

## 새로운 FTF 알고리즘의 안정화 방법과 다경로 페이딩 채널의 적응 보상

正會員 李 東 潤\* 正會員 朴 洋 守\* 正會員 金 炯 明\*

### A New Stabilizing FTF Algorithm and Adaptive Equalization for Multipath Fading Channel

Dong Youn Lee\*, Yang Soo Park\*, Hyung Myung Kim\* *Regular Members*

#### 要 約

본 논문에서는 반올림 오차의 누적으로 인하여 발산하는 FTF(fast transversal filter) 알고리즘의 새로운 안정화 방법에 대해 서술하였다. FTF 알고리즘에서 특정한 변수들은 각각 다른 방법으로 구할 수 있는데, 본 논문에서는 이 차이를 반올림 오차의 누적을 표시하는 양으로 정의하고 이 양을 줄이기 위해 FTF 알고리즘의 변수들을 조정하는 새로운 안정화 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 등화기 필터 차수에 선형적인 계산량으로 기존의 방법보다 안정된 알고리즘을 구현할 수 있었다. 그리고 모의실험을 통하여 제안된 알고리즘이 육상 이동통신 채널의 적응 보상에 우수한 성능을 나타냄을 보였다.

#### ABSTRACT

A new stabilizing algorithm for the fast transversal filter(FTF) which is known to exhibit a very unstable behavior, due basically to the accumulation of roundoff errors is proposed. In this paper, by representing specific quantities of the algorithm in two different ways, we define a measure counting these differences as well as the roundoff errors. This measure is used to correct the variables defined at each step of the algorithm in order to reduce the roundoff error. It has been shown that required amount of computation for the proposed algorithm is linearly increased as the order of equalizer and that stability is improved in comparison with the other existing algorithm. It has been shown that the proposed algorithm exhibits a good performance using computer simulation of adaptive equalization for multipath fading channel in urban mobile radio environment.

#### I. 서 론

육상 이동통신에서 수신된 신호는 주위의 건물이나

이동체 등에 반사된 신호들의 합으로 표시된다. 이러한 현상을 다경로 현상이라 하며 이는 수신신호의 진폭과 위상이 랜덤하게 변화하는 페이딩 현상을 일으킨다. 이러한 다경로 페이딩은 신호의 심각한 왜곡을 유발하기 때문에 이를 보상하기 위하여 적응 등화기(adaptive equalizer)가 필요하다. 등화기는 형

\*韓國科學技術院 電氣및 電子工學科  
Dept. of Electrical Engineering KAIST  
論文番號 : 93-89

태에 따라 선형과 비선형이 있고, 구조에 따라 횡단형(transversal)과 격자형(lattice)으로 나눌 수 있다. 등화 알고리즘으로는 계산량이 적은 LMS(least mean square) 알고리즘과 수렴속도가 빠른 RLS(recursive least square) 알고리즘 등이 있다<sup>[1,2]</sup>.

이동통신용 채널 등화기는 채널이 시간에 따라 많이 변하므로 시변(time variant) 채널을 빠르게 추적(tracking)할 수 있는 능력이 필요하다. LMS 알고리즘은 수렴속도가 느리므로 시변채널에는 적합하지 않다. RLS 알고리즘은 LMS 알고리즘에 비해 수렴속도가 탁월하게 빠른 반면, 계산량이 많다는 단점이 있다. 이와 같은 단점을 해결하기 위해 많은 고속 RLS 알고리즘들이 제안되어 있는데, 이에는 고속 RLS, 고속 Kalman RLS, FTF 알고리즘 등이 있는데, 본 논문에서는 현재 성능이 가장 뛰어나다고 알려진 FTF 알고리즘을 고려하기로 한다<sup>[3,8]</sup>. 등화기의 차수를  $M$ 이라 할 때, 원래의 Kalman 알고리즘의 계산량은  $2.5M^2 + 4.5M + c$ 이나, FTF 알고리즘의 계산량은  $7M + c$ 이다. 여기에서  $c$ 는 상수이다. 그러나, FTF 알고리즘은 컴퓨터 계산상 발생하는 반올림 오차(roundoff error)의 누적으로 인하여 발산하는 문제가 생긴다<sup>[48]</sup>. 반올림 오차의 누적을 극복하기 위한 다양한 방법들이 제안되고 있는데 아직까지 완전하게 안정화된 알고리즘은 없다.

FTF 알고리즘을 안정화시키는 방법은 여러 가지가 알려져 있다. 첫번째는 Eleftherion과 Falconer에 의해 제안된 것으로서 주기적으로 FTF 알고리즘을 초기화하는 방법이다<sup>[1]</sup>. FTF 알고리즘이 초기화하는 동안 병렬로 LMS 알고리즘을 동작시킨다. 초기화가 끝나면 LMS 알고리즘을 멈추고, FTF 알고리즘을 동작시킨다. 이와 같은 방법은 LMS 알고리즘의 수렴속도가 느리므로 시변채널에는 적합하지 않다. 두번째로는 Hariharan과 Clark는 두 개의 FTF 알고리즘이 병렬로 동작하는 방법을 제안하였다<sup>[3]</sup>. 먼저 하나의 FTF 알고리즘을 동작시키고, 이 알고리즘이 발산하기 직전에 다른 FTF 알고리즘을 초기화시킨 후, 처음의 FTF 알고리즘은 중단하고 초기화된 FTF 알고리즘을 동작시키는 방법이다. 그러나, 이러한 방법들은 구현에 상당한 어려움이 있다<sup>[1]</sup>.

다른 방법은 FTF 알고리즘의 반올림 오차의 누적이 적게 되게끔 알고리즘을 변형하는 것이다. Botto와 Moustakides는 반올림 오차의 누적을 측정할 수 있는 특정한 파라미터를 찾아내어 이 파라미터의 값을 줄이도록 FTF 알고리즘의 각 변수를 정정(cor-

rection)하는 방법을 제안하였다<sup>[5]</sup>. 이 방법은 계산량이  $10M + c$  정도로 다소 늘어나는 단점이 있지만 비교적 안정된 등화기를 구현할 수 있다. 그러나, 이동통신 시스템에서는 긴 시간 동안 채널을 추적할 수 있는 등화기가 필요하므로 보다 안정화된 알고리즘이 필요하다.

본 논문에서 제안한 안정화 방법은 FTF 알고리즘에서 반올림 오차의 누적이 크게 영향을 미치는 변수들을 각각 독립적인 다른 방법으로 구하여 그 차이를 반올림 오차의 누적을 나타내는 양으로 정의하고 이 양을 줄이도록 원래의 FTF 알고리즘의 각 변수들을 정정하여 보다 안정화된 알고리즘을 얻도록 하였다.

본 논문의 구성은 2장에서 FTF 알고리즘에 대해 간략히 알아보고, 3장에서 새로운 안정화 방법을 제안하였다. 4장에서 모의실험을 위한 전송 시스템과 컴퓨터 모의실험을 통한 실험 결과를 보였다.

## II. FTF 알고리즘

시각이  $n$ 일때 등화기의 새로운 입력신호를  $x(n)$ 이라 하면, 선형 횡단형 구조를 가진 등화기의 입력벡터는  $X'_{M,n} = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-M+1)]$ 이다.  $t$ 는 전치 행렬(transpose matrix)을 의미한다. 원하는(desired) 신호를  $d(n)$ 이라 하고, 시각이  $k$ 일때 등화기의 각각의 계수를  $h_i(k) (i=0, \dots, M-1)$ , 등화기의 계수벡터를  $H'_{M,k} = [h_0(k), h_1(k), \dots, h_{M-1}(k)]$ 라 하면, 등화기의 기능은 등화기 입력벡터  $X_{M,n}$ 에 대하여 등화기의 출력이  $d(n)$ 이 되도록 하는 것이다.

Kalman 알고리즘에서는 다음식을 최소화하는 등화기의 계수벡터  $H_{M,k}$ 를 회귀적(recursive)으로 구한다.

$$E(k) = \sum_{n=0}^k \lambda^{k-n} (d(n) - H'_{M,k} X_{M,n})^2 \quad (1)$$

여기에서  $\lambda$ 는 0과 1사이의 상수인데 일반적으로 1에 가까운 값을 가진다. Kalman 알고리즘은 시각  $k$ 에서  $E(k)$ 를 최소화하는  $H_{M,k}$ 를 구할때 정방 행렬(square matrix) 연산이 필요하므로 많은 계산량을 요구한다<sup>[8]</sup>.

FTF 알고리즘은  $E(k)$ 를 최소화하면서 Kalman 알고리즘에서 계산량이 많은 단점을 보완하기 위해 제안되었다<sup>[4]</sup>.  $\epsilon_M^a(k)$ 를 등화기의 사전오차(a priori error),  $\epsilon_M^b(k)$ 를 사후오차(a posteriori error),  $\gamma_M(k)$ 를 변경요소(conversion factor),  $C_{M,k}$ 를 정규화된

Kalman 이득이라고 하면 FTF 알고리즘에서  $H_{M,k}$ 를 보정하는 과정은 다음과 같다.

$$\varepsilon_{M,k}^p(k) = d(k) - H_{M,k-1}^t X_{M,k} \quad (2)$$

$$\varepsilon_M(k) = \gamma_M(k) \varepsilon_{M,k}^p(k) \quad (3)$$

$$H_{M,k} = H_{M,k-1} - \varepsilon_M(k) C_{M,k} \quad (4)$$

$R_{M,k}$ 를 다음과 같이 표시하면

$$R_{M,k} = \sum_{n=0}^k \lambda^{k-n} X_{M,n} M_{M,n}^t \quad (5)$$

$\gamma_M(k)$ ,  $C_{M,k}$ 의 이론적인 값은 다음과 같다.

$$\gamma_M(k) = \frac{1}{1 - C_{M,k}^t X_{M,k}} = \frac{1}{1 + \lambda^{-1} X_{M,k}^t R_{M,k}^{-1} X_{M,k}} \quad (6)$$

$$C_{M,k} = -\frac{1}{\lambda} R_{M,k-1}^{-1} X_{M,k} \quad (7)$$

FTF 알고리즘에서는 식(6), (7)에서  $\gamma_M(k)$ ,  $C_{M,k}$ 를 구하는 과정이 많은 계산량을 요구하므로 <표1>의 식(T1.1)부터 (T1.12)까지의 보조적인 단계를 거쳐 구한다. <표1>에서  $A_{M,k}$ 는 전방예측기(forward predictor)의 계수벡터,  $B_{M,k}$ 는 후방예측기(backward predictor)의 계수벡터를 나타낸다.  $e_{M,k}^p(k)$ ,  $s_{M,k}^p(k)$ 는 각각 전방예측기, 후방예측기의 사전 예측오차(a priori prediction error)를 의미하고,  $C_{M+1,k}^{M+1}$ 는  $C_{M+1,k}$ 의 제일 마지막 원소를 의미한다. <표1>에서 보는 바와 같이 FTF 알고리즘의 계산량은 한번의 반복(iteration)에서  $7M+c$ 이다. FTF 알고리즘은 Kalman 알고리즘에 비해 계산량은 상당히 줄일수 있지만 컴퓨터 계산시 반올림 오차의 누적현상이 일어나 발산하게 된다.

FTF 알고리즘의 안정도에 가장 큰 영향을 주는 변수는  $\gamma_M(k)$ 와  $s_{M,k}^p(k)$ 이다.  $\gamma_M(k)$ 는 식(6)에서 보는바와 같이 이론적으로 0보다 크고 1보다 작은 값이다. 그러나 실제 계산상에서는 컴퓨터의 유한한 워드 길이로 인해 범위를 벗어나기도 하는데  $\gamma_M(k)$ 가 1보다 클때에는 등화기의 계수가 무한대로 발산하며, 그 값이 0 근처일 때는 등화기 계수  $H_{M,k}$ 가 모두 0이 되어 등화기 출력이 항상 0이 된다. 이러한 컴퓨터 연산시

의 반올림 오차의 누적만없다면 FTF 알고리즘은 Kalman 알고리즘과 성능이 같다.

<표 1> FTF 알고리즘

$e_{M,k}^p(k) = x(k) - A_{M,k-1}^t X_{M,k-1}$	(T1.1)
$e_M(k) = \gamma_M(k-1) e_{M,k}^p(k)$	(T1.2)
$\alpha_M(k) = \lambda \alpha_M(k-1) + e_M(k) e_{M,k}^p(k)$	(T1.3)
$\gamma_{M-1}(k) = \frac{\lambda \alpha_M(k-1)}{\alpha_M(k)} \gamma_M(k-1)$	(T1.4)
$C_{M-1,k} = \begin{bmatrix} 0 \\ C_{M,k-1} \end{bmatrix} - \frac{e_{M,k}^p(k)}{\lambda \alpha_M(k-1)} \begin{bmatrix} 1 \\ -A_{M,k-1} \end{bmatrix}$	(T1.5)
$A_{M,k} = A_{M,k-1} - e_M(k) C_{M,k-1}$	(T1.6)
$s_{M,k}^p(k) = -\lambda \beta_M(k-1) C_{M,k-1}^t \begin{bmatrix} 1 \\ -A_{M,k-1} \end{bmatrix}$	(T1.7)
$\gamma_M(k) = (1 + \gamma_{M-1}(k) s_{M,k}^p(k) C_{M,k-1}^t \begin{bmatrix} 1 \\ -A_{M,k-1} \end{bmatrix})^{-1} \gamma_{M-1}(k)$	(T1.8)
$s_M(k) = \gamma_M(k) s_{M,k}^p(k)$	(T1.9)
$B_{M,k} = \lambda \beta_M(k-1) + s_M(k) s_{M,k}^p(k)$	(T1.10)
$\begin{bmatrix} C_{M,k} \\ 0 \end{bmatrix} = C_{M-1,k} - C_{M-1,k}^t \begin{bmatrix} 1 \\ -B_{M,k-1} \end{bmatrix}$	(T1.11)
$B_{M,k} = B_{M,k-1} - s_M(k) C_{M,k}$	(T1.12)
$e_{M,k}^p(k) = d(k) - H_{M,k-1}^t X_{M,k}$	(T1.13)
$\varepsilon_M(k) = \gamma_M(k) e_{M,k}^p(k)$	(T1.14)
$H_{M,k} = H_{M,k-1} - \varepsilon_M(k) C_{M,k}$	(T1.15)

### III. 새로운 FTF 알고리즘

FTF 알고리즘에서 안정도에 영향을 주는 주요 변수로는  $s_{M,k}^p(k)$ ,  $\gamma_M(k)$  등이 있다<sup>[8]</sup>.  $s_{M,k}^p(k)$ 의 정의는 다음과 같다.

$$s_{M,k}^p(k) = x(k-M) - B_{M,k-1}^t X_{M,k} \quad (8)$$

식(8)은 벡터 곱셈이 필요하므로 계산량의 증가를 유발한다. 그러므로 FTF 알고리즘에서는 식(T1.7)과 같이 스칼라 곱셈만으로 이루어진 식을 이용한다. 식(8)과 (T1.7)은 이론적으로는 완전히 같아야 한다. 그러나 반올림 오차로 인하여 실제로는 차이가 나고 이 차이는 반복이 계속될 수록 지수함수적으로 증가하여 FTF 알고리즘의 발산하는 원인이 된다.  $\gamma_M(k)$ 도 FTF 알고리즘에서는  $s_{M,k}^p(k)$ 와 같은 이유로 식(T1.8)에서 구한다. 식(6)과 (T1.8)의  $\gamma_M(k)$ 의 역수를 표시하면 각각 식(9), (10)과 같다.

$$\gamma_M^{-1}(k) = 1 - C_{M,k}^t X_{M,k} \quad (9)$$

$$\gamma_M^{-1}(k) = \gamma_{M+1}^{-1}(k) + s_{M,k}^p(k) C_{M+1,k}^{M+1} \quad (10)$$

식(8), (9)는 결국 필터를 통하여 구한 식이므로 반올림 오차 누적에 큰 영향을 받지 않고, 식(T1.7), (10)은 앞 시각(k-1)에서 구한 변수들로부터 구하므로 반올림 오차의 누적에 큰 영향을 받는다. Botto의 안정화 방법은 식(8)과 (T1.7)의 차이만을 반올림 오차의 누적을 나타내는 양으로 정의하고 이 양을 줄이도록 FTF 알고리즘의 각계수들을 조정하는 것이다.

본 논문에서는 식(8)과 (T1.7)의 차이 뿐만 아니라, 식(9)와 (10)의 차이도 반올림 오차의 누적에 큰 영향을 미치므로 이 두 차이를 모두 줄이는 방법에 대해 서술하였다. 제안된 방법에서  $s_M^p(k)$ 와  $\gamma_M^{-1}(k)$ 는 식(8)과 (9)에서 구하고 반올림 오차로 인하여 생긴 차이를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \xi_s(k) &\triangleq (8) - (T1.7) \\ &= x(k-M) - B_{M,k-1}' X_{M,k} + \lambda \beta_M(k-1) C_{M+1,k}^{M+1} \\ &= f_s(B_{M,k-1}) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \xi_\gamma(k) &\triangleq (9) - (10) \\ &= 1 - C_{M,k}^t X_{M,k} - \gamma_{M+1}^{-1}(k) - s_M^p(k) C_{M+1,k}^{M+1} \\ &= 1 - C_{M+1,k}^{M+1} x(k-M) - \gamma_{M+1}^{-1}(k) - \tilde{C}_{M,k} X_{M,k} \\ &= f_\gamma(\tilde{C}_{M,k}) \end{aligned} \quad (12)$$

여기에서  $\tilde{C}_{M,k}$ 는  $C_{M+1,k}$ 에서  $C_{M+1,k}^{M+1}$ 을 제외한 벡터로서, 즉

$$\begin{bmatrix} \tilde{C}_{M,k} \\ C_{M+1,k}^{M+1} \end{bmatrix} = C_{M+1,k} \quad (13)$$

이다.

FTF 알고리즘은 반올림 오차가 누적되기 때문에  $\xi_s(k)$ ,  $\xi_\gamma(k)$ 가 점차적으로 증가한다.  $\xi_s(k)$ ,  $\xi_\gamma(k)$ 의 증가는 FTF 알고리즘의 발산을 의미하기 때문에 이를 감소시키는 방향으로 변수들을 조정할 필요가 있다. 본 논문에서 추구하고자 하는 것은  $\xi_s(k)$ ,  $\xi_\gamma(k)$ 가 증가하지 않도록  $B_{M,k-1}$ ,  $\tilde{C}_{M,k}$ 를 새로운 변수  $\bar{B}_{M,k-1}$ ,  $\bar{\tilde{C}}_{M,k}$ 로 정정하여, 등화기 필터 계수  $H_{M,k}$ 가 안정되도록 하는 것이다. 여기에서 기호  $\bar{A}$ 는 변수  $A$ 를 제안된 방법에 의해 정정한 변수를 나타낸다.

계수벡터  $\bar{B}_{M,k-1}$ ,  $\bar{\tilde{C}}_{M,k}$ 를 구하기 위하여, 새로운 평가함수(cost function)  $W(\bar{B}_{M,k-1}, \bar{\tilde{C}}_{M,k})$ 를 다음과 같

이 정의하였다.

$$\begin{aligned} W(\bar{B}_{M,k-1}, \bar{\tilde{C}}_{M,k}) &\triangleq [\bar{B}_{M,k-1} - B_{M,k-1}]^t \\ &\quad R_{M,k-1} [\bar{B}_{M,k-1} - B_{M,k-1}] \\ &\quad + [\bar{\tilde{C}}_{M,k} - \tilde{C}_{M,k}]^t \\ &\quad R_{M,k-1} [\bar{\tilde{C}}_{M,k} - \tilde{C}_{M,k}] \\ &\quad + \rho [\bar{\xi}_s(k) + \bar{\xi}_\gamma(k)] \end{aligned} \quad (14)$$

여기에서  $\rho$ 는 양의 상수로 식(14)의 우변의 처음 두 항에 대한 마지막 항의 가중치를 나타내며,  $\bar{\xi}_s(k)$ 와  $\bar{\xi}_\gamma(k)$ 는 식(11), (12)에서 처럼  $\bar{\xi}_s^2(k) = f_s(\bar{B}_{M,k-1})$ ,  $\bar{\xi}_\gamma^2(k) = f_\gamma(\bar{\tilde{C}}_{M,k})$ 을 의미한다. 식(14)의 처음 두 항은 정정된  $\bar{B}_{M,k-1}$ ,  $\bar{\tilde{C}}_{M,k}$ 와 원래의  $B_{M,k-1}$ ,  $\tilde{C}_{M,k}$ 의 차이를 나타낸다. 즉  $W(\bar{B}_{M,k-1}, \bar{\tilde{C}}_{M,k})$ 를 최소화함으로써, 필터들의 원래 계수값과 차이는 작게 하면서 반올림 오차인  $\xi_s(k)$ ,  $\xi_\gamma(k)$ 는 줄일 수 있다.  $W(\bar{B}_{M,k-1}, \bar{\tilde{C}}_{M,k})$ 를 최소화하는  $\bar{B}_{M,k-1}$ ,  $\bar{\tilde{C}}_{M,k}$ 를 구하는 과정은

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial \bar{B}_{M,k-1}} &= 2\lambda R_{M,k-1} (\bar{B}_{M,k-1} - B_{M,k-1}) \\ &\quad - 2\rho \bar{\xi}_s(k) X_{M,k} = 0 \\ \therefore \bar{B}_{M,k-1} &= B_{M,k-1} - \rho \bar{\xi}_s(k) C_{M,k} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial \bar{\tilde{C}}_{M,k}} &= 2\lambda R_{M,k-1} (\bar{\tilde{C}}_{M,k} - \tilde{C}_{M,k}) \\ &\quad - 2\rho \bar{\xi}_\gamma(k) X_{M,k} = 0 \\ \therefore \bar{\tilde{C}}_{M,k} &= \tilde{C}_{M,k} - \rho \bar{\xi}_\gamma(k) C_{M,k} \end{aligned} \quad (16)$$

와 같다.  $B_{M,k-1}$ ,  $\tilde{C}_{M,k}$ 가  $\bar{B}_{M,k-1}$ ,  $\bar{\tilde{C}}_{M,k}$ 로 정정되면  $s_M^p(k)$ ,  $\gamma_M(k)$ ,  $\xi_s(k)$ ,  $\xi_\gamma(k)$ 도 마찬가지로 정정되어야 하는데, 그 결과는

$$\bar{s}_M^p(k) = s_M^p(k) + \rho \bar{\xi}_s(k) (1 - \gamma_M^{-1}(k)) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_M(k) &= (\gamma_M^{-1}(k) + \rho (1 - \gamma_M^{-1}(k)) \\ &\quad \{ \bar{\xi}_\gamma(k) + \bar{\xi}_s(k) C_{M+1,k}^{M+1} \})^{-1} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\bar{\xi}_s(k) = \frac{\xi_s(k)}{1 - \rho (1 - \gamma_M^{-1}(k))} \quad (19)$$

$$\bar{\xi}_\gamma(k) = \frac{\xi_\gamma(k)}{1 - \rho (1 - \gamma_M^{-1}(k))} \quad (20)$$

로 주어진다.

식(15), (16)에서의  $C_{M,k}$ 는 일반적으로 다음과 같다  
 고 가정하므로 [5,6]

$$C_{M,k} = \bar{C}_{M,k} + C_{M+1,k}^{M+1} B_{M,k-1} \quad (21)$$

$$\approx \bar{C}_{M,k} + C_{M+1,k}^{M+1} \bar{B}_{M,k-1},$$

안정화를 위해 정정된 새로운 변수  $\bar{B}_{M,k-1}$ ,  $\bar{C}_{M,k}$ 는

$$\bar{C}_{M,k} = \frac{1}{1 + \frac{\rho \bar{\xi}_y(k)}{1 + \rho \bar{\xi}_s(k)} C_{M+1,k}^{M+1}} \times (\bar{C}_{M,k} - \frac{\rho \bar{\xi}_y(k) C_{M+1,k}^{M+1}}{1 + \rho \bar{\xi}_s(k) C_{M+1,k}^{M+1}} B_{M,k-1}) \quad (22)$$

$$\bar{B}_{M,k-1} = \frac{1}{1 + \rho \bar{\xi}_s(k) C_{M+1,k}^{M+1}} (B_{M,k-1} - \rho \bar{\xi}_s(k) \bar{C}_{M,k}) \quad (23)$$

와 같이 구해지고, 제안된 방법의 결과를 종합하면 <표2>와 같다.

<표 2> 새로운 FTF 알고리즘

$e_M(k) = x(k) - A_{M,k}^T X_{M,k-1}$	(T2.1)
$e_M(k) = \gamma_M(k-1) e_M^*(k)$	(T2.2)
$a_M(k) = \lambda a_M(k-1) + e_M(k) e_M^*(k)$	(T2.3)
$\gamma_{M-1}(k) = \frac{\lambda a_M(k-1)}{a_M(k)} - \gamma_M(k-1)$	(T2.4)
$C_{M+1,k} = \begin{bmatrix} 0 \\ C_{M,k-1} \end{bmatrix} - \frac{e_M^*(k)}{\lambda a_M(k-1)} \begin{bmatrix} 1 \\ -A_{M,k-1} \end{bmatrix}$	(T2.5)
$A_{M,k} = A_{M,k-1} - e_M(k) C_{M,k-1}$	(T2.6)
$e_M^*(k) = x(k-M) - B_{M,k-1}^T X_{M,k}$	(T2.7)
$\gamma_M(k) = (1 - \bar{C}_{M,k}^T X_{M,k} - C_{M+1,k}^T [x(k-M) + C_{M+1,k}^T e_M^*(k)])^{-1}$	(T2.8)
$\xi_s(k) = e_M^*(k) + \lambda B_{M,k-1} C_{M+1,k}^T$	(T2.9)
$\xi_y(k) = \gamma_M^*(k) - \gamma_{M+1}^*(k) - C_{M+1,k}^T e_M^*(k)$	(T2.10)
$\bar{\xi}_s(k) = \frac{\xi_s(k)}{1 - \rho(1 - \gamma_M^*(k))}$	(T2.11)
$\bar{\xi}_y(k) = \frac{\xi_y(k)}{1 - \rho(1 - \gamma_M^*(k))}$	(T2.12)
$\bar{a}_M^*(k) = e_M^*(k) + \rho \bar{\xi}_y(k) (1 - \gamma_M^*(k))$	(T2.13)
$\bar{\gamma}_M(k) = (\gamma_M^*(k) + \rho(1 - \gamma_M^*(k)) (\bar{\xi}_s(k) + \bar{\xi}_y(k) C_{M+1,k}^T))^{-1}$	(T2.14)
$a_M(k) = \bar{\gamma}_M(k) \bar{a}_M^*(k)$	(T2.15)
$B_{M,k} = \lambda B_{M,k-1} + a_M(k) \bar{a}_M^*(k)$	(T2.16)
$\bar{C}_{M,k} = \frac{1}{1 + \frac{\rho \bar{\xi}_y(k)}{1 + \rho \bar{\xi}_s(k) C_{M+1,k}^{M+1}}}$ $\times (\bar{C}_{M,k} - \frac{\rho \bar{\xi}_y(k) C_{M+1,k}^{M+1}}{1 + \rho \bar{\xi}_s(k) C_{M+1,k}^{M+1}} B_{M,k-1})$	(T2.17)
$\bar{B}_{M,k-1} = \frac{1}{1 + \rho \bar{\xi}_s(k) C_{M+1,k}^{M+1}} (B_{M,k-1} - \rho \bar{\xi}_s(k) \bar{C}_{M,k})$	(T2.18)
$C_{M,k} = \bar{C}_{M,k} + C_{M+1,k}^{M+1} \bar{B}_{M,k-1}$	(T2.19)
$B_{M,k} = \bar{B}_{M,k-1} - a_M(k) C_{M,k}$	(T2.20)
$e_M^*(k) = d(k) - H_{M,k}^T X_{M,k}$	(T2.21)
$e_M(k) = \bar{\gamma}_M(k) e_M^*(k)$	(T2.22)
$H_{M,k} = H_{M,k-1} - e_M(k) C_{M,k}$	(T2.23)

제안된 알고리즘이 원래의 FTF 알고리즘보다 반올림 오차가 적게 누적됨을 <표2>의 식(T2.9)에서 (T2.12)에서 알 수 있다. 즉 등화기가 안정영역에 있다면 식(6)에서 알 수 있듯이  $\gamma_M(k)$ 는 0에서 1사이의 값이므로 식(T2.11), (T2.12)의 분모항은 항상 1보다 큰 수이다. 그러므로  $|\bar{\xi}_s(k)| < |\xi_s(k)|$ ,  $|\bar{\xi}_y(k)| < |\xi_y(k)|$ 이다. 제안된 알고리즘은 한번의 반복에서 계산량이  $13M+c$ 로, Botto 방법  $(10M+c)$  [5]에 비해 30% 정도 계산량이 많아지지만 여전히 등화기의 차수  $M$ 에 선형적인 계산량이므로 큰 문제는 없다. 제안된 방법은 [5]에 비해서  $\gamma_M(k)$ 를 구할 때, 식(7)을 이용하였으므로 기본적으로  $11M$  이상의 계산량이 필요하다. 그러나 제안된 방법은  $s_M^p(k)$ ,  $\gamma_M(k)$ 를 전 단계의 변수에서 구하는 것이 아니라 독립적인 필터에서 구하므로 병렬처리를 할 수 있는 이점이 있고, [5]보다 더욱 안정된 알고리즘을 구현할 수 있다. 제안된 방법도 기존의 방법과 마찬가지로 발산할 가능성이 있기 때문에 [5]와 같이  $\xi_s^2(k)$ 가  $\sigma\beta(k)$ 보다 커지면 초기화시켜야 한다. 여기에서  $\sigma$ 는 작은 양수이다.

#### IV. 모의실험 결과

##### 4.1 모의실험 시스템

그림 1은 디지털 데이터 전송 시스템의 계통도 (block diagram)이다 [1,3]. 변조 방식은 이동통신 시스템에서는 페이딩의 영향을 적게 받는 위상 변조 방식(phase shift keying, PSK)을 선택하였다. 입력 신호가  $\pm 1$ 이면 선형 변조기의 출력은 BPSK(binary PSK) 신호가 된다. 반송 주파수는 1800Hz이고 전송률은 16kbps이다. 육상 이동통신 채널은 다경로

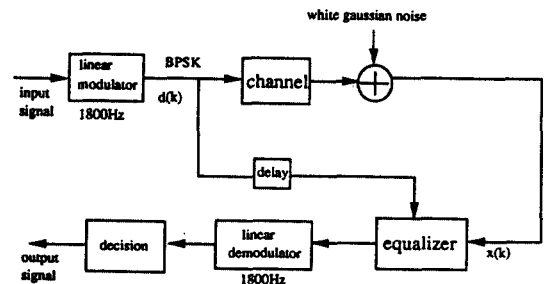


그림 1. 디지털 데이터 전송 시스템의 계통도  
 Fig. 1. Block diagram of digital data transmission system

페이딩 현상으로 인하여 일반적으로 수신신호의 위상은 균질(uniform) 분포를 갖고, 수신신호의 진폭은 Rayleigh 분포를 갖는다. 이러한 채널을 Rayleigh 페이딩 채널이라 하며<sup>[11]</sup>, 본 논문에서는 Rayleigh 페이딩 채널을 모사하기 위해 [12]에서 제안된 시뮬레이터를 이용하였다.

잡음은 평균이 0이고 분산이 1인 백색 가우스 잡음이다. 등화기의 입력은 평균이 0이고 분산이 1인 가우스 신호이다. 모의실험은 32bit 부동소수점 연산(floating point arithmetic)을 수행할 수 있는 컴퓨터로 하였다. 등화기의 구조는 선형 횡단형이고, 등화 알고리즘은 3장에서 제안된 FTF 알고리즘이다. 선형 복조기는 반송 주파수만 복원하는 기능을 하고, 간단한 경판정(hard decision)방법을 사용하였다.

#### 4.2 모의실험 분석

먼저 제안된 알고리즘의 안정도를 Botto의 방법<sup>[5]</sup>과 비교하기 위하여  $M=52$ ,  $\lambda=0.99$ ,  $\rho=1$ 로 하여 모의실험하였다. 그림 2는 반올림오차  $\xi_s(k)$ 의 변화를 나타낸 것이다.  $\xi_s(k)$ 가 발산후 다시 0이 되는 시점이 등화기가 초기화된 곳인데, 초기화되기 전까지의 영역을 안정된 영역이라 할 수 있다. [5]의 알고리즘에 비해 제안된 알고리즘이 50%정도 안정된 영역이 증가하였음을 보였다. 또한  $M$ ,  $\lambda$ 의 변화에 따른 다양한 실험결과를 통하여 제안된 알고리즘의 안정 영역이 [5]와 비교하여 30%~150% 정도 증가하는 결과를 얻었다. 그림 3은 반올림 오차  $\xi_y(k)$ 를 나타낸

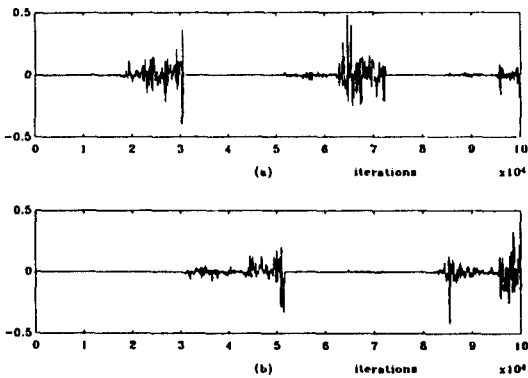


그림 2. Botto 알고리즘(a)과 제안된 알고리즘(b)에서  $\xi_s$ 의 비교

Fig. 2. A comparison  $\xi_s$  in Botto(a) and the proposed algorithm(b)

것이다. [5]의 방법은  $\xi_y(k)$ 의 증가로 등화기의 초기화에 영향을 미치지만, 제안된 안정화 방법은 반올림 오차  $\xi_y(k)$ 의 영향을 대부분 줄일 수 있음을 알 수 있다.

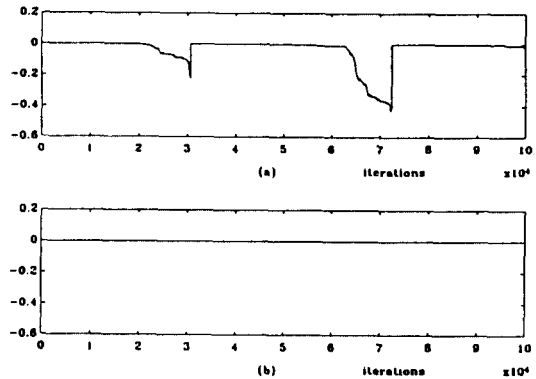


그림 3. Botto 알고리즘(a)과 제안된 알고리즘(b)에서  $\xi_y$ 의 비교

Fig. 3. A comparison  $\xi_y$  in Botto(a) and the proposed algorithm(b)

그림 4는 제안된 알고리즘과 원래의 Kalman 알고리즘의 성능을 비교한 것으로서, Kalman 알고리즘과 제안된 알고리즘에서 정규화된 Kalman 이득의 차이, 즉  $[(C_{M,k, Kalman} - C_{M,k, proposed}) / C_{M,k, Kalman}]^2$ 을 나타낸 것이다. 정규화된 Kalman 이득의 차이가 거의 없는 것으로부터 제안된 알고리즘은 Kalman 알고리즘과의 성능 차이는 거의 없음을 알 수 있다. 그러나, 계산량 측면에서는 제안된 알고리즘이 Kalman 알고리즘 ( $2.5M^2 + 4.5M + c$ )에 비하여 무척 적다는 장점이 있다.

이동통신 채널보상의 정도를 알아보기 위하여 LMS와 제안된 FTF 알고리즘을 비교하여 모의실험하였다. 이동통신 채널에서는 이동체의 속도가 증가할수록 통신 성능이 떨어지는 것으로 알려져 있다<sup>[11]</sup>. 본 논문에서는 이동체의 속도( $v$ )를 30, 60km/h로 변화시키면서 실험하였다. LMS 알고리즘에서 스텝크기( $\mu$ )는 0.01로 두고, 제안된 알고리즘에서는  $\lambda=0.99$ ,  $\rho=1$ 로 두었으며 각각의 경우  $M=10$ 이다. 그림 5는 그림 1과 같은 시스템에서 300,000개의 이진 랜덤 비트를 발생시켜 BER(bit error rate)를 LMS와 제안된 FTF 알고리즘에 대해 비교한 것이다. LMS 알고리즘은 비록 계산량( $2M+c$ )은 적지만

느린 수렴속도 때문에 채널 추적 능력이 떨어지므로 이동통신 채널에는 적합하지 않다. 반면에 제안된 FTF 알고리즘은 비교적 적은 계산량으로 이동통신 채널을 보상할 수 있는 우수한 성능을 보인다.

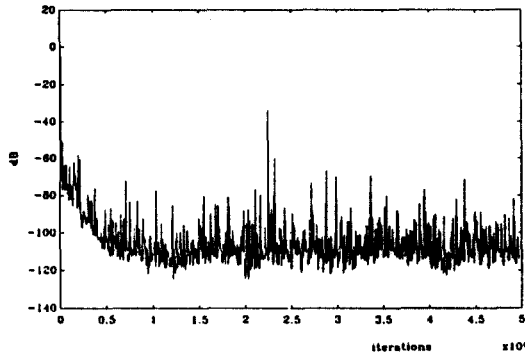


그림 4. Kalman 알고리즘과 제안된 알고리즘에서 정규화된 Kalman gain의 차이  
 Fig. 4. A difference of nomalized Kalman gain in Kalman and the proposed algorithm

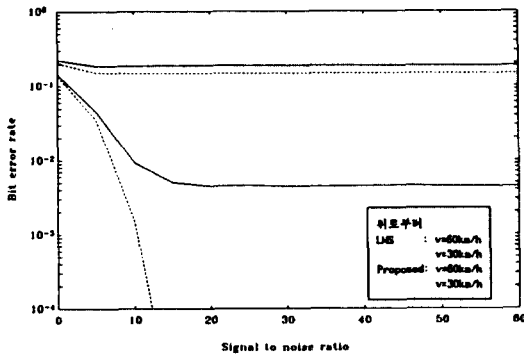


그림 5. 동화 알고리즘의 성능 비교  
 Fig. 5. A comparison of performance of adaptive algorithms

### V. 결 론

본 논문에서는 FTF 알고리즘의 새로운 안정화 방법을 제안하였다. FTF 알고리즘에서  $\gamma_M(k)$ ,  $s_M^p(k)$ 는 반올림 오차의 누적에 큰 영향을 미치는 변수이다. 그러므로 제안된 알고리즘에서는  $\gamma_M(k)$ ,  $s_M^p(k)$ 를 각각 다른 방법으로 구하고, 이렇게 구한 두 값의 차이

를 반올림 오차를 나타내는 양으로 보고 이 양을 줄이도록 원래 FTF 알고리즘의 변수들을 정정하였다. 이러한 방법을 통하여  $\gamma_M(k)$ 에 의해 생기는 반올림 오차의 누적은 상당히 제거할 수 있었다.

제안된 방법은 안정화에 영향을 주는 변수  $\gamma_M(k)$ ,  $s_M^p(k)$ 의 계산을 독립적인 필터를 통하여 구할 수 있으므로, 병렬처리가 가능하여 증가된 계산량을 대체할 수 있다는 장점이 있다. 제안된 방법의 모의실험으로 부터, [5]의 방법과 비교하여 약 30%~150% 정도 안정 영역을 증가시킬 수 있음을 알았다. 그리고 제안된 FTF 알고리즘은 적은 계산량으로 Kalman 알고리즘과 비슷한 성능을 나타낼 수 있으며, 시변채널에서의 채널 추적 능력이 우수하여 이동통신 채널 보상에 적용할 수 있음을 보였다.

### 참 고 문 헌

1. J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw Hill, 1989.
2. J. G. Proakis, "Adaptive Equalization for TDMA Digital Mobile Radio," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, Vol.40, No.2, pp.333-341, May 1991.
3. S. Hariharan, A. P. Clark, "HF Channel Estimation Using a Fast Transversal Filter Algorithm," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, Vol.38, No.8, pp.1353-1362, Aug. 1990.
4. J. M. Cioffi, T. Kailath, "Fast, Recursive Least Squares Transversal Filters for Adaptive Filtering," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, Vol.32, No.2, pp.302-337, Apr. 1984.
5. J. Botto, G. V. Moustakides, "Stabilizing the Fast Kalman Algorithms," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, Vol.37, No.9, pp.1342-1348, Sep. 1989.
6. J. M. Cioffi, "Limited Precision Effect in Adaptive Filtering," *IEEE Trans. Circuits, Syst.*, Vol.34, No.7, pp.1097-1100, July 1987.
7. A. A. Giordano, F. M. Hsu, *Least Square Estimation with Applications to Digital signal Processing*, Wiley, 1985.
8. S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice Hall, 1991.
9. P. Monsen, "Adaptive Equalization of the Slow Fading Channel," *IEEE Trans. Commun.*, Vol.

22, No.8, pp.1064-1074, Aug. 1989.

10. D. D. Falconer, L. Ljung, "Application of Fast Kalman Estimation to Adaptive Equalization," *IEEE Trans. Commun.*, Vol.26, No.10, pp.1439-1446, Oct. 1978.

11. W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communication*. Now York, Wiley, 1974.

12. 이동윤, 김형명, "도심 환경에서의 이동 다경로 페이딩 채널 시뮬레이션," *한국통신학회지* 제18권 제5호 pp.721-729, 1993. 5

李 東 潤(Dong Youn Lee)

정회원

1968년 11월 20일생

1991년 2월 : 한국과학기술대학 전기 및 전자공학과(공학사)

1993년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(석사)

1993년 3월~현재 : (주)삼성 전기 재직중

※주관심분야 : 이동통신, 적응신호처리분야



朴 洋 守(Yang Soo Park) 정회원

1965년 10월 22일생

1988년 2월 : 한국항공대학 항공전자공학과(공학사)

1990년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사)

1990년 3월 ~ 1992년 8월 : 한국통신 서울전자교환운용연구단 전임연구원

1992년 9월 ~ 현재 : 한국과학기술원 전기및전자공학과 박사과정

※주관심분야 : 디지털신호처리, 최적신호처리, 이동통신 시스템



金 炯 明(Hyung Myung Kim) 정회원

1952년 10월 24일생

1974년 2월 : 서울대학교 공학사

1982년 4월 : 미국 Pittsburgh대학 전기공학과 석사

1985년 12월 : 미국 Pittsburgh대학 전기공학과 공학박사

1986년 4월 ~ 1992년 8월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 조교수

1992년 9월 ~ 현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 부교수

※주관심분야 : 디지털신호와 영상처리, 다차원시스템 이론, 비디오신호 전송통신 이론