論 文

퍼지觀測量을 쓰는 檢定과 그 應用

正會員 朴 聖 日* 正會員 孫 在 徹* 正會員 金 炯 明* 正會員 宋 翊 鎬*
正會員 金 賢 英** 正會員 尹 眞 鮮*

A Test Using Fuzzy Observations and Its Application

Seong Ill Park* Jae Cheol Son* Hyung Myung Kim* Iickho Song*
Hyun Young Kim** Jin Seon Yun* *Regular Members*

要 約

이 論文에서는 퍼지集合理論을 써서 一般化된 Neyman-Pearson 定理를 擴張하였다. 그 結果를 바탕으로, 局所最適 퍼지 檢定을 定義하고 局所 最適퍼지 檢定函數를 얻었다. 局所最適 퍼지 檢定의 應用보기로 統計學的 信號 處理에서 매우 重要한 問題인 純加算性雜音에서의 약한 알려진 信號檢波를 다루었다. 끝으로, 局所 最適檢定과 局所最適퍼지 檢定을 견주어 보았다.

ABSTRACT

The generalized Neyman-Pearson lemma is reformulated in the framework of the fuzzy set theory. Based on the result, we define the locally optimum fuzzy test and derive the locally optimum fuzzy test function. As a pratical application of the locally optimum fuzzy test, detection of weak deterministic signals corrupted by purely-additive noise is considered, which is an important problem in statistical signal processing. Comparisons between the locally optimum and the locally optimum fuzzy tests are also made.

I. 머릿말

假說 檢定 理論을 쓸때 어떤 特定 決定 基準에 바탕을 둔 最適(optimum) 檢定은 具現하기 어려운 얼개를 가질 때가 많다[4]. 또한, 一般的으로 均一 最強(uniformly most powerful) 檢定을 항상 얻을 수 있는 것은 아니라는 것이 잘 알려져 있다. 局所 最適(locally optimum) 檢定은 [4]이와 같은 어려움이 있을 때 쓸 수 있는 方法가운데 하나로 알려져 있다.

局所最適檢定이란 一般的으로 特定信號對 雜音比에서 檢定力(power)函數의 기울기를 가장 크게 하는 檢定을 말한다. 이와 같은 局所 最適 檢定은 一般化된 Neyman-pearson 定理에 바탕을 두고 있다[5]. 局所 最適 檢定 理論은 信號 檢波 問題에 자주 應用되어 왔는데 가장 두드러진 것으로는 약한 信號檢波를 들 수 있다[4, 7].

이제, 觀測 資料가 퍼지(fuzzy)資料인 때를 생각해 보자. 디지탈 電壓測定器나 A/D變換器를 가진 個人

*韓國科學技術院 電氣및 電子工學科
Dept. of Electrical and Electronic Engineering, KAIST
**三星電子 휴먼컴퓨터 開發1部
論文番號 : 92-79(接受1991. 9. 26)

用 컴퓨터로 어떤 部品 두 끝 사이의 電壓을 잰다고 하자. 計器板이나 단말기에 나타난 값이 1.0V라면 그 部品에 걸린 電壓이 정말 1.0V일까? 測定器나 컴퓨터에는 量子化 오차가 있으므로, 雜音源이 없다고 하더라도 실제 入力값이 正確히 量子化器의 出力값과 같을 때를 빼면, 1.0V라고는 말할 수 없다.

그뿐만 아니라, 아무리 두 개의 값이 같다고 하더라도, 雜音이 없다고 하기란 매우 어려운 일이다. 다시 말해, 실제 入力값이 1.0V에 "가깝다"라고 밖에 말할 수 없는 것이다. 따라서, 正確히 말하자면, 애매함은(fuzziness) 우리가 디지탈 裝置로 부터 값을 얻을 때 언제나 나타난다고 할 수 있다.

지난 여러해 동안, 觀測에 애매함이 있을 때 假說을 檢定하는 問題를 여러 사람이 硏究해 왔다[2,3]. 이러한 硏究에서는 最小最大(minimax), Bayes와 Neyman-Pearson 檢定 理論들이 퍼지 集合 理論을 써서 擴張되었다. 이 論文에서는 퍼지 集合(fuzzy set) 理論을 써서 一般化된 Neyman-Pearson 定理를 擴張하고자 한다. 또한 그 結果를 바탕으로 局所最適 퍼지 檢定을 定義하고, 局所 最適 檢定 函數의 꼴을 얻고자 한다.

Ⅱ. 기본개념

實數의 集合 X, X 위의 가장 작은 보렐 시그마-체(Borel σ-field) B_X와 (X, B_X) 위의 確率 分布들의 集合(family) Λ의 한 元素 F_X로 定義되는 實驗 $X=(X, B_X, F_X)$를 생각하자. 이때, 實驗이 正確한 情報를 주지 않고, 퍼지 情報만을 준다고 하자. 이런 때에 퍼지 觀測을 數學的으로 다루는 方法 가운데 하나는 아래에 定義된 퍼지 情報系統을 (fuzzy information system)쓰는 것이다[6].

定義1. 퍼지 事件(fuzzy event)으로 실험 X를 나눈 分割 x를 퍼지 情報 系統이라고 부른다.

또한, 크기가 n인 퍼지 確率標本을 (fuzzy random sample) 다음과 같이 定義한다[3].

定義2. 標本 퍼지 情報라 (sample fuzzy information) 불리는 각 元素가 퍼지 情報 벡터 $\kappa=(\kappa_1, \kappa_2, \cdots, \kappa_n)$, $\kappa_i \in x$, $i=1, \cdots, n$, 로 정해지도록 X를 나눈, 크기가 n인 퍼지 分割을 "x에서 나오는 크기 n의 퍼지 標本"(fuzzy random sample of size n from x)이라 하고 이를 $x^{(n)}$으로 쓴다.

定義3. 퍼지 確率 標本 $x^{(n)}$의 確率分布 $x^{(n)}$을 $[0,1]$로 이어주는 函數 P이며 다음과 같이 定義된다.

$$P(\kappa_1, \ldots, \kappa_n)=\int_{X^n} \mu_{\kappa_1}(x_1)\cdots\mu_{\kappa_n}(x_n)dF_X^n(x_1, \ldots, x_n), \tag{1}$$

(1)에서, $F_X^n(x_1, \ldots, x_n)$은 (X, B_X)위의 F_X를 따라 바뀌는 (X^n, B_X^n)위의 確率 分布이다. 또한 μ_{κ_i}은 κ_i의 歸屬 函數라고(membership function) 부르며, $X^n = \underbrace{X\times\cdots\times X}_{n\ times}$ 이다.

一般化된 Neyman-Pearson 定理를 퍼지 集合 理論으로 擴張하는데 필요한 定義들을 조금 더 알아 보기로 하자.

定義4. 標本 퍼지 情報 κ가 주어 졌을 때 確率 $1-\phi(\kappa)$로 對立假說을 버리는 (確率 $\phi(\kappa)$로 歸無假說을 버리는) 規則을 퍼지 檢定이라고 (fuzzy test) 한다. 여기서 $\phi(\kappa)$를 퍼지 檢定의 檢定 函數 또는 퍼지 檢定 函數라고(fuzzy test function) 한다.

定義5. 모든 $F_X \in \Lambda$에 대해 Λ를 $[0,1]$로 맺어주는 函數

$$\beta_\phi(F_X)= \sum_{\kappa\in x^{(n)}} \phi(\kappa)P(\kappa) \tag{2}$$

를 퍼지 檢定의 檢定力 函數라고 한다.

定義6. 歸無 假說이 참인지 거짓인지를 나타내는 Λ의 부분 集合을 각각 Λ_0와 Λ_1이라 하자. 또한, $F_0 \in \Lambda_0$이고 $F_1 \in \Lambda_1$이라 하자. 이때 $\sup_{F_0\in\Lambda_0} \beta_\phi(F_0)$를 퍼지 檢定의 크기라고 부른다. $\alpha \in [0,1]$일 때 가장 큰 크기를 α라고 하면, 이런 퍼지 檢定들을 크기 α인 퍼지 檢定 또는 크기-α퍼지 檢定이라고 한다.

한편, '퍼지 檢定'이라는 말보다는, 이미 [2]에서 지적한 바있듯이, '퍼지 情報로부터의 檢定'이라는 말이 더 알맞지만 簡略함 때문에 이 論文에서는 '퍼지 檢定'이라는 말을 쓰기로 하자.

Ⅲ. 一般化된 Neyman-Pearson 基準을 따르는 퍼지 檢定

2節에서 보인 定義를 쓰면, 다음과 같이 퍼지 觀測을 쓸 수 있도록 一般化된 Neyman-Pearson 定理를 擴張할 수 있다.

定理1. $u_0, \cdots, u_k$를 實數값을 갖는 標本 퍼지 情報의 有限 函數라고 하고, Φ를 다음을 滿足시키는 퍼

지 檢定 函數 ϕ의 集合이라 하자.

$$\sum_{\kappa \in x^{(n)}} \phi(\kappa) u_i(\kappa) = \alpha_i, \quad i=1, \cdots, k \tag{3}$$

여기서, $\alpha_1, \cdots, \alpha_k$는 常數이다. 그러면

i) Φ의 元素 가운데에서 다음을 가장 크게 하는 퍼지 檢定 函數가 적어도 하나 있다.

$$A_0(\phi) \equiv \sum_{\kappa \in x^{(n)}} \phi(\kappa) u_0(\kappa) \tag{4}$$

ii) $\phi^+ \in \Phi$를 다음과 같은 퍼지 檢定 函數라고 하자.

$$\left.\begin{array}{l} u_0(\kappa) > \sum_{i=1}^{k} t_i u_i(\kappa) \text{ 일때 } \phi^+(\kappa)=1, \\ u_0(\kappa) = \sum_{i=1}^{k} t_i u_i(\kappa) \text{ 일때 } \phi^+(\kappa)=\gamma, \end{array}\right\} \tag{5}$$

이고

$$u_0(\kappa) < \sum_{i=1}^{k} t_i u_i(\kappa) \text{ 일때 } \phi^+(\kappa)=0$$

여기서, $t_i \in R$, $i=1,2,\cdots,\kappa$ 이고 $0 \le \gamma \le 1$이다. 그러면 모든 $\phi \in \Phi$에 대해

$$A_0(\phi^+) \ge A_0(\phi)$$

이다.

iii) $t_i \ge 0$, $i=1,2,\cdots,k$ 일 때 $\sum_{k \in x^{(n)}} \phi(\kappa) u_i(\kappa) = \alpha_i$ $i=1, \cdots, k$를 滿足시키는 모든 퍼지 檢定 函數의 集合을 Φ_1이라 하면, 모든 $\phi \in \Phi_1$에 대해

$$A_0(\phi^+) \ge A_0(\phi)$$

이다.

증명 : i) $\sum_{\kappa \in x^{(n)}} \phi_q u_0$가 $\sup_{\phi} \sum_{\kappa \in x^{(n)}} \phi u_0$로 가까이가는 Φ안의 檢定 函數들의 數列을 $\{\phi_q\}$라고 하자. $x^{(n)}$은 有限 離散 空間이고 ϕ_q는 모든 $x^{(n)}=\{\kappa_1, \cdots, \kappa_m\}$에 대해 有限하므로, 數列 $\{\phi_q(\kappa_1)\}$은 R에서 有限하다. 그러므로 Bolzano-Weierstrass 定理를 [1]쓰면 $\{\phi_q(\kappa_1)\}$에 收斂하는 副數列(sub-sequence) $\{\phi_1^1(\kappa_1), \phi_2^1(\kappa_1), \cdots, \phi_q^1(\kappa_1), \cdots\}$이 存在한다. 또한, $\{\phi_q^1(\kappa_2)\}$는 $\boldsymbol{R}$에서 有限하므로, 이 數列은 收斂하는 副數列 $\{\phi_1^2(\kappa_2), \ \phi_2^2(\kappa_2), \ \cdots, \ \phi_q^2(\kappa_2), \ \cdots\}$를 가진다. 이렇게 이어가면 우리는 $\{\phi_q^{m-1}(\kappa_m)\}$의 收斂하는 副數列 $\{\phi_1^m(\kappa_m), \ \phi_2^m(\kappa_m), \cdots, \phi_q^m(\kappa_m), \cdots\}$을 얻게 된다. 이제

$$\phi \equiv \lim_{q} \phi_q^m$$

이라 하자. 모든 κ_i, $i=1,2,\cdots,m$에 대해 $0 \le \phi_q^m(\kappa_i) \le 1$이고 $q \in N$(자연수의 集合)이므로, 모든 κ_i, $i=1,2, \cdots, m$에 대해 $0 \le \phi(\kappa_i) \le 1$임을 알 수 있다. 그러므로 $i=0,1,\cdots,\kappa$일 때

$$\sum_{\kappa \in x^{(n)}} u_i \phi_q^j \rightarrow \sum_{\kappa \in x^{(n)}} u_i \phi$$

인 副數列 $\{\phi_q^j\}$와 檢定函數 ϕ가 存在한다. 따라서 ϕ는 Φ안에 있고 Φ안에서 $A_0(\phi)$를 가장 크게 한다.

ii) ϕ^*를 式(3)을 滿足시키는 任意의 檢定函數라 하고

$$S^+ = \{\kappa \in x^{(n)} | \phi^+(\kappa) > \phi^*(\kappa)\}$$

이며,

$$S^- = \{\kappa \in x^{(n)} | \phi^+(\kappa) < \phi^*(\kappa)\}$$

이라 하자. κ가 S^+안에 있다면, $\phi^+(\kappa) > 0$이고 $u_0(\kappa) \ge \sum_{i=1}^{k} t_i u_i(\kappa)$이다. κ가 S^-안에 있다면 $\phi^+(\kappa) < 1$이고 $u_0(\kappa) \le \sum_{i=1}^{k} t_i u_i(\kappa)$이다. 그러므로

$$\sum_{\kappa \in S^+ \cup S^-} [\phi^+(\kappa) - \phi^*(\kappa)] \cdot [u_0(\kappa) - \sum_{i=1}^{k} t_i u_i(\kappa)] \ge 0.$$

따라서

$$\begin{aligned} &\sum_{\kappa \in x^{(n)}} \{\phi^+(\kappa) - \phi^*(\kappa)\} u_0(\kappa) \\ &\ge \sum_{\kappa \in x^{(n)}} [\{\phi^+(\kappa) - \phi^*(\kappa)\} \sum_{i=1}^{k} t_i u_i(\kappa)] \\ &= \sum_{i=1}^{k} [t_i \sum_{\kappa \in x^{(n)}} \{\phi^+(\kappa) - \phi^*(\kappa)\} u_i(\kappa)] = 0 \end{aligned}$$

이고,

$$\sum_{\kappa \in x^{(n)}} \phi^+(\kappa) u_0(\kappa) \ge \sum_{\kappa \in x^{(n)}} \phi^*(\kappa) u_0(\kappa)$$

이다.

iii) ϕ^{**}를 $\sum_{\kappa \in X^{(n)}} \phi(\kappa) u_i(\kappa) \le \alpha_i$, $i=1, \cdots, k$를 滿足시키는 任意의 檢定函數라 하고, ii)에서와 비슷하게 S^+와 S^-를 생각하자. 그러면 ii)에서와 같은 까닭으로,

$$\sum_{\kappa \in S^+ \cup S^-} [\phi^+(\kappa) - \phi^{**}(\kappa)] \cdot [u_0(\kappa) - \sum_{i=1}^{k} t_i u_i(\kappa)] \ge 0$$

이고,

$$\sum_{\kappa \in X^{(n)}} \{\phi^+(\kappa) - \phi^{**}(\kappa)\} u_0(\kappa)$$
$$\ge \sum_{\kappa \in X^{(n)}} [\{\phi^+(\kappa) - \phi^{**}(\kappa)\} \sum_{i=1}^{k} t_i u_i(\kappa)]$$
$$= \sum_{i=1}^{k} [t_i \sum_{\kappa \in X^{(n)}} [\phi^+(\kappa) - \phi^{**}(\kappa)\} u_i(\kappa)]$$
$$\ge 0$$

이며, 따라서 ϕ^+와 ϕ^{**}는

$$\sum_{\kappa \in X^{(n)}} \phi^+(\kappa) u_0(\kappa) \ge \sum_{\kappa \in X^{(n)}} \phi^{**}(\kappa) u_0(\kappa)$$

를 滿足시킨다. (Q.E.D)

定理1은 一般化된 Neyman-Pearson 決定 基準에 바탕을 둔 퍼지 檢定 函數의 꼴을 얻게 해 준다. 이 定理를 써서 다음 節에서 局所 最適 퍼지 檢定 函數를 얻도록 한다.

Ⅳ. 局所 最適 퍼지 檢定

1節에서 지적했듯이, 最強 檢定은 얻기 어렵거나, 얻었다 하더라도 실제로 具現하기 힘들 때가 많다. 이럴 때에 쓰이는 여러가지 方法 가운데에서 하나가 局所最適檢定이다. 이 節에서는 퍼지 集合 理論을 써서 擴張한 局所 最適 檢定을 생각하기로 한다.

θ를 實數값을 갖는 媒介 變數라 하고 $\theta=\theta_0$인 때를 單純歸無 假說 H_0라 하고 $\theta>\theta_0$인 때를 複合對立 假說 H_1이라 하자. 確率 分布는 θ의 값을 따라 바뀌므로 定義5에 나온 檢定力 函數 $\beta_\phi(F_X)$는 이제부터 $\beta_\phi(\theta)$로 쓰기로 하자. 또한 $\theta>\theta_0$에 대해 $\theta=\theta_0$를 檢定하는 크기가 α인 檢定의 檢定力 函數 $\beta_\phi(\theta)$가 $\theta=\theta_0$에서 連續的으로 微分 可能하다고 하자. 對立 假說이 歸無 假說에 가깝다면, $\theta=\theta_0$에서의 檢定力 函數의 기울기

$$\beta_\phi'(\theta_0) \equiv \beta_\phi'(\theta)|_{\theta=\theta_0} = \frac{d\beta_\phi(\theta)}{d\theta}\Big|_{\theta=\theta_0} \qquad (6)$$

을 性能의 測度로 쓸 수 이다.[11]. 이를 바탕으로 다음과 같이 局所 最適 퍼지 檢定을 定義해 보자.

定義7. $\theta>=\theta_0$에 대해 $\theta=\theta_0$를 檢定하는 局所最適 퍼지 檢定은 크기가 α인 檢定 가운데에서 $\beta_\phi'(\theta_0)$를 가장 크게 하는 檢定 函數 $\phi(\kappa)=\phi^{lo}(\kappa)$에 바탕을 둔 檢定이다.

定義 7을 따르면 다음과 같이 쓸 수 있음을 알 수 있다.

$$\beta_{\phi^{lo}}(\theta) \ge \beta_\phi(\theta), \ \theta_0 < \theta < \theta_{max} \qquad (7)$$

θ가 주어졌을 때 κ의 條件附 確率을 $P(\kappa|\theta)$라 하면, 式(2)와 (6)에서, $\beta_\phi'(\theta_0)$은

$$\beta_\phi'(\theta_0) = \sum_{\kappa \in X^{(n)}} \phi(\kappa) \frac{dP(\kappa|\theta)}{d\theta}\Big|_{\theta=\theta_0} \qquad (8)$$

이 됨을 알 수 있다. $\kappa=1$일 때 定理1의 u_1과 u_0을 각각 $P(\kappa|\theta_0)$와 $\frac{dP(\kappa|\theta)}{d\theta}\Big|_{\theta=\theta_0}$라 하면 局所 最適퍼지 檢定 函數는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dP(\kappa|\theta)}{d\theta}\Big|_{\theta=\theta_0} > tP(\kappa|\theta_0) \text{ 일때 } \phi^{lo}(\kappa)=1, \\ &\frac{dP(\kappa|\theta)}{d\theta}\Big|_{\theta=\theta_0} = tP(\kappa|\theta_0) \text{ 일때 } \phi^{lo}(\kappa)=\gamma, \\ &\text{이고} \\ &\frac{dP(\kappa|\theta)}{d\theta}\Big|_{\theta=\theta_0} < tP(\kappa|\theta_0) \text{ 일때 } \phi^{lo}(\kappa)=0. \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

이때 문턱값 t와 確率化 媒介 變數(randomization parameter) γ는 크기가 α라는 制限 條件을 滿足시키도록 고른다.

Ⅴ. 局所 最適 퍼지 檢定의 보기

이 節에서는, 信號 檢波에 局所 最適 퍼지 檢定 函數를 써보도록 하자. 다음과 같은 두 假說로 나타낼 수 있는 信號 檢波 問題를 생각해 보자.

$$H_0 : Y_i = W_i \qquad (10)$$

과

$$H_1 : Y_i = \theta e_i + W_i \qquad (11)$$

式(10)과 (11)에서 e_i는 알려진 信號 成分이고, W_i는

純加算性 雜音 成分이며 Y_i는 i번째 標本 瞬間에서 觀測 값이다. 媒介 變數 θ는 信號의 세기를 나타낸다. 純加算性 雜音 成分 W_i, $i=1,2,\cdots,n$은 서로 獨立이고 같은 連續 確率 密度 函數를 갖는다고 하자. 그러면, $Y=(Y_1,\cdots,Y_n)$의 結合 確率 密度 函數 $f_Y(y_1,\cdots,y_n)$은 H_0와 H_1아래에서 각각 $\prod_{i=1}^{n} f(y_i)$와 $\prod_{i=1}^{n} f(y_i-\theta e_i)$라는 것은 쉽게 알 수 있다. 그러므로 定義3을 쓰면, H_0일 때에는

$$P(\kappa|\theta=0)=\prod_{i=1}^{n} P_1(\kappa_i)=\prod_{i=1}^{n}\int\mu_{\kappa_i}(y_i)f(y_i)dy_i \tag{12}$$

이고 H_1일 때에는

$$P(\kappa|\theta>0)=\int\mu_{\kappa_1}(y_1)\cdots\mu_{\kappa_n}(y_n)\prod_{i=1}^{n} f(y_i-\theta e_i)dy_1\cdots dy_n \tag{13}$$

임을 알 수 있다.

式(9)를 써서 局所 最適 퍼지 檢定 函數를 얻어보자. 먼저 $P(\kappa|\theta)$를 θ에 대해 微分하고 $\theta=0$으로 놓으면

$$\frac{dP(\kappa|\theta)}{d\theta}\Big|_{\theta=0}=\int\mu_{\kappa_1}(y_1)\cdots\mu_{\kappa_n}(y_n)$$

$$\frac{d}{d\theta}\{\prod_{i=1}^{n} f(y_i-\theta e_i)\}\Big|_{\theta=0}dy_1\cdots dy_n$$

$$=\int\mu_{\kappa_1}(y_1)\cdots\mu_{\kappa_n}(y_n)\prod_{i=1}^{n} f(y_i)\sum_{j=1}^{n}\left[-e_j\frac{f'(y_j)}{f(y_j)}\right]$$

$$dy_1\cdots dy_n$$

$$=\sum_{j=1}^{n} e_j\int\mu_{\kappa_j}(y_j)\frac{f'(y_j)}{f(y_j)}f(y_j)dy_j\prod_{i=1,i\neq j}^{n} P_1(\kappa_i)$$

$$=\sum_{j=1}^{n} e_j\frac{P_1^*(\kappa_j)}{P_1(\kappa_j)}\prod_{i=1}^{n} P_1(\kappa_i) \tag{14}$$

임을 알 수 있다. 여기서

$$P_1^*(\kappa_j)=\int\mu_{\kappa_j}(y_j)\,g_{LO}(y_j)f(y_j)dy_j \tag{15}$$

이고

$$g_{LO}(y)=\frac{-f'(y)}{f(y)} \tag{16}$$

은 局所 最適 非線形性이다. 式(12)와 (14)에서 局所 最適 퍼지 檢定 統計量은 다음과 같음을 알 수 있다.

$$T_{LOF}(\kappa)=\frac{\dfrac{dP(\kappa|\theta)}{d\theta}\Big|_{\theta=0}}{P(\kappa|\theta=0)}$$

$$=\sum_{i=1}^{n} e_i\,g_{LOF}(\kappa_i) \tag{17}$$

이때

$$g_{LOF}(\kappa_i)=\frac{P_1^*(\kappa_i)}{P_1(\kappa_i)} \tag{18}$$

을 局所 最適 檢波에서의 g_{LO}와 비슷하게 局所 最適 퍼지 非線形性이라 부르자. 곧 決定 規則은 $T_{LOF}(\kappa)>t$일 때 對立 假說을 받아 들이고, $T_{LOF}(\kappa)=t$일 때 確率 γ로 對立假說을 받아들이며, $T_{LOF}(\kappa)<t$일 때는 對立假說을 버린다. 이제 좀 더 알기 쉬운 다음 보기를 생각해 보자.

보기) 알려진 信號成分 e_i, $i=1,\cdots,n$, 이 모두 1이고, 純加算性 雜音成分 W_i, $i=1,\cdots,n$,은 標準 定規分布를 가지는 알려진 信號 檢波 問題를 생각해보자. 이때 觀測에서 얻을 수 있는 퍼지 情報가 다음과 같다고 하자.

τ_1="거의 0보다 작다."

τ_2="거의 0보다 크다."

이런 것은 곧 信號 檢波에서 觀測의 符號만을 얻을 수 있는 符號檢波器를 一般化한 것이라 할 수 있다. 이때, τ_1과 τ_2의 歸屬 函數가 다음과 같다고 하자 (그림 1).

$$\mu_{\tau_1}(y)=\begin{cases}1 & y<-0.1\\ 0.5-5y & -0.1\le y<0.1\\ 0 & y\ge 0.1\end{cases}$$

$$\mu_{\tau_2}(y)=\begin{cases}1 & y>0.1\\ 0.5+5y & -0.1<y\le 0.1\\ 0 & y\le -0.1\end{cases}$$

그 다음에, 計算하기 쉽도록 다섯 번의 觀測마다 決定을 내린다고 하면, $\theta=0$에서 모든 $\chi^{(5)}$ 안의 標本 퍼지 情報의 $\frac{dP(\kappa|\theta)}{d\theta}\Big|_{\theta=0}$와 $P(\kappa|\theta=0)$과 $T_{LOF}(\kappa)$의 값들은 표1에 보인 바와 같다. 이때 局所 最適 퍼지 檢定의 크기가 0.05라면, 문턱값은 2.387이고 아래와 같이 풀면 $\gamma=0.12$ 임을 알 수 있다.

$$\alpha=3.125\times10^{-2}+5\gamma(3.125\times10^{-2})=0.05$$

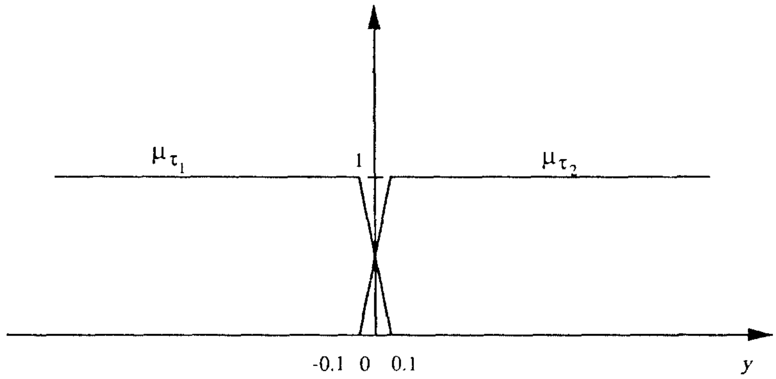

그림. 1 보기 1의 τ_1과 τ_2의 귀속함수

표1

부분 퍼지 정보	가지수	$P'(\kappa\|\theta)_\theta$	$P(\kappa\|\theta)$	$T_{LOT}(\kappa)$	$T_{LO}(y)$
모든 κ들이 τ_2이다.	1	12.434E-2	3.125E-2	3.979	5
κ들 가운데 네 개는 τ_2이고, 하나는 τ_1이다.	5	7.459E-2	3.125E-2	2.387	3
κ들 가운데 세 개는 τ_2이고, 두 개는 τ_1이다.	10	2.488E-2	3.125E-2	0.796	1
κ들 가운데 세 개는 τ_1이고, 두 개는 τ_2이다.	10	-2.488E-2	3.125E-2	-0.796	-1
κ들 가운데 네 개는 τ_1이고, 하나는 τ_2이다.	5	-7.459E-2	3.125E-2	-2.387	-3
모든 κ들이 τ_1이다	1	-12.434E-2	3.125E-2	-3.979	-5

그러므로, 決定規則은 $T_{LOT}(\kappa)>2.387$ 일 때 對立 假說을 받아들이고 $T_{LOT}(\kappa)>2.387$인 때 確率 0.12로 對立 假說을 받아 들이며, 그 밖에 때에는 對立 假說을 버려야함을 알 수 있다. 표1의 마지막 列은 標準定規雜音에서 觀測이 +1 또는 -1이라는 明確한 값을 갖는다고 했을 때 局所 最適 檢定 統計量 $T_{LO}(y)=\sum_{i=1}^{n} y_i$의 값이다.

式(17)에서, 局所最適 퍼지 檢定 統計量의 g_{LOF}를 g_{LO}로 바꾸면 局所 最適 檢定 統計量이 된다는 것을 알 수 있다. 곧, 局所 最適 檢波器와 局所 最適 퍼지 檢波器의 基本的인 얼개는 같다고 할 수 있다. 더욱이, 표1의 끝 두 列을 견주어 보면 局所 最適 퍼지 檢定 統計量과 局所 最適 檢定 統計量이 같이 線形的으로 커지거나 작아진다는 것을 알 수 있다. 이로써, 우리는 局所 最適 檢波器와 局所 最適 퍼지 檢波器의 作動原理가 크게 다르지 않음을 間接的으로 알 수 있다.

Ⅵ. 맺음말

이 論文에서는 一般化된 Neyman-Pearson 定理와 퍼지 集合 理論에 바탕을 둔 局所 最適 퍼지 檢波를 다루었다. 그와 더불어 局所 最適 퍼지 檢定의 重要한 應用 보기라고 할 수 있는 알려진 信號 檢波 問題에 局所 最適 퍼지 檢定을 應用해 보았다. 또한 局所 最適 檢波器와 局所 最適 퍼지 檢波器의 얼개가 매우 비슷하다는 것도 보였다.

이 論文의 가장 큰 目的은 統計學的 假說 檢定 方法과 애매함이 있을 때의 信號 檢波 理論 問題를 이어주는 것이다. 이 論文에서 얻은 局所 最適 퍼지 檢定은 퍼지 情報를 갖는 약한 信號 檢波 問題에도 應用될 수 있을 것이며, 이러한 應用으로부터 더욱 쓸모있는 結果들을 얻을 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

1. R.G. Bartle and D.R. Sherbert, *Introduction to Real Analysis* (John Wiley & Sons, New York, 1982)
2. M.R. Casals, M.A. Gil, and P.Gil, "On the use of Zadeh's probabilistic definition for testing statistical hypotheses from fuzzy information", *Fuzzy Sets and Systems* 20(1986) 175-190.
3. M.A. Gil, N. Corral, and P.Gil, "The fuzzy decision problem : An approach to the point estimation problem with fuzzy information", *Eur Jour. Oper. Res.* 22(1985) 26-34.
4. S.A. Kassam, *Signal Detection in Non-Gaussian Noise* (Springer-Verlag, New York, 1988).
5. E.L. Lehmann, *Testing Statistical Hypotheses, 2nd ed.*(John Wiley & Sons, New York, 1986).
6. L. Pardo, M.L, Menezdez, and J.A. Pardo, "A sequential selection method of a fixed number of fuzzy information systesms based on the information energy gain", *Fuzzy Sets and Systems* 25(1988) 97-105.
7. I. Song, J.C. Son, and K.Y.Lee, "Detection of composite signals : Part I. Locally optimum detector test statistics", *Signal Processing*, 23 (1991) 79-88.

박 성 일 : 논문지 제17권 제2호 참조
김 형 명 : 〃
송 익 호 : 〃
윤 진 선 : 〃
손 재 철 : 논문지 제16권 제4호 참조

김 현 영
1965년 12월 9일생
1988년 2월 : 서울대학교 수학교육학과(학사)
1990년 2월 : 한국과학기술원 응용수학과(공학석사)
현재 : 휴먼 컴퓨터(주) 주임연구원