

일반적인 센서잡음상관에 이용되는 도래방향각 예측 방법

正會員 李 一 根\*

A Direction Finding Method for General Sensor Noise Correlation

Ill Keun Rhee\* *Regular Member*

要 約

본 논문에서는 Array Processing에서, Sensor 잡음들 간에 서로 상관관계가 존재할 경우에도 Sensor Array를 통해 들어오는 Source Signal들의 도래방향각들을 예측해 낼 수 있는 도래방향각 예측방법을 연구한다. 이 방법은 잡음상관계수가 정확히 예측된다는 가정만 있으면, 상관계수를 제거함으로써 일반적으로 상관관계에 관계없이 고해상도의 도래방향각 예측을 수행한다.

끝으로, 센서간에 잡음상관이 존재할때, 제안된 방법의 우수성및 유용성을 몇가지 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 통해 살펴보았다.

ABSTRACT

In this paper, a direction finding method which can estimate the direction angles of source signals impinging on the sensor array in which sensor noises are correlated is studied. This method performs the estimation of source direction angles from sensors, regardless of sensor noise correlation, by eliminating the sensor noise correlation coefficient which can be accurately estimated.

Finally, this paper shows, through the computer simulation, that the proposed method is extremely useful and superior when there exists the noise correlation between sensors.

I. 서 론

Array Processing이란, 공간적으로(Spatially) 배열되어 있는 Sensor Array들로 부터 받아들인 Noise 가 포함되어 있는 Data들을 분석하고 처리하는 일련의 과정을 지칭한다<sup>[1,2,3]</sup>.

최근들어 Sonar/Radar Array Processing 중에서, 멀리 떨어져 있는 Multiple Source들의 Sensor Array에로의 도래방향각을 예측하는 소위 "Direction Finding Problem"이라고 하는 과제에 대해 활발한 연구가 진행되고 있다<sup>[4,5,6,7,8]</sup>.

특히 고해상도의 도래방향각을 예측할 수 있는 Schmidt 에 의해 제안된 Eigenstructure Algorithm<sup>[7]</sup>을 도입한 예측방법은 이론상으로 얻어진 Data로 부터 구해낸 Sample Covariance Matrix의 최소 Eigenvalue들을 골라냄으로써 Source들의 각

\*韓南大學校 電子工學科  
Dept. of Electronics, Han Nam University  
論文番號 : 92-39(接受1992. 1. 21)

수에 대한 정보를 제공하여 준다. Eigenstructure based 방법들은, 특히 낮은 S/N의 상황에서 서로 가까이 위치해 있는 여러개의 source들의 도래방향각을 예측에 있어서, Maximum Likelihood(ML) 방법이나 Auto Regression(AR) spectral estimate들에 비해 더욱 고해상도의 방법으로 알려져있다<sup>[1]</sup>.

그러나 현실적으로 Sample Data의 수는 유한하고 이들을 이용해 구해진 Sample Covariance Matrix의 모든 Eigenvalue들은 그 크기의 차이가 미소할지라도 각기 차이가 나게된다. 이러한 이유로 인해 Eigenstructure Algorithm을 이용한 도래방향각 예측을 위해서는 Source들의 갯수예측이 필수적으로 선행되어야 한다. Uncorrelated된 Source 갯수의 예측방법들중 대표적인 것들로서 Akaike의 Akaike's Information Criterion(AIC)<sup>[2]</sup>과 Schwartz과 Rissanen의 Minimum Description Length(MDL)<sup>[3]</sup>를 들 수 있다.

하지만, 이와같은 Source 갯수예측이 성공적으로 수행되더라도 Schmidt의 Eigenstructure Algorithm을 도래방향각 예측에 사용하기 위해서는 Sensor에 부가되는 잡음들이 서로 Uncorrelated된 White Gaussian이라는 가정이 필요하다. 실제적인 관점에서 볼때, 우리는 Sensor Noise들이 서로 상관관계를 지니는 경우를 많이 접하게 되며, 따라서 이러한 경우에는 Eigenstructure Algorithm을 사용할 수 없게 된다.

본 논문에서는, Sensor Noise 간의 상관관계를 제거하는 기법을 사용하여 새로운 형태의 Array Covariance Matrix를 만들어서, 이를 일반화된 Eigenstructure Algorithm에 확장 적용함으로써 Sensor Noise들간의 상관 여부에 관계없이 고해상도의 신호원 도래방향각예측을 수행할 수 있음을 보인다.

## II. 제안된 이론의 유도

Center frequency  $\omega_0$ 를 갖는 M개의 Narrow-band Source Signal들이 그림 1과 같이 Q개의 Sensor들로 구성된 Uniform Linear Array에  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M$ 의 방향을 가지고 도래할때, i번째 Sensor에서 받아들인 Signal들은 다음과 같이 표현된다.

$$r_i(t) = \sum_{m=1}^M s_m(t - (i-1)(D/c)\sin\theta_m) + x_i(t), \quad i=1, 2, \dots, Q, \quad (1)$$

여기서

$s_m(t)$  = m번째 Source로 부터의 Signal,

$D$  = Sensor 사이의 간격,

$c$  = Wave의 전파속도,

$\theta_m$  = m번째 Source Signal의 도래방향각,

$x_i(t)$  = i번째 Sensor에서의 Additive Noise, 또한 N개의 Sample Data  $x(1), x(2), \dots, x(N)$ 들은 서로 독립이고 동일 분포(independent and identically distributed ; i.i.d.) 일. (7)

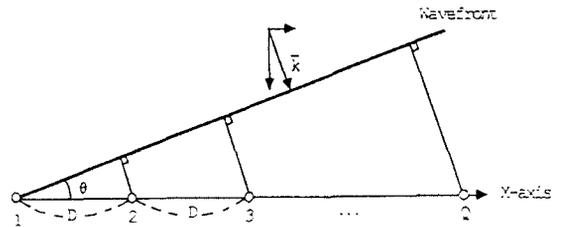


그림 1. 평면파의 Sensor Array에로 도래하는 정상파  
Fig. 1. Configuration for a planewave impinging on the sensor array.

식 1에서, Complex Envelope 표현법을 이용하면, Center Frequency  $\omega_0$ 를 갖는 m번째 Narrow-band Source Signal을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$s_m(t) = b(t)\exp[j(\omega_0 t + \phi(t))], \quad (2)$$

여기서

$b(t)$ 는 Envelope 이고  $\phi(t)$ 는 Phase이며 둘다 천천히 변화하는 시간함수임, 즉, 모든 가능한 시간지연  $\tau$ 에 대해서  $b(t-\tau) \cong b(t)$ 와  $\phi(t-\tau) \cong \phi(t)$ 로 근사화 할 수 있다.

따라서, 식 2로 부터 시간지연을 고려하면,

$$\begin{aligned} s_m(t - (i-1)(D/c)\sin\theta_m) &\cong s_m(t - \tau_m) \\ &\cong s_m(t)\exp[-j\omega_0\tau_m], \end{aligned} \quad (3)$$

여기서

$$\tau_{mi} = (i-1)(D/c) \sin\theta_m \quad (4)$$

식 3을 식 1에 대입하면,

$$r_i(t) = \sum_{m=1}^M s_m(t) \exp[-j\omega_0 \tau_{mi}] + x_i(t) \quad (5)$$

Q개의 Sensor들에 받아들여진 Signal들을 Vector 형식을 써서 나타내면

$$r(t) = \sum_{m=1}^M a(\theta_m) s_m(t) + x(t) \quad (6)$$

또는

$$r(t) = A(\theta) s(t) + x(t),$$

여기서

$$r^T(t) = [r_1(t), r_2(t), \dots, r_Q(t)],$$

$$s^T(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)],$$

$$x^T(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_Q(t)],$$

그리고  $Q \times M$  Direction Matrix  $A(\theta)$ 의 Column들은 다음과 같이 표현되는 Directional-vector들로 구성된다.

$$a^T(\theta_m) = [1, \exp[-j\omega_0 \tau_{m2}], \exp[-j\omega_0 \tau_{m3}], \dots, \exp[-j\omega_0 \tau_{mQ}]] \quad (8)$$

Additive Noise들이 Zero-mean 이고 Source Signal들과 Uncorrelated되어있다고 가정하면, 식 7에 대응하는 Array Covariance Matrix  $R$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$R = E[r(t) r(t)^*] = A(\theta) P A^*(\theta) + \sigma^2 Q, \quad (9)$$

여기서

\*는 Matrix 또는 Vector의 Complex Conjugate Transpose (Scalar에 사용할때는 단순히 Complex Conjugate)를 나타내고,  $P$ 는 Nonsingular  $M \times M$  Source Covariance Matrix이고  $\sigma^2 Q$ 는  $Q \times Q$  Noise Covariance Matrix 이며, Correlation Coefficient matrix  $Q$ 는 알고있거나 예측이 가능하지만

Nonnegative Multiplicative Scalar  $\sigma^2$ 는 모르는 값이다.

만일 N개의 Sample Data만이 주어진 경우의 예측된 Sample Array Covariance Matrix  $R_e$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R_e = (1/N) \sum_{i=1}^N r(t) r(t)^* \quad (10)$$

또한 i번째와 j번째 sensor 사이의 Noise Correlation Coefficient  $Q_{ij}$ 는 Source Signal을 차단한 상태에서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Q_{ij} = \frac{X_{ij}}{(X_i)^{1/2} (X_j)^{1/2}} \quad (11)$$

여기서

$$X_{ij} = (1/N) \sum_{t=1}^N x_i(t) x_j(t)^*, \quad (12)$$

$$X_i = (1/N) \sum_{t=1}^N x_i(t) x_i(t)^*, \quad (13)$$

식 9에 나타나 있는것과 같이 Sensor Noise들이 서로 상관관계를 가질때에는, 잘 알려진 Eigenstructure-based 방법을 사용한다면 고해상도의 도래방향각 예측을 수행할 수 없게된다. 따라서 여기서는 서로 상관관계를 가지는 Sensor Noise들의 상관관계를 없애주는 변형된 Array Covariance Matrix를 유도한후 이 새로운 Matrix를 Eigenstructure Algorithm에 적용시키는 방법을 유도하고, Sensor Noise들이 서로 상관관계를 가지는 원래의 Array Covariance Matrix를 Eigenstructure Algorithm에 사용할 경우의 오차를 정량적으로 구해본다.

식 9에 있는 Matrix  $Q$ 는 Sensor간의 Noise Correlation Coefficient들이 식 11과 같이 예측되고 Non-singular하는한 Positive Definite가 되므로, 다음과 같은 Non-singular Matrix  $W$ 가 존재한다.

$$Q = WW^* \quad (14)$$

여기서 만일  $Q$ 의 모든 원소들이 실수라면  $W$ 의 원소들도 실수가 된다.

이제 식 14를 식 9에 대입하면 다음과 같다.

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{P} \mathbf{A}^*(\theta) + \sigma^2 \mathbf{W} \mathbf{W}^* \quad (15)$$

$\mathbf{W}$ 가 Non-singular 이므로,

$$(\mathbf{W}^{-1}) \mathbf{R} (\mathbf{W}^*)^{-1} = (\mathbf{W}^{-1}) (\mathbf{A}(\theta) \mathbf{P} \mathbf{A}^*(\theta) + \sigma^2 \mathbf{W} \mathbf{W}^*) (\mathbf{W}^*)^{-1} \quad (16)$$

또는

$$(\mathbf{W}^{-1}) \mathbf{R} (\mathbf{W}^*)^{-1} = (\mathbf{W}^{-1}) (\mathbf{A}(\theta) \mathbf{P} \mathbf{A}^*(\theta)) (\mathbf{W}^*)^{-1} + \sigma^2 \mathbf{I}_Q \quad (17)$$

따라서 식 17은 Sensor Noise들이 서로 Uncorrelated 되어있는 Array Covariance Matrix ( $\mathbf{W}^{-1}$ )  $\mathbf{R} (\mathbf{W}^*)^{-1}$ 를 가지는 형태가 되므로 Eigenstructure Algorithm을 이용할 수 있게 된다.

$$(\mathbf{W}^{-1}) \mathbf{R} (\mathbf{W}^*)^{-1} \mathbf{z} = \beta \mathbf{z}, \quad (18)$$

여기서 Eigenvalue들  $\beta$ 은  $\mathbf{R} \mathbf{v} = \epsilon \mathbf{Q} \mathbf{v}$ 의 원래 Eigenvalue 들  $\epsilon$ 과 일치하고, Eigenvector들은 다음과 같은 관계를 갖는다,  $\mathbf{z} = \mathbf{W}^* \mathbf{v}$ .

주의할 사항은,  $\mathbf{R} \mathbf{v} = \epsilon \mathbf{Q} \mathbf{v}$ 로 부터 직접 Matrix  $\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{R}$ 가 쉽게 구해질 수 있지만  $\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{R}$ 는 Hermitian 또는 Symmetric Matrix가 되지 않으므로 그대로 이용할 수가 없다는 것이다.

이제 잘 알려진 다음의 Eigenstructure Theorem [7,8]으로 부터 Sensor 사이의 Additive Noise들이 서로 상관관계가 있을 경우에도 적용할 수 있는 Corollary를 얻어낸다.

**Theorem 1 (Eigenstructure Algorithm)**

식 9의 Array Covariance Matrix  $\mathbf{R}$ 로 부터 Sensor Noise 들이 서로 Uncorrelated되어 있을 경우의 Array Covariance Matrix의 Eigenvalue들과 그에 대응하는 Eigenvector들을 각각  $\{\epsilon_1 > \epsilon_2 > \dots > \epsilon_M\}$ 와  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_M\}$ 라고 하면, 여기서 식 9에 있는  $\mathbf{A}(\theta)$ 는 Rank  $M (M < Q)$ 을 가지는  $Q \times M$  Vandermonde Matrix임,  $M \times M$  Matrix  $\mathbf{P}$ 가 Nonsingular하기만 하면 다음의 사실들이 성립한다 :

- i)  $\mathbf{R}$ 의 Minimum Eigenvalue들이  $Q-M$ 개가 되고 그 값은  $\sigma^2$ 이 된다. 즉,  $\epsilon_{M+1} = \epsilon_{M+2} = \dots = \epsilon_Q = \sigma^2$  ;

- ii) Minimum Eigenvalue들에 대응하는 Eigenvector들은 Matrix  $\mathbf{A}(\theta)$ 의 Column Span에 직교(Orthogonal)한다. 즉,  $\{\mathbf{v}_{M+1}, \mathbf{v}_{M+2}, \dots, \mathbf{v}_Q\} \perp \{\mathbf{a}(\theta_k, k=1, 2, \dots, M)\}$ , 여기서  $\mathbf{a}(\theta_k)$ 는 식 8로 나타나는  $\mathbf{A}(\theta)$ 의 Column Vector이다.  $\diamond$

따라서, Theorem 1로 부터,  $Q$ 개의 Sensor로 구성된 Sensor Array에 도래하는 Source Signal들의 바람직한 방향각들은 다음과 같은 함수의 Peak 들에 대응함을 쉽게 알 수 있다.

$$\hat{\mathbf{D}} = [\mathbf{a}^*(\theta) (\sum_{k=1}^Q \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^*) \mathbf{a}(\theta)]^{-1} \quad (19)$$

Theorem 1과 관련지어, 식 17로 부터 다음의 Corollary를 유도해낼 수 있다.

**Corollary 1 (Generalized Eigenstructure Algorithm)**

- i)  $(\mathbf{W}^{-1}) \mathbf{R} (\mathbf{W}^*)^{-1}$ 의 Minimum Eigenvalue들은  $Q-M$ 개가 되고 그 값은  $\sigma^2$ 이 된다. 즉,  $\beta_{M+1} = \beta_{M+2} = \dots = \beta_Q = \sigma^2$  ;
- ii) Minimum Eigenvalue들에 대응하는 Eigenvector들은 Matrix  $(\mathbf{W}^{-1}) \mathbf{A}$ 의 Column Span에 직교(Orthogonal)한다.  $\diamond$

이제, 위의 Corollary 1으로 부터, 서로 상관관계가 있는 부가잡음을 지니는  $Q$ 개의 Sensor로 구성된 Sensor Array에 도래하는 Source Signal들의 방향각들은 다음 식의 Peak들을 찾음으로서 구할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{D}}_c = [\mathbf{a}^*(\theta) (\mathbf{W}^*)^{-1} (\sum_{k=1}^Q \mathbf{z}_k \mathbf{z}_k^*) (\mathbf{W}^{-1}) \mathbf{a}(\theta)]^{-1} \quad (20)$$

식 20에 대한 물리적 의미를 간략히 언급하면,  $\theta$ 값을  $0^\circ$ 로 부터 연속적으로 변화시켜 가다가 위의 Corollary 1의 ii)에 따라 Source Signal이 도래하는 방향각을 만나면 Matrix  $(\mathbf{W}^{-1}) \mathbf{A}$ 의 Column Span  $(\mathbf{W}^{-1}) \mathbf{a}$ 와  $\mathbf{z}_k$ 가 직교하게 됨으로 그  $\theta$ 값에서 최소가 되고 따라서 식 20의 도래방향 스펙트럼  $\hat{\mathbf{D}}_c$ 는 그 역수를 취하므로  $\hat{\mathbf{D}}_c$ 의 Peak 점들이 바로 예측된 도래 방향각들이 된다.

여기서, 상관관계행렬  $\mathbf{W}$ 를 결정하는 방법을 두가지 소개한다.

1) 첫번째로, Symmetric Matrix에 Gaussian Elimination 기법을 적용한다.  $\mathbf{Q}$ 가 Symmetric일때 이 Matrix는  $\mathbf{Q}=\mathbf{LDU}$ 로 분리될 수 있고 따라서  $\mathbf{L}^T=\mathbf{U}$  이 되며, 이 Symmetric Matrix  $\mathbf{Q}$ 는  $\mathbf{Q}=\mathbf{LDU}^T=(\mathbf{L}(\mathbf{D})^{1/2})((\mathbf{D})^{1/2} \mathbf{L}^T)$ 로 Symmetric하게 분리된다. 따라서,  $\mathbf{W}=\mathbf{L}(\mathbf{D})^{1/2}$ 로 얻어질 수 있다.

앞의 방법 1을 증명키 위해서는 다음의 잘 알려진 Theorem 2가 필요하다.

**Theorem 2**

만일  $\mathbf{L}$ 은 Diagonal Part의 값들이 1인 Lower Triangular Matrix이고  $\mathbf{U}$ 는 Diagonal Part의 값들이 1인 Upper Triangular Matrix이며  $\mathbf{D}$ 는 Diagonal Part의 값들이 0이 아닌 Diagonal Matrix일때  $\mathbf{Q}=\mathbf{L}_1\mathbf{D}_1\mathbf{U}_1$ 이고  $\mathbf{Q}=\mathbf{L}_2\mathbf{D}_2\mathbf{U}_2$ 이라면,  $\mathbf{L}_1=\mathbf{L}_2$ ,  $\mathbf{D}_1=\mathbf{D}_2$ ,  $\mathbf{U}_1=\mathbf{U}_2$ 가 되어 LDU 분해는  $\mathbf{Q}$ 에 의해 유일한 값으로 결정된다.  $\diamond$

이제, 방법 1의 증명법을 간단히 언급하면,  $\mathbf{Q}=\mathbf{LDU}$ 의 전치는  $\mathbf{Q}^T=\mathbf{U}^T\mathbf{D}^T\mathbf{L}^T$ 가 되며,  $\mathbf{Q}$ 가 Symmetric이라면  $\mathbf{Q}=\mathbf{Q}^T$ 가 되고, 또한 Theorem 2에 의해  $\mathbf{Q}$ 는 유일한 Factorized된 값을 가지게 되어  $\mathbf{L}^T=\mathbf{U}$ 이고  $\mathbf{U}^T=\mathbf{L}$ 이 되어 방법 1이 얻어진다.

2) 두번째 방법은, 앞의 방법과는 달리 Positive Definite Matrix의 Eigenvalue들은 모두 양(Positive)의 값을 가진다는 사실을 이용하여  $\mathbf{W}$ 를 얻어내는 것이다. Eigenvalue들이 모두 양이므로 대응하는 Eigenvector들은  $\mathbf{Q}$ 를 대각행렬로 만드는  $\mathbf{G}$ 에 직교하게된다. 즉,  $\mathbf{Q}=\mathbf{GBG}^T=(\mathbf{G}(\mathbf{B})^{1/2})(\mathbf{B})^{1/2}\mathbf{G}^T)=(\mathbf{G}(\mathbf{B})^{1/2})(\mathbf{G}(\mathbf{B})^{1/2})^T$ . 따라서,  $\mathbf{W}=\mathbf{G}(\mathbf{B})^{1/2}$ 이 되고, 여기서  $\mathbf{B}$ 는  $\mathbf{Q}$ 의 Eigenvalue들로 원소들이 구성되는 대각행렬이 된다.

다음의 예제는 위의 두번째 방법을 이용하여 상관제거행렬  $\mathbf{W}$ 을 구하는 법을 보여준다.

**예 제**

Noise Correlation Coefficient Matrix  $\mathbf{Q}$ 가 다음과 같이 주어졌다고 하면

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho \\ \rho & 1 & \rho \\ \rho & \rho & 1 \end{bmatrix}$$

여기서  $0 \leq \rho < 1$ 라고함, 위의 방법 2)에 의해,  $\mathbf{Q}$ 는 다음과 같이 분리될 수 있으며 :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \rho & 1 & \rho \\ \rho & c & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho \\ 1 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

여기서,

$$\begin{aligned} a &= (1 - \rho^2) \\ b &= c = (\rho - \rho^2) / (1 - \rho^2) \\ d &= (1 - 3\rho^2 + 2\rho^3) / (1 - \rho^2) \text{ 임.} \end{aligned}$$

따라서, 상관제거행렬  $\mathbf{W}$ 이 다음과 같이 구해진다.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \rho & 1 & 0 \\ \rho & c & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a^{1/2} & 0 \\ 0 & 0 & d^{1/2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \rho & a^{1/2} & 0 \\ \rho & h & d^{1/2} \end{bmatrix}$$

여기서,

$$h = (\rho - \rho^2) / (1 - \rho^2)^{1/2} \quad \square$$

이제, 다음의 사실을 고려해보는 것은 커다란 의미를 지닌다. 간단히 하기위해 Sensor Noise들 사이의 상관관계가 모두  $\rho$ 라는 실수 값을 가진다고 가정하면, 식 9에 주어진 Array Covariance Matrix는 다음과 같이 표현된다. 즉,

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{P} \mathbf{A}^*(\theta) + 2\sigma^2\mathbf{Q} \tag{21}$$

예로서, 3 x 3 Matrix  $\mathbf{Q}$ 를 고려하면

$$2\sigma^2\mathbf{Q} = 2\sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho \\ \rho & 1 & \rho \\ \rho & \rho & 1 \end{bmatrix} \tag{22}$$

이 된다. 상관관계가 있는 Noise들에 Eigenstructure Algorithm을 적용하면 이 System은 식 22의 각 원소들의  $2\sigma^2\rho$  값만큼을 생략해 버리고 Uncorrelated 된 부분만 인식하게 되는데, Eigenstructure Algorithm에 의해 인식되는 Noise Covariance Matrix는 다음과 같다. 즉,

$$2\sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho \\ \rho & 1 & \rho \\ \rho & \rho & 1 \end{bmatrix} - 2\sigma^2 \begin{bmatrix} \rho & \rho & \rho \\ \rho & \rho & \rho \\ \rho & \rho & \rho \end{bmatrix} = 2(1-\rho)\sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

이 되고 제외된  $2\sigma^2$  원소값들이 Matrix  $A(\theta) P A^*(\theta)$  값들에 첨가됨으로서 결과적으로 상관관계가 있는 Noise 들에 Eigenstructure Algorithm을 적용한 System은 도래방향각 예측시 오차를 갖게되고, 그대신 Noise Variance는  $2\sigma^2$ 에서  $2(1-\rho)\sigma^2$ 로 줄어들게 된다.

### III. 컴퓨터 시뮬레이션

여기서는 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 통하여, 본 논문에서 제안된 방법이 Sensor Noise간의 상관여부에 관계없이 얼마나 기존의 Eigenstructure-based 방법(예: Multiple Signal Classification(MUSIC) Method)에 비해 향상된 성능을 보이는지를 살펴본다. 이하 모든 경우에 있어서, 256개의 유한한 Sample Data(N=256)와 Sensor의 갯수가 3개로 구성(Q=3)된 Uniform Linear Array를 사용하며, Source Signal들은 Gaussian 랜덤 진폭을 가지는 평면파(Plane-wave) 들이고, Sensor들의 간격을 도래하는 Wavefront의 Wavelength 반(Half)이 된다고 가정한다.

가장 먼저, 신호대잡음비 S/N=6dB인 환경하에서 두개의 Source Signal들이  $\theta_1=20^\circ$ 와  $\theta_2=40^\circ$ 의 각도로 모든 Sensor 사이의 Gaussian Noise들이 각각 30% 상관관계가 있는 Sensor Array로 도래하고 있을때, MUSIC과 제안된 상관제거 방법을 이용한 도래방향각 예측 결과가 그림 2에 보여진다. 표 1에 나타나 있는바와 같이 Step Size를 0.1°로 하여 측정된 예측치는 제안된 방법으로는 두방향각을 합쳐 0.1°의 절대오차를 가지나 MUSIC의 절대오차는 8.7°에 이르는 것을 알 수 있다.

다음은 앞의 실험으로 부터 다른 조건들은 그대로 유지하고 Sensor간의 잡음상관계수만 70%로 증가시켜 도래방향각 예측을 실시하여, 그결과가 그림 3에 보여진다. 이때의 제안된 방법을 이용한 절대오차는 1.2°에 불과하나 MUSIC을 이용한 결과에 따른 절대오차는 15.7°로서 제안된 방법에 비해 상당한 오차를 보인다.

마지막으로, Sensor 간의 잡음상관계수를 90%로 높여서 도래방향각 예측을 시행한 결과가 그림 4에 보여지며, 표 1에 나타난 바와 같이 이때에도 제안된 방법에 의한 예측된 도래방향각들의 절대오차의 합은 1.2°로서 앞의 결과와 유사하지만, MUSIC을 이용한 결과는 18.1°의 절대오차를 보인다.

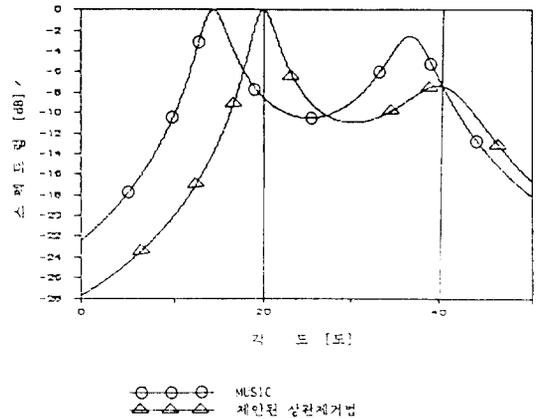


그림 2. MUSIC과 상관제거법을 이용하여  $\theta_1=20^\circ$ 와  $\theta_2=40^\circ$ 의 도래방향각 예측. 여기서 S/N=6dB이고 Sensor 잡음들은 30% 상관되어 있음

Fig. 2. MUSIC and decorrelation technique of two sources,  $\theta_1=20^\circ$  and  $\theta_2=40^\circ$ , with 30 percent correlated sensors at S/N=6dB.

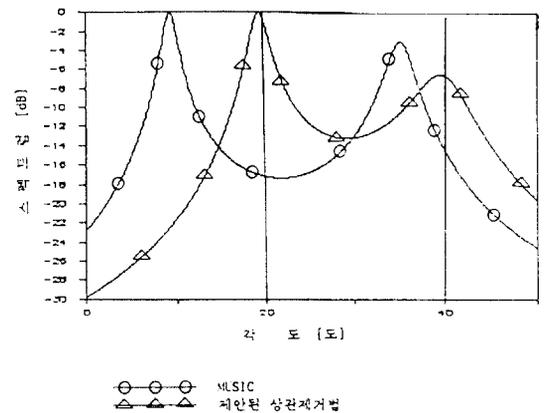


그림 3. MUSIC과 상관제거법을 이용하여  $\theta_1=20^\circ$ 와  $\theta_2=40^\circ$ 의 도래방향각 예측. 여기서 S/N=6dB이고 Sensor 잡음들은 70% 상관되어 있음

Fig. 3. MUSIC and decorrelation technique of two sources,  $\theta_1=20^\circ$  and  $\theta_2=40^\circ$ , with 70 percent correlated sensors at S/N=6dB.

따라서, 위의 결과들을 종합하여 볼때, 상관제거를 이용한 일반화된 Eigenstructure-based 방법을 이용한다면 Noise-field의 상관여부에 관계없이 정확도를 유지하는 도래방향각 예측을 수행할 수 있음을 알 수 있다.

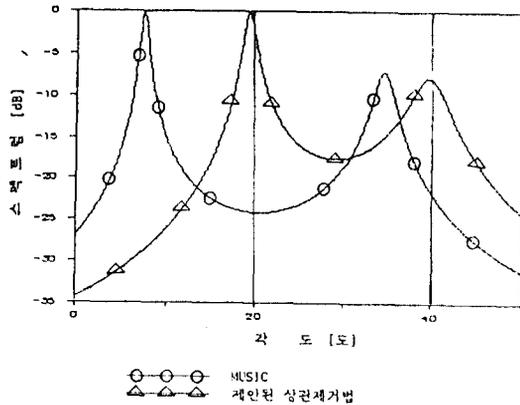


그림 4. MUSIC과 상관제거법을 이용하여  $\theta_1=20^\circ$ 와  $\theta_2=40^\circ$ 의 도래방향각 예측, 여기서  $S/N=6dB$ 이고 Sensor 잡음들은 90% 상관되어 있음

Fig. 4. MUSIC and decorrelation technique of two sources,  $\theta_1=20^\circ$  and  $\theta_2=40^\circ$ , with 90 percent correlated sensors at  $S/N=6dB$ .

표 1. Sensor 간의 잡음상관계수에 따른 MUSIC과 상관제거법의 두 도래방향각의 합의 절대오차, 여기서 Step Size= $0.1^\circ$  임.

Table 1. MUSIC and decorrelation technique of two sources,  $\theta_1=20^\circ$  and  $\theta_2=40^\circ$ , with 90 percent correlated sensors at  $S/N=6dB$ .

$\rho$	0.3	0.7	0.9
MUSIC	8.7°	15.7°	18.1°
제안된 방법	0.1°	1.2°	1.2°

#### IV. 결 론

도래방향각 예측을 위한 고해상도의 방법으로서 최근에 개발된 Eigenstructure-based 방법들은, 특히 낮은  $S/N$ 의 상황에서 서로 가까이 위치해 있는

여러개의 source들의 도래방향각을 예측에 있어서, ML 방법이나 AR spectral estimate들에 비해 더욱 고해상도의 방법으로 알려져 있다. 그러나, Eigenstructure Algorithm을 도래방향각 예측에 사용하기 위해서는 Sensor에 부가되는 잡음들이 서로 Uncorrelated된 White Gaussian이라는 가정이 필요한데, 실제적인 관점에서 볼때, 많은 경우에 있어서 Sensor Noise 들이 서로 상관관계를 지니게 되며, 이러한 경우에는 Eigenstructure Algorithm을 사용한 System은 오차를 가지게 된다.

따라서, 본 논문에서는, Sensor Noise 간의 상관관계를 제거하는 기법을 사용하여 새로운 형태의 Array Covariance Matrix를 만들어서, 이를 일반화된 Eigenstructure Algorithm에 확장 적용함으로써 Sensor Noise들간의 상관 여부에 관계없이 고해상도의 신호원 도래방향각 예측을 수행할 수 있음을 보였다.

이를 위한 이론유도와 함께, 상관제거행렬  $W$ 을 구하는 법들을 제시하고 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 통하여 제안된 방법의 우수성을 살펴본 바, 이 제안된 기법을 실제 일반적인 상관관계를 가지는 Noise Field에 적용한다면 좋은 결과를 얻을 것으로 기대된다.

#### 참고 문헌

1. D.G.Children, Modern Spectrum Analysis, IEEE Press, New York, 1978.
2. S.Haykin, ed., Nonlinear Methods of Spectral Analysis(ed.), Springer-Verlag, New York, 1983.
3. D.H.Johnson, "The Application of Spectral Estimation Methods to Bearing Estimation Problems," Proc. IEEE, Vol. 70, 1018-1028, 1982.
4. S.M.Kay and S.L.Marple, Jr., "Spectrum Analysis-A Modern Perspective," Proc. IEEE, Vol. 69, 1380-1419, 1981.
5. R.Roy and T.Kailath, "ESPRIT-Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques," IEEE Trans. Acoust., Speech, and Signal Processing, Vol. ASSP-37, No. 7, 984-995, 1989.

6. E.H.Satorius and J.R.Zeidler, "Maximum Entropy Spectral Analysis of Multiple Sinuoids in Noise," Geophysics, Vol. 43, 1111-1118, 1978.
7. R.O.Schmidt, "A Signal Subspace Approach to Multiple Source Location and Spectral Estimation," Ph. D. Dissertation, Stanford University, Stanford, CA, 1981.
8. T.Shan, M.Wax, and T.Kailath, "On Spatial Smoothing for Direction-of-Arrival Estimation of Coherent Signals," IEEE Trans. Acoust., Speech, and Signal Processing, Vol. ASSP-33, No. 4, 801-811, 1985.
9. I.K.Phee, "Nonlinear Approach to the Direction Finding Problem in Array Processing," Ph. D. Dissertation, Oregon State University, Corvallis, OR, 1990.
10. H.Akaike, "Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle," Proc. Second Int. Symp. on Information Theory, Supl. to Problems of Control and Information Theory, 267-281, 1972.
11. J.Rissanen, "Modeling by Shortest Data Description," Automatica, Vol. 14, 465-471, 1978.
12. R.O.Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation," IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol. AP-34, No.3, 276-280, 1986.



李 一 根(Il Keun Rhee) 正會員

1959年 9月27日生

1982年 2月：慶北大學校 電子工學科(工學士)

1986年 6月：美國오레곤 주립大學校 電子工學科(工學碩士)

1990年 2月：美國 오레곤 주립大學校 電子工學科(工學博士)

1990年 3月～現在：韓南大學校 電子工學科 助教授

※主關心分野：Digital Signal Processing, Communication Systems, Rondon Processes.