(\omega_d t + \phi)$$

where  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$

#### 3.1 이상진단 시스템의 모델링

회전기기의 결함탐지 방법으로 시스템의 초기 상태를 정상상태일때의 신호특성으로 생각하고 나중상태의 신호특성을 결함상태로 생각한다. 정상상태의 신호 특성과 결함상태의 신호특성을 구별하기 위하여 초기상태의 신호를 항상가지고서 시간의 경과를 두고 채취한 신호를 나중상태로 보고 신호해석을 하게된다. 따라서 초기에 측정된 데이터는 항상 입력신호로 보고 시간간격을 두고 측정된 데이터를 출력신호로 보고 해석한다.

#### 3.2 입력과 출력사이의 Noise 성분의 변화가 Bispectrum에 미치는 영향

입력 주파수  $f_1=4, f_2=8, f_3=12, f_4=16, f_5=20$  Hz이고 Noise 성분이 전혀없는 경우의 ABS, ABC, Contour, Auto Power Spectrum을 Fig. 2(a)에 표시한다. 여기서 Contour는 ABS의 Contour 이다. 같은 방법으로 출력 주파수가  $f_1=4, f_2=8, f_3=12, f_4=16, f_5=20$  Hz에 Noise 성분이 0.5인 경우를 Fig.2(b)에 표시한다. Fig. 2(a)와 Fig.2(b)사이의 CBS, CBC, Contour, Cross Power Spectrum은 Fig.2(c)에 표시한다. Fig.2(a)에서 Noise 성분이 전혀없는 경우에 ABC는 전 평면에서 1의 값을 가짐을 알 수 있다. Fig.2(a)의 ABS, (b)의 ABS형태와 크기 값에서 거의 같은 것으로보아 Bispectrum은 Noise의 영향이 전혀 없는 것은 아니지만 거의 받지 않음을 알 수 있다.

Noise 성분의 변화율을 0.4, 0.8, 1.2으로 증가시킨 경우의 ABS, ABC, Contour, Auto Power Spectrum을 Fig.3의 (a), (b), (c)에 각각 나타낸다. Fig.3에서 알 수 있듯이 ABS의 변화는 없고 ABC는 비례적으로 작아져 감을 알 수 있다. 반면 Auto Power Spectrum은 Noise가 증가됨에 따라 약간씩 변화를 보인다.

같은 방법으로 Noise성분을 0.0에서 3.6까지 0.4 간격으로 변화시켰을 때의 특정 주파수  $f_1=4, f_2=16, f_3=20$ 인 경우에 대하여 Fig.4-1에 나타내고 CBC를 Fig.4-2에 나타낸다. Fig.4-1에서 알 수 있듯이 ABC의 변화는 Noise성분이 커짐에 따라서 점점 작아짐을 알 수 있다. CBC의 변화는 ABC만큼 민감하지는 않지만 전체적으로 피크값이 작아지는 경향임을 알 수 있다.

#### 3.3. Side band가 Bispectrum해석에 미치는 영향

입력은 Fig.2(a)를 사용하고 출력은 각 경우마다 기준주파수  $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5$ 의 각각에 0.5Hz의 Side band를 준 것으로 사용하였다. 다섯 경우중 첫번째 경우에 대하여 출력의 ABS, ABC를 Fig. 5-1(a)에, 입출력 사이의 CBS, CBC를 Fig.5-1(b)에 표시하였다. 마찬가지로 두번째 경우는 Fig.5-2의 (a),(b)에 나타낸다. 같은 방법으로

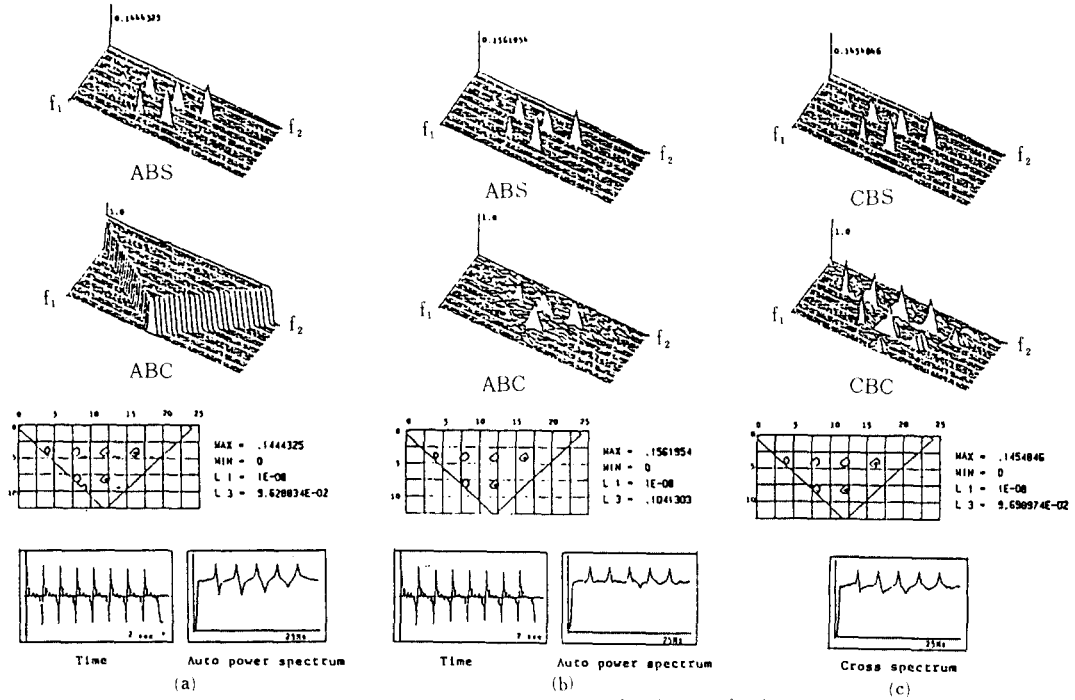


Fig. 2. Auto and cross spectrum due to the change of noise  
 (a)  $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 + \text{noise} (0,0)$   
 (b)  $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 + \text{noise} (0,5)$   
 (c) cross spectrum of (a) and (b)

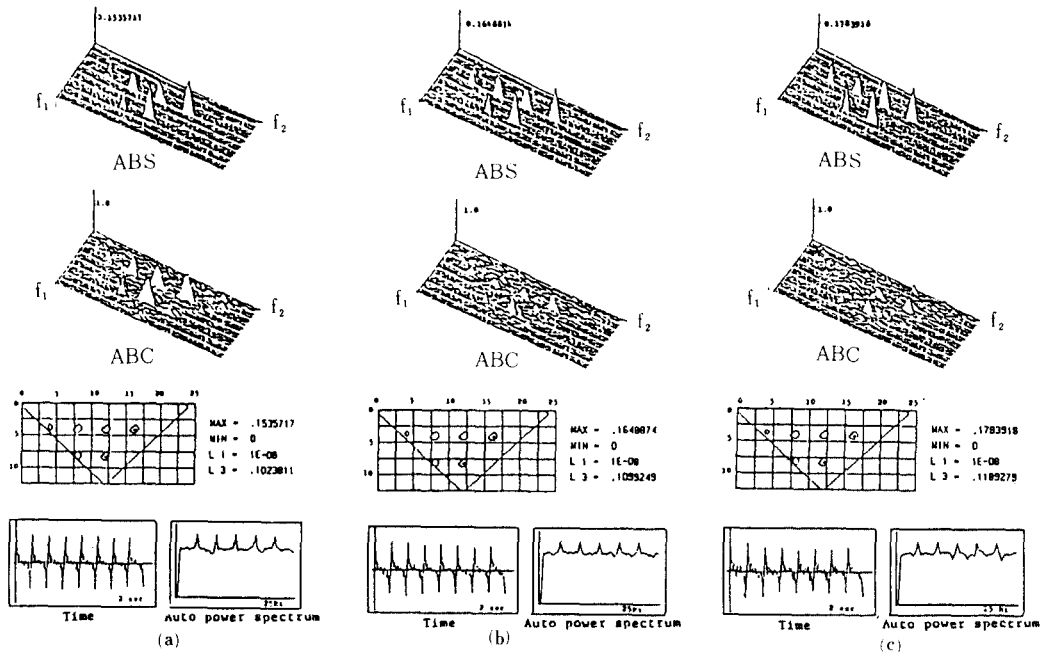


Fig. 3. Auto spectrum due to the change of noise  
 (a)  $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 + \text{noise} (0,4)$   
 (b)  $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 + \text{noise} (0,8)$   
 (c)  $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 + \text{noise} (1,2)$

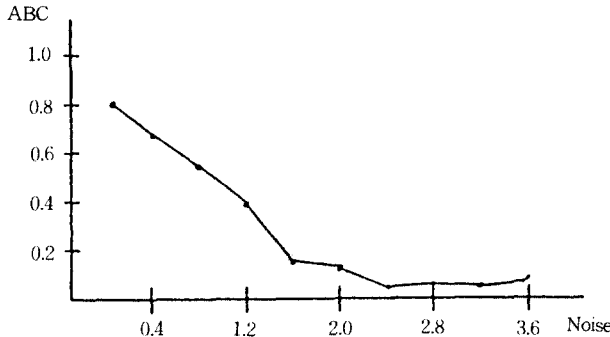


Fig. 4-1. Noise 변화에 따른 ABC의 변화

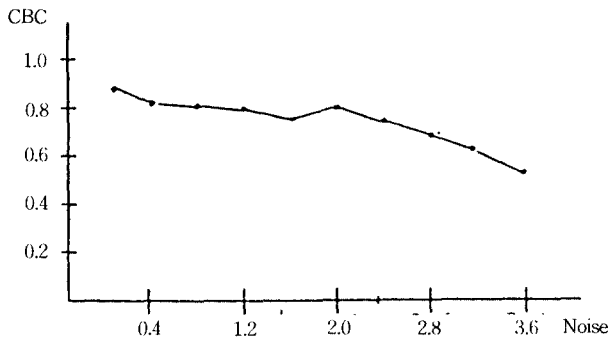


Fig. 4-2. Noise 변화에 따른 CBC의 변화

Fig.5-5까지 표시한다. Fig.5-1(a)에서 ABS는 Side band가 발생한 4Hz를 중심으로 ABS가 크게 나타났다. 그러나  $f_1=8\text{Hz}$ 인 경우에 ( $f_1=8, f_2=12$ )인 경우에 나타나지 않는 것은 아니고 상대적으로 작아서 잘 보이지 않을 뿐으로, Fig. 2(a) 정도의 피크는 발생한 것이다. Fig.5-2(a)를 보면 Side band가 발생한 8Hz를 기준으로 ( $f_1=4, f_2=4$ ), ( $f_1=4, f_2=8$ ), ( $f_1=8, f_2=8$ ), ( $f_1=8, f_2=12$ )인 경우에 큰 피크를 가져서 Side band가 발생한 주파수를 중심으로  $f_1, f_2, f_3$ 가 모든 존재하는 경우에 피크를 갖는다. 그러나 ABC는 주파수 성분별로 모든 곳에서 피크를 가짐을 알 수 있다. Fig.5-2(b)의 CBC는  $f_1=4, f_2=4$ 인 경우에만 피크값을 갖는데 이는 Side band 발생 주파수가  $f_3$ 에 해당되는 경우이다. 이는  $f_1$ 과  $f_2$ 의 합이 Side band 발생 주파수를 나타낸 것이다. CBC는 CBS에서 발생한 피크에서 날카로운 형태를 가짐을 볼 수 있다. Fig.5-3(a)는 Side

band가 발생한 주파수가 12Hz이고 이를 기준으로 12Hz가  $f_1, f_2, f_3$ 중에 어느 한가지이고 나머지 주파수가 존재하는데서 피크를 갖는다. 즉( $f_1=4, f_2=4, f_3=12$ ), ( $f_1=4, f_2=12, f_3=16$ ), ( $f_1=8, f_2=12, f_3=20$ )인 경우이다. Fig.5-3(b)의 CBS도 Fig. 5-2(b)와 마찬가지로  $f_3$ 가 Side Band를 갖는 주파수로 나타나고 나머지  $f_1, f_2$ 가 존재하는 주파수로 ( $f_1=4, f_2=8$ )인 경우 밖에 없다.  $f_1=8$ 이고  $f_2=4$ 인 경우도 발생할 수 있지만 계산상에 계산이 되지 않은 것 뿐이다. 같은 식으로 Fig.5-4(a)는 16Hz를 기준으로 ( $f_1=4, f_2=12, f_3=16$ ), ( $f_1=4, f_2=16, f_3=20$ ), ( $f_1=8, f_2=8, f_3=16$ )인 경우에만 발생한다. 같은 방식으로 Fig.5-5도 해석이 된다. Fig.5-1(b)의 CBS가 전 구간에서 낮은 피크만을 갖는 것은  $f_1=4$ 일때 이를 구성할 수 있는  $f_1$ 과  $f_2$ 가 없기때문으로 해석할 수 있다. 반면 Cross Power Spectrum과 Auto Power Spectrum에서는 근접한 주파수인 Side Band를 구별하기 어렵다.

이상을 정리해 보면 Side Band는 ABS에서는 Side Band가 발생한 주파수가  $f_1, f_2, f_3$ 중에 어느 것이라도 되고 나머지 주파수가 존재한다면 피크로 나타나고 ABC에서는 Side Band가 발생한 주파수가 넓어지는 경향이 있다. CBC는  $f_3$ 가 Side Band 발생 주파수가 되고 이에따라  $f_1$ 과  $f_2$ 가 존재한다면 피크값을 갖는다. 그러나 전체적으로 보아서 ABC의 피크가 CBC의 피크에 영향을 주지 않음을 알 수 있다. 주의할 점은 각 모드에서 Fig.2에 경우에서 발생한 피크가 없는 것이 아니라 상대적으로 작아서 보이지 않는 것 뿐이라는 것이다.

### 3.4 주파수 변동이 Bispectrum에 미치는 영향

출력 주파수  $f_1$ 이 4Hz에서 3.5Hz로 변한 경우를 Fig.6-1에 나타내었다. Fig.6-1(a)는 출력의 ABS와 ABC이다. 이 경우에는 변조된 주파수 4Hz를 중심으로( $f_1=4, f_2=8, f_3=12$ ), ( $f_1=4, f_2=12, f_3=16$ ), ( $f_1=4, f_2=12, f_3=16$ )에 대하여 피크값을 가짐을 알 수 있다. 또 다른 주파수 성분의 값도 나타났으나 상대적으로 작은 값이어서 잘

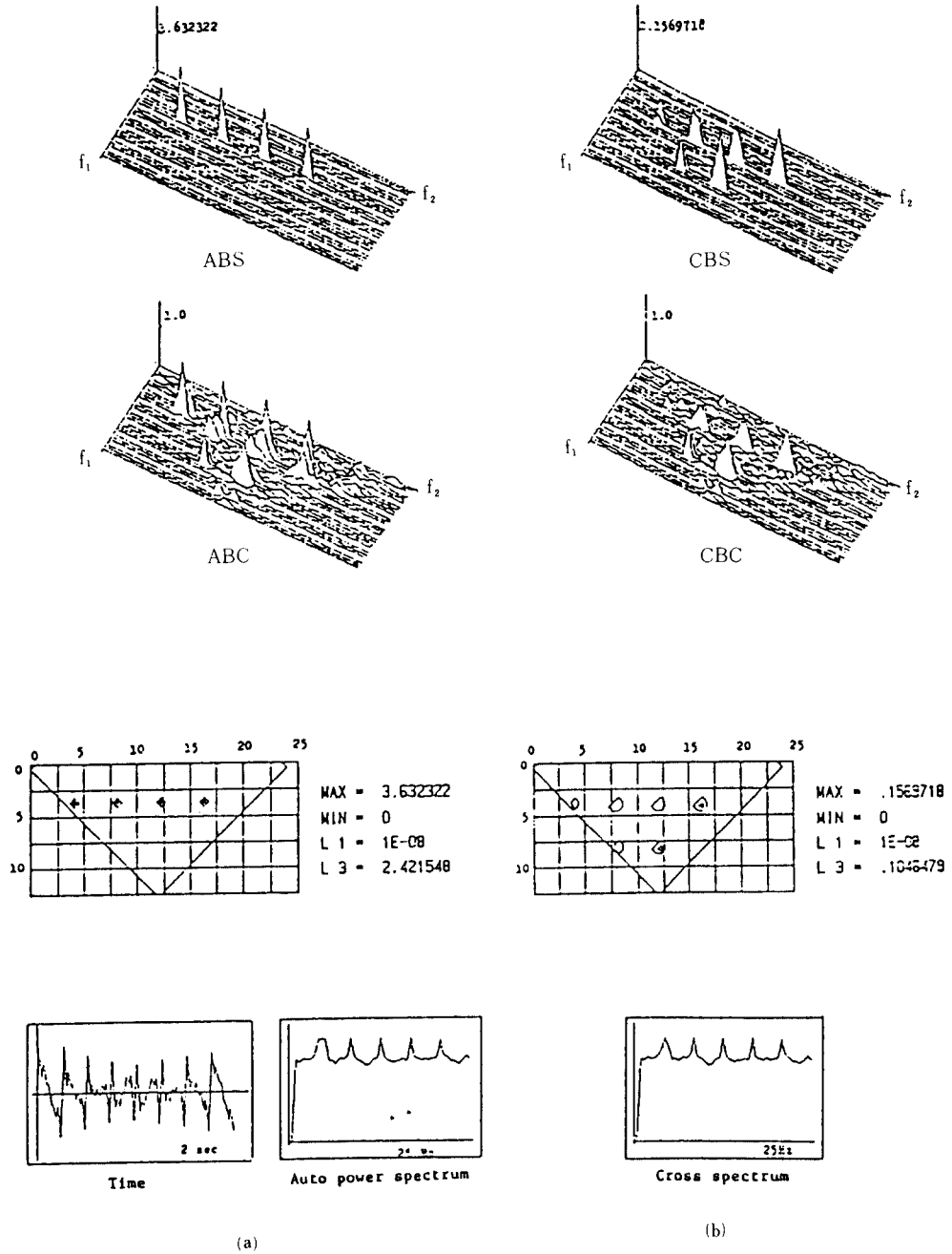
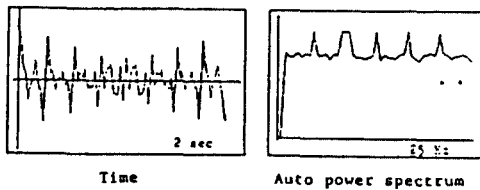
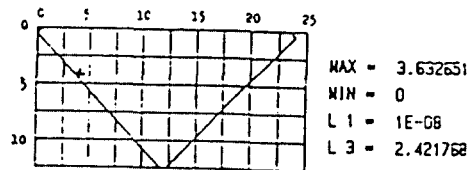
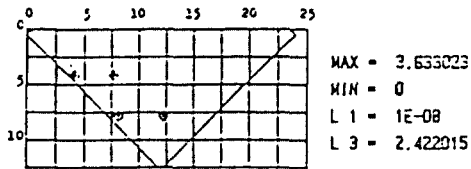
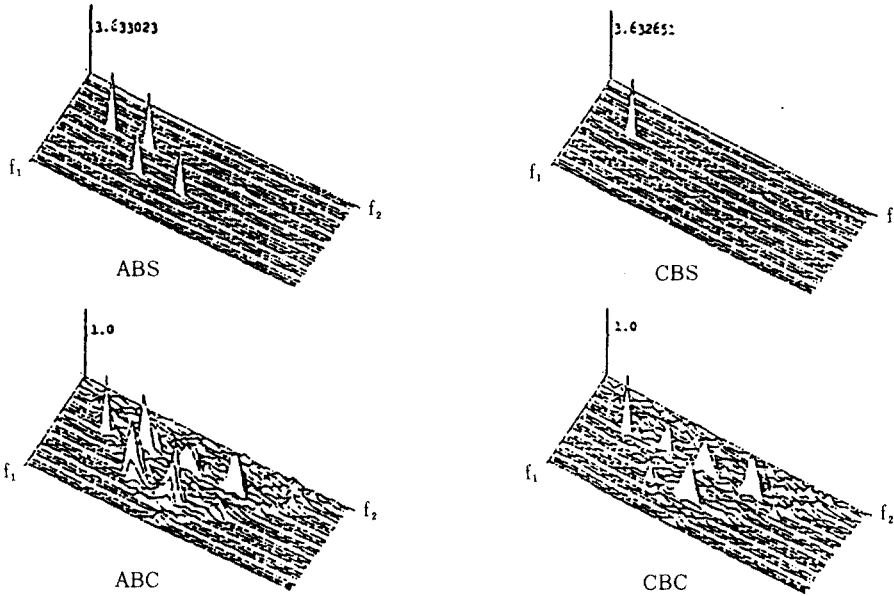
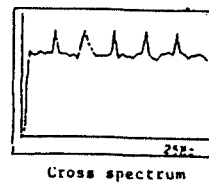


Fig. 5-1. Spectrum due to the change of each side band (3.5Hz, 4.5Hz)



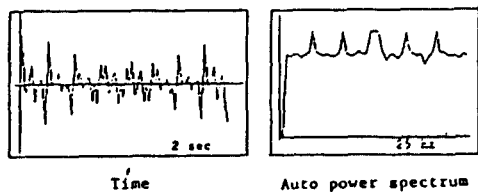
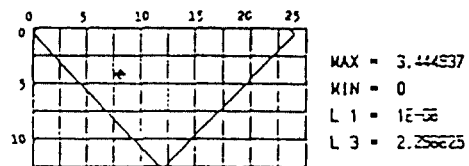
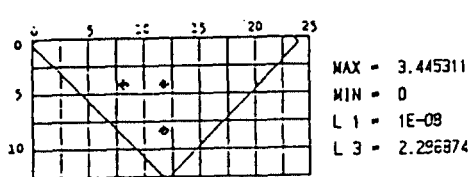
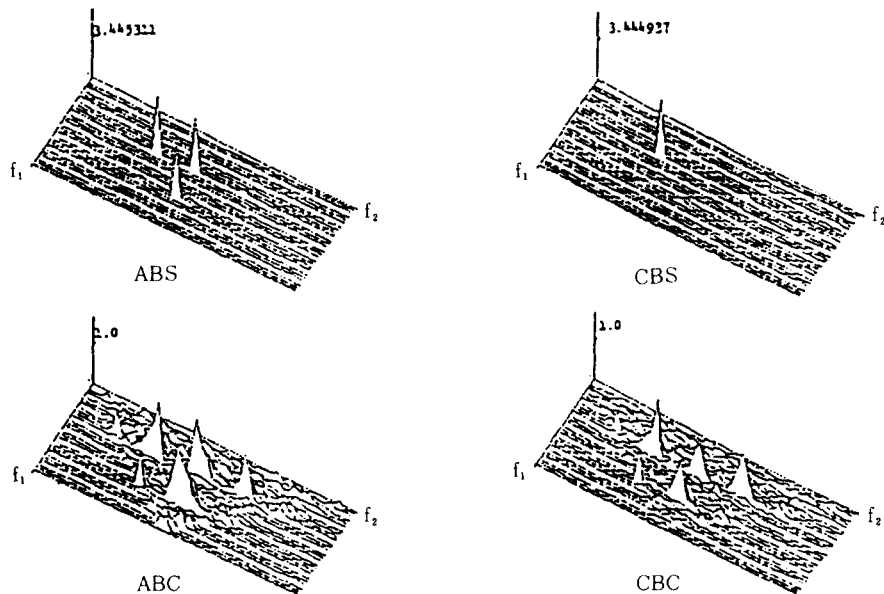


(a)

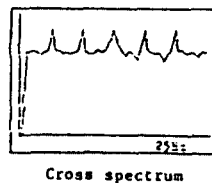


(b)

Fig. 5-2. Spectrum due to the change of each side band (7.5Hz, 8.5Hz)



(a)



(b)

Fig. 5-3. Spectrum due to the change of each side band (11.5Hz, 12.5Hz)

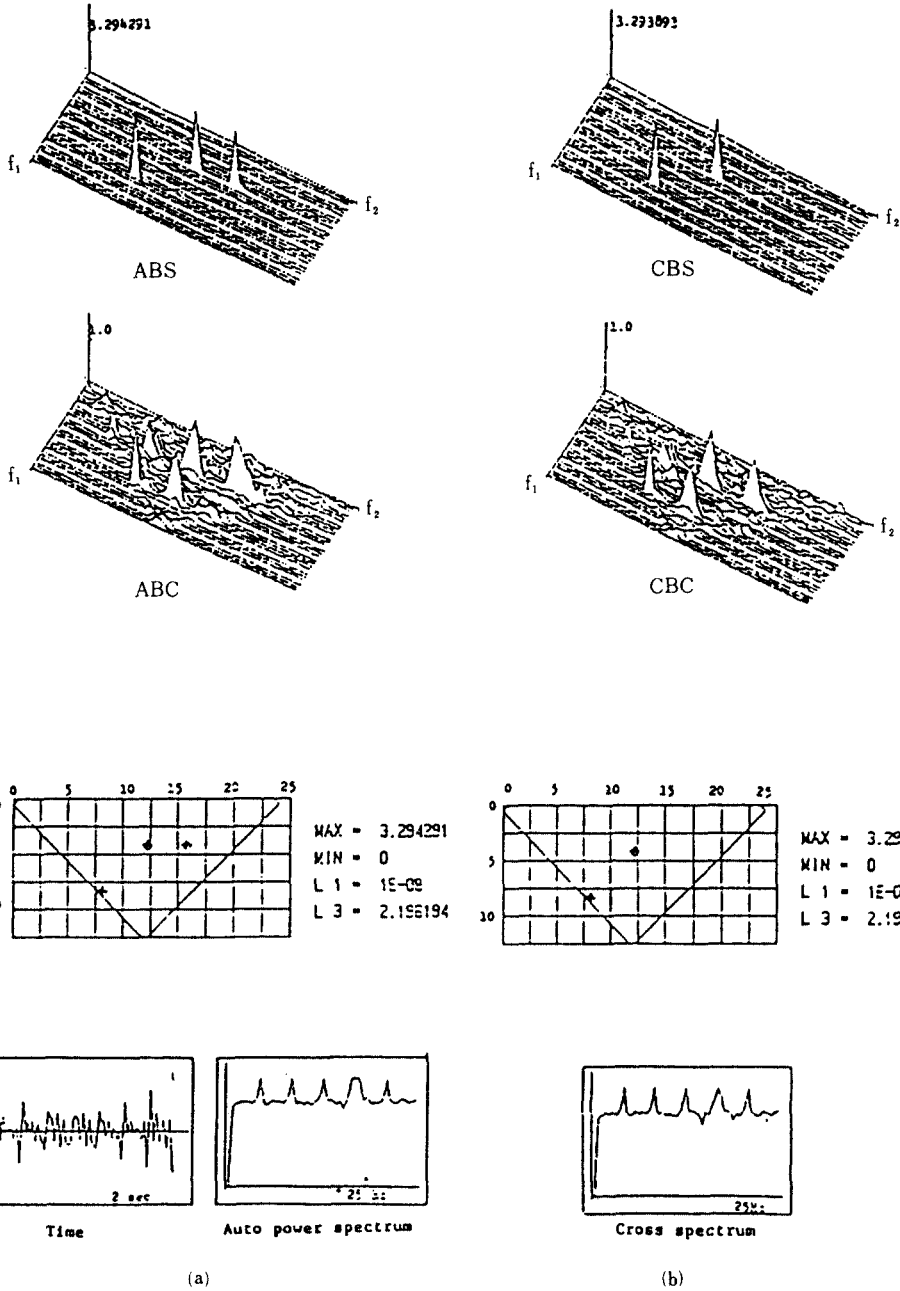


Fig. 5-4. Spectrum due to the change of each side band (15.5Hz, 16.5Hz)

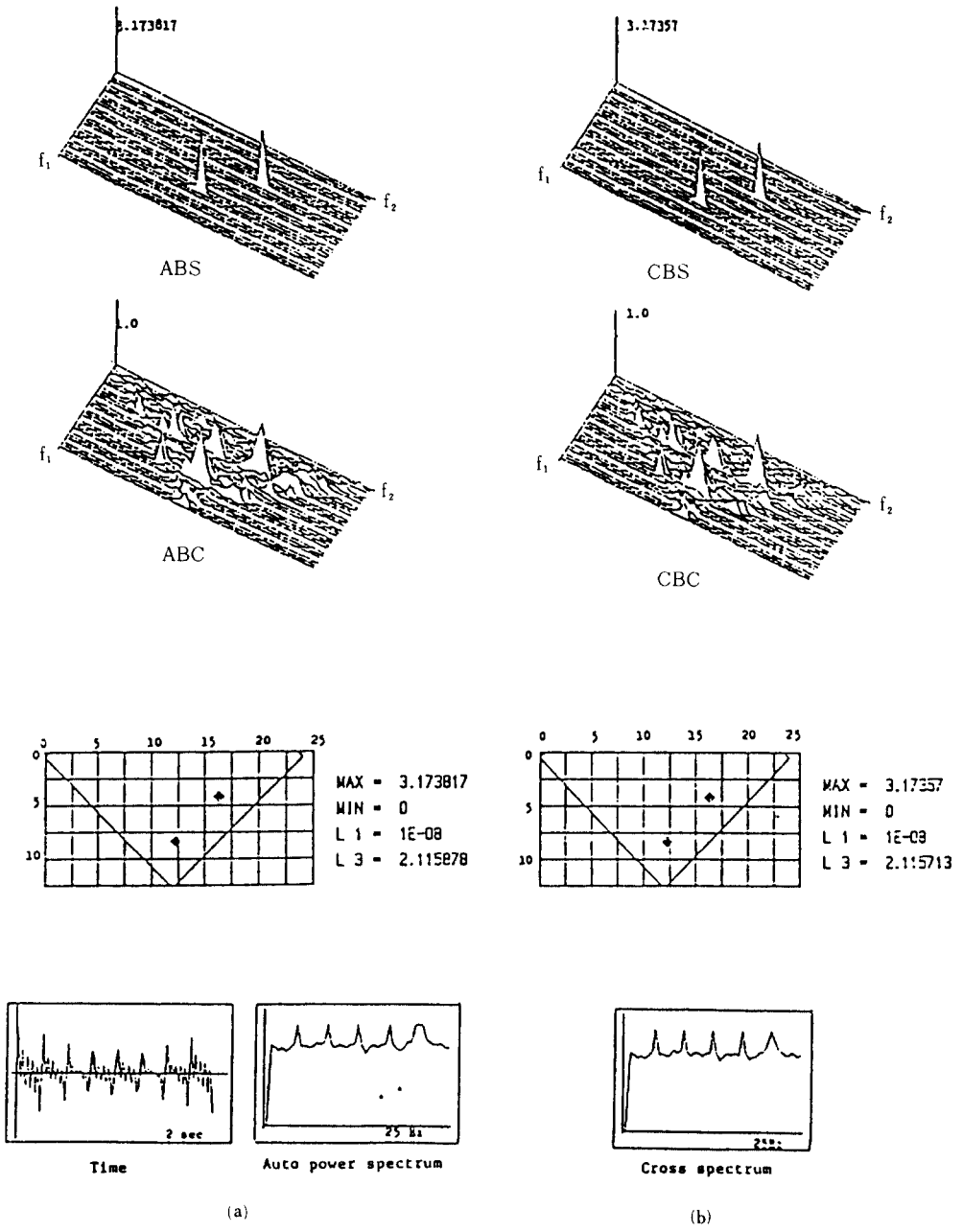


Fig. 5-5. Spectrum due to the change of each side band (19.5Hz, 20.5Hz)

보이지 않지만 ABC를 보면 다른 주파수 성분의 기여가 있음을 알 수 있다. 같은 방법으로 출력 주파수 ( $f_1=4, f_2=8, f_3=12.5, f_4=16, f_5=20$ )인 경우를 Fig.6-2에 나타내었다.

이 경우에 ( $f_1=4, f_2=12, f_3=16$ ), ( $f_1=8, f_2=12, f_3=20$ )에 대하여 피크값을 가짐을 알 수 있다. ABC값도 피크값에서 큰 값을 가지며 앞 경우와 마찬가지로 다른 주파수성분에 의한 기여가 있음을 알 수 있다. Fig.6-2(b)의 CBS는 전 구간에서 낮은값으로 분포하게되며 변조된 주파수 12.5Hz가  $f_3$ 에 해당되고 ( $f_1=4, f_2=8$ )인 경우에 상대적으로 낮으며 여러개의 피크값을 갖는 것으로 보아서, 입력을 출력에대한 상관값으로 해석해 볼때 주파수 12Hz가 변조되어 있음을 추측할 수 있다. CBC에서도 이 주파수에서 넓은 분포의 값을 가지고 있다. 마찬가지로 출력 주파수가 ( $f_1=4, f_2=8, f_3=12, f_4=15.5, f_5=20$ )인 경우를 Fig.6-3에 표시한다. Fig.6-3(a)는 출력의 ABS으로서 ( $f_1=4, f_2=16, f_3=20$ )인 경우에 피크값을 가지며 앞의 경우와 마찬가지로 변조된 주파수가  $f_2$ 가 해당되는 부분에서 피크가 된다. ABS에서도 피크에서 큰 값을 가짐을 알 수 있다. Fig.6-3(b)의 CBS는 높은 피크 값을 없지만 변조된 주파수  $f_3$ 가 16Hz인 경우로 ( $f_1=4, f_2=8$ ), ( $f_1=8, f_2=8$ )인 경우에 여러개의 피크값을 가짐을 알 수 있다.

### 3.5 주파수 변화에 대한 Bicoherence residue의 관계

출력 주파수  $f_1=4, f_2=8, f_3=12$ 가 각각  $f_1=3.5, f_2=7.5, f_3=11.5$ 로 변한 경우에 Auto Bispectrum으로 나눈 Bicoherence residue의 각각을 Fig.7(a),(b),(c)에 나타낸다. Fig.7에서 보듯이 변조된 주파수를  $f_3$ 로 하고 이를 만족하는  $f_1, f_2$ 에서 선상으로 높은 값을 가짐을 알 수 있다.

## IV. 실험

### 4.1 실험장치 및 방법

본 논문에서 사용한 베어링은 그리스가 주입된 KBC社 제품 6027 zz형 볼베어링으로 외륜을 고정하고 4000rpm으로 회전시켜 초기상태와 인위적으로 외륜을 관통하는 결함을 준 상태의 베어링 진동신호를 측정하였다. 실험장치, 측정기기, 및 주변장치는 Fig.8과 같다.

### 4.2 측정계 및 데이터 처리

본 논문에서 사용한 측정계 및 데이터 분석의 계통도는 Fig.9와 같다. Tachometer로 회전축의 rpm을 4000으로 유지되는 것을 감시하면서 고정된 외륜에 가속도계를 부착한다. 센서에 의해 측정된 신호는 Conditioning Amp.를 통하여 적절한 크기로 증폭되어 FFT Analyzer로 입력된다. FFT Analyzer는 입력된 Analog 신호를 디지털 신호로 변환하며 디지털화된 Time 데이터는 IEEE-488 Interface를 통하여 FFT Analyzer로 부터 컴퓨터로 전송된다. 전송된 데이터는 마이크로 컴퓨터에서 계산되어 파워스펙과 바이 파워스펙트럼, 바이코히어런스, contour를 계산하고 계산된 결과는 X-Y Plotter와 Line Printer로 출력시켰다. Fig.9은 계산과정의 흐름도를 보여준다.

## V. 결과 및 고찰

### 5.1 볼베어링 신호에 대한 Bispectrum과 Power Spectrum의 비교

Fig.10은 실험의 초기상태에서의 베어링의 진동특성을 나타내고 Fig.11은 볼베어링에 인위적으로 외륜을 관통하는 결함을 준상태를 나타낸다. Fig.12는 초기상태와 결함이있는 상태사이의 상호특성을 나타낸다. 파워스펙트럼에서는 초기상태와 결함상태를 비교하여 변화가 발생했음을 알 수 있으나 어떤 형태의 변화가 있었는지 알 수 없다. Noise영향을 받지않은 Bispectrum은 정상상태와 결함상태에서 현저한 피크값을 가지고 있고 결함상태에서는 정상상태에서 없었던 새로운 피크가 발생한 것으로 보인다. 따라서

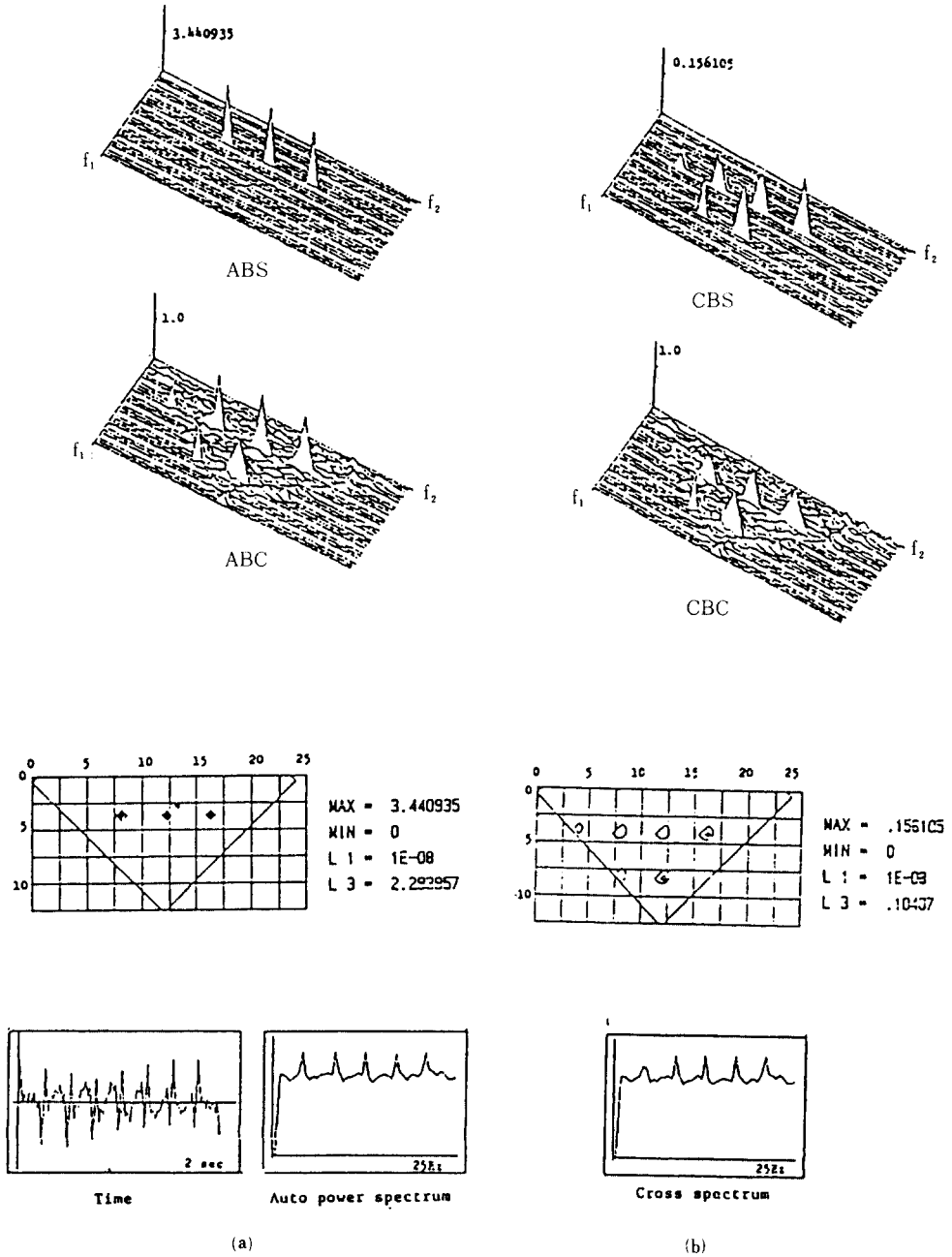


Fig. 6-1. Spectrum due to the change of frequency shift (4Hz→3.5Hz)

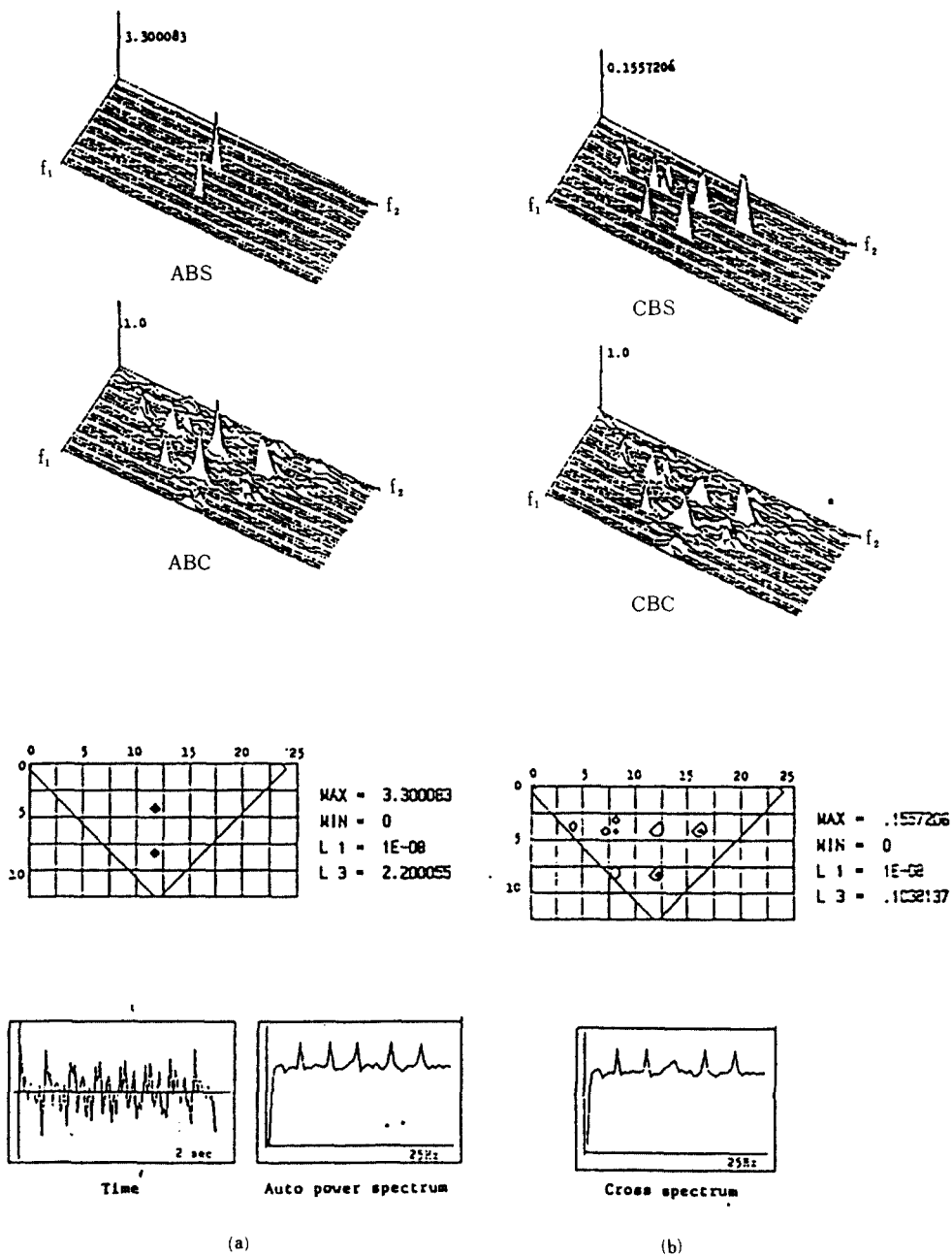


Fig. 6-2. Spectrum due to the change of frequency shift (12Hz→11.5Hz)

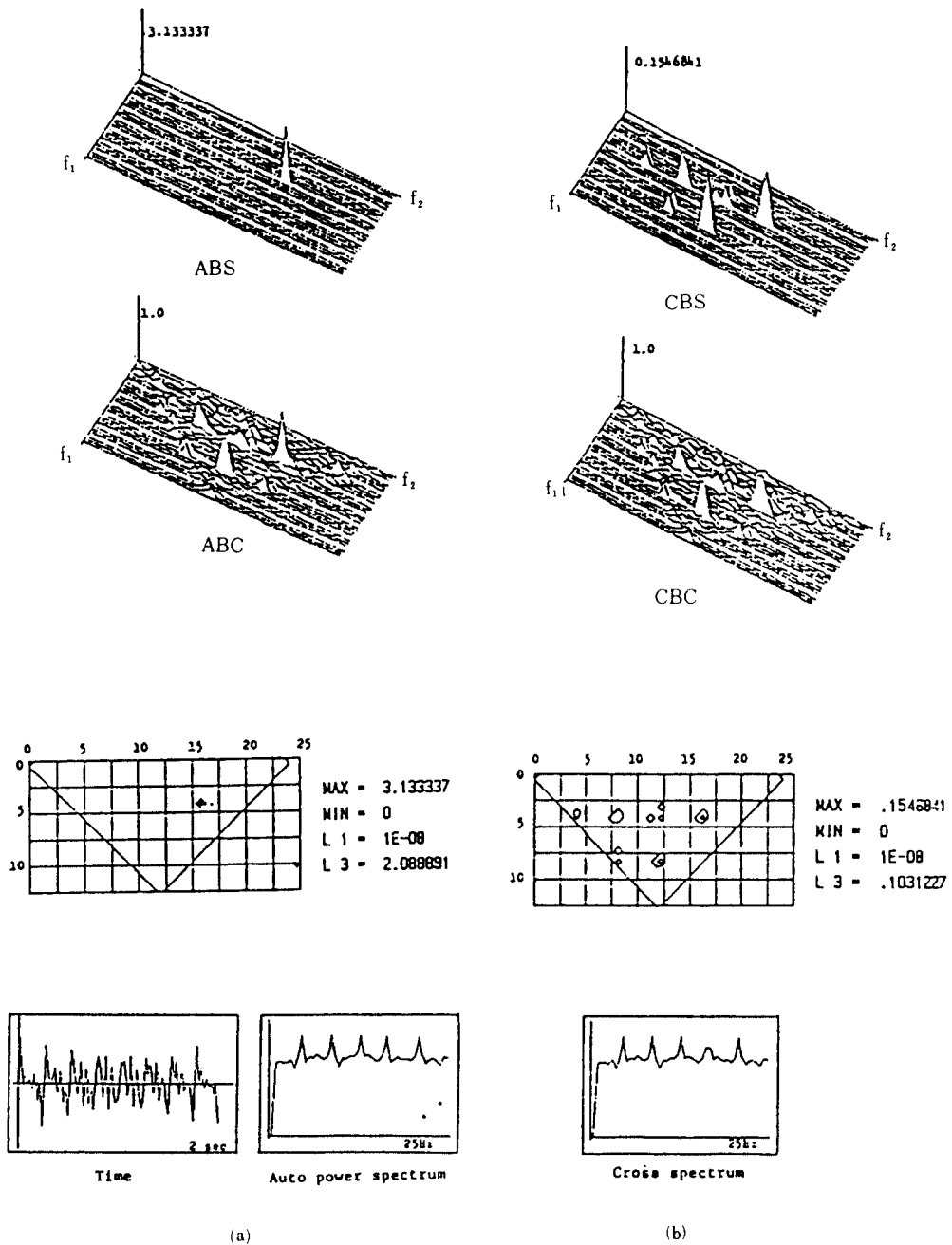


Fig. 6-3. Spectrum due to the change of frequency shift (16Hz→15.5Hz)



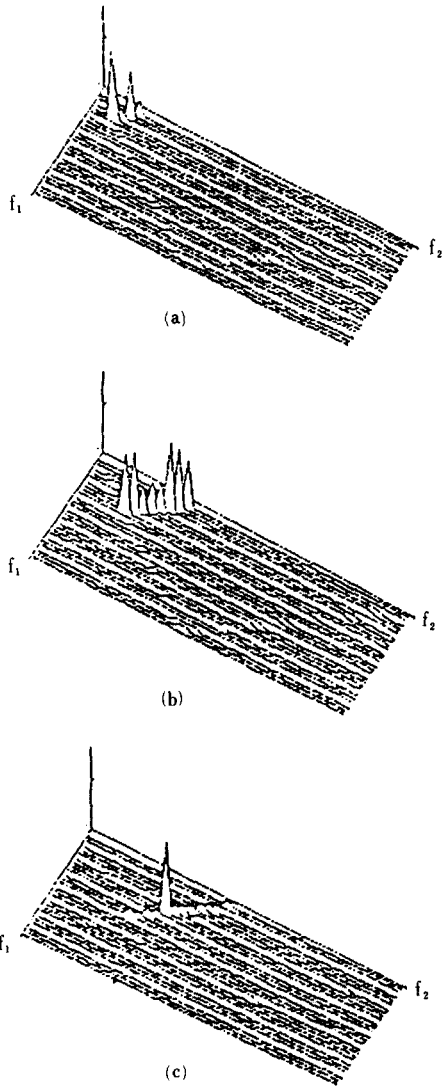


Fig. 7. Coherence residue  
 (a) Translate  $f_1(4\text{Hz})$  into  $f_1(3.5\text{Hz})$   
 (b) Translate  $f_2(8\text{Hz})$  into  $f_2(7.5\text{Hz})$   
 (c) Translate  $f_3(12\text{Hz})$  into  $f_3(11.5\text{Hz})$

새로운 Harmonic Order의 주파수성분의 발생을 정확히 알 수 있다. 또한 결함에 의해서 발생한 Harmonic Order의 주파수는 기존의 주파수에 영향을 주지 않고 발생했음도 알 수 있다.

Cross Bispectrum에서는 결함상태와 정상상태 양쪽에 존재하는 피크에서 높음을 볼 수 있다.

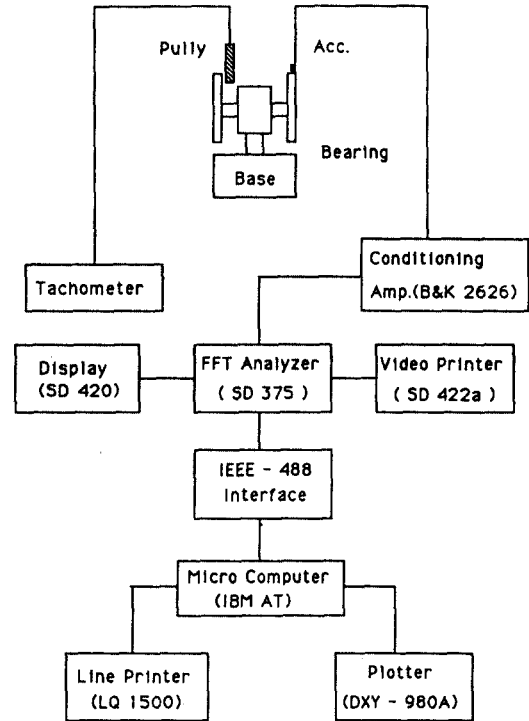


Fig. 8. Schematic Diagram of Measuring and Analysis System

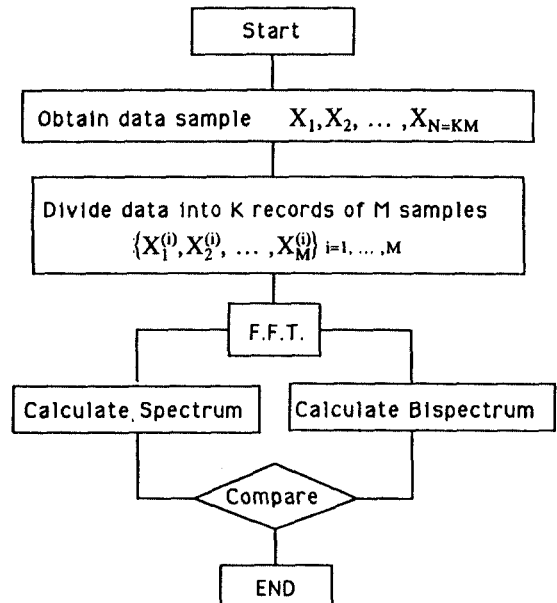


Fig. 9. Flow Chart of Estimation of Spectrum and Bispectrum

따라서 Power Spectrum에서는 분간하기 어려운 볼베어링의 주파수 변화를 Bispectrum에서는 가시적으로 잘 나타내어 줌을 알 수 있다.

### 5.2 베어링 결함신호의 탐지 방법

결함이 생긴 볼베어링은 정상상태에서의 볼베어링에서의 Harmonic성분을 대부분 유지하고 결함에 의해 발생한 새로운 Harmonic성분을 추가로 더 갖는다. 따라서 정상상태의 Auto Bispectrum의 Contour를 결함상태의 Auto Bispectrum Contour Map에서 Peak부분에서 제거해서 생각해보면 새로이 발생한 Harmonic Order성분을 알 수 있다. 또 정상상태와 결함상태의 Cross Bispectrum을 정상상태의 Auto Bispectrum으로 나누어 나타낸 Bicoherence residue를 Fig.13에 표시하였다. 이 경우에 피크값을 입력에 관계하여서 새로이 발생한 주파수 성분으로 생각된다.

### 5.3 베어링 결함탐지를 위한 Bispectrum과 Power Spectrum의 적용 타당성 검토 및 비교 판정

Power Spectrum은 Noise의 영향을 많이 받고 Harmonic Order에 대한 판정이 주관적으로 할 수 밖에 없기때문에 정확성과 신뢰성을 가질 수 없으나 Bispectrum에서는 새로운 Harmonic Order의 발생을 정확한 Peak값으로서 찾아내고 결함상태와 정상상태의 Cross Bispectrum은 정상상태의 Bispectrum으로 나눔으로서 새로이 발생한 결함신호의 특성만을 알 수 있다. 또한 정상상태 Contour와 비정상상태의 Contour에서 일정수준이상의 Peak를 비교해 봄으로서도 정상상태와 결함상태의 차이를 쉽게 알 수 있어서 회전기기의 결함이 발생하는 것을 쉽게 알 수 있으리라고 생각된다. 이상의 결과에서 결함탐지 방법으로 Bispectrum의 방법이 유용한 방법이 되리라 생각된다.

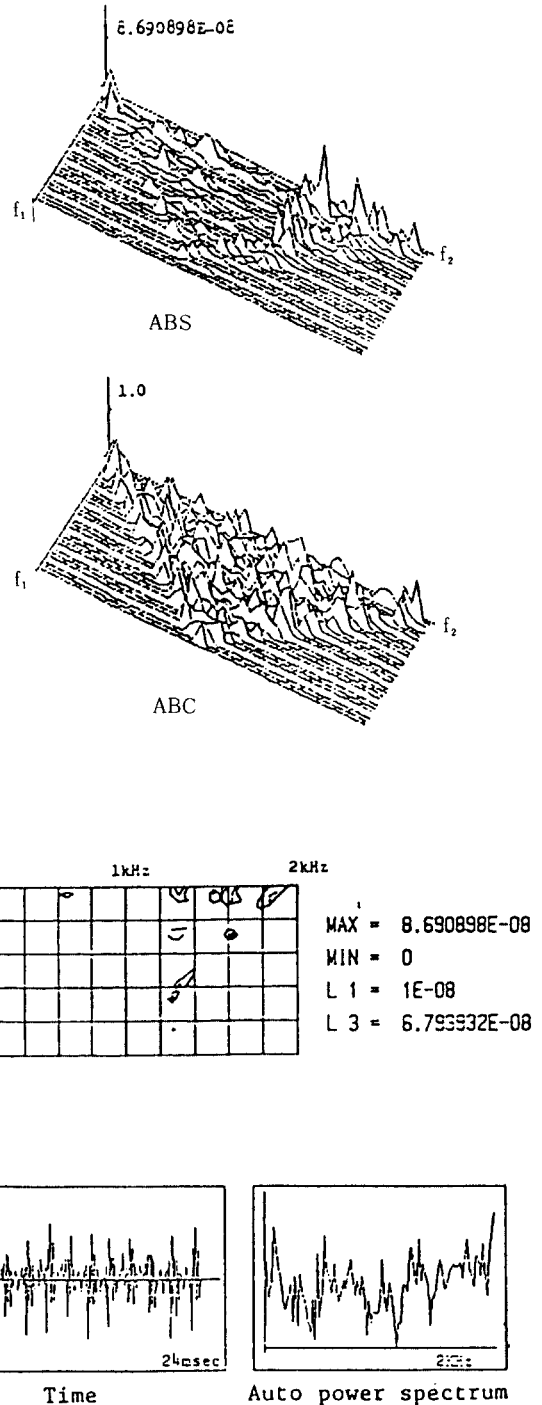


Fig. 10. Spectrum of good condition of ball bearing

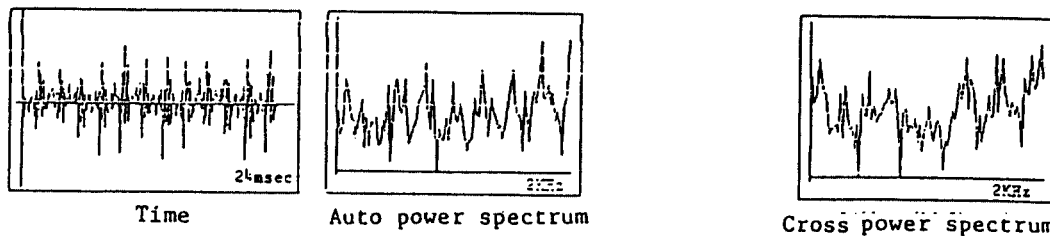
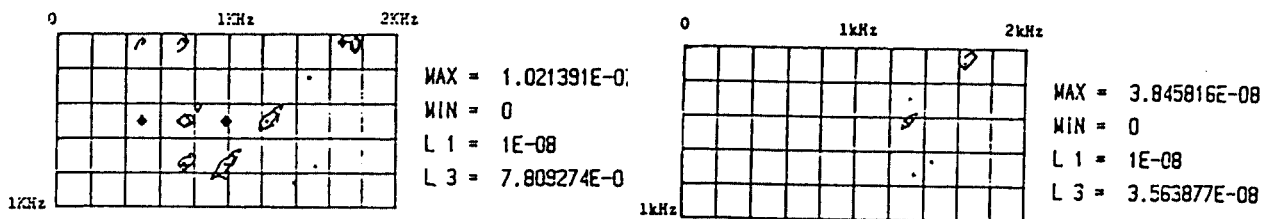
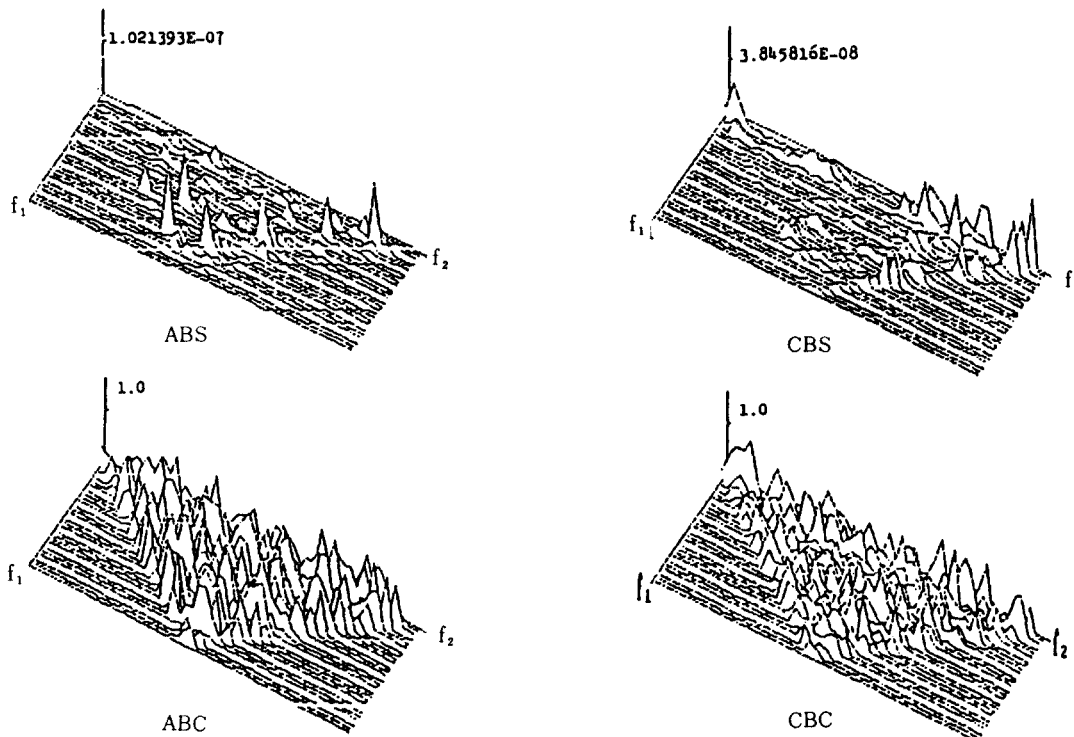


Fig. 11. Spectrum of bad condition of ball bearing

Fig. 12. Cross spectrum of good and bad condition of ball bearing

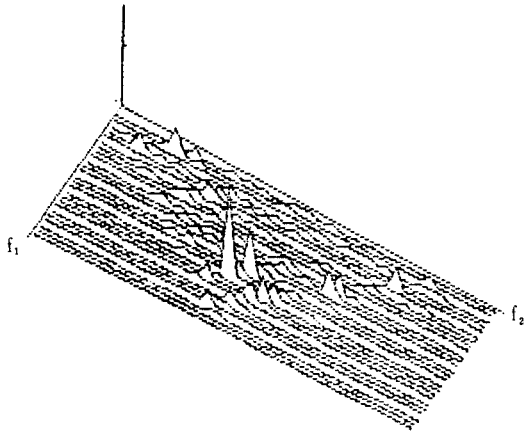


Fig. 13. Coherence residue of ball bearing

## VI. 결 론

컴퓨터 시뮬레이션과 볼베어링에 대한 Bispectrum 해석법을 회전기기에 적용하기 위해 얻어진 결과를 정리하면 다음과 같다.

1) Noise 변화에 따라 ABS와 CBS는 영향을 받지 않는다. 그러나 ABC의 경우에 Noise 성분이 커짐에 따라 피크의 값이 비례적으로 작아짐을 알 수 있다. CBS는 입력과 출력 모두에 Noise 성분이 있어야 기여된 주파수성분에 피크를 갖고 입출력중 어느 한곳이 상대적으로 Noise 비가 높아도 CBS 자체에는 영향을 주지 않았음을 알 수 있다.

2) Side Band가 발생한 경우 그 주파수 성분을 기준으로  $f_1, f_2$  중 어느 한가지가 되고 나머지  $f_3$ 가 있는 경우에서 ABS의 값은 상대적으로 높은 피크를 가지며 ABC도 같은 영향을 갖는다. CBS는 Side Band 주파수가  $f_3$ 에 해당되고 이를 만족할 수 있는  $f_1, f_2$ 가 있는 부근에서 피크를 갖는다. CBS는 피크에서 가장 높으며 날카로운 형상을 갖는다.

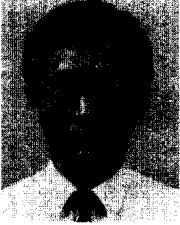
3) 주파수 변동은 ABC에서는  $f_2$  또는  $f_1$ 에 해당되고  $f_3$ 가 있는 곳에서 상대적으로 높은 피크를 갖고 ABC로 같은 경향이다. CBS는  $f_3$ 가 변조된 주파수에 해당하며 전체적으로 낮은

피크가  $f_3$ 을 만족하는  $f_1, f_2$ 의 경우에서 여러개의 피크를 갖는다. CBS는 ABS와 같은 경향이고 CBS는 변조된 주파수가  $f_3$ 로 하는  $f_1, f_2$ 에서 넓은 범위의 값을 갖게 된다.

4) 컴퓨터 시뮬레이션과 실험을 통하여 회전기기를 이상 진단하는 방법으로 Bispectrum이 Power Spectrum보다 더 유용한 방법이 되리라고 생각한다.

## 참 고 문 헌

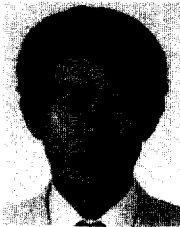
1. D.R. Brillinger, "An Introduction to polyspectra", Ann.Math. Statist., Vol.36, pp.1351-1374, 1965.
2. P.J.Huber, B.Kleiner, T.Gasser, and G.Dumermuth, "Statistical method for investigating phase relation in stationary stochastic process," IEEE Trans. Audio Electroacoust., pp.78-86, 1971.
3. Takuso Sato, "Bispectral holography", J.Acoust. Sco. Am, Vol.62, No.2, August 1977.
4. Takuso Sato and Kimio Sasaki, "Real-time bispectral analysis of gear noise and its application to contactless diagnosis", J.Acoust.Sco. Am, Vol.62, No.2, pp. 382-388, August 1977.
5. Takuso Sato and Kimio Sasaki, "Super resolution ultrasonic imaging by combined spectral and aperture synthesis", J.Acoust.Sco. Am, Vol.62, No.2, pp.341-345, August 1977.
6. C.H. McComas and M.G.Briscoe, "Bispectra of internal waves", J.Fluid Mech., Vol.17, pp.205-213, 1980.
7. M.Rosenblatt, "Linear Processes and bispectra", J. Appl. Prob. Vol.17, pp.265-270, 1980.
8. J.S.Bendat and A.G.Piersol, "Spectral Analysis Non-linear System Involving Square-law operation", J. Sound & Vib., Vol. 82, No.2, pp. 199-213, 1982.
9. T.Matsuoka and T.J. Ulry, "Phase estimation using the bispectrum", Proc. IEEE, pp.1403-1411, Oct. 1984.
10. 오재응, "Bispectrum 해석에 의한 기기 이상진단의 응용에 관한 연구", 한양대 산업과학연구소 논문집, 제18집, pp.117-123, 1984.



李正徹(Jung Chul LEE) 正會員  
1955年9月2日生  
1983年2月：漢陽大學校 精密機械工學  
科 卒業  
1987年2月：漢陽大學校 大學院 精密機  
械工學科 卒業(工學碩士)  
1987年3月～現在：漢陽大學校 大學院  
精密機械工學科 博士課程



鄭 垓 會(Jun Hoi Jung) 正會員  
1963年3月20日生  
1986年2月：漢陽大學校 精密機械科 卒  
業  
1988年2月：漢陽大學校 大學院 精密機  
械工學科 卒業(工學碩士)  
1988年2月～現在：金星社 家電研究所  
家電4室 主任.



吳 在 應(Jae Eung OH) 正會員  
1951年1月2日生  
1975年2月：漢陽大學校 機械工學科 卒  
業  
1980年3月：요호하마 國立大學(工學碩  
士)  
1983年3月：日本 東京工業大學(工學博  
士)  
1983年4月～1987年2月：漢陽大學校機  
械工學科 助教授

1988年8月～1989年3月：Univ. of California Berkely 交換  
教授  
1987年3月～現在：漢陽大學校 機械工學科 副教授, 學科長