

페이딩 환경하에서 Trellis 부호화된 8PSK 시스템의 성능 분석

正會員 김 현 주* 正會員 朴 尚 奎**

Performance Analysis of Trellis Coded 8PSK Systems in Fading Environment

Hyun Joo Kim* Sang Kyu Park** *Regular Members*

要 約

본 논문은 m-분포 페이딩 채널하에서 trellis 부호화된 8-PSK 시스템의 성능분석에 관한 연구이다. 이동 통신 채널에서 페이딩에 의한 시스템의 성능 저하를 보상하기 위하여 대역폭의 확장없이 부호 이득을 얻을 수 있는 trellis 부호를 이용하였다. 성능 분석은 4-상태와 8-상태를 갖는 trellis 부호화된 8-PSK 시스템에 대하여 Chernoff bound와 생성함수 기법을 이용하여 비트 오류 확률의 상한식을 구하였다. 그 결과 4-상태 trellis 부호보다는 8-상태 trellis 부호가 오류 정정 능력이 우수함을 알 수 있었으며, 페이딩이 심할 수록 부호화에 의한 성능 개선이 효과적임을 보였다.

ABSTRACT

The performance of trellis coded 8-PSK systems over m-distributed fading channel is analyzed. To compensate the performance degradation due to the fading in mobile communication channels, the trellis code which can obtain the coding gain without bandwidth expansion is used. Using the Chernoff bound and generating function techniques for the trellis coded 8-PSK systems with 4-state and 8-state, the upper bound of the bit error probability is derived. The trellis code of 8-state is better than that of 4-state in the capability of error correction. The coded performance is much better under severe fading environment.

I. 서 론

현대 사회가 고도의 정보화 사회로 진행되어감에 따라 이동 통신의 중요성은 날로 커지고 있다. 그러

나, 이동 통신용의 채널은 한정되어 있는데 반하여 가입자는 폭증함에 따라 기존의 아날로그 방식 셀룰라 시스템보다 가입자 수용 용량이 더 큰 디지털 방식의 셀룰라 시스템이 개발되고 있다.

이동 통신 환경하에서는 다중경로 전파 및 이동체의 속도로 인한 페이딩에 의하여 통신 시스템의 성능이 크게 저하되므로 페이딩에 대한 대책 기술이 필요

*三星電子(株)

**漢陽大學校 電子通信工學科

Dept. of Electronic Communication Engineering

Han Yang University

論文番號 : 93-32

하다. 대역폭과 송신 전력이 심하게 제한된 이동 통신 환경하에서는 대역폭이 효율적인 변조 기법과 FEC(Forward Error Correction)기법의 도입이 요구된다. 그러나, 기존의 FEC 기법인 길쌈부호나 블럭 부호는 정보 비트에 용장 비트(redundant bit)를 추가함으로써 대역폭이 확장되는 단점이 있다. 따라서, 기존의 부호화 방식을 이동 통신 채널에 도입하는 것은 바람직하지 못하다.

Ungerboeck이 제안한 TCM(Trellis Coded Modulation)은 부호화와 변조를 일체화한 방식으로 부호화와 변조가 독립적으로 설계된 기존의 부호화 방식과는 달리 대역폭의 확장을 야기시키지 않고 부호 이득(coding gain)을 얻을 수 있다.^{(1),(2)}

본 논문에서는 trellis 부호화된 8-PSK(8-ary PSK)의 error weight 분포와 이를 이용한 생성함수를 구하여 비트 오류 확률의 상한식을 유도한 후 m-분포(Nakagami) 페이딩과 가산백색 가우시안 잡음이 동시에 존재하는 채널에서의 시스템의 성능 개선 정도를 분석한다.

본 논문에서 구한 생성함수는 trellis 부호의 trellis 도로 부터 유도될 수 있으며, TCM의 모든 weight 분포를 closed form으로 표현하므로 부호화된 시스템의 성능 분석에 적당한 기법이다.

m-분포 페이딩 모델은 m 값에 따라 페이딩의 강약을 나타내므로 여러가지 이동통신 채널의 상태를 나타낼 수 있다. 따라서 Rayleigh 페이딩보다는 m-분포 페이딩이 이동 통신 채널의 페이딩 모델로 적합하다.

II. TCM의 개요

TCM에서는 부호율이 $n/(n+1)$ 인 부호기를 이용하여 신호의 수를 2^n 개에서 2^{n+1} 로 2배 확장시켜 mapper를 이용한 집합 분할 기법에 의하여 인접한 신호 사이의 Euclidean 거리가 증가하도록 mapping을 한다. 따라서, 신호의 수가 늘어난 결과로 인접 신호간의 Euclidean 거리가 감소하여도 부호이득(coding gain)을 얻을 수 있다. 본 논문에서는 TCM의 기준 시스템으로 QPSK를 선정하며, 부호율이 2/3인 8-PSK(8-ary PSK) TCM 시스템을 고려한다. 부호화되지 않은 QPSK는 trellis 부호화된 8-PSK와 동일한 전송률과 대역폭을 가지므로 trellis 부호화된 8-PSK의 성능 평가의 기준 시스템이 된다. 이때 8-

PSK 신호의 집합분할은 그림 1과 같이 인접한 신호간의 Euclidean 거리가 $d_0 < d_1 < d_2$ 와 같이 증가하는 방향으로 부집합을 구한다.⁽¹⁾

본 논문에서 채택한 4-상태와 8-상태의 trellis 부호는 Ungerboeck⁽¹⁾이 제안한 규칙을 갖으며 trellis 부호기와 trellis도는 그림 2와 그림 3, 그림 4와 그림 5와 같다.

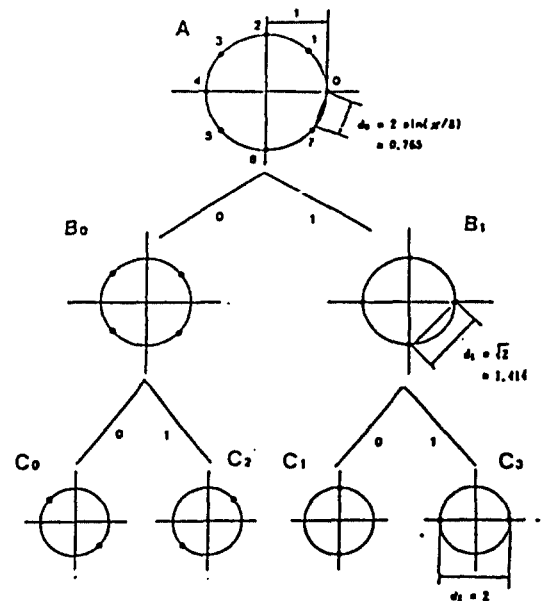


그림 1. 8-PSK 신호의 집합 분할
Fig. 1. Set-partitioning of 8-PSK signal

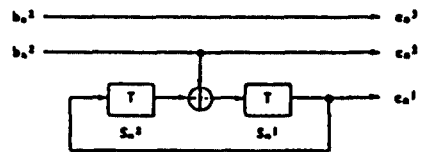


그림 2. 부호율 2/3인 4상태 trellis 부호기
Fig. 2. 4-state trellis encoder with rate 2/3

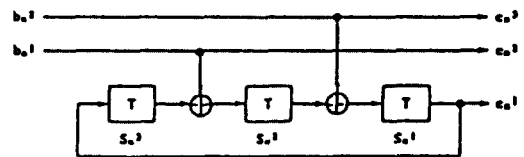


그림 3. 부호율 2/3인 8상태 trellis 부호기
Fig. 3. 8-state trellis encoder with rate 2/3

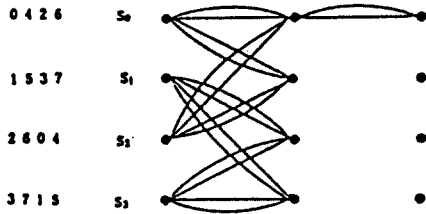


그림 4. 부호율 2/3인 4상태 trellis 부호기의 trellis
Fig. 4. Trellis of 4-state trellis encoder with rate 2/3

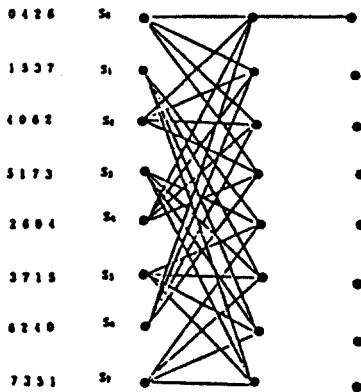


그림 5. 부호율 2/3인 8상태 trellis 부호기의 trellis
Fig. 5. Trellis of 4-state trellis encoder with rate 2/3

Ⅲ. 시스템 모델

그림 6과 그림 7은 trellis 부호화된 8-PSK 시스템의 간략화된 블록도이다. 입력 비트는 2비트씩 부호율 2/3인 trellis 부호기를 거쳐 3비트의 심볼을 생성한다. 부호화된 심볼들은 페이딩에 의한 연접오류(burst error)를 방지하기 위하여 block interleave를 한다. 본 논문에서는 시스템의 성능 분석이 용이하도록 interleaving depth를 가정한다.

Interleave된 trellis 부호 심볼들은 3비트씩 집합 분할 기법에 따라 8-PSK 변조기내의 mapper에 의해 8-PSK 신호로 변조된 후 송신된다.

수신기에서는 페이딩에 의한 수신신호의 위상왜곡은 pilot tone calibration이나 PLL에 의하여 완전히 보상된다고 가정한다. 페이딩과 가우시안 잡음의 영향을 받는 수신신호는 복조되어 연판정된 후 deinterleave를 하고 metric generator에서 수신신호와

Euclidean 거리가 가장 작은 8-PSK 신호를 찾아 이들간의 Euclidean 거리를 나타내는 평가량(metric)을 생성한다. Viterbi 복호기에서는 평가량을 이용하여 maximum likelihood 복호를 하여 송신된 정보 비트를 검출한다.⁽³⁾

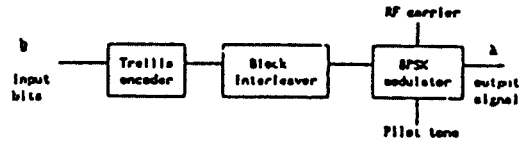


그림 6. Trellis 부호화된 8-PSK 시스템의 송신기
Fig. 6. Transmitter of trellis coded 8-PSK system

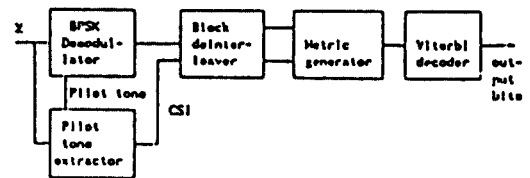


그림 7. Trellis 부호화된 8-PSK 시스템의 수신기
Fig. 7. Receiver of trellis coded 8-PSK system

Ⅳ. Pairwise 오류 확률

길이가 N인 부호화된 8-PSK의 송신 신호 계열은 식(4.1)과 같이 표현될 수 있다.

$$\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N) \tag{4.1}$$

여기서 \underline{x} 의 k번째 원소 x_k 는 시간 k일 때 송신되는 부호화된 8-PSK 신호이며 식(4.2)와 같이 복소수 형태로 표현된다.

$$x_k = \sqrt{2 \cdot E_s} \cdot \exp\{j\phi_k\}$$

$$\phi_k = \frac{\pi}{4} \cdot k, \quad k=0,1, \dots, 7$$

$$E_s = 2 \cdot E_b \tag{4.2}$$

윗 식에서 부호화되지않은 QPSK와 trellis 부호화된 8-PSK는 동일한 신호지속동안 신호가 송·수신되

므로 둘다 동일한 심볼 에너지 $E_s = 2 \cdot E_b$ 를 갖는다.

송신 신호 계열 \underline{x} 에 대한 수신 신호 계열은 식(4.3)과 같다.

$$\underline{y} = (y_1, y_2, \dots, y_N) \quad (4.3)$$

여기서 \underline{y} 의 k 번째 원소 y_k 는 시간 k 일 때의 수신 신호이며 식(4.4)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} y_k &= a_k \cdot x_k + n_k \\ n_k &= n_{rk} + jn_{ik} \\ n_{rk} &= \text{Re}[n_k], \quad n_{ik} = \text{Im}[n_k] \end{aligned} \quad (4.4)$$

윗 식에서 a_k 는 페이딩에 의한 진폭 변동을 나타내는 랜덤 변수이며 m -분포를 갖는다. n_k 는 평균이 0이고 분산이 σ_N^2 인 복소 가우시안 잡음을 나타내는 랜덤 변수이다. 송신 신호 계열 \underline{x} 의 부가 정보(side information)의 계열 \underline{z} 는 식(4.5)와 같다. 부가 정보인 랜덤 변수 z_k 는 CSI(channel state information)와 등가이며 페이딩에 의한 수신 신호의 진폭 변화 a_k 를 나타낸다. (4), (5)

$$\underline{z} = (z_1, z_2, \dots, z_N) \quad (4.5)$$

본 논문에서는 이상적인 interleaving /deinterleaving을 가정하므로 전송채널을 무기억 채널(memoryless channel)이라 할 수 있다. 따라서, a_k 를 독립적인 랜덤 변수로 취급할 수 있으므로 채널 확률 $P_N(\underline{y} | \underline{x}, \underline{z})$ 은 식(4.6)과 같다.

$$\begin{aligned} P_N(\underline{y} | \underline{x}, \underline{z}) &= \prod_{n=1}^N P(y_n | x_n, z_n) \\ &= \prod_{n=1}^N \frac{1}{2\pi\sigma_N^2} \exp\left\{-\frac{|y_n - a_n \cdot x_n|^2}{2\sigma_N^2}\right\} \end{aligned} \quad (4.6)$$

여기서 $\sigma_N^2 = N_0$ 이다.

식(4.6)을 이용한 maximum-likelihood 평가량은 다음과같이 구한다.

$$\begin{aligned} m(\underline{y}, \underline{x}; \underline{z}) &= \ln(P_N(\underline{y} | \underline{x}_n, z_n)) \\ &= \sum_{n=1}^N \ln P(y_n | x_n, z_n) \\ &= \sum_{n=1}^N m(y_n, x_n; z_n) \end{aligned}$$

$$\text{여기서 } m(y_n, x_n; z_n) = \ln \frac{1}{2\pi\sigma_N^2} - \frac{|y_n - a_n \cdot x_n|^2}{2\sigma_N^2} \quad (4.7)$$

복호 과정에서 평가량간의 관계가 식(4.8)와 같으면 신호 계열 \underline{x} 과 수신신호 계열 \underline{y} 의 Euclidean 거리가 \underline{x} 와 \underline{y} 의 Euclidean 거리보다 작은 것으로 판정되어 \underline{x} 를 \underline{x}' 로 판정하는 오류가 생긴다.

$$\sum_{n=1}^N m(y_n, x_n'; z_n) \geq \sum_{n=1}^N m(y_n, x_n; z_n) \quad (4.8)$$

식(4.8)을 이용한 Pairwise 오류 확률의 Chernoff bound는 식(4.9)와 같다.

$$p(\underline{x} \rightarrow \underline{x}') \leq \prod_{n \in \eta} E \left[\exp \left\{ \lambda \cdot [m(y_n, x_n'; z_n) - m(y_n, x_n; z_n)] \right\} \mid x_n \right] \quad (4.9)$$

여기서 η 는 $x_n \neq x_n'$ 인 모든 n 의 집합이며, E 는 complex Gaussian 분포에 대한 통계적 평균 연산자이며, λ 는 최적화되어야할 Chernoff parameter이다. 식(4.7)을 이용하여 구한 식(4.9)의 결과식은 식(4.10)과 같다.

$$p(\underline{x} \rightarrow \underline{x}') \leq \prod_{n \in \eta} \exp \left\{ -\frac{a_n^2 \cdot |x_n - x_n'|^2 \cdot (\lambda - \lambda^2)}{2 \cdot \sigma_N^2} \right\} \quad (4.10)$$

Chernoff parameter의 최적값을 구하기 위해 식(4.10)의 $\exp\{\cdot\}$ 을 λ 에 대하여 미분하고 0으로 놓으면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &-\frac{a_n^2}{2 \cdot \sigma_N^2} |x_n - x_n'|^2 \cdot (1 - 2\lambda) \\ &\cdot \exp \left\{ -\frac{a_n^2 \cdot |x_n - x_n'|^2 \cdot (\lambda - \lambda^2)}{2 \cdot \sigma_N^2} \right\} \end{aligned} \quad (4.11)$$

식(4.11)이 성립하기 위해서는 $\lambda = 1/2$ 임을 알 수 있다. 따라서 λ 의 최적값은 $\lambda_{opt} = 1/2$ 이 된다. λ_{opt} 을 식(4.10)에 대입하면 식(4.12)가 된다.

$$p(\underline{x} \rightarrow \underline{x}') \leq \prod_{n \in \eta} \exp \left\{ -\frac{a_n^2 \cdot |x_n - x_n'|^2}{8 \cdot \sigma_N^2} \right\} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } x_n &= \sqrt{2 \cdot E_s} \exp\{j\phi_n\}, \quad x_n' = \sqrt{2 \cdot E_s} \cdot \exp\{j\phi_n'\} \\ |x_n - x_n'|^2 &= 2 \cdot (2E_s) \cdot [1 - \cos(\phi_n - \phi_n')] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 2 \cdot E_s \cdot \delta_n^2(x_n, x_n') \\ \delta_n^2(x_n, x_n') &= 2 \cdot (1 - \cos(\phi_n - \phi_n')) \\ E_s &= 2 \cdot E_b \end{aligned}$$

윗 식에서 $\delta_n^2(\cdot)$ 은 x_n 과 x_n' 의 Euclidean 거리의 자승이다.

식(4.12)를 간단히 표현하면 다음과 같다.

$$p(\underline{x} \rightarrow \underline{x}') \leq D^{\delta^2(\underline{x}, \underline{x}')} \quad (4.13)$$

여기서

$$\begin{aligned} D &= \exp \{ -a_n^2 E_b / 2N_0 \} \\ \delta^2(\underline{x}, \underline{x}') &= \sum_{n \in \tau} \delta_n^2(x_n, x_n') \end{aligned}$$

V. TCM의 성능 분석

5.1 생성함수의 유도

본 절에서는 trellis 부호의 error weight 분포를 구하고 이것을 이용하여 TCM의 비트 오류 확률의 상한식을 구한다.

$T(D, L, I)$ 로 표현되는 생성함수는 trellis 부호의 trellis도로 부터 유도될 수 있으며 TCM의 모든 weight 분포를 closed form으로 표현한다.

Trellis 부호화된 8-PSK 시스템의 비트 오류 확률 P_b 의 상한식은 다음식과 같이 구할 수 있다. ^{(3), (6), (7)}

$$P_b \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial T(D, L, I)}{\partial I} \Big|_{\substack{L=2^{-2} \\ D=\exp(-E_b/2N_0), I=1}} \quad (5.1.1)$$

여기서 L 은 trellis 경로상의 지로(branch)의 수를 나타내며, 생성함수내에서 신호가 천이할 수 있는 지로의 사전 확률로 대치된다. 생성함수내에서 I 의 지수

표 1. 오류 중 프로파일
Table 1. Error Weight Profile

Subset of Channel Signal	e_i	Weight Profile
B_0	B_1	000 4
B_0	B_1	001 $4 \cdot D^{0.586}$
B_0	B_1	010 $4 \cdot D^2$
B_0	B_1	011 $2 \cdot D^{0.586} + 2 \cdot D^{3.414}$
B_0	B_1	100 $4 \cdot D^4$
B_0	B_1	101 $4 \cdot D^{3.414}$
B_0	B_1	110 $4 \cdot D^2$
B_0	B_1	111 $2 \cdot D^{0.586} + 2 \cdot D^{3.414}$

는 올바른 경로(correct path)와 오류경로(error path)의 Hamming 거리를 나타낸다.

참고문헌 [6]에서와 같은 방법으로 오류 중 프로파일(Error Weight Profile)을 구하면 표1과 같다.

TCM의 생성함수는 표1로부터 상태 천이 행렬(state transition matrix)을 이용하여 구할 수 있다.

8상태 TCM의 생성함수는 다음과 같이 구한다.

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ S_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & w_0 & 0 & w_6 & 0 & w_2 & 0 \\ 0 & w_6 & 0 & w_0 & 0 & w_4 & 0 \\ 0 & w_2 & 0 & w_4 & 0 & w_0 & 0 \\ w_1 & 0 & w_5 & 0 & w_3 & 0 & w_7 \\ w_5 & 0 & w_1 & 0 & w_7 & 0 & w_3 \\ w_3 & 0 & w_7 & 0 & w_1 & 0 & w_5 \\ w_7 & 0 & w_3 & 0 & w_5 & 0 & w_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ S_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_4 \\ w_2 \\ w_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot S_s \quad (5.1.2.a)$$

윗식에서 S_0 가 올바른 경로상에 있는 상태라 가정하면 S_s 는 오류가 처음으로 일어나는 시점의 S_0 이며, S_t 는 오류 경로가 올바른 경로에 재결합하는 시점의 S_0 이다. 식(5.1.2.a)를 간단히 표현하면 다음식과 같다.

$$S = A \cdot S + F \cdot S_2 \quad (5.1.2.b)$$

식(5.1.2.b)에서 S 는 오류경로상의 상태들을 나타내는 벡터이며, A 는 오류경로상의 상태천이 지로(branch)에 할당된 오류 중 프로파일(Error Weight Profile)을 나타내는 행렬이다. F 는 S_s 에서 오류경로상의 상태로 천이할 때의 지로에 할당된 오류 중 프로파일을 나타내는 벡터이다.

$$S_t = (0 \ w_4 \ 0 \ w_2 \ 0 \ w_6 \ 0) \cdot \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ S_7 \end{bmatrix} \quad (5.1.3.a)$$

식(5.1.3.a)를 간단히 표현하면 다음식과 같다.

$$S_t = G^T \cdot S \quad (5.1.3.b)$$

G^T 는 오류경로상의 상태에서 S_t 로 천이할 때의 지로에 할당된 오류 중 프로파일을 나타내는 벡터이다.

식(5.1.2.a)에서

$$\begin{aligned} w_0 &= 4 \cdot L \\ w_1 &= 4 \cdot L \cdot D^{0.586} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 w_2 &= 4 \cdot L \cdot I \cdot D^2 \\
 w_3 &= 2 \cdot L \cdot I \cdot (D^{0.586} + D^{3.414}) \\
 w_4 &= 4 \cdot L \cdot I \cdot D^4 \\
 w_5 &= 4 \cdot L \cdot I \cdot D^{3.414} \\
 w_6 &= 4 \cdot L \cdot I^2 \cdot D^2 \\
 w_7 &= 2 \cdot L \cdot I^2 \cdot (D^{0.586} + D^{3.414}) \quad (5.1.4)
 \end{aligned}$$

이므로 8-상태 TCM의 생성함수는 식(5.1.5)와 같아 된다.

$$T(D, L, I) = G^T \cdot (I - A)^{-1} \cdot F \quad (5.1.5)$$

식(5.1.5)에서 I는 7×7차 단위 행렬이다.

8-상태 TCM의 생성함수는 상당히 복잡하므로 식(5.1.5)를 이용한 비트 오류 확률의 수치 계산 결과를 그래프상에 도시하였다.

같은 방법으로 구한 4상태 TCM의 생성함수는 다음과 같다.

$$T(D, L, I) = \frac{t_0^2 \cdot (t_2 - t_2^2 + t_1^2)}{1 - t_2 - t_2 \cdot t_3 + t_2^2 \cdot t_3 - t_1^2 \cdot t_3} + t_4 \quad (5.1.6)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 t_0 &= 4 \cdot L \cdot (1+I) \cdot I \cdot D^2 \\
 t_1 &= 2 \cdot L \cdot (1+I) \cdot I \cdot (D^{3.414} + D^{0.586}) \\
 t_2 &= 4 \cdot L \cdot (I \cdot D^{3.414} + D^{0.586}) \\
 t_3 &= 4 \cdot L \cdot (1+I \cdot D^4) \\
 t_4 &= 4 \cdot L \cdot I \cdot D^4
 \end{aligned}$$

5.2 m-분포(Nakagami) 페이딩 채널하에서의 오류 확률

기존의 많은 연구에서는 육상 이동 통신의 페이딩 모델로 레일레이(Rayleigh) 페이딩을 이용하여 분석하였다. 그러나, 실제 이동 통신 환경에서는 주변환경에 따라 레일레이 페이딩보다 강할 때와 약할 때가 있다. 따라서, 이동 통신 환경을 해석할 때에는 이들을 종합적으로 다룰 필요가 있다. m-분포 페이딩(Nakagami Fading) 모델은 페이딩 지수 m 값에 따라 페이딩의 정도를 나타내며 밀도함수는 다음 식과 같이 표현 된다.⁽⁸⁾

$$P_f(a) = \frac{2 \cdot m^m \cdot a^{2m-1}}{\Gamma(m) \cdot a_0^m} \cdot \exp\left\{-\frac{m \cdot a^2}{a_0}\right\}, \quad a \geq 0 \quad (5.2.1)$$

여기서 $\Gamma(m)$: 감마 함수 ($\Gamma(m) = (m-1)!$)

a_0 : a의 평균 전력 ($a_0 = E[a^2]$)

m : 페이딩 지수 ($m \geq 1/2$)

$1/2 \leq m < 1$ 일 때 레일레이 페이딩보다 강한 상태

$m = 1$ 일 때 레일레이 페이딩

$m > 1$ 일 때 레일레이 페이딩보다 약한 상태

$E[a^2] = 1, \gamma = a^2$ 이라 놓고 식(5.2.1)을 변수 변환하면 식(5.2.2)와 같이 된다.

$$P_f(\gamma) = \frac{m^m \cdot \gamma^{m-1}}{\Gamma(m)} \cdot \exp\{-m \cdot \gamma\}, \quad \gamma \geq 0 \quad (5.2.2)$$

페이딩 채널하에서의 pairwise 오류 확률의 평균은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E\left[D^{\delta_n^2(x_n, x_n')}\right] &= \int_0^\infty D^{\delta_n^2(x_n, x_n')} \cdot P_f(\gamma) d\gamma \\
 &= \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{\gamma E_b}{2N_0} \cdot \delta_n^2(x_n, x_n')\right\} \cdot \frac{m^m \cdot \gamma^{m-1}}{\Gamma(m)} \\
 &\quad \cdot \exp\{-m \cdot \gamma\} d\gamma = \frac{m^m}{\Gamma(m)} \cdot \int_0^\infty \gamma^{m-1} \\
 &\quad \cdot \exp\left\{-\left[\frac{E_b}{2N_0} \cdot \delta_n^2(x_n, x_n') + m\right] \cdot \gamma\right\} d\gamma \\
 &= \frac{m^m}{\Gamma(m)} \cdot (m-1)! \cdot \frac{1}{\left[\frac{E_b}{2N_0} \cdot \delta_n^2(x_n, x_n') + m\right]^m} \\
 &\quad (\text{since } \Gamma(m) = (m-1)!) = \frac{m^m}{\left[\frac{E_b}{2N_0} \cdot \delta_n^2(x_n, x_n') + m\right]^m} \quad (5.2.3)
 \end{aligned}$$

식 (5.2.3)을 유도하기 위하여 참고문헌[9]의 310 페이지의 식(3.351.3)을 이용하였다. 식(5.2.3)은 다음절인 비교 및 검토에서 가우시안 잡음과 m-분포 페이딩 존재시 생성함수 식(5.1.5)와 식(5.1.6)에 pairwise 오류확률로 대입되어 비트 오류 확률 식(5.1.1)을 구하는데 사용된다.

5.3 비교 및 검토

본 논문에서는 Chernoff bound를 이용하여 TCM의 오류 확률의 상한식을 구하였다. 따라서 성능 비교의 타당성을 위하여 부호화하지 않은 QPSK의 오류 확률도 Chernoff bound 상한식을 이용한다.

$$P_{bQPSK} = Q(\sqrt{2 \cdot E_b/N_0}) \leq \frac{1}{2} \cdot \exp\{-E_b/N_0\} \quad (5.3.1)$$

가산 백색 가우시안 잡음만이 존재할 경우 부호화되지 않은 QPSK의 상한 오류 확률은 식(5.3.1)을 이용하고, TCM의 상한 오류 확률은 식(5.1.5)와 식(5.1.6)을 식(5.1.1)에 대입하여 구한 후 성능을 비교한다. 가산 백색 가우시안 잡음과 페이딩이 존재할 때 부호화되지 않은 QPSK의 상한 오류 확률은 식(5.3.2)를 이용하고, TCM 상한 오류 확률은 식(4.13)에서 $D^{\delta n^2}(X_n, X_n')$ 을 식(5.2.3)으로 대치하여 구한 후 성능을 비교한다.

$$E[P_{bQPSK}] \leq \int_0^\infty \frac{1}{2} \cdot \exp\{-\gamma \cdot E_b/N_0\} \cdot P_f(\gamma) d\gamma$$

$$= \frac{0.5 \cdot m^m}{\left[\frac{E_b}{N_0} + m\right]^m} \quad (5.3.2)$$

비트 오류 확률 $P_b=10^{-4}$ 일 때, 여러 가지 채널 상태에서의 부호화되지 않은 QPSK에 대한 trellis 부호화된 8-PSK의 부호 이득은 표 2와 같다.

표 2에서 알 수 있듯이 trellis 부호기의 상태수가 크고 페이딩이 강할수록 trellis 부호화에 의한 성능 개선이 현저하게 나타난다. 물론 이 성능 개선은 시스템이 복잡해지는 결과로 얻어진 것이다. 그러나, 디지털 신호처리 기술과 VLSI(Very Large Integrated Circuits) 기술이 발전해 감에 따라 소형·저가의 TCM 시스템의 실용화가 이루어질 수 있을 것이다.

표 2. 부호 이득 ($P_b=10^{-4}$)
Table 2. Coding Gain ($P_b=10^{-4}$)

채널 상태	E_b/N_0 [dB]	
	4-상태 TCM	8-상태 TCM
AWGN	2.2	2.4
$m=0.5$	3.0	34
$m=1.0$	3.0	18
$m=2.0$	3.0	9.0

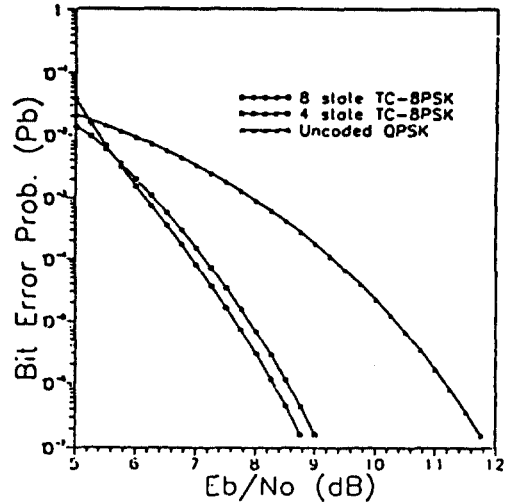


그림 8. 가산 백색 가우시안 잡음에서의 비트 오류 확률
Fig. 8. Bit error probability in AWGN

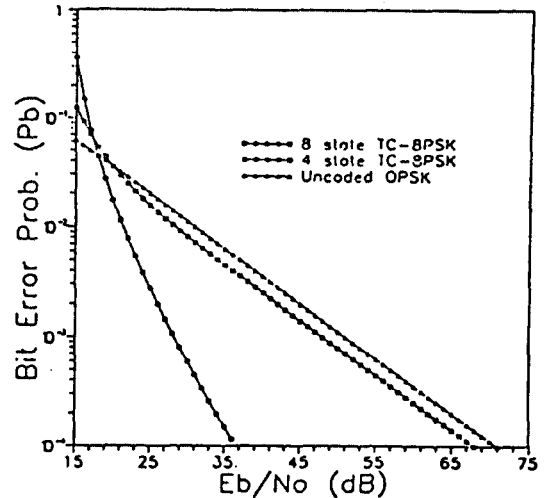


그림 9. 페이딩지수 $m=0.5$ 일 때의 비트 오류 확률
Fig. 9. Bit error probability with fading index $m=0.5$

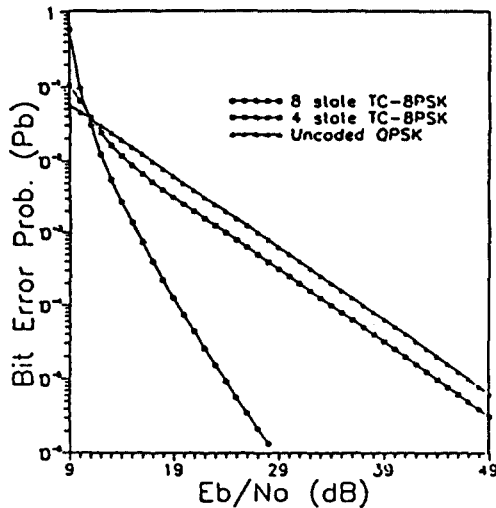


그림 10. 페이딩지수 $m=1.0$ 일 때의 비트 오류 확률
Fig. 10. Bit error probability with fading index $m=1.0$

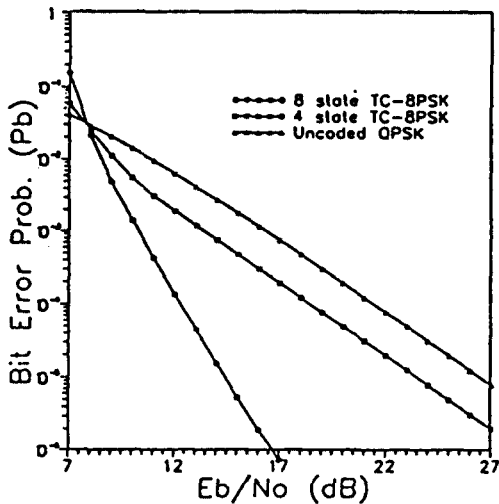


그림 11. 페이딩지수 $m=2.0$ 일 때의 비트 오류 확률
Fig. 11. Bit error probability with fading index $m=2.0$

VI. 결 론

본 논문에서는 가산 백색 가우시안 잡음과 m -분포를 가지는 페이딩 채널하에서 4-상태와 8-상태의 trellis 부호화된 8-PSK 시스템의 성능을 Chernoff bound와 생성함수 기법을 이용하여 분석하였다.

Trellis 부호화된 8-PSK 시스템과 동일한 대역폭과 data 전송률을 갖는 QPSK 시스템과의 성능을 비교한 결과 부호기의 상태수가 클 수록 성능 개선이 우수함을 알 수 있었다. 또한 페이딩 지수 m 을 변화시켜 여러가지 페이딩 환경에서의 성능개선을 고찰한 결과 페이딩이 심할수록 큰 부호이득을 얻을 수 있었다. 그러므로, 대역폭의 확장없이 보다 신뢰성 있는 통신을 보장해주는 TCM은 디지털 이동통신시스템에 적합한 기법이라고 생각된다.

참 고 문 헌

1. G. Ungerboeck, "Channel coding with Multi-level /Phase signals," IEEE Trans. on Inform. Theory, Vol. IT-28, No.1, pp.55-67, Jan., 1982.
2. G. Ungerboeck, "Trellis-Coded Modulation with Redundant Signal Sets Part I: Introduction," IEEE Comm. Mag., Vol.25, No.2, pp.5-11, Feb. 1987.
3. D. Divsalar, M.K. Simon, "Trellis coded modulation for 4800-9600 bits/s transmission over a fading mobile satellites channel," IEEE JSAC, Vol.SAC-5, No.2, pp.162-175, Feb. 1987.
4. M.K. Simon, J.K. Omura, R.A. Scholtz, and B. K. Levitt, Spread spectrum communications, Vol.I, Computer Science Press, Rockvill, MD, 1985.
5. E. Biglieri, P.J. McLane, "Uniform distance and error probabilities of TCM schmes," IEEE Trans. on Comm., Vol.39, No.1, pp.41-53, Jan., 1991.
6. E. Zehavi and J.K. Wolf, "On the performance evaluation of trellis code," IEEE Trans. Inform. Theory, Vol.IT-33, No.2, pp.196-201, Mar. 1987.
7. S. Benedetto, M.Ajmonc Marsan, G.Albertengo, and E.Giachin, "Combined coding and modulation: Theory and applications," IEEE Trans. Inform. Theory, Vol.IT-34, No.2, pp.223-236, Mar. 1988.
8. M. Nakagami, "The m -distribution-A general formula of intensity distribution of fading," in

Statistical Methods in Radio Wave Propagation, W.C.Hoffman, Ed., Peramon Press, Elmsford, N.Y., 1960.

9. I.S Gradshteyn and I.M. Ryzhik, "Tables of Integrals, Series, and Products," Academic Press, Inc., New York, 1965.



김 현 주(Hyun Joo Kim) 正會員
1966年 12月 6日生
1990年 2月: 漢陽大學校 電子通信
工學科 卒業(工學士)
1992年 2月: 漢陽大學校 大學院 電
子通信工學科 卒業(工
學碩士)
1992年 2月~現在: 三星電子(株)
研究員

※ 主關心分野: 디지털 변복조, 채널 코딩, 디지털 신호처리

朴 尚 奎(Sang Kyu Park)

正會員

1951年 10月 21日生

1974年 2月: 서울大學校 電氣工學科 學士
1980年 5月: 美國 Duke Univ. 電氣工學科 碩士
1987年 1月: 美國 Univ. of Michigan 電氣工學科 博士
1976年 7月~1978年 10月: 國防科學研究所 研究員
1987年 3月~現在: 漢陽大學校 電子通信工學科 副教授
Electronic Communication Engi.