

Wire-Grid 방법을 이용한 도체 상자에 부착된 선형 모노폴 안테나 해석

正會員 李 承 燁* 正會員 金 炅 宰* 正會員 李 泳 勳*
正會員 許 善 宗** 正會員 朴 漢 奎*

A analysis of Thin-Straight Monopole antenna on a conducting box Using the Wire-Grid Method

Sung Yup Rhee*, Kyung Jae Kim*, Young Hun Lee*,
Sun Jong Heo**, Han Kyu Park* *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 도체 상자에 부착된 선형 모노폴(thin-straight monopole) 안테나를 wire-grid 방법을 적용하여 안테나 및 도체상자를 모델링하였고, 효율적인 계산을 위해 Pocklington 적분 방정식과 모멘트 방법(Moment Method)을 사용하여, 안테나의 특성 변화를 계산하였다.

안테나 및 모델링된 도체상자에 이용된 기저함수는 PWS(Piecewise Sinusoidal)함수이고, 도체상자의 모서리에 흐르는 전류를 효과적으로 표현하기 위해, 집합 기저함수(Junction Basis Function)를 사용하였다. 특히, 모서리의 꼭지점에서 전류의 연속 조건을 만족하기 위해, 집합기저 함수가 중복되도록 하였다.

안테나 및 도체상자에 흐르는 전류분포를 계산하여, 입력 임피던스 및 복사패턴을 구하였고, 기존의 결과 데이터와 비교하였다.

Abstract

In this paper, a thin-straight monopole antenna attached to a conducting box is analyzed using a moment method with the pocklington integral expression for the exact Green's function. A modeling of a conducting box is based on a Wire-Grid method for an efficient calculation procedure.

A system of linear equation is obtained using the piecewise sinusoidal basis function. And a junction basis function is enforcing to represent the physical current on the edge of the conducting box. Especially, the junction basis functions are overlapped for the current continuity-preserving on the vertexes.

Numerical results are obtained for the current distribution on the unified antenna/conducting box system, input impedance and radiation pattern. The results are compared with the known data.

* 延世大學校 電子工學科
Dept. of Electronics Engineering, Yonsei University
** 韓國通信
Korea Telecom
論文番號 : 93-169

I. 서 론

최근 이동통신 기술의 발달로 이동통신 단말기의 소형화 및 경량화에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 이에 따라, 전자 부품의 집적화 뿐만아니라 단일 소자로 부피가 가장 큰 안테나의 부피와 무게를 최소화하는 문제가 크게 대두되고 있다.

소형 안테나는 일반적인 안테나에 비해 안테나 부착물 자체 및 설치 공간이 매우 제한적인 경우에 주로 사용되므로, 크기의 감소는 안테나 대역폭과 크기 감소로 인한 성능 저하 효과[1][2]때문에, 안테나 설계시 많은 어려움을 준다. 또한, 안테나 자체보다는 안테나가 부착된 주위의 환경에 따라 심한 특성 변화를 가져오기 때문에, 실제 상황에서 안테나의 특성 변화를 예측하는 것은 대단히 어렵다. 특히 정합 회로와 관련되면 더욱 어려워 그 수치는 실험적이 될 수 밖에 없다. 그러므로, 소형 안테나를 설계할 때, 안테나에 대한 정확한 해석은 물론, 안테나 주위 환경에 따른 특성 변화를 예측하는 것은 매우 중요한 일이다.

안테나 특성에 큰 영향을 주는 것은 안테나가 부착된 장비이기 때문에, 일반적으로 소형 안테나를 해석할 때는 안테나뿐만아니라 부착된 장비를 통합하여 해석하고, 부착된 장비는 해석상, 도체상자(Conducting Box)로 가정한다. 이와같은 소형 안테나를 해석하는 방법은 두가지로 크게 나눌 수 있다.

하나, 표면의 연속적 금속표면인 패치(Patch)들로 나누어, 각 요소마다 사계 직분방정식을 사용하는 방법이 있다. 이 방법은 금속표면을 작은 패치들로 나누어 계산하기때문에, 비행기 날개와 같이 점에 한 불연속점을 가진 구조에 대해서 적용하여 계산할 때는 어려움이 많다.[3][4]

또 다른 방법은 wire-grid 방법[4]~[14]으로, 구조의 표면을 모델링할 때, 가장 간단한 방법으로 선(wire)으로된 격자(grid)를 이용하는 방법이기 때문에, 도체상자와 같이 모서리와 불연속점이 많은 구조에 적합하다.

본 논문에서는 이동 통신 시스템의 소형 경량화 추세에 따라, 무선 통신에서 가장 많이 사용되고 있는 wire 소형안테나를 안테나와 안테나에 접속된 부착물과의 상호 관계를 wire-grid 방법을 사용하여 해석하였다. 특히, 안테나가 부착된 도체상자의 불연속점을 wire-grid로 모델링할 때, wire의 각 불연속점에서 흐르는 전류 벡터를 Kirchhoff법칙에 맞게 설정[4]

[9]함으로써 정확한 안테나 특성을 계산하였고, 기존에 보고된 결과와 비교하였다.

II. 안테나 전류 분포 및 복사패턴 해석

휴대용의 통신 장비를 설계하는 데 있어, 서론에서 언급했듯이 도체 근처나 위에서의 wire 안테나의 특성을 구하는 것이 필요하다. 이러한 경우 wire 안테나와 도체가 있는 시스템 사이에서 설계치 문제가 발생한다. 이 문제는 실제적인 휴대용 통신 장비의 설계시 모든 안테나 시스템의 근접위치에 도체가 있는 상황에서 종종 일어난다. 이 문제를 다루는데 있어서 안테나 기기와 몸체는 하나의 통합 시스템으로 고려된다.[3][6]

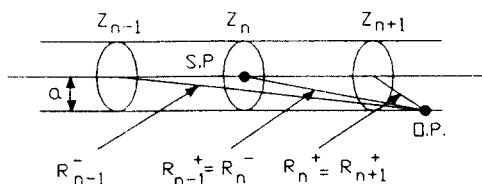
즉, 몸체는 집지면으로 간주되는 것이 아니라 주파수 영역에서 동작하는 안테나를 둘러싸는 이상적인 구형 금속 상자로 모델링한다. 이러한 주파수 범위에서 안테나와 몸체는 자유공간에서의 과장에 비해 그렇게 작지는 않다. 안테나의 길이가 몸체의 크기에 비교되어지는 예인 송신기와 수신기의 하우징(Housing)이 고려될 것이다. 따라서 고려되어지는 경계치 문제는 단순한 해석적 차원의 문제를 넘으며 단지 수치적 접근에 의해서 해결될 수 있다.

일반적인 wire(선형 또는 1차원) 형태의 소형 안테나는 완전한 wire라고 할 수 없으나 안테나의 임의의 길에서의 안테나 쪽의 방향의 전 동적 주파수 공간에서 $\lambda/20$ 일 조건[14]을 만족하므로 이상적인 선형 안테나로 가정한다.

wire안테나의 전류분포는 경험적인 방법이나 수치적인 해석으로부터 구해질 수 있는데 경험적인 방법을 사용한 경우는, 안테나의 근접에서의 전기적 Probe에 의해서 만들어지는 필드의 왜곡 때문에, 측정하는 주파수에 한계가 있게 된다. 하지만 수치적 해석을 이용하면 주파수에 제한이 없어지며 정확도는 단지 사용된 모델이나 계산오류에 의해 제한된다. 그리고 평면 형태의 안테나(2차원)도 wire-grid 모델을 이용하면, 선형 안테나의 조합으로 나타낼 수 있으므로, 본 상에서는 임의의 선형 안테나를 해석하는 방법에 대해 고찰하고자 한다.

그림1과 같은 직선구조의 완전도체 wire에 대한 Pocklington 직분방정식[15]은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{1}{j\omega\epsilon} \int_{-\infty}^{\infty} I(z') \cdot \nabla(z, z') dz' = -E_z^i \quad (2-1)$$



S.P. : Source Point
O.P. : Observation Point

그림 1. 단일 원통 직선 안테나
Fig. 1. A single straight cylindrical antenna

여기서 $I(z')$ 는 등가의 단일 전류원, $2L$ 은 wire 길이, E_z^i 는 입사전계나 인가 전계를 나타내며 $\Pi(z, z')$ 는 식 (2-2)와 같이 정의된다. 여기서, β 는 위상상수 ($\omega\sqrt{\mu\epsilon} = 2\pi/\lambda$, λ = 파장)이고, $a(=0.0014\lambda)$ 는 wire의 반지름을 나타낸다.

$$\Pi(z, z') = \frac{\partial^2 G(z, z')}{\partial z^2} + \beta^2 G(z, z') \quad (2-2)$$

$$G(z, z') = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e^{-j\beta r(z, z')}}{r(z, z')}$$

$$r(z, z') = \sqrt{a^2 + (z - z')^2}$$

그리고 wire 안테나에서의 전류분포는 wire의 반경이 동작 주파수의 파장보다 훨씬 작다고 가정하면, 그림1과 같은 원통직선도체의 반경 "a"를 따라 균일 하게 분포하며, 단지 도체와 수평방향으로만 흐른다고 가정할 수 있다.

이러한 가정하에 식(2-1)의 Pocklington 적분방정식을 모멘트방법을 사용하여 선형대수 방정식으로 변환하면, 식 (2-3)과 같은 행렬식 $[Z_{mn}][I_n] = [V_m]$ 로 주어지며 분할된 wire에 흐르는 미지의 전류는 $[I_n] = [Z_{mn}]^{-1} [V_m]$ 에 의해 구해진다.

$$\sum_n Z_{mn} I_n = V_m, \quad (n, m = 1, 2, 3, \dots) \quad (2-3)$$

여기서, $[I_n]$, $[Z_{mn}]$ 및 $[V_m]$ 은 각각 전류, 임피던스 및 전압행렬이며, 아래와 같이 표현된다.

$$Z_{mn} = \int_{\Delta_{zm}} W_m(z) \int_{\Delta_{zn}} J_n(z') \Pi(z, z') dz' dz \quad (2-4)$$

$$V_{mn} = - \int_{\Delta_{zm}} W_m(z) E_z^i(z) dz \quad (2-5)$$

위의 식에서 $[W_m]$ 은 가중치 함수(Weighting Function)이며, 이 때 가중치 함수는 wire에서의 실제전류와 가장 근사한 함수를 선택하여야 한다. 본 논문에서는 Piecewise sinusoidal 함수를 사용하여 Galerkin 방법을 적용하였다.

위와 같은 식들을 그림2와 같이 구부러진 wire에 적용하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.[15]

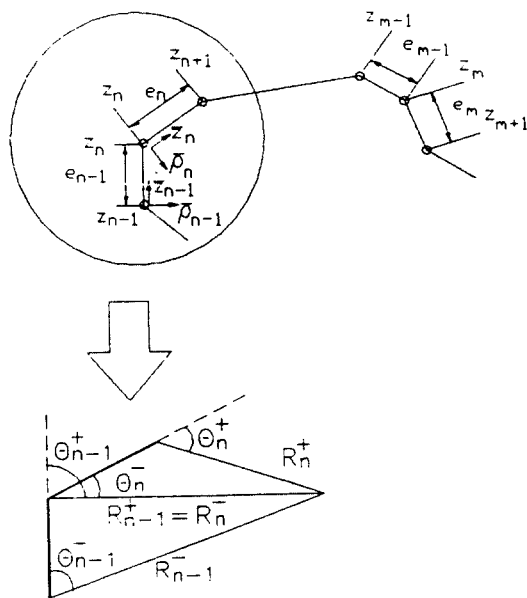


그림 2. 구부러진 wire안테나의 좌표
Fig 2. Co-ordinate for a bent wire antenna

$$Z_{mn} = \int_{z_{m-1}}^{z_m} \frac{\sin\beta(z - z_{m-1})}{\sin\beta(z_m - z_{m-1})} \bar{z}_{m-1} \cdot \bar{e}_n dz \quad (2-6)$$

$$+ \int_{z_m}^{z_{m+1}} \frac{\sin\beta(z_{m+1} - z)}{\sin\beta(z_{m+1} - z_m)} \bar{z}_m \cdot \bar{e}_n dz$$

여기서,

$$\bar{e}_n = -j30 \left[\left(\frac{\bar{P}_{n-1}}{\rho_{n-1} \sin\beta e_{n-1}} + \frac{\bar{P}_n}{\rho_n \sin\beta e_n} \right) - \left(\frac{\bar{Z}_{n-1}}{\sin\beta e_{n-1}} + \frac{\bar{Z}_n}{\sin\beta e_n} \right) \right] \quad (2-7)$$

이며, 식(2.7)에서 $\bar{P}_n, \bar{P}_{n-1}, \bar{Z}_n, \bar{Z}_{n-1}$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{P}_{n-1} = [\cos\beta e_{n-1} \cdot \cos\theta_{n-1}^+ \cdot e^{-j\beta R_{n-1}} - \cos\theta_{n-1} \cdot e^{-j\beta R_{n-1}} - j\sin\beta e_{n-1} \cdot e^{-j\beta R_{n-1}}] \bar{\rho}_{n-1} \quad (2.8)$$

$$\bar{P}_n = [\cos\beta e_n \cdot \cos\theta_n^- \cdot e^{-j\beta R_n} - \cos\theta_n^+ \cdot e^{-j\beta R_n} + j\sin\beta e_n \cdot e^{-j\beta R_n}] \bar{\rho}_n \quad (2.9)$$

$$\bar{Z}_{n-1} = [\cos\beta e_{n-1} \cdot \frac{e^{-j\beta R_{n-1}}}{R_{n-1}^+} - \frac{e^{-j\beta R_{n-1}}}{R_{n-1}}] \cdot \bar{z}_{n-1} \quad (2.10)$$

$$\bar{Z}_n = [-\frac{e^{-j\beta R_n}}{R_n^+} + \cos\beta e_n \cdot \frac{e^{-j\beta R_n}}{R_n}] \cdot \bar{z}_n \quad (2.11)$$

식(2.8)에서 (2.11)까지 사용된 국소 원통좌표계 $(\phi_{n-1}, \rho_{n-1}, z_{n-1})$ 와 (ϕ_n, ρ_n, z_n) 은 각각 두개의 wire 분할 n-1과 n에 사용되었다. 이 좌표계에 해당하는 단위벡터는 각각 $(\bar{\phi}_{n-1}, \bar{\rho}_{n-1}, \bar{z}_{n-1})$ 과 $(\bar{\phi}_n, \bar{\rho}_n, \bar{z}_n)$ 이며, 각도 $(\theta_{n-1}, \theta_{n-1}^+, \theta_n, \theta_n^+)$ 와 wire분할 길이 (e_{n-1}, e_n) 는 그림2에 나타나 있다. 그리고 Far Field에서의 복사패턴은 각 wire에서의 전류에 의한 복사패턴을 합하여, $\theta_{i+1}^m = \theta_i^{m-1}$ 그리고 $\theta_{i+1}^m = \theta_i^m$ 로 가정하면 계산되어진다.[3][6].

III. 소형 WIRE 안테나의 WIRE-GRID 해석

그림 3과 같은 방법으로 도체와 안테나를 하나의 시스템으로 가정하고, 안테나 및 모든 도체의 표면을 wire-grid 모델로 간략화시킨다.[3][8] 여기서 모든 wire의 반지름이 파장보다 매우 작고, wire상의 전류는 단지 축방향으로만 흐른다고 가정한다. wire상에 흐르는 미지의 전류를 알기 위해서 wire상 모든 수평전계는 소멸되는 경계조건과 2장에서 설명한 모멘트 방법을 이용한다. 일단, 각 wire상의 전류가 얻어지면, 입력 임피던스와 안테나의 복사패턴을 쉽게 계산되어지며, Hand-holding 효과를 고려하는데 유용한 다.

그림 3처럼 wire로 도체 상자를 모델링하였을 때, 모서리 부분에서의 전류분포 가정을 계산 결과의 오차와 큰 영향을 미치므로, 이 부분에서의 모델링이 중요하다. 모서리상에 흐르는 전류가 크기 때문에,

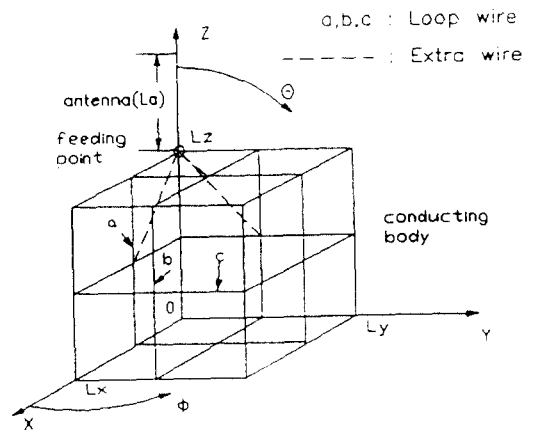


그림 3. 도체상에 모노폴 안테나의 WIRE GRID 모델
Fig 3. Wire Grid model of a monopole antenna on a conducting box

직육면체인 도체의 모서리들을 꼭지점에서 연결되어진 wire들로 대체한다. 물체의 표면들을 도체의 외곽과 마찬가지로 전류 벡터의 직교성(Orthogonality)을 이용하기 위해 직사각형 형태의 wire loop형태로 대체한다. 그리고 그림 3에서 물체의 외각 모서리뿐만 wire grid 모델을 설정하는 경우 급전점(Feed Point) 주변에서 물체를 모델링하는 때에는 충분하지 않다. 이를 보완하기 위해 그림 3과 같이 wire들을 첨가한다.

그리고 wire상에서의 전류분포 함수를 가정할 때 wire grid 모델상의 확장함수(Expansion Function)의 모든 피크치는 wire grid의 분리치점과 일치시키며, 도체 상자의 꼭지점에 가시함수를 중첩하여, 키르히호프 전류 법칙(Kirchhoff Current Principle)에 맞도록 하였다. 특히, 본 논문에서는 도체내부의 전계는 영(zero)가 되어야 한다는 조건을 이용하기 위해 각 전류의 벡터방향을 그림 4와 같은 방법으로 설정하였다. 즉 도체상자를 짝수 개의 도체 loop로 분할한 경우에는 전류 벡터가 서로 상반된 방향의 벡터가 쌍을 이루기 때문에 도체 내부의 전계의 크기는 최소화(각 전류의 크기는 반드시 같지 않지만 그 크기는 안테나에 흐르는 전류에 비해 작기 때문에)가 됨을 알 수 있으며, 홀수 개로 분할한 경우는 짝수개로 분할한 경우보다 도체내부의 전계에 의한 오차가 발생할 수 있다.

표 1은 위의 모델링을 이용하여 분할수를 변화하면서, $L_x = 0.1\lambda, L_y = 0.2\lambda, L_z = 0.25\lambda$, 안테나 길이

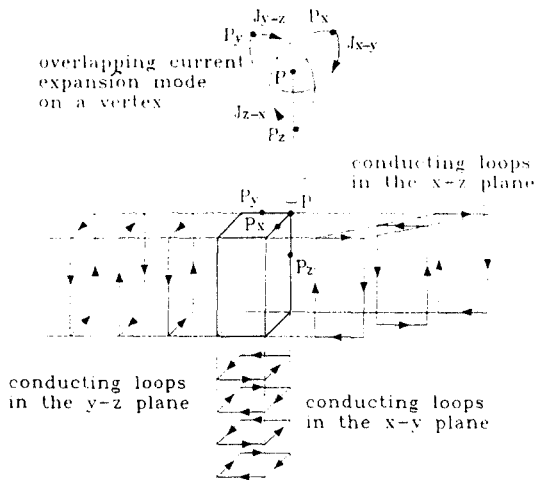


그림 4. 도체 wire segment 상의 전류 벡터
Fig 4. Current vector on the conductor wire segment

표 1. 분할수에 따른 입력 임피던스 비교

분할수	입력 임피던스(R+jX)	
	참고 문헌[3]	계산값
33	131.2 + j 13.1	109.9 + j 2.6
53	241.8 - j115.2	112.2 - j38.7
61	92.4 + j 10.9	90.4 + j 1.9
측정 값[3]	81.4 - j 10.7	

0.25λ인 경우, 본 논문에서 계산한 입력 임피던스 값과 참고 문헌 [3]의 결과 및 측정값과 비교한 것이다. 여기서 입력 임피던스 정의는 식 (3-1)과 같다.

$$Z_{in} = V_1 / I_1 \quad (3-1)$$

여기서, I_1 는 급전점에서의 복소전류이며, V_1 는 급전점에서의 인가전압을 나타낸다. 본 논문에서는 급전점에서의 인가 전압을 1V로 가정하였다.

표1에서 알 수 있듯이 분할 수는 같지만 본 논문에서 설정한 전류 벡터를 사용하여 계산한 결과가 참고 문헌 [3]의 실험치와 더욱 일치함을 알 수 있다. 또한 loop의 갯수가 x-z평면에서 홀수일 때인 PWS의 총 분할수 53인 경우는 분할수가 많지만 그 실험치와의

오차가 커짐을 알 수 있는데 이것은 앞서 언급했듯이 도체 내부의 전계에 의한 영향 때문인 것으로 생각된다.

그림 5는 몸체의 높이가 각각 0.25λ와 0.6λ로 고정되어 있을때 안테나의 길이에 따른 임피던스를 구한 것으로, 안테나 길이가 인가 주파수에 공진이 일어나는 경우는 안테나 부착 금속 몸체에 전류가 많이 흐르지 않지만, 그렇지 않은 경우, 안테나 부착 도체에 큰 전류분포가 흐른다. 도체에서의 전류는 안테나 고유특성 뿐만아니라, 복사패턴을 크게 변화시켜 무선 기기의 통신 품질을 저하시키는 요인으로 작용한다.

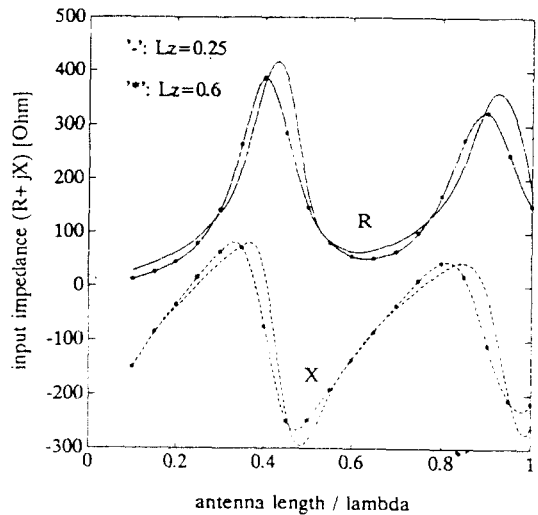


그림 5. 안테나 높이에 따른 입력 임피던스
Fig 5. Input impedance versus the antenna height

그림 6과 그림 7은 도체 높이에 따라 $|E_{\theta}|_{max}$ 로 정규화하여 복사 패턴을 구한 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 도체의 비대칭 구조에 의해 복사패턴이 좌표 평면에 따라 큰 차이가 있음을 알 수 있다. 이것은 도체에 흐르는 전류 크기에 의한 영향으로 인한 것이다. 또한, 최대복사 편이도 이러한 도체에서의 비대칭적인 전류분포에 의해 일어난다.

도체의 길이가 0.25λ인 경우의 E_{θ} 와 E_{ϕ} 의 복사 패턴을 안테나 길이가 0.5λ인 wire안테나의 복사 패턴과 비교하면, x-y평면에서 최대 복사 각도의 편이는 $\phi = 15^\circ$ 와 $\phi = -60^\circ$ 에서 각각 나타나며, 도체의 길이가 0.6λ인 경우는 $\phi = 50^\circ$ 와 $\phi = -40^\circ$ 에서 각각 일어난다.

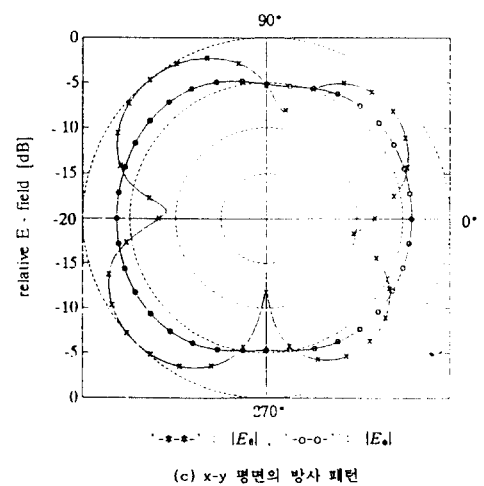
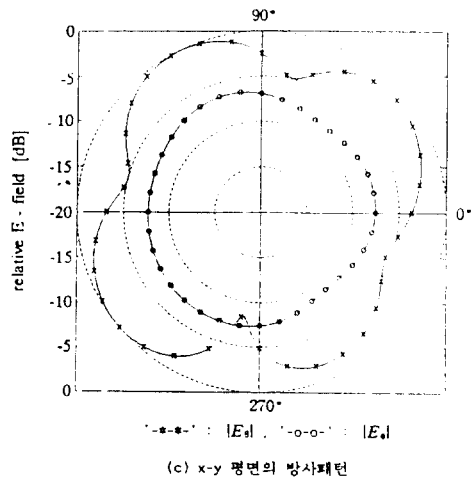
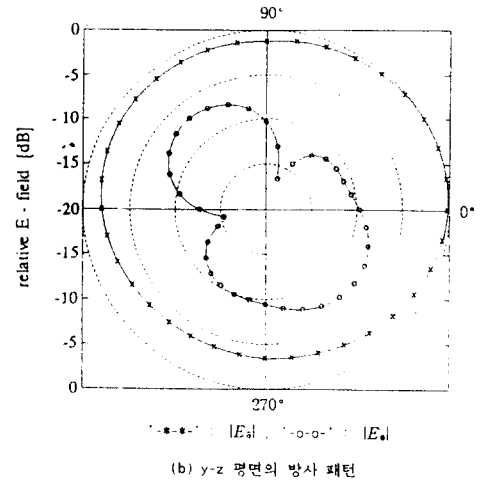
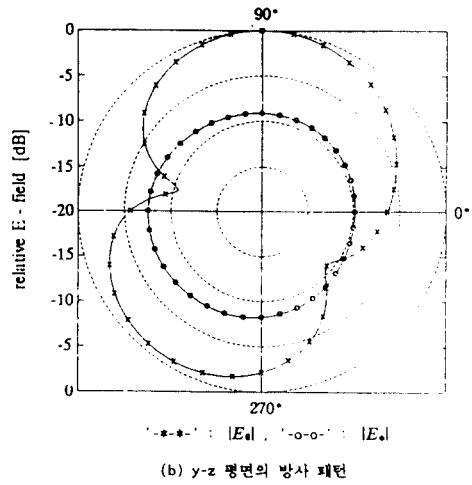
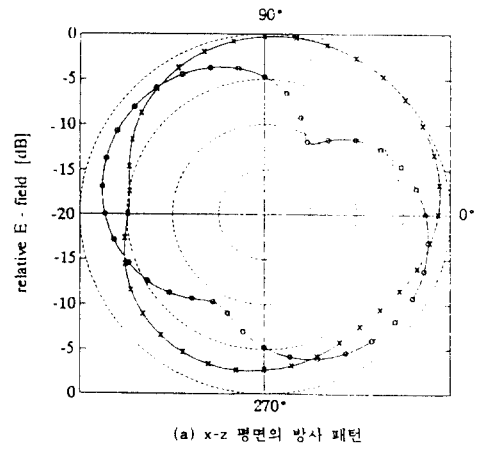
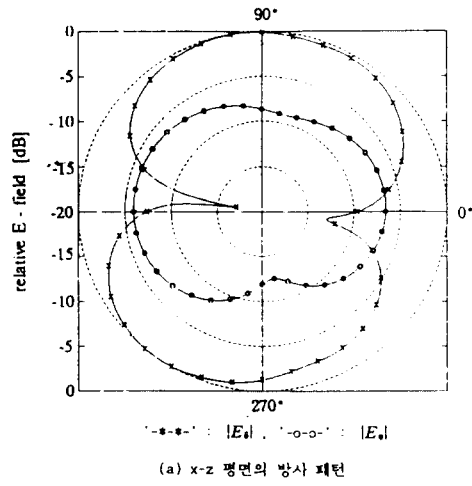


그림 6. 도체의 높이 (L_z)가 0.25λ 일때 방사패턴
Fig 6. Radiation pattern for $L_z = 0.25\lambda$

그림 7. 도체의 높이 (L_z)가 0.6λ 일때 방사패턴
Fig 7. Radiation pattern for $L_z = 0.6\lambda$

IV. 결 론

본 논문에서 해석한 안테나 및 부착시스템의 크기는 사용과장으로 정규화하고, 안테나와 도체를 한 시스템으로 간주하여 wire-grid 방법으로 복사패턴, 입력 임피던스 및 전류분포를 구하였다.

도체에 부착된 안테나의 전류분포 변화는 안테나의 길이와 도체의 몸체에 따라 크게 의존한다. 이 결과로부터 복사패턴 왜곡은 도체의 길이가 0.25λ 보다 0.5λ 일 때 작게된다는 사실을 알 수 있었다. 또한, $\lambda/4$ 안테나는 몸체의 크기에 대하여 복사패턴이 매우 크게 변한다. 이러한 사실은 휴대용 통신장비를 실제로 설계하는데 있어 고려해야 할 중요한 사항이 된다. 그리고 도체 상자를 loop형태로 모델링하여 분할한 경우 분할된 loop의 갯수를 짝수로 하고 여기에 흐르는 전류 벡터를 본 논문에서 제안한 방법으로 설정한다면 더욱 정확한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

이와같은 안테나의 입력 임피던스를 계산하는데 있어 도체의 영향도 고려할 수 있다면, 실제 상황에서의 안테나 특성을 예측할 수 있어 안테나 정합(Matching)조건을 해결하는데 도움을 줄 것이다.

앞으로, 다른 안테나와 접속 회로와의 상호 관계에 의한 안테나 특성 변화에 대한 연구를 더욱 진행한다면, 그 응용 범위가 소형 안테나 뿐만 아니라 비행체 및 차량에 부착된 경우에도 적용 가능할 것으로 예상됨으로 국내에서도 이에 대한 연구가 활발히 진행되어야 할 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

1. K. Fujimoto, "小形アンテナに関する研究動向," 信學誌, vol. 70, No. 8, pp. 830-838, Aug. 1987.
2. S. Tokumaru, "電氣的小形アンテナ," 信學論(B), vol. J-71(B), No. 11, pp. 1206-1212, Nov. 1988.
3. K. Fujimoto, et al., *Small antennas*, Research Study Press, 1987.
4. N. N. Wang, J. H. Richmond, and M. C. Gilreath, "Sinusoidal reaction for mulation for radiation and scattering from conducting surfaces," IEEE Trans. on Antennas Propag., vol. 23, No. 3, pp. 376-382, May 1975.
5. J. H. Richmond, "A wire-grid model for scattering by conducting bodies," IEEE Trans. on Antennas Propag., vol. 14, No. 6, pp. 782-786, Nov. 1966.
6. K. Hirasawa and K. Fujimoto, "On wiremethod for analysis of wire antennas near/on a rectangular conducting body," 信學論(B), vol. J65-B, No. 4, pp. 382-389, Apr. 1982.
7. K. Nishikawa, "Analysis of a monopole antenna mounted on a automobile body by the wire-grid method," 信學論(B), vol. J66-B, No. 7, pp. 845-852, July 1983.
8. K. Hirasawa and K. Fujimoto, "Characteristics of wire antennas on a rectangular conducting body," 信學論(B), vol. J65-B, No. 9, pp. 1133-1139, Sep. 1982.
9. J. L. Lin, W. L. Curtis, and M. C. Vincent, "Radar cross section of a conducting plate by wire-modeling," IEEE Trans. on Antennas Propag., vol. 23, No. 9, pp. 718-720, Sep. 1974.
10. K. Sato, et al., "Characteristic of a planar inverted-F antenna on a rectangular Conducting Body," 信學論(B), vol. J71-B, No. 11, pp. 1237-1234, Nov. 1988.
11. H. Morishita, K. Fujimoto, and K. Hirasawa, "Analysis of rectangular microstrip antenna having the same width as the ground plane," 信學論(B), vol. J71-B, No. 11, pp. 1274-1280, Nov. 1988.
12. J. F. Shaeffer and L. N. Medgyesi-Mitschang, "radiation from wire antennas attched to bodies of revolution: The junction problem," IEEE Trans on Antenna Propag., vol. 29, No. 3, pp. 479-487, May 1981.
13. N. C. Albertsen, J. E. Hansen, and N. E. Jensen, "Computation of radiation from wire antennas on conducting bodies," IEEE Trans on Antenna Propage., vol. 22, No. 200-206, Mar. 1974.
14. H. Nakano and S. R. Kerner, "The moment method solution for printed wire antennas of arbitrary configuration," IEEE Trans on Antenna Propag., vol. 36, No. 12, pp. 1667-1673, Dec. 1988.
15. P. H. Nakano, *Helical and Spiral antenna-a Numerical approach*, Research Study Press, 1987.

