

論 文

複合信號－積算性 雜音模型에서 약한 信號檢波

正會員 嚴 泰 相\* 正會員 金 相 燁\* 正會員 金 炯 明\* 正會員 宋 翊 鎬\*  
 正會員 金 善 勇\* 正會員 柳 興 均\*\*

Detection of Weak Signals in a Composite Signal-Multiplicative Noise Model

Tae Sang UHM\*, Sang Youb KIM\*, Hyung Myung KIM\*, Ickho SONG\*, Sun Yong KIM\*,  
 Heung Gyoon RYU\*\* *Regular Members*

**要 約** 純加算性 雜音과 積算性 雜音을 함께 나타낼 수 있는 一般化된 雜音 模型에서, 알려진 信號成分과 確率信號成分을 모두 가지고 있는 複合 信號를 檢波하는 方法을 살피보았다. 이 局所最適 檢波器의 有限 標本 性能을 얻어 이를 다른 檢波器의 有限 標本 性能과 比하여 보았다.

**ABSTRACT** In a generalized model with which we can represent multiplicative noise as well as purely additive noise, we consider detection of composite signals which contain both deterministic and stochastic signal components. To illustrate the performance of the locally optimum detectors, finite sample size performance characteristics are obtained and compared with those of other detectors.

I. 머릿말

雜音이 信號에 섞일 때 統計學 理論을 써서 信號가 있는지를 알아내는 研究를 여러 사람이 오랫동안 해왔다[보기, 1,2]. 그 가운데서도 信號의 세기가 작을 때 性能이 다른 檢波器보다 좋은 局所最適(locally optimum) 檢波器를 얻는 研究도 活潑히 進行되어 왔다. 局所最適 檢波器의 열개는 均一最強 檢波器(uniformly most powerful detector) 또는 最適(optimum) 檢波器와 같은 다른 檢波器들의 열개보다 具現하기 쉽다는 것이 알려져 있다.

이제까지는 局所最適 檢波器를 얻을 때에 대부분 純加算性 雜音 模型을 (purely additive noise model) 假定하였다. 이것은 純加算性 雜音 模型이 數學적으로 다루기 쉽기 때문이었다. 그러나 좀 더 實際에 가깝게 近似化하려면 非加算性(non-additive) 雜音을 考慮해야 할 때가 있다.

보기를 들면, 多重經路 또는 진동 현상 때문에 생기는 遲延 信號의 影響과 자동 이득 조절 회로의 동작과 같은 것을 생각할 때에는 純加算性雜音뿐만 아니라 非加算性 雜音을 함께 생각해야 한다.[3].

이 論文에서는 純加算性 雜音 成分과 積算性(multiplicative) 雜音 成分의 影響을 함께 나타내는 雜音 模型을 생각하였다. 또한 信號는 알려진 信號(known signal) 成分과 確率 信號(random signal) 成分을 모두 가지고 있는 複合(composite) 信號라고[4] 假定하였다. 곧, 이 論文의 目的은 積散性 雜音과 純加算性 雜音이 섞여 있는 複合 信號를 局所最適 檢波하는 檢定 統計량을 얻는 것이다.

II. 一般化된 (Generalized) 觀測模型

純加算性 雜音 模型을 나타내는 一般的인 觀測 模型은(observation model) 다음과 같다.

\*韓國科學技術院 電氣및 電子工學科  
 Department of Electrical and Electronic Eng. KAIST  
 \*\*忠北大學校 電子工學科  
 Dept. of Electronic Eng., Choongbuk University  
 論文番號 : 91-106(接受1991. 6. 12)

$$X_i = \theta Q_i + W_i, \quad i=1,2, \dots, n. \quad (2.1)$$

여기서  $\theta$ 는信號의 세기를 나타내는媒介變數이고,  $Q_i$ 와  $W_i$ 는 각각  $i$ 번째 標本瞬間에서信號成分과純加算性雜音成分을 나타낸다. 비록(2.1)로 나타낼 수 있는純加算性雜音模型은 널리 쓰이고 있으나, 이模型은雜音이 섞인觀測을 나타내는데 가끔 좋은測定이 되지 않을 때가 있다. 이제 더 넓은 범위에 쓰일 수 있는觀測模型을, 곧,觀測  $X_i$ 가 다음과 같이 나타나는模型을 [5] 생각해 보자.

$$X_i = \alpha(\tau)e_i + \beta(\tau)S_i + \{\alpha(\tau)e_i + \beta(\tau)S_i\} N_i + W_i, \quad i=1,2, \dots, n. \quad (2.2)$$

여기서  $e_i$ 와  $S_i$ 는 각각  $i$ 번째 標本瞬間에서 알려진信號成分과確率成分과確率信號成分을 나타낸다. 또한  $\alpha(\tau)$ 와  $\beta(\tau)$ 는 각각 알려진信號와確率信號의 크기이며,  $\tau$ 는信號의 세기를決定하는媒介變數이다.  $N_i$ 는積算性雜音을,  $W_i$ 는純加算性雜音을 나타낸다. 積算性雜音  $\{N_i; i=1, \dots, n\}$ 과純加算性雜音  $\{W_i; i=1, \dots, n\}$ 은確率密度函數가 각각  $f_N$  및  $f_W$ 이고 서로獨立이며 같은分布를 갖는確率變數라고假定한다. 이때  $N_i=0$ 이면模型(2.2)는純加算性模型이 된다.

### Ⅲ. 局所最適檢波器의檢定統計量

積算性雜音 및純加算性雜音이 섞여있는複合信號를檢波하는 문제는 다음 두假說의檢定問題로 생각할 수 있다.

$$H_0: X_i = W_i, \quad i=1,2, \dots, n \quad (3.1)$$

및

$$H_1: X_i = \alpha(\tau)e_i + \beta(\tau)S_i + \{\alpha(\tau)e_i + \beta(\tau)S_i\} N_i + W_i, \quad i=1,2, \dots, n. \quad (3.2)$$

그러므로 우리의檢波問題는觀測集合  $X = \{X_i\}$ 의 조건부結合密度函數  $f(x|\tau)$ 에 대한歸無假說과對立假說 가운데에서 하나를 고르는假說檢定問題로 나타낼 수 있다. 곧  $H_0$ 일 때에는  $\tau=0$ 이고  $H_1$ 일 때에는  $\tau>0$ 이며

$$f(x|\tau) = \prod_{i=1}^n \int f_{NW}(n_i, y_i(\tau)) dn_i \quad (3.3)$$

인데, 여기서

$$y_i(\tau) = x_i - \{\alpha(\tau)e_i + \beta(\tau)S_i\} - \{\alpha(\tau)e_i + \beta(\tau)S_i\} n_i \quad (3.4)$$

이다.

앞으로 세기函數  $\alpha(\tau)$ 와  $\beta(\tau)$ 는原點을 지나며, 原點에서 양쪽增加(strictly increasing)函數라고假定하자. 그 다음에 [5]에서처럼 위模型을再媒介變數化하면觀測  $X_i$ 는 다음과 같이 된다.

$$X_i = a(\theta)e_i + b(\theta)S_i + \{a(\theta)e_i + b(\theta)S_i\} N_i + W_i \quad (3.5)$$

여기서  $a(\theta)$ 와  $b(\theta)$ 는 각각  $\alpha(\tau)$ 와  $\beta(\tau)$ 를  $\theta=\alpha(\tau)$  또는  $\theta=\beta(\tau)$ 로 하여再媒介變數化한 것인데, 이들은 모두  $\theta \rightarrow 0$  일 때에微分할 수 있는 함수이다. 위와 같이觀測模型을再媒介變數化한 다음의模型을 다루는 까닭은觀測模型을再媒介變數化하면 지나치게 어려운數學的演算을 기치지 않으면서도再媒介變數化하지 않았을 때와 똑같은 결과와 얻을 수 있기 때문이다.

Neyman Pearson 定理를 [6] 따르면,  $H_0$ 의  $H_1$ 에 대한最適檢定은誤警報(false alarm)確率  $\alpha$ 가 주어졌을 때檢波確率을 가장 크게 하도록 다음과 같이尤度比(likelihood ratio)  $T_{opt}(X)$ 와 분턱값을 결주어 보는 것이다.

$$T_{opt}(X) = \frac{f_1(x)}{f_0(x)} \begin{matrix} H_1 \\ > \\ < \\ H_0 \end{matrix} t \quad (3.6)$$

여기서  $f_1(x)$ 는 假說  $H_1$ 일때 觀測 벡터  $X$ 의 確率 密度 函數이다. 雜音과 確率 信號 成分이 統計學的으로 獨立이라고 假定하면 觀測 벡터의 確率 密度 函數는

$$f_0(x) = \prod_{i=1}^n \int f_{NW}(n_i, x_i) dn_i \quad (3.7)$$

및

$$f_1(x) = \prod_{i=1}^n \iint f_{NW}(n_i, x_i - (a(\theta)e_i + b(\theta)s_i) \\ (1 + n_i)) f_s(s) ds dn_i \quad (3.8)$$

이다. 最適 檢定 統計量을 쓰는 檢波器는 信號 크기가 정해져 있을 때에 檢波 確率을 가장 크게 하지만, 具現하기 힘들며 어떤 때에는 具現할 수 없을 때도 있다.

그런데 一般化된 Neyman-Pearson 定理를 [6] 쓰면 다음과 같은 檢定 統計量을 갖는 局所 最適檢波器를 얻을 수 있다.

$$T_{LO}(X) = \frac{f_1^{(v)}(x) |_{\theta=0}}{f_0(x)} \quad (3.9)$$

여기서 微分 횟수  $v$ 는 (3.9)의 分子가 0이 되지 않는 가장 작은 整數로 正義된다. 局所最適檢波器는 誤警報 確率이 주어졌을 때  $\theta=0$ 에서 檢波力 函數의 (power function) 기울기를 가장 크게 하는 檢波器이다. 觀測 模型이 (3.2)일 때 局所最適檢波器의 檢定 統計量을 얻어  $\Delta=q/p$ 의 값에 따라 나타내면 다음과 같다. (여기서  $p$ 와  $q$ 는 각각  $\alpha(\tau)$ 와  $\beta(\tau)$ 를 급수 전개했을 때 가장 낮은 차수이다).

A)  $\Delta > 1/2$  일 때

$$T_{LO}(X) = \sum_{i=1}^n \{g_1(X_i) + g_2(X_i)\} e_i \quad (3.10)$$

이다. 여기서

$$g_1(x) = -f_w'(x)/f_w(x) \quad (3.11)$$

$$g_2(x) = -u'(x)/f_w(x) \quad (3.12)$$

및

$$u(x) = \int n f_{NW}(n, w) dn \\ = f_w(x) E \{N | W=x\} \quad (3.13)$$

이다. 곧,  $\Delta > 1/2$  일때에는 알려진 信號 成分이 더 優勢하여 確率 信號 成分은 무시할 수 있다고 말할 수 있다.

B)  $\Delta < 1/2$  일 때

$$T_{LO}(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n K_s(i, j) \{g_1(X_i) + g_2(X_i)\} \\ \{g_1(X_j) + g_2(X_j)\} \\ + \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \{h_1(X_i) + 2h_2(X_i) + h_3(X_i)\} \quad (3.14)$$

이다. 여기서  $K_s(i, j)$ 는  $i$ 번째와  $j$ 번째 確率 信號 成分 사이의 共分散 函數이며,  $\sigma_i^2$ 은  $i$ 번째 確率 信號成分의 分散이다. 또한  $h_1, h_2,$  및  $h_3$ 는 각각

$$h_1(x) = \frac{f_w''(x)}{f_w(x)} \quad (3.15)$$

$$h_2(x) = \frac{u''(x)}{f_w(x)} \quad (3.16)$$

및

$$h_3(x) = \frac{v''(x)}{f_W(x)} \quad (3.17)$$

인데, (3.17)에서

$$\begin{aligned} v(x) &= \int n^2 f_{NW}(n, x) dn \\ &= f_W(x) E \{N^2 | W=x\} \end{aligned} \quad (3.18)$$

이다. 곧 이 때에는 確率信號成分만이 共分散函數와 分散으로 檢定統計량을 이룬다. 이 때 確率信號成分이 넓은 뜻의 定常이면 (wide sense stationary)  $K_s(i, j) = K_s(i-j)$ 이고

$$\begin{aligned} T_{LO}(X) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| \sum_{i=1}^n \{g_1(X_i) + g_2(X_i)\} a_{k-i} \right|^2 \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \{g_1(X_i) + g_2(X_i)\}^2 \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \{h_1(X_i) + 2h_2(X_i) + h_3(X_i)\} \end{aligned} \quad (3.19)$$

이 되는데, (3.19)에서  $a_i, i=1, 2, \dots$  는 아래와 같이 定義된다.

$$K_s(k) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} a_{k+l} a_l^* \quad (3.20)$$

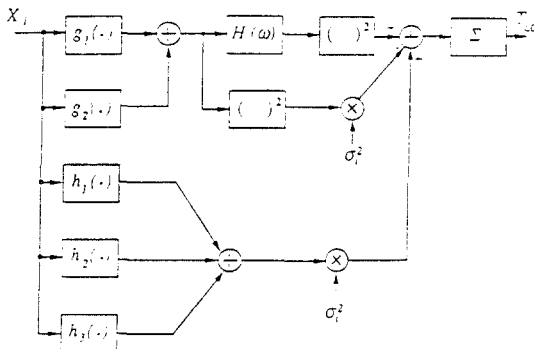


그림 1.  $\Delta = 1/2$  일 때 국소 최적 검파기의 블록

이 때의 局所最適 檢波器의 일개는 그림 1에 나타나 있는데, 그림 1에서 濾波器  $H(\omega)$ 는

$$|H(\omega)|^2 = \left| \sum_{l=0}^{\infty} a_l e^{-j\omega l} \right|^2 \quad (3.21)$$

로 定義된다.

C)  $\Delta = 1/2$  일 때

$$\begin{aligned} T_{LO}(X) &= \sum_{\substack{i=1, j=1 \\ i \neq j}}^n K_s(i, j) \{g_1(X_i) + g_2(X_i)\} \\ &\quad \{g_1(X_j) + g_2(X_j)\} \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \left[ \sigma_i^2 \{h_1(X_i) + 2h_2(X_i) + h_3(X_i)\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\delta}{\epsilon^2} \{g_1(X_i) + g_2(X_i)\} \epsilon_i \right] \end{aligned} \quad (3.22)$$

이다. 식(3.22)의 檢定統計량은 식(3.10)과 (3.14)의 檢定統計량을 線形組合한 것이다. 여기서  $\delta$ 와  $\epsilon$ 은 각각  $\tau \rightarrow 0$ 의  $\alpha(\tau)/\tau$ 와  $\beta(\tau)/\tau$ 의 값이다. 이 식으로부터  $\Delta = 1/2$  일 때에는 알려진 信號成分과 確率信號成分이 모두 檢定統計량에 影響을 미침을 알 수 있다.

#### IV. 局所最適 檢波器의 性能

이제 3절에서 얻은 局所最適 檢波器의 性能을 다른 檢波器의 性能과 견주어 보자. 一般的으로 檢波器의 性能을 견줄 때에는 두가지 方法을 쓴다. 곧, 漸近性能比較와 有限標本性能比較가 그것이다. 漸近性能比較에서는 標本 크기가 무한하다고 假定한다. 따라서 이것은 標本の 크기가 충분히 클 때 檢波器들의 性能을 견주는 데에 차수 쓰인다[7]. 한편, 有限標本性能特性은 漸近性能보다 實際적으로 더 중요하다.

이는 實際로 쓰이는 標本의 크기는 유한하기 때문이다. 이 論文에서는 有限 標本 性能 特性을 써서 여러 檢波器의 性能을 견주어 보겠다.

이제 線形 相關(linear correlator) 檢波器, 符號 相關(sign correlator) 檢波器 및 제곱 法則(square law) 檢波器의 性能을 局所 最適 檢波器의 性能과 견주어 보자. 線形 相關 檢波器와 符號 相關 檢波器는 알려진 信號-純加算性 雜音 模型에서 雜音이 각각 定規 分布와 겹지수(double exponential) 分布를 따를 때 局所 最適 檢波器이다. 또한 제곱 法則 檢波器는 確率 信號-純加算性 雜音 模型에서 雜音의 分布가 定規 分布일 때 局所 最適 檢波器이다. 이들 檢波器의 檢定 統計量은 각각

$$T_{LC}(X) = \sum_{i=1}^n e_i X_i \quad (4.1)$$

$$T_{SC}(X) = \sum_{i=1}^n e_i \operatorname{sgn}(X_i) \quad (4.2)$$

및

$$T_{SL}(X) = \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad (4.3)$$

이다. 컴퓨터 모의 실험에서는 雜音과 確率 信號 成分이 定規 分布를 따른다고 假定하고, 積算性 雜音과 純加算性 雜音은 平均은 0, 分散은 각각 0.5 및 1.0, 相關 係數는 0.5인 두변수(bivariate) 正規 確率 分布를 따르고,  $e_i=1$ ,  $\sigma_i^2$ ,  $K_s(i, j) = \exp(-|i-j|/5)$ 라고 假定했다. 이제 再媒介變數化한 다음  $\Delta < 1/2$  일때의 觀測模型

$$X_i = (\theta^3 e_i + \theta S_i) + (\theta^3 e_i + \theta S_i) N_i + W_i, \quad (4.4)$$

을 생각하자. 곧,  $\Delta < 1/2$  일 때의  $\Delta=1/3$ 인 模型을 생각하였다. 이 때에는  $2\sigma^2/\epsilon^2=2$ 가 됨을 알 수 있다. 確率 變數  $\{(N_i, W_i): i=1, 2, \dots, n\}$ 과  $\{S_i: i=$

$1, 2, \dots, n\}$ 은 IMSL의 부프로그램으로부터  $n=20$ 로 하여 발생시켰다. 여러 檢波器의 문턱값은 誤警報 確率을  $1.3 \times 10^{-3}$ 으로 놓고 Monte Carlo기법을 써서 얻었다.

局所 最適 檢波器의 檢波 確率을 다른 檢波器의 검과 확률과 견준 것이 그림 2에 나타나 있다. 이 그림으로부터 局所 最適 檢波器의 性能이 다른 檢波器들보다 나음을 알 수 있다. 이것은 積算性 雜音 成分의 影響을 局所 最適 檢波器를 얻을 때에 생각해 주었기 때문이다. 그뿐만 아니라 제곱 법칙 檢波器의 性能이 線形 相關 檢波器보다 낫다는 것도 알 수 있다. 이것은 線形 相關 檢波器와 제곱 法則 檢波器가 각각 알려진 信號와 確率 信號를 검과하는 局所 最適 檢波器이고,  $\Delta=1/3$ 일 때에는 確率 信號 成分이 더 세다는 것을 생각한다면 마땅한 것이다. 信號의 세기가 커짐에 따라  $\Delta < 1/2$  일때 線形 相關 檢波器가 제곱 法則 檢波器보다 性能이 더 좋은데, 이는 信號의 세기가 커지면 알려진 信號 成分을 確率 信號 成分보다 더 쉽게 檢波할 수 있기 때문이다.

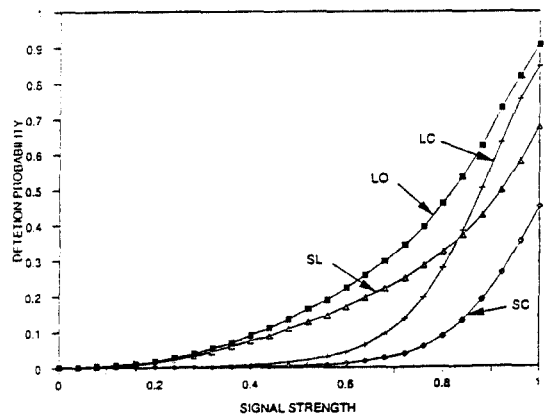


그림 2.  $\Delta=1/3$  일 때 여러 검과기들의 유한 표본 성능

## V. 맺 음 말

이 論文에서는 純加算性 雜音과 積算性 雜音을 함께 생각할 수 있는 一般化된 雜音 模型에서

複合信號를 局所最適檢波하는 檢波器의 檢定統計量을 얻었다. 아울러 線形 相關 檢波器, 符號 相關 檢波器 및 제곱 法則 檢波器와 局所最適檢波器의 有限 標本 性能을 간주어 보았다. 이 때 局所最適 檢波器가, 특히 信號가 작을 때에, 다른 檢波器보다 나은 性能을 지녔음을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1. G. Fedel, L. Izzo, and L. Paura, "Optimum and Suboptimum Space Diversity Detection of Weak Signals in Non Gaussian Noise", *IEEE Trans. Comm.*, vol. COM-32, pp. 990-997, September 1984.
2. J. L. Brown, Jr., "Detection of Signals in Non-Gaussian Noise A New Coordinate Approach", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-13, pp.296-298, March

- 1987.
3. I. Song and S. A. Passam, "Locally Optimum Detection of Signals in a Generalized Observation Model: The Random Signal Case", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-36, pp. 516-530, May 1990.
4. I. Song, J.C. Son, and K.Y. Lee, "Detection of Composite Signals: Part I, Locally Optimum Detector Test Statistics", *Signal Processing*, vol. 23, pp. 79-88, April 1991.
5. T.S. Uhm, *Locally Optimum Detection of Composite Signals in a Generalized Noise Model*, M.S.E. Diss., Dept. of Electr. Engr., Korea Adv. Inst. Sci., Tech. (KAIST), Daejeon, January 1991.
6. E.L. Lehmann, *Testing Statistical Hypotheses*, 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, 1986.
7. M. Kendall and A. Stuart, *The Advanced Theory of Statistics*, vol. 2, 4th ed., Charles Griffin & Company Limited, London, 1979.



嚴 泰 相 (Tae Sang UHM) 正會員  
1965년 2월 7일생  
1988년 2월 : 세태대학교 전자공학과 석사  
현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정 재학



金 相 燁 (Sang Youb KIM) 正會員  
1967년 8월 24일생  
1990년 2월 : 경북대학교 전자공학과 졸업  
현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사과정 재학



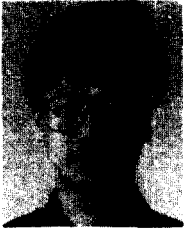
金 炯 明 (Hyung Myung KIM) 正會員  
1952년 10월 24일생  
1974년 2월 : 서울대학교 공학사  
1982년 4월 : Pittsburgh대학 전기공학과 공학석사  
1985년 12월 : Pittsburgh대학 전기공학과 공학박사  
1986년 4월 : 현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 조교수



宋 翊 鎬 (Ick Ho SONG) 正會員  
1960년 2월 20일생  
1982년 2월 : 서울대학교 전자공학과 졸업  
1984년 2월 : 서울대학교 전자공학과 졸업(석사)  
1985년 8월 : Univ. of Pennsylvania 전기공학과 졸업(M.S.E)  
1987년 5월 : Univ. of Pennsylvania 전기공학과 졸업(Ph. D.)  
현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 조교수

※주관심분야 : 디지털 신호및 영상처리, 다차원 시스템이론, 미디어간호 영상 등임

현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 조교수



金 善 勇 (Sun Yong KIM) 正會員  
1968년 1월 30일생  
1990년 2월 : 한국과학기술원 과학기술대  
학 정보통신과학과 졸업  
현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학  
과 석사과정 재학



柳 興 均 (Heung Gyoon RYU) 正會員  
1959年 7月 10日生  
1982年 2月 : 서울대학교 電子工學科  
(B.S)  
1984年 2月 : 서울대학교 大學院 電子工  
學科 (M.S)  
1989年 2月 : 서울대학교 大學院 電子工  
學科(Ph.D)  
1989年 1月 ~ 1983年 10月 : 韓國電子通信  
研究所 委囑研究員  
1988年 2月 ~ 現在 : 忠北大學校 工科大学 電子工學科 助教授  
※ 主關心分野 : 通信工學, 光通信, 信號處理 等