

## 샘플수신기를 위한 반송파위상에 독립적인 이산 STR 알고리즘

準會員 金 宜 默\* 正會員 趙 炳 錄\* 正會員 崔 炯 辰\*

A New Carrier Phase-Independent Discrete STR  
Algorithm for Sampled ReceiversEuy Mook Kim\*, Byung Lok Cho\*, Hyung Jin Choi\* *Regular Members*

## 要 約

본 논문에서는 새로운 이산 심볼동기(STR) 알고리즘을 제안한다. 최적 추정이론에서 파생된 이 알고리즘은 기존의 알고리즘에 대한 이해와 분석을 바탕으로 장단점을 소화된 것이다. 새로운 알고리즘의 타이밍(timing) detector는 구현이 간단하며 반송파 위상에 독립적으로 동작하므로 Symbol Timing Recovery (STR)의 새로운 추세인 Carrier Recovery(CR)-STR의 연동동작이 가능하다. 한편 새로운 알고리즘에서 비선형소자에 의한 영향도 분석되고 설명되었으며 수치해석과 Monte-Carlo 시뮬레이션으로 기존의 알고리즘과 제안된 알고리즘간의 성능분석을 수행하였다. Gardner 알고리즘과 비교하였을때 본 알고리즘은 작은 rolloff에서 패턴 지터(Pattern Jitter)에 의한 추적 성능이 보다 우수하였다.

## ABSTRACT

In this paper, a new discrete Symbol Timing Recovery(STR) algorithm is proposed. This algorithm is derived from the optimum estimation theory. The algorithm combines the advantages of Mueller and Müller algorithm and Gardner algorithm, and avoids some of their shortcomings. The implementation of the new timing detector is simple and the combined operations of Carrier Recovery(CR)-STR is possible because the operation of the new STR is independent of the carrier phase. On the other hand, the behavior of nonlinear characteristics in the new algorithm is analyzed and explained. The performance evaluation is accomplished in detail by numerical calculations and Monte-Carlo simulations. In these respects, this algorithm is similar to Gardner's algorithm, but in tracking performance due to pattern jitter at small rolloff, the proposed algorithm is superior to Gardner's algorithm.

\*成均館大學校 電子工學科  
Dept. of Electronic Engineering, Sung Kyun Kwan  
University.  
論文番號 : 93 - 57

I. 서 론

통신 수신회로의 디지털화는 특유의 장점으로 인하여 디지털 회로뿐 아니라 디지털 신호 처리기(digital signal processor)를 이용하여 여러가지 방향으로 발전해나가고 있다. 이러한 추세에 비추어 불매 동기 화기법도 연속적인 시간상에서 사용되고 있는 방식이 아닌 이산시간상에서의 동기화기법이 요구된다.

따라서 본 논문에서는 샘플 수신기에 적용되는 새로운 Symbol Timing Recovery(STR)의 알고리즘을 제안하며 또한 기존의 발표된 알고리즘과의 비교 분석을 통하여 새로운 알고리즘에 접근한다.

제안된 알고리즘의 타이밍 detector의 구성은 상당히 간단하여 심볼당 한개의 샘플로서 동작하며 이 샘플은 decision을 위한 스트로브(strobe) 신호로 사용된다. 한편으로 기존에 발표되었던 STR 알고리즘들을 살펴보면 먼저 Mueller와 Müller가 심볼당 한개의 샘플로 decision-directed 동작을 하는 준 최적적인(suboptimal) 알고리즘을 발표하였다.<sup>[1]</sup> 또한 이에 근거한 알고리즘들이 후에 여러가지가 발표되었다.<sup>[2-4]</sup> 그러나 현재의 디지털 수신기들은 빠른 초기 동기포착을 위해 Carrier Recovery(CR)와 연동동작을 하는 추세에 있다. 따라서 CR이 Lock이 되기전에 STR이 동작하므로 반송과 추적 오류와의 독립적인 특성이 요구되나 이 알고리즘은 이러한 특성을 만족하지 못하기 때문에 우수한 성능에도 불구하고 그 적용이 제한되고 있는 실정이다. 그리하여 Gardner는 이러한 반송과 시스템에 독립적이며 심볼당 두개의 샘플로 제로 크로싱(zero-crossing)을 추적하는 방식의 알고리즘을 발표하였다.<sup>[5]</sup> 이 알고리즘으로 인하여 CR-STR 연동동작이 가능하게 되었으나, 작은 rolloff factor에서 Mueller와 Müller 방식이 패턴 지터(self-noise)가 작은 반면 Gardner 방식은 패턴 지터가 비교적 커서 Mueller와 Müller 방식에 비해 추적 성능이 떨어진다는 단점이 있다. 이러한 단점을 보완하기 위한 필터 및 adaptive 시스템을 이용한 여러가지 보상기법이 있으나 이러한 기법을 도입하여 구현할때 하드웨어 복잡도와 비용이 증가하며 DSP 구현 시에는 프로그램의 길이가 늘어난다는 문제가 있다.

본 논문에서는 위에서 언급된 Mueller와 Müller 알고리즘과 Gardner 알고리즘의 장점을 취하고 단점을 보완하면서 구성이 간단한 STR 알고리즘을 제안한다. 제안된 알고리즘을 제안한다. 제안된 알고리즘은 반송과 시스템에 독립적이며, 추적 지터(jitter)

또한 Gardner 알고리즘보다 우수하다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 STR에서의 지터에 대해 논의하고, 3장에서는 새로운 알고리즘의 제안 및 분석을 하였다. 그리고 4장에서는 기존의 알고리즘과의 특성을 비교하고, 수치해석과 시뮬레이션을 통해 성능을 평가한 후 5장의 결론으로 끝맺음을 하였다.

II. STR 시스템에서의 지터 특성

다음은 그림 1과 같은 대역제한 데이터 전송시스템을 고려하여 보자. 본 시스템의 구성은 송신단 필터  $H_T(f)$ , 수신단 필터  $H_R(f)$ , 그리고 동기화를 위한 STR 시스템으로 구성되어 있다. 여기서  $H_T(f)$ 와  $H_R(f)$ 는 Nyquist Criterion을 만족하는 정합필터쌍이다.

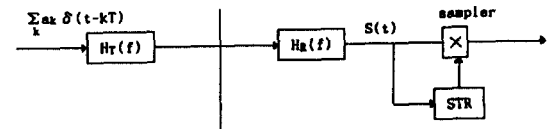


그림 1. 대역제한 데이터 전송시스템  
Fig. 1. Bandlimited data transmission system

잡음의 영향을 배제한 상태에서 수신된 신호는 식 (1)과 같다.

$$S(t) = \sum_k a_k P(t - kT) \tag{1}$$

여기서  $a_k \in \{-1, +1\}$ 인 독립적인 평균이 0인 이진수이고,  $P(t)$ 는 Nyquist 필터링된 펄스이다.

위와같은 수신신호의 최적 decision 지점을 포착하는 STR 시스템에서는 필터링된 펄스의 제로 크로싱을 타이밍 오류신호로 많이 사용하고 있다. 그러나 Nyquist Criterion은 decision 지점, 즉  $t = kT$ 에서는 zero-ISI를 보장하지만 제로 크로싱 순간에는 펄스간의 중첩이 0이 되지 않아 제로 크로싱은 경우에 따라서 상당히 흔들리게 된다. 특히 대역제한이 심해 질수록 (즉, Nyquist 필터의 rolloff factor( $\alpha$ )가 작아 질수록) 제로 크로싱의 왜곡은 심하여 진다.

다음 STR의 타이밍 신호를  $f(t)$ 라 하고 정상적인 제로 크로싱 지점을  $t_0$  ( $E[f(t_0)] = 0$ )라 할때 왜곡되어져서 나타나는 실제 제로 크로싱,  $\tau'$ 는 지터가 상당히 작다고 가정할때 그림 2와 같은 선형 근사화가 가능하다.[6]

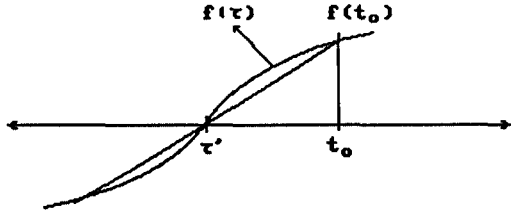


그림 2. 실제 제로 크로싱의 선형 근사화.  
Fig. 2. The linear approximation of actual zero-crossing

위의 그림 2의 선형근사화는 아래의 식 (2)와 같이 표시될수 있다.

$$\tau' = t_0 - \frac{f(t_0)}{E[f'(t_0)]} \quad (2)$$

여기에서  $f'(t) = \frac{d}{dt} [f(t)]$  이다.

위의 식(2)를 보면 가우시안 잡음이 없는 상황에서 두번째 항이 바로 패턴 지터(self noise)를 이루는 항이고, 중시할 점은 바로 타이밍 함수,  $f(t)$ 의 기울기, 즉  $E[f'(t_0)]$ 에 따라 지터의 양이 좌우된다는 점이다. 예를 들어 유명한 기법중의 하나인 square and filtering[7,8]을 살펴보면 [필터의 전달특성을  $H(1/T) = 1$ 로 놓을때] 타이밍 함수의 기울기는 아래의 식 (3)과 같이 된다.

$$E[f'(t_0)] = \frac{4\pi\sigma_a^2 A_1}{T^2} \quad (3)$$

여기서  $A_1 = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) G(1/T - f) df$ ,  $\sigma_a^2 = E[a_k^2]$  이다.

따라서 위와같은 기법의 경우 타이밍 함수의 기울기는  $A_1$ 에 비례하고 이  $A_1$ 은 인접 펄스간의 스펙트럼의 중첩값에 비례함으로써 결국 심하게 신호의 대역을 제한할때 ( $\alpha$ 가 작을때)에는  $A_1$ 이 줄어들고 타이밍 함수의 기울기,  $E[f'(t_0)]$  또한 작아져서 지터가 커지지만, 반대로 신호의 대역을 심하게 제한하지 않

을때 ( $\alpha$ 가 클때)에는  $A_1$  값이 커지고 타이밍 함수의 기울기,  $E[f'(t_0)]$  또한 커지므로 지터가 작아져서 STR의 성능이 개선됨을 볼 수 있다. 그러나 실제적인 통신시스템에서는 잡음과 스펙트럼 효율문제로 어느정도의 대역제한이 불가피하기 때문에 이러한 왜곡현상은 필연적이고 그리하여 STR의 성능 평가에도 이러한 왜곡현상에 의한 지터, 즉 추적 성능은 중요한 지표가 된다.

### III. 알고리즘의 제안 및 분석

#### 3.1 알고리즘의 파생

다음은 샘플수신기의 전체적인 동기화시스템에서 STR의 동작을 고려해 보자. 전체적인 동기화 시스템은 아래 그림 3에서 보인 바와 같이 Carrier Recovery(CR)로는 Costas Loop과 이산시간상에서 동작하는 STR로 구성되었다고 가정한다. 여기에서 DEC.는 비트의사결정(Bit decision)을 의미한다.

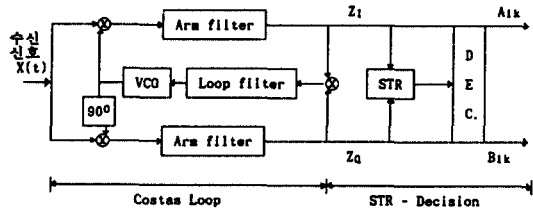


그림 3. 샘플 수신기의 전체적인 동기화 시스템  
Fig. 3. The overall synchronization system of sampled receiver

이러한 동기화 시스템에서 신호 및 잡음의 수학적 모델은 다음과 같다.

신호를 mPSK 신호라 할때 수신단 입력신호  $X(t)$ 는 아래와 같다. ( $M = 2, 4$ )

$$X(t) = S(t) + N(t) \quad (4)$$

위의 식 (4)의 신호 및 잡음의 모델은 아래의 식 (5) (6)과 같다.

$$S(t) = \sqrt{2S} \sum_k [A_{1k} P(t - kT_s) \sin(\omega_0 t + \theta) + B_{1k} P(t - kT_s) \cos(\omega_0 t + \theta)]$$

$$A_{1k} = \sin[(2i-1)\pi/M]$$

$$B_{1k} = \sin[(2i-1)\pi/M] \quad i=1, 2, \dots, M$$

$$P(t) = [0, T_s] \text{ 간의 Nyquist 필터링된 NRZ 단위펄스} \quad (5)$$

$$N(t) = \sqrt{2}\{N_c(t)\cos(\omega_0 t + \theta) - N_s(t)\sin(\omega_0 t + \theta)\} \quad (6)$$

여기에서 S는 신호전력이고 N(t)는 반송파주파수  $\omega_0$ 를 중심으로 single-side 잡음전력밀도  $N_0$  [W/Hz]를 갖는 협대역 백색 가우시안(narrow-band white gaussian) 잡음이다. 그리고  $\theta$ 는 (0,  $2\pi$ ) 사이에서 균일하게 분포되어 있는 위상이며 K번째에서의 데이터 심볼  $A_{1k}$ 와  $B_{1k}$ 는  $T_s$ 마다 독립적이다.

이러한 상태에서 I와 Q arm 필터를 통과하여 STR로 입력되는 신호는 수신단 입력신호에 VCO 출력신호가 곱하여 진후 필터에 의해 고조파(Harmonics)가 제거된 것으로 아래 식 (7)과 같다.<sup>[9]</sup>

$$\begin{aligned} Z_I(t) &= X(t) \sqrt{2} \sin(\omega_0 t + \theta') \\ &= \sqrt{S} \sum_k [A_{1k} P(t - kT_s) \cos\phi - B_{1k} P(t - kT_s) \sin\phi] + N_I(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_Q(t) &= X(t) \sqrt{2} \cos(\omega_0 t + \theta') \\ &= \sqrt{S} \sum_k [A_{1k} P(t - kT_s) \sin\phi + B_{1k} P(t - kT_s) \cos\phi] + N_Q(t) \quad (7) \end{aligned}$$

여기서  $\phi = \theta - \theta'$ 는 Costas loop의 위상 오류이고 I와 Q 채널의 잡음항은 아래의 식 (8)과 같다.

$$\begin{aligned} N_I(t) &= -N_c(t)\cos\phi - N_s(t)\sin\phi \\ N_Q(t) &= N_c(t)\sin\phi - N_s(t)\cos\phi \quad (8) \end{aligned}$$

위와 같은 입력신호에서 타이밍 오프셋,  $\tau$ 를 최적으로 추정(estimation)하는 방법으로는 먼저 사후확률의 최대화, 즉 Maximum a posteriori probability (MAP) estimator를 들 수 있다. 그런데 이러한  $\tau$ 를 (0, T) 사이에서 균일하게 분포되었다고 가정하면 MAP estimator는 Maximum Likelihood (ML) estimator와 동가가 된다.<sup>[10]</sup>

이러한 ML estimator는 Data-aided(DA) 방식과 Non-Data-aided(NDA) 방식으로 나뉘어진다. Data-

aided 방식은 데이터 심볼값( $A_{1k}$ ,  $B_{1k}$ )을 알아야 최대화 할 likelihood 함수가 구성되므로 CR 시스템이 Lock, 즉  $\phi \cong 0$  이 되어야 동작이 가능한 단점이 있다. 이러한 단점으로 인하여 CR의 Lock 이전에 STR이 병렬로 연동이 불가능하여 현재의 수신기 구성의 추세에 부응할 수 없다. 그리하여 CR 시스템과의 독립성을 위하여 새로운 STR은 NDA 방식의 선택이 불가피하다. 이러한 NDA 방식의 최대화 하여야 할 likelihood 함수,  $\Lambda(\cdot)$ 는 식 (9)와 같다.<sup>[10-11]</sup>

$$\Lambda(\tau') = \sum_{k=1}^{K-1} \ln \cosh \frac{X_k(\tau')}{N_0} \quad (9)$$

여기서  $X_k$ 는 정합필터의 출력이다.

윗식의 likelihood 함수는 과거에 아날로그 영역에서 여러가지의 비선형소자(square-law device)를 사용하여 근사화되어 다양한 형태로 구현된 바 있다.<sup>[8, 13]</sup>

특히 비선형소자가 이러한 likelihood 함수의 근사화에 가장 우수하고 많이 사용되어서 다음과 같이 근사화 된다.

$$\Lambda(\tau') = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{K-1} X_k^2(\tau') \quad (10)$$

여기서  $X_k$ 는 정합필터의 출력이다.

이러한 근사화된 likelihood 함수를 이용하여 STR를 구성한 예가 있지만 역시 CR 시스템과의 독립성이 없다.

그리하여 본 논문에서는 이러한 최대화할 likelihood 함수의 차분항을 타이밍 함수로 사용함으로써 최적 estimator로서의 접근과 동시에 Carrier Recovery(CR) 시스템과의 독립성을 유지하는 새로운 STR의 타이밍 detector 함수,  $\beta(n)$ 을 아래의 식 (11)과 같이 제안한다.

$$\begin{aligned} \beta(n) &= [(Z_I^2(n) + Z_Q^2(n)) - (Z_I^2(n-1) \\ &\quad + Z_Q^2(n-1))] / 2. \quad (11) \end{aligned}$$

### 3.2 잡음의 영향을 배제한 타이밍 detector 알고리즘의 분석

이러한 분석을 위하여 먼저 잡음항  $N_I = N_Q = 0$  으로 놓는다. 그리고 수식전개의 간단화를 위해 신호전

력을  $S=1$ 로 정규화하고 합인 항을  $A_1(t)$ 와  $B_1(t)$ 로 놓으면 식 (7)의 아암(arm) 필터의 출력은 식 (12)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} Z_I(t) &= \sum_k [A_{1k} P(t-kT_s) \cos \phi - B_{1k} P(t-kT_s) \sin \phi] \\ &= A_1(t) \cos \phi - B_1(t) \sin \phi \\ Z_Q(t) &= \sum_k [A_{1k} P(t-kT_s) \sin \phi + B_{1k} P(t-kT_s) \cos \phi] \\ &= A_1(t) \sin \phi + B_1(t) \cos \phi \end{aligned} \quad (12)$$

이러한 신호가 샘플지점,  $nT_s = kT + \tau$ 에서 STR의 sampler에 의해 심볼당 한개씩 샘플링되면 식 (12)는 아래의 식 (13)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} Z_I(n) &= A_1(nT_s) \cos \phi_n - B_1(nT_s) \sin \phi_n \\ Z_Q(n) &= A_1(nT_s) \sin \phi_n + B_1(nT_s) \cos \phi_n \end{aligned} \quad (13)$$

여기에 식 (11)의 타이밍 detector 출력을 구하기 위하여 약간의 대수적 연산을 수행하면 식 (14)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} Z_I^2(n) + Z_Q^2(n) &= (A_1(nT_s) \cos \phi_n - B_1(nT_s) \sin \phi_n)^2 \\ &\quad + (A_1(nT_s) \sin \phi_n + B_1(nT_s) \cos \phi_n)^2 \\ &= (A_1^2(nT_s) \cos^2 \phi_n - B_1^2(nT_s) \sin^2 \phi_n \\ &\quad + (A_1^2(nT_s) \sin^2 \phi_n + B_1^2(nT_s) \cos^2 \phi_n) \end{aligned} \quad (14)$$

여기에  $\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$ 을 적용하면 위의 식 (14)는 다음의 식 (15)와 같이 단순화 된다.

$$Z_I^2(n) + Z_Q^2(n) = A_1^2(nT_s) + B_1^2(nT_s) \quad (15)$$

마찬가지로  $Z_I^2(n-1) + Z_Q^2(n-1)$ 을 구하면 식 (16)과 같다.

$$Z_I^2(n-1) + Z_Q^2(n-1) = A_1^2((n-1)T_s) + B_1^2((n-1)T_s) \quad (16)$$

그리하여 타이밍 detector 출력,  $\beta(n)$ 는 식 (15)과 식 (16)이 식 (11)에 대입되어 아래의 식 (17)과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \beta(n) &= [(A_1^2(nT_s) + B_1^2(nT_s)) - (A_1^2((n-1)T_s) \\ &\quad + B_1^2((n-1)T_s))] / 2. \end{aligned} \quad (17)$$

위의 식 (17)에서 알수 있듯이 제안된 알고리즘의 타이밍 detector는 Costas loop의 위상 추적 오류,  $\phi$ 에 독립적인 출력을 낸다. 그리하여 CR의 Lock 이전부터 CR-STR의 연동적 동작이 가능하여 빠른 초기 동기포착을 이룰수 있다.

그러나 이 타이밍 detector는 비선형소자 같은 비선형 소자를 사용하기 때문에 패턴 지터(self-noise)를 고려하지 않을수 없다.<sup>[12-13]</sup>

STR이  $\tau=0$ 으로 정상 상태에 있을때 식 (17)을 squared modulation으로 표현하며 신호심볼의 자승은 아래의 식 (18)과 같이 신호심볼의 분산값( $\sigma_{am}^2$ ,  $\sigma_{bm}^2$ )과 순시적인 요동(fluctuation) 성분( $A_0^2(t)$ ,  $B_0^2(t)$ )으로 구성된다.

$$\begin{aligned} A_1^2(nT_s) &= A_0^2(nT_s) + \sigma_{am}^2 \\ B_1^2(nT_s) &= B_0^2(nT_s) + \sigma_{bm}^2 \end{aligned} \quad (18)$$

여기서  $E[A_1(t)] = \sigma_{am}^2$ ,  $E[B_1(t)] = \sigma_{bm}^2$ 이며  $E[A_0^2(t)] = E[B_0^2(t)] = 0$ 이고 BPSK인 경우  $\sigma_{bm}^2 = 0$ 이고 QPSK인 경우  $\sigma_{am}^2 = \sigma_{bm}^2$ 이다.

이러한 평균이 0인 이러한 순시적인 요동성분은 신호를 필터링하지 않은 광대역 신호의 경우 0이 되나 신호의 대역을 제한할때에는 0이 되지 않고 패턴 지터(self-noise)로서 작용하게 된다.

식 (18)을 (17)식에 적용하면  $\sigma$ 항이 상쇄되어 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \beta(n) &= [(A_0^2(nT_s) + B_0^2(nT_s)) - (A_0^2((n-1)T_s) \\ &\quad + B_0^2((n-1)T_s))] / 2. \\ &= [(A_0^2(nT_s) - A_0^2((n-1)T_s) + (B_0^2(nT_s) \\ &\quad - B_0^2((n-1)T_s))] / 2. \end{aligned} \quad (19)$$

위의 (19) 식의 두가지의 요동(fluctuation)항은 대역제한된 랜덤 시퀀스(sequence) 신호에서는 0이 되지 않는다. 따라서 제안된 타이밍 detector 출력은 위와 같이 가우시안 잡음이 없는 상황에서도 입력 시퀀스의 패턴에 따라 타이밍 오류신호를 출력하여 지

터 성분이 형성되므로 이 값에 의하여 어느정도의 추적 성능저하를 초래한다.

### 3.3 잡음의 영향을 고려한 타이밍 detector 알고리즘의 분석

본 절에서는 다른 성능저하요소를 배제하고 가우시안 잡음에 따른 타이밍 detector의 영향에 대하여 알아본다.

역시 신호전력,  $S=1$ ,로 정규화하고 잡음항  $N_I$ ,  $N_Q$ 는 식 (8)과 같다. 식 (8)과 식 (12)을 합친 신호가 sampler에 의해 심볼당 한개씩 샘플링되면 아래의 식 (20)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} Z_I(n) &= A_1(nT_s) \cos \phi_n - B_1(nT_s) \sin \phi_n \\ &\quad - N_c(nT_s) \cos \phi_n - N_s(nT_s) \sin \phi_n \\ Z_Q(n) &= A_1(nT_s) \sin \phi_n + B_1(nT_s) \cos \phi_n \\ &\quad + N_c(nT_s) \sin \phi_n - N_s(nT_s) \cos \phi_n \end{aligned} \quad (20)$$

역시  $Z_I^2(n) + Z_Q^2(n)$ 을 구하기 위하여 식 (20)을 대입하여 대수적 연산을 수행하면 아래의 식 (21)이 된다.

$$\begin{aligned} Z_I^2(n) + Z_Q^2(n) &= A_1^2(nT_s) \cos^2 \phi_n + B_1^2(nT_s) \sin^2 \phi_n \\ &\quad + A_1^2(nT_s) \sin^2 \phi_n + B_1^2(nT_s) \cos^2 \phi_n \\ &\quad + N_c^2(nT_s) \cos^2 \phi_n + N_s^2(nT_s) \sin^2 \phi_n \\ &\quad + N_c^2(nT_s) \sin^2 \phi_n + N_s^2(nT_s) \cos^2 \phi_n \\ &\quad - 2 \cdot x[A_1(nT_s)N_s(nT_s) \\ &\quad + B_1(nT_s)N_c(nT_s)] \end{aligned} \quad (21)$$

위의 식 (21)을 간단히 정리하면 아래의 식 (22)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} Z_I^2(n) + Z_Q^2(n) &= A_1^2(nT_s) + B_1^2(nT_s) + N_c^2(nT_s) \\ &\quad + N_s^2(nT_s) - 2 \cdot x[A_1(nT_s)N_s(nT_s) \\ &\quad + B_1(nT_s)N_c(nT_s)] \end{aligned} \quad (22)$$

마찬가지로  $Z_I^2(n-1) + Z_Q^2(n-1)$ 을 구하면 아래의 식 (23)과 같이 정리된다.

$$Z_I^2(n-1) + Z_Q^2(n-1) = A_1^2((n-1)T_s) + B_1^2((n-1)T_s)$$

$$\begin{aligned} &+ N_s^2((n-1)T_s) - 2 \cdot x[A_1((n-1)T_s)N_s((n-1)T_s) \\ &+ B_1((n-1)T_s)N_c((n-1)T_s)] \end{aligned} \quad (23)$$

식 (22)와 식 (23)을 식 (11)에 대입하여 풀면 잡음을 고려한 타이밍 detector 출력,  $\beta(n)$ 는 아래의 식 (24)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \beta(n) &= [(Z_I^2(n) + Z_Q^2(n)) - (Z_I^2(n-1) + Z_Q^2(n-1))] / 2 \\ &= \{[(A_1^2(nT_s) + B_1^2(nT_s)) - (A_1^2((n-1)T_s) \\ &\quad + B_1^2((n-1)T_s))] \} : S \times S \\ &+ \{[(N_c^2(nT_s) + N_s^2(nT_s)) - (N_c^2((n-1)T_s) \\ &\quad + N_s^2((n-1)T_s))] \} : N \times N \\ &- 2 \cdot x[(A_1(nT_s) + N_s(nT_s) - B_1(nT_s) \\ &\quad + N_c(nT_s))] : S \times N \\ &- \{[(A_1((n-1)T_s)N_s((n-1)T_s) \\ &\quad + B_1((n-1)T_s)N_c((n-1)T_s)]\} / 2 : S \times N \end{aligned} \quad (24)$$

위의 식 (24)에서 알수있듯이 가우시안 잡음하에서의 타이밍 detector의 출력은 순수한 타이밍 정보 외에 신호와 잡음의 곱( $S \times N$ )과 잡음과 잡음의 곱( $N \times N$ )의 항으로 구성된다. 이와 같은 항들은 타이밍 detector의 비선형소자에 의한 것으로 자승손실(squaring loss)이며 이러한 항들로 인하여 특히 낮은 신호대잡음비에서 가우시안 잡음에 의한 더 큰 추적 성능의 열화를 초래한다. 이러한 자승손실은 비선형소자 같은 비선형소자의 본질적인 성능열화라고 볼 수 있으며 자승하기 이전의 필터의 종류에 따라 그 양이 달라진다.

## IV. 알고리즘간의 특성비교 및 성능평가

본 장에서는 앞에서 언급된 대표적인 이산 심볼 동기 알고리즘과 본 논문에서 제안한 알고리즘의 특성을 비교하며 3장에서 기술한 Self noise 및 가우시안 잡음에 따른 성능의 평가를 수치해석과 Monte-Carlo 기법을 이용하여 제시한다.

먼저 아래 식 (25)과 같은 Raised Cosine 스펙트럼 펄스를 전제로 할때

$$h(t) = \frac{T \sin(\pi t / T)}{(\pi t / T)} \left[ \frac{\cos(\alpha \pi t / T)}{1 - 4\alpha^2(t / T)^2} \right] \quad (25)$$

여기서  $\alpha$ 는 rolloff factor 임.

Mueller와 Müller가 발표한 알고리즘에서는 타이밍 detector를 여러가지로 구현할수가 있지만 Raised Cosine 펄스의 대칭성을 이용한 A 타입을 예로 들면 식 (26)과 같다.

$$f(\tau) = \frac{1}{2} \times [h_1 - h_{-1}] = \frac{1}{2} \times [h(\tau + T) - h(\tau - T)] \quad (26)$$

이러한 Mueller와 Müller가 제안한 타이밍 detector의 rolloff factor,  $\alpha$ 에 따른 특성을 아래의 그림 4와 같이 도시하였다. (정규화한 타이밍 오프셋,  $\tau/T$ :  $[-0.5, 0.5]$ )

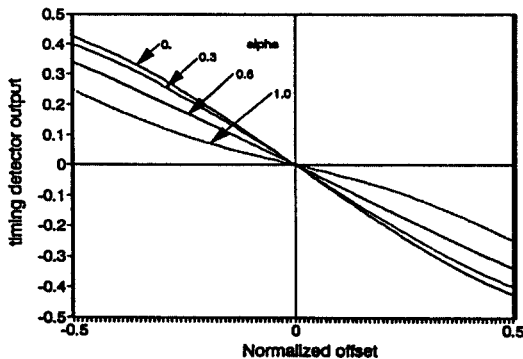


그림 4. Mueller와 Müller의 타이밍 detector의 특성  
Fig. 4. The characteristics of Mueller and Müller's timing detector

위의 그림 4에서 볼수있듯이 Mueller와 Müller의 타이밍 detector는  $\alpha$  값이 작아질수록 타이밍 함수의 기울기가 커짐을 알 수 있다. 따라서 스펙트럼 효율 면에서 유리하고 maximum eye opening을 추적하기 때문에 패턴 지터(self-noise)도 우수하다. 그리하여 거의 최적한 성능을 보이거나 Data-aided 방식이기 때문에 CR 시스템과의 연동이 불가하다는 큰 단점이 있어 우수한 성능에도 불구하고 적용이 제한적이고 현재의 STR 추세와 맞지않다.

그 밖에 유사한 알고리즘이 발표된 가운데 Gardner는 CR 오류에 독립적으로 동작하는 제로 교차점 타입의 새로운 타이밍 detector를 발표하였다. 이 새

로운 알고리즘으로 인하여 CR-STR의 연동동작이 가능해 짐으로서 빠른 초기 동기포착을 이룰수 있었고 또한 CR 시스템과의 독립성으로 인하여 수신기 구조에도 상당한 변화가 있었다.

수신신호를  $X(t) = \sum a_k g(t-kT)$ 라 할때 타이밍 detector는 다음의 식 (27)과 같이 구성된다.

$$f(r) = X(r-1/2) \times [X(r) - X(r-1)] \quad (27)$$

이러한 타이밍 detector의 타이밍 함수는 Gardner에 의해 아래의 식 (28)과 같이 전개된다.<sup>[5]</sup>

$$f(r) = -(4./T)\sin(2\pi\tau/T) \int_0^{1/T} G(f) G(1/T-f)\sin(\pi fT)df \quad (28)$$

2장에서도 제기된 바와 유사하게 Gardner 알고리즘에서도 인접펄스  $G(f)$ 와  $G(1/T-f)$ 의 중첩은 식 (28)에 적용되어 타이밍 함수의 기울기의 크기를 좌우하게 되고 이 값은 패턴 지터 전력에 반비례한다.

아래의 그림 5는 Gardner 알고리즘에서  $\int_0^{1/T} G(f) G(1/T-f)\sin(\pi fT)df$ , 인접 펄스간의 중첩(Overlapping)을  $\alpha$ 에 따라 나타낸 것이다.

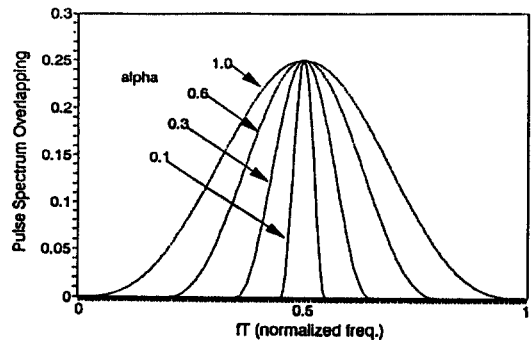


그림 5. Gardner 알고리즘에서  $\alpha$  값에 따른 인접한 펄스의 스펙트럼의 중첩정도  
Fig. 5. The overlapping of adjacent pulse spectra vs.  $\alpha$  in Gardner algorithm

위의 그림 5에서 알수있듯이 rolloff,  $\alpha$ 가 클수록 중첩양이 많아짐을 볼수 있다. 이러한 성질은 식 (28)에 반영되어 나타나 Gardner 알고리즘의 타이밍 detector의 특성을 좌우하며 아래의 그림 6과 같이 나

타난다.(정규화한 타이밍 오프셋,  $\tau/T: [-0.5, 0.5]$ )

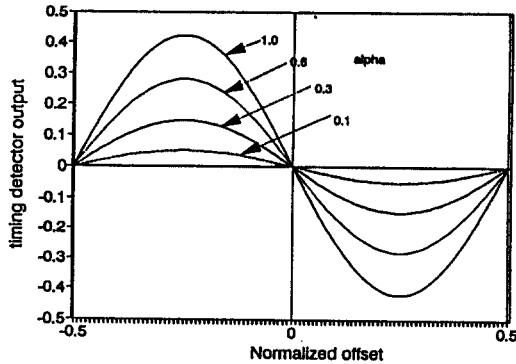


그림 6. Gardner algorithm의 타이밍 detector 특성  
Fig. 6. The characteristics of Gardner's algorithm timing detector

위의 그림 6에서 볼수있듯이 Gardner가 제안한 타이밍 detector는 신호의 대역을 심하게 제한하지 않을때(rolloff factor,  $\alpha$ 가 클대) 타이밍 함수의 기울기가 커서 우수한 특성을 보이나  $\alpha$ 가 작을때, 즉 심하게 대역을 제한할때에는 타이밍 함수의 기울기가 낮아져 불리한 특성을 보였다. 또한 심한 대역제한시 랜덤 한 데이터 입력시 발생하는 패턴 지터(self-noise)에 의한 제로 크로싱의 흔들림이 추적 지터화하여 추적 성능이 떨어지는 단점이 있으나 반송파 오류에 독립적으로 동작하므로 빠른 초기 동기포착을 이룰수 있는 강력한 장점으로 인하여 현재 가장 인기있고 지표가 되는 알고리즘이다.

위와 같은 상황에서 본 논문에서 제안한 타이밍 detector는 앞에서 언급한 바와 같이 CR 시스템과의 연동동작을 위해 NDA 타입이고 Mueller와 Müller 방식과 유사한 최적 추정 기법을 채택함으로써 대역 제한이 심한 상태에서 지터를 줄임으로서 Gardner 알고리즘의 단점인 추적 성능을 보완한 것이다.

역시 제안된 알고리즘도 Raised Cosine 펄스의 대칭선을 이용한 식 (26)과 같은 A 타입의 타이밍 함수가 사용된다. 제안된 타이밍 detector에서는 신호를 자승함으로 인한 펄스의 대역은  $1/T$ 에서  $2/T$ 가 된다. 이러한 경우에서  $\alpha=0$  일때의 타이밍 함수를 구하여 보면 아래의 식 (29)와 같다.

$$f(\tau) = \frac{T}{4\pi} \sin(2\pi\tau/T) \left[ \frac{1}{\tau - T/2} - \frac{1}{\tau + T/2} \right]$$

$$= \frac{1}{\pi} \sin(2\pi\tau/T) \left[ \frac{1}{(2\tau/T)^2 - 1} \right] \quad (29)$$

이러한 타이밍 detector의  $\alpha$ 에 따른 특성을 도시하면 아래의 그림 7과 같다.(정규화한 타이밍 오프셋,  $\tau/T: [-0.5, 0.5]$ )

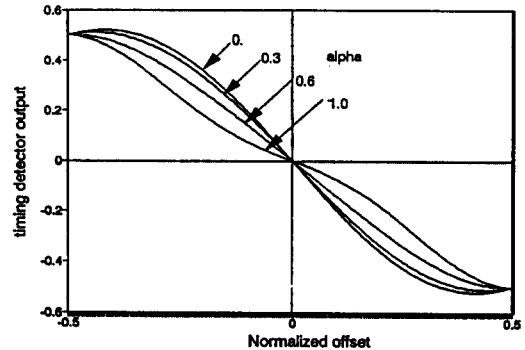


그림 7. 제안된 알고리즘의 타이밍 detector 특성  
Fig. 7. The timing detector characteristics of Proposed timing detector

위의 그림에서 볼수있듯이 제안된 타이밍 detector는  $\alpha$  값이 작을수록 타이밍 함수의 기울기가 커져 Mueller와 Müller의 타이밍 detector와 유사하게 유리한 특성을 보이나 3장에서 언급한 바와 같이 비선형소자의 사용으로 인한 패턴지터와 지승손실로 인한 추적 성능의 저하가 예상된다.

위에서 소개한 세가지 이산 심볼동기(STR) 알고리즘의 특성을 요약하면 표 1과 같다.

표 1. 이산 심볼동기 알고리즘의 특성비교  
Table 1. The comparison of the characteristics of discrete STR algorithms

	TYPE	$\alpha$ 에 따른 slope	CR 연동성	심볼당 샘플수
M & M	DA	유리	불가능	1
Gardner	NDA	불리	가능	2
Proposed	NDA	유리	가능	1

다음의 성능분석은 CR 연동이 가능한 유사한 특성의 Gardner 알고리즘과의 비교 뿐만아니라 본 알고리즘의 모태가 되는 Mueller와 Müller 알고리즘과의



비교를 통하여 비선형소자에 의한 추적 성능의 영향을 분석하였다.

이러한 추적 성능을 비교분석하기 위해 AWGN 환경에서  $\alpha=0.3, 0.8$  이고 정규화한 잡음 대역(normalized noise bandwidth),  $2B_L T=0.1$ 인 경우에서 Monte-Carlo 시뮬레이션으로 위의 세가지 타이밍 detector의 정규화한 타이밍 오류 분산( $\sigma^2/T^2$ )를 구하여 아래의 그림 8에 나타내었다. 여기서 입력된 시퀀스는 랜덤한 펄스이다. 또한 전개된 수식과 Raised Cosine 펄스의 기울기 값을 이용하여 가우시안 잡음

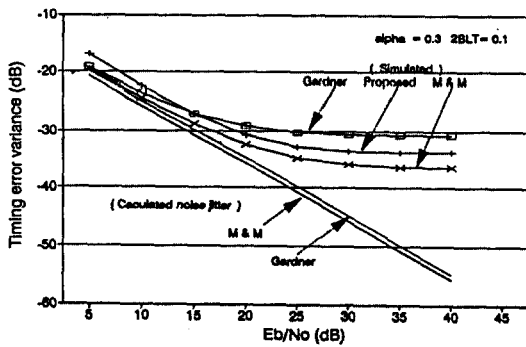
만에 의한 타이밍 오류 분산을 계산함으로써 검증과 동시에 패턴 지터의 영향에 대한 이해를 쉽게 하였다.<sup>[1,14]</sup>

위의 수치해석 및 시뮬레이션 결과를 보면  $\alpha$ 가 커짐에 따라 필터의 잡음 대역의 증가로 인한 가우시안 추적 지터가 커짐을 볼 수 있었으며 낮은 신호대잡음 비에서는 가우시안 잡음이 지터의 주가 되지만 높은 신호대잡음비로 갈수록 패턴 지터(self-noise)가 주가 되어 지터 전력의 하한치가 결정됨을 볼 수 있었다.

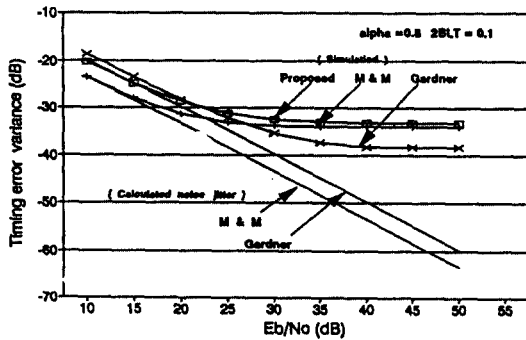
먼저 (a)의 결과를 보면 Mueller와 Müller 알고리즘이  $-36.4$  dB로 가장 우수하고 제안된 알고리즘은  $-33.8$  dB로 그 다음이고 Gardner 알고리즘은 약  $-30.6$  dB로 가장 나쁜 성능을 보였다. 이러한 결과를 분석하여 보면  $\alpha=0.3$ 으로 대역제한할때에는 Mueller와 Müller 알고리즘과 제안된 알고리즘은 타이밍 함수의 큰 기울기로 인하여 우수한 지터 성능을 보인데 반하여 Gardner 알고리즘은 타이밍 함수의 작은 기울기와 심한 대역제한으로 인한제로 크로싱의 흔들림으로 나쁜 성능을 보인 것이다. 그리고 Mueller와 Müller 알고리즘과 제안된 알고리즘간의 성능차이는 3장에서 알아본 바와 같이 제안된 알고리즘에서 비선형소자의 영향으로 인한 지터의 증가에 기인한다고 볼 수 있다.

다음으로 (b)의 결과를 보면 반대로 Gardner 알고리즘이  $-38.4$  dB로 가장 우수하였으며 그 다음으로 Mueller와 Müller 알고리즘이  $-34.1$  dB 이고 제안된 알고리즘은  $-33.4$  dB의 성능을 보였다. 이러한 결과는 (a)의 경우와는 반대로 타이밍 함수의 기울기가 적용되었고  $\alpha$ 가 커짐에 따라 패턴 지터의 감소 때문이며 Mueller와 Müller 알고리즘과 제안된 알고리즘간의 성능차이는 (a)의 2.6 dB 보다 작은 0.74 dB 차이를 보이는데 이는 큰  $\alpha$  값에 따른 ISI의 감소로 비선형소자에 의한 지터 증가가 (a)의 경우보다 작기 때문이다.

이상의 결과를 종합하여 분석하면 (a) 경우와 같은 심한 대역제한시에 제안된 알고리즘은 Gardner 알고리즘에 비해 우수하였지만 그렇지 않은 경우 (b)에서는 추적 성능이 뒤짐을 알 수 있었다. 그러나 실제적인 통신시스템에서는 여러가지 이유로 되도록 심한 대역제한이 요구되는 실정이기 때문에 (a)와 같은 환경에서 우수한 성능이 요구된다. 따라서 본 논문에서 제안된 알고리즘은 위에서 논의된 바와 같이 스펙트럼 효율면에서 유리하고 maximum eye opening을



(a)  $\alpha = 0.3$  으로 대역제한하였을 경우  
(a) Bandlimited at rolloff,  $\alpha = 0.3$



(b)  $\alpha = 0.8$  으로 대역제한하였을 경우  
(b) Bandlimited at rolloff,  $\alpha = 0.8$

그림 8. 세가지 알고리즘의 추적 성능비교  
Fig. 8. The comparison of tracking performance among three algorithms

- (a)  $\alpha=0.3$ 으로 대역제한하였을 경우
- (a) Bandlimited at rolloff,  $\alpha=0.3$
- (b)  $\alpha=0.8$ 으로 대역제한하였을 경우
- (b) Bandlimited at rolloff,  $\alpha=0.8$

추적하기 때문에 패턴 지터(self-noise)도 우수하면서 CR-STR의 연동동작이 가능해 짐으로서 빠른 초기 동기포착하므로 심한 대역제한이 요구되는 실제 통신시스템에 적절히 부응한다 하겠다.

### V. 결 론

본 논문에서는 기존의 이산 심볼동기 알고리즘에 대한 비교분석과 이러한 분석을 바탕으로 ML estimator를 근사화한 새로운 STR의 타이밍 detector를 제안하였다. 제안된 타이밍 detector는 구성이 간단하고 CR 시스템과의 연동이 가능한 기존의 알고리즘의 장점을 소화하면서  $\alpha$  값에 따른 추적 성능의 열화 같은 단점을 극복할수 있었다. 즉 제안한 알고리즘은 Mueller와 Müller 알고리즘의 장점인 대역제한 할 때에는 타이밍 함수의 큰 기울기로 인하여 우수한 지터 성능과 Gardner 알고리즘의 장점인 CR-STR의 연동동작이 가능해 짐으로서 빠른 초기 동기포착을 이룰수 있었다.

그리고 Mueller와 Müller 알고리즘과의 비교를 통하여 비선형 소자에서 발생하는 여러현상에 대한 이해를 높일수 있었다. 결과적으로 제안된 새로운 STR은 보상기법이 필요없이 현재의 STR의 추세와 부합되는 어느정도의 최적화를 이루었다고 생각되며 차후의 연구과제로서 비선형소자의 해석및 이에 따르는 적절한 보완 및 확장이 요구된다.

### 참 고 문 헌

1. K.H. Mueller, and M. Muller, "Timing Recovery in Digital Synchronous Data Receivers," IEEE Trans. on Comm., May 1976.
2. C.P. Tzeng, et.al., "Timing Recovery in Digital Subscriber Loops using Baud Rate Sampling," IEEE Journal on SAC, November 1986.
3. O. Agazzi, et.al., "Timing Recovery in Digital Subscriber Loops," IEEE Trans. on Comm., June 1985.
4. A. Jennings and B. R. Clarke, "Data-sequence selective timing recovery for PAM systems," IEE Trans. on Comm., July 1985.
5. F.M. Gardner, "A BPSK /QPSK Timing Error Detector for Sampled Receivers," IEEE Trans. on Comm., May 1986.
6. K.Feher, Digital Communications-Satellite Earth Station Engineering, Prentice-Hall Inc., 1983.
7. J.K. Holmes, "Tracking Performance of the Filter and Square Bit Synchronizer," IEEE Trans. on Comm., August 1980.
8. W.C. Lindsey, and M.K. Simon, Telecommunication Systems Engineering, Prentice-Hall Inc., 1973.
9. W.C. Lindsey, and H.C. Osborne, "Digital Phase Locked Loops for Suppressed Carrier Recovery," IEEE NTC Proceedings, Washington, D.C. November 1979.
10. H. L. Van Tree, "Detection, Estimation & Modulation Theory, PartI, Wiley, New York, 1968.
11. M. H. Meyer, and L. E. Frank, "Joint Carrier Phase and Symbol Timing Recovery for PAM System," IEEE Trans. on Comm. Aug. 1980.
12. F.M. Gardner, "Self noise in Synchronizers," IEEE Trans. on Comm., Aug. 1980.
13. F.M. Gardner, Phaselock Techniques, 2nd Edition, John Wiley, 1979.
14. B. R. Salzberg, "Timing Recovery for synchronous binary data transmission," Bell Syst. Tech. J. Mar. 1967.



金 宜 默(Euy Mook Kim) 正회원  
1969년 7월 17일생  
1991년 2월: 성균관대학교 전자공  
학과 졸업(학사)  
1993년 2월: 성균관대학교 대학원  
전자공학과 졸업(석사)  
1993년 3월~현재: 성균관대학교  
대학원 전자공학과 박  
사과정

※주관심분야: 디지털통신, 디지털동기화 및 변조인식기  
술 등임.



趙 炳 錄(Byung Lok Cho) 正會員  
1962年 9月 4日生  
1987年 2月: 成均館大學校 電子工  
學科 卒業  
1990年 2月: 成均館大學校 大學院  
電子工學科 卒業(工學  
碩士)  
1990年 3月: 成均館大學校 大學院  
電子工學科 博士課程  
修了

1987年 1月~1988年 3月: 三星電子(株) 綜合研究所

※주관심분야: 통신이론, 무선통신, 데이터통신, 컴퓨터  
네트워크 등임



崔 炯 辰(Hyung Jin Choi) 正會員  
1952年 8月 30日生  
1974年 2月: 서울대학교 전자공학  
과 졸업(학사)  
1976年 2月: 한국과학기술원 전기  
전자공학과 졸업(석사)  
1976年 3月~1979年 7月: 주식회사  
금성사 중앙연구소 근  
무(연구원)

1979年 9月~1982年 12月: 미국 University of Southern  
California 전기공학과 박사  
(Ph.D)

1982年 10月~1989年 2月: 미국 LinCom Corp. 연구원으  
로 근무

1989年 3月~현재: 성균관대학교 전자공학과 근무(부교  
소)

※주관심분야: 디지털통신, 무선통신, 이동통신, 위성통신  
및 동기화이론을 포함한 Modem기술 등임