

임의 센서 어레이로 입사하는 다중 신호의 공간 스펙트럼 추정

正會員 金 永 受* 正會員 金 榮 洙** 正會員 李 赫 宰*

Spatial Spectrum Estimation of Multiple Signals Incident on a General Array

Young Su Kim*, Young Soo Kim**, Hyuck Jae Lee* *Regular Members*

要 約

본 논문에서는 최소자승오차 모델링을 사용하여 임의배열 어레이 안테나에 직접파와 반사파가 동시에 입사되는 경우인 코히런트 신호가 입사되었을 경우에도 직접파와 반사파의 도래각을 각각 분리하여 추정할 수 있는 알고리즘을 제안하였다. 본 알고리즘은 입사신호의 코히런트 여부에 관계없이 신호고유벡터를 스티어링 벡터들의 일차결합으로 나타낼 수 있다는 특성을 이용하여 최소자승오차 모델을 정하였다. 이 최소자승오차 모델의 최적해를 구하기 위해서 descent 알고리즘 기법을 이용하였고 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 임의 배열 안테나에서 코히런트 신호를 분해할 수 있음을 보였다.

Abstract

In this paper we propose an algorithm for estimating the spatial spectrum(or direction of arrival) of narrowband coherent signals incident on a general array using the principle of least squares modeling. The least squares modeling is based on the property that signal eigenvectors are represented as a linear combination of steering vectors. Using this property, a descent algorithmic approach is developed for estimating the wavefield directions of arrival. Simulation results are illustrated to demonstrate the ability of resolving coherent signals.

I. 서 론

최근 들어서, 센서 어레이로 입사하는 다중 신호의

공간 주파수인 도래각을 추정하기 위하여 많은 노력을 기울여왔다.

특히 최근에 각광을 받고 있는 초 분해능 알고리즘들은 공분산 행렬(covariance matrix)의 고유 벡터와 고유값을 이용하고 있는 Capon의 MLM(Maximum Likelihood Method)이나 Burg의 MEM(Maximum

* 韓國電子通信研究所 電波技術部

** 慶熙大學校 電波工學科

論文番號 : 94- 8

Entropy Method)보다 뛰어난 성능을 보여준다. 그러나 이러한 알고리즘들은 입사 신호중의 일부가 완전 상관 관계이거나 밀접하게 상관되어 있을 경우에는 신호 공분산 행렬이 거의 비정칙(singular)으로 되기 때문에 성능이 상당히 저하된다. 이러한 코히런트 문제를 해결하기 위해서 Shan etal과 Williams etal은 각각 Spatial Smoothing 방식^[2]과 MSS(Modified Spatial Smoothing)방식^[3]을 제안하였지만 이 방식은 균일 어레이나 위치 등가 어레이(translational equivalent array)에만 적용할 수 있다. 그리고 이러한 방식들은 부어레이(subarray)들의 공분산 행렬의 평균값을 사용하기때문에 어레이의 실효 크기가 작아지므로 도래각의 분해능이 낮아지는 단점이 있다.

Wang과 Kaveh는 코히런트 문제를 해결할 수 있는 방식의 하나로써 변환 행렬을 사용하여 주파수 영역에서 공분산 행렬의 평균을 취하는 CSM(Coherent Signal Subspace Method) 방식을 제안 하였으나 이 방식은 광대역 신호의 도래각 추정에만 적용될 수 있다. 또한 최근에 신호부공간(signal subspace)의 특성을 이용하여 Spatial Smoothing방식보다 우수한 성능을 가지고 있는 SEM(Signal Eigenvector Method)방식이 Cadzow에 의해서 제안되었다.

본 논문에서는 LSE(Least Squared Error)모델을 사용하여 코히런트 신호가 입사될 때 나타나는 문제점을 해결할 수 있는 방안을 제시하였고 이 방법은 임의배열 안테나에 대해서도 적용할 수 있다.

LSE 모델은 매우 비선형적이기 때문에 비선형 프로그래밍 기법을 사용해서 이 모델의 최적해를 구하며 이러한 비선형 방식의 단점은 이 알고리즘을 동작시키는 초기값을 구해야 한다는 점이다.

본 논문은 제 II 장에서는 신호모델에 대해서 설명하고, 제 III 장에서 공분산 행렬의 특성에 대해서 기술하였다. 제 IV 장은 제안한 알고리즘에 대해서 이론적으로 분석하고, 제 V 장에서는 시뮬레이션을 통하여 제안한 알고리즘이 임의 배열안테나로 코히런트 신호가 입사되었을때도 잘 동작함을 보였고 제 VI 장에서 결론을 맺는다.

II. 신호 모델링

3차원 공간상의 위치 벡터인 z_1, z_2, \dots, z_p 에 놓여 있는 p개의 동일한 센서로 구성된 임의 어레이에 $\{k_1, k_2, \dots, k_q\}$ 방향으로부터 q개의 횡대역신호가 입사 된다고 하자. 여기서 벡터 k_n 는 신호가 입사하

는 방향의 단위 벡터이고 방위각(θ_1)과 양각(θ_2)의 함수로서 $k_n = [\cos\theta_1 \cos\theta_2, \sin\theta_1 \cos\theta_2, \sin\theta_2]^T$ 로 나타낸다. 이와 같은 경우에 m 번째 센서에서 수신한 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X_m(t) = \sum_{n=1}^q f_n(t) e^{j(\omega_n k_n^T z_m / c + \phi_n)} + \eta_m(t) \quad (1)$$

여기서에서 c는 신호의 전파속도, ω_n 는 중심 주파수, ϕ_n 는 n번째 신호의 랜덤위상(random phase), $f_n(t)$ 는 n번째 신호(envelope signal)이고 $\eta_m(t)$ 는 m번째 센서의 부가성 잡음(additive noise)이다. 윗식에서 "T"는 전치 행렬 연산자(Transposition Operator)를 나타낸다.

식(1)을 벡터 형태로 다시 나타내면 다음과 같다.

$$x(t) = S(\theta) f(t) + \eta(t) \quad (2)$$

여기서 $x(t), f(t), \eta(t)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} x(t) &= [x_1(t), x_2(t), \dots, x_p(t)]^T \in C^p \\ f(t) &= [f_1(t)e^{j\phi_1}, f_2(t)e^{j\phi_2}, \dots, f_q(t)e^{j\phi_q}]^T \in C^q \\ \eta(t) &= [\eta_1(t), \eta_2(t), \dots, \eta_p(t)]^T \in C^p \end{aligned} \quad (3)$$

$S(\theta_n)$ 는 각 열이 스티어링 벡터로 이루어진 $p \times q$ 스티어링 행렬이며 다음과 같이 나타낸다.

$$S(\theta_n) = [s_1(\theta_n), s_2(\theta_n), \dots, s_q(\theta_n)] \in C^{p \times q} \quad (4)$$

스티어링 행렬을 구성하고 있는 n번째 신호에 해당되는 n번째 스티어링 벡터 $s(\theta_n)$ 는 다음과 같다.

$$s(\theta_n) = \begin{bmatrix} e^{-j\omega_n t_0(\theta_n)} \\ e^{-j\omega_n z_2(\theta_n)} \\ \vdots \\ e^{-j\omega_n z_p(\theta_n)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기에서 원점과 k번째 센서 사이에서 나타나는 n번째 신호의 시간지연은

$$\tau_k(\theta_n) = k_n^T z_k / c \quad (6)$$

이다. 스티어링 행렬을 표기하기는데 사용한 $2q \times 1$ Com-

posite DOA(direction of arrival) 벡터 θ_c 는 각 신호의 DOA 벡터로 이루어져 있다.

$$\theta_c = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_q \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2q} \quad (7)$$

여기서 $\theta_n = [\theta_{1n} \ \theta_{2n}]^T$ 이고 θ_{1n}, θ_{2n} 은 각각 n번째 신호의 방위각과 양각을 나타낸다.

III. 공분산 행렬의 특성

1. 공분산 행렬

본 논문의 이론 전개에 있어서 신호와 잡음은 평균 값이 0인 W.S.S.(Wide-Sense Stationary)이며 서로 상관관계가 없는 에르고딕 복소 가우시안 랜덤 과정(Ergodic Complex-valued Gaussian Random Process)이라 가정하면 공분산 행렬은

$$C_X = E[X(t) X(t)^*] = S(\theta_c) C_r S(\theta_c)^* + \sigma^2 C_\eta \quad (8)$$

로 표현된다. 여기에서 $C_r = E\{f(t) f(t)^*\}$, $\sigma^2 C_\eta = E\{\eta(t)\eta(t)^*\}$ 이며, 윗식에서 “E”는 기대값을 “*”는 복소전치행렬연산자(Vector Conjugation Transposition Operator)를 나타낸다. 잡음 공분산 행렬 C_η 는 알고 있고 잡음 분산 σ^2 는 모른다고 가정한다. 만일 입사 신호들이 서로 완전 상관 관계가 아니라면 신호공분산 행렬 C_r 는 정칙(nonsingular)이며 $S(\theta_c) C_r S(\theta_c)^*$ 의 Rank는 q가 된다. Matrix pair (C_X, C_η) 의 고유특성(eigen-characteristic)으로부터 (p-q)개의 가장 작은 고유값은 잡음 분산 σ^2 이 됨을 알 수 있다.

2. 공분산 행렬의 고유치 해석

입사신호의 도래각 추정 문제는 공분산 행렬의 고유값과 고유벡터를 구하여 효과적으로 해결할 수 있다. Matrix pair (C_X, C_η) 의 일반화된 고유값 분해는 다음과 같다.

$$C_X e_m = \lambda_m C_\eta e_m \quad \text{for } m=1,2,\dots,p \quad (9)$$

여기에서 헤르미트 행렬(Hermitian Matrix) C_X 와 C_η 은 양의 정부호(Positive definite) 행렬이라고 가

정한다. C_X 와 C_η 가 헤르미트 행렬이기 때문에 일반화된 고유벡터는 다음의 C_η -orthogonal, C_X -orthogonal 성질을 갖는다.^[7]

$$e_k^* C_\eta e_m = \begin{cases} 1 & \text{for } k=m \\ 0 & \text{for } k \neq m \end{cases} \quad (10-a)$$

$$e_k^* C_X e_m = \begin{cases} \lambda_m & \text{for } k=m \\ 0 & \text{for } k \neq m \end{cases} \quad (10-b)$$

식(9)에 식(8)을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$[S(\theta_c) C_r S(\theta_c)^*] e_m = (\lambda_m - \sigma^2) C_\eta e_m \quad \text{for } m=1,2,\dots,p \quad (11)$$

C_η, C_X 는 양의 정부호 행렬이기 때문에 고유값은 항상 양수이며 Matrix pair (C_X, C_η) 의 고유값은 다음의 보조정리를 만족한다.

• 보조정리

$p \times q$ 스티어링 행렬 $S(\theta_c)$ 가 Full rank q ($q \leq p-1$), $q \times q$ 신호공분산 행렬 C_r 는 Rank r ($r \leq q$), $p \times p$ 잡음 공분산 행렬 C_η 은 Full rank p 를 갖는다면 $S(\theta_c) C_r S(\theta_c)^*$ 의 Rank가 r 이므로 식(11)은 영이 아닌 고유값을 r 개 영인 고유값을 ($p-r$)개 갖게 되어 식(9)의 고유값은 다음과 같은 분포를 갖는다.

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r > \lambda_{r+1} = \dots = \lambda_p = \sigma^2 \quad (12)$$

Matrix pair (C_X, C_η) 의 고유벡터는 다음의 정리를 만족한다.

• 정 리

중심 주파수가 ω_0 인 q 개의 협대역 평면파가 p 개의 센서로 구성된 어레이(Array)에 입사될때($q \leq p-1$), $p \times q$ 스티어링 행렬 $S(\theta_c)$ 는 Full rank q , $q \times q$ 신호공분산 행렬 C_r 는 Rank r ($r \leq q$)을 갖으면 Matrix pair (C_X, C_η) 의 고유벡터는 다음과 같은 특성을 갖는다.

(1) 일반화된 잡음 고유벡터(Generalized Noise Eigenvector)

가장 작은 고유값 σ^2 에 대응되는 일반화된 고유벡터들을 잡음 고유벡터(Noise Eigenvector)라고 부른다. 식(11)에서 $[S(\theta_c) C_r S(\theta_c)^*] e_m = 0$ ($m=r+1, \dots, p$)이므로 $e_m \in N [S(\theta_c) C_r S(\theta_c)^*]$ 이며 $S(\theta_c)$ 가 Full rank q 를 갖으므로 다음의 관계가 성립한다.^[10]

$$\mathbf{e}_m \in N[C_r S(\theta_c)^*] \quad \text{for } m=r+1, r+2, \dots, p \quad (13)$$

여기에서 “N[.]”은 영공간(Null space)을 나타낸다. 입사신호가 서로 상관관계가 없으면 ($r=q$) C_r 는 정칙행렬(nonsingular matrix)이 되므로 식(13)을 $\mathbf{e}_m \in N[S(\theta_c)^*]$ 로 바꾸어 쓸 수 있고 이것은 잡음 고유 벡터는 입사신호의 각 스티어링 벡터에 수직하다는 의미가 된다. 즉 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{e}_m^* \mathbf{s}_n(\theta_n) = 0 \quad \text{for } q+1 \leq m \leq p \text{ and } 1 \leq n \leq q \quad (14)$$

그러나 입사신호중의 일부가 코히런트하면 즉 $r < q$ 이면 C_r 는 정칙행렬이 아니므로 식(13)을 $\mathbf{e}_m \in N[S(\theta_c)^*]$ 로 바꾸어 쓸 수 없고 따라서 잡음 고유벡터는 스티어링 벡터에 수직하지 않다.

(2) 일반화된 신호 고유벡터(Generalized Signal Eigenvector)

잡음분산 σ^2 보다 큰 고유값에 대응되는 일반화된 고유벡터를 신호 고유벡터(Signal Eigenvector)라고 부른다. 식(11)에서 $1 \leq m \leq r$ 일때 $\lambda_m - \sigma^2 \neq 0$ 이므로 $C_r \mathbf{e}_m = [S(\theta_c) C_r S(\theta_c)^*] \mathbf{e}_m / (\lambda_m - \sigma^2)$ 이 성립하며 이것은 신호의 코히런트 여부에 관계없이 $C_r \mathbf{e}_m (1 \leq m \leq r)$ 이 $R[S(\theta_c)]$ 에 포함되고 $R[S(\theta_c)]$ 의 직교 여공간(orthogonal complement)인 $N[S(\theta_c)^*]$ 에 수직하다는 것을 의미한다. 이 따라서 $N[S(\theta_c)^*]$ 에 대한 직교부행렬 $[I - S(\theta_c) S(\theta_c)^* \#]$ 와 $C_r \mathbf{e}_m$ 의 곱은 영벡터가 되므로 다음과 같은 비선형 방정식을 만족한다. 이 때 여기서 “R[.]”은 열공간(Range 또는 Column Space)을 나타낸다.

$$[I - S(\theta_c) S(\theta_c)^* \#] C_r \mathbf{e}_m = 0 \quad \text{for } 1 \leq m \leq r \quad (15)$$

여기에서 “I”는 $p \times p$ 항등행렬(Identity Matrix)을 나타내고, “#”은 의역(Pseudoinverse)을 나타낸다. MUSIC의 DOA 스케트럼을 나타낸 식(16)과 같은 잡음 부공간(noise subspace)을 기준으로 한 도래각 추정 알고리즘에서 식(14)는 주된 역할을 하지만 신호가 코히런트하지 않을 경우에만 식(14)가 성립하므로 신호가 코히런트일때는 적용할 수 없다.

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\sum_{m=r+1}^p |\mathbf{e}_m^* \mathbf{s}(\theta)|^2} \quad (16)$$

Spatial smoothing 방법을 적용하면 코히런트 신호의 경우에도 식(14)를 적용할 수 있지만 언제나 실효 크기가 줄어들어 해상도가 나빠지는 단점이 나타난다.

IV. 비선형 기법을 이용한 도래각 추정 알고리즘

1. Squared error criterion

신호의 코히런트 여부에 관계없이 다중입사 신호의 도래각을 추정하기 위해서 식(15)를 이용하여 Squared model error criterion을 아래와 같이 정의하자.

$$c_{\text{err}} = \sum_{m=1}^r \left| [I - S(\theta_c) S(\theta_c)^* \#] C_r \mathbf{e}_m \right|^2 \quad (17)$$

여기에서 “||”은 벡터의 l_2 -norm을 나타낸다.

식(15)을 만족하는 벡터 θ_c 가 입사신호의 도래각에 해당되고 이 θ_c 를 구하는 것이 우리의 목적이지만 신호에 잡음이 섞이면 식(15)를 정확하게 만족시키는 θ_c 는 존재하지 않으므로 우리는 식(17)을 최소화하는 θ_c 를 구해서 이 값을 도래각의 추정값으로 택한다.

기의 같은 방향에서 입사되는 신호가 있을 경우 신호 고유값중의 일부는 잡음 고유값 보다 약간 큰 값을 갖게되는 현상이 나타나는데 이와 같은 경우에 신호 고유값과 잡음고유값을 명확히 구별하는 것이 매우 어려우므로 이와 같은 위험을 피하기 위하여 신호 부공간을 이용하는 알고리즘은 명확하게 큰 신호 고유값에 해당하는 신호고유벡터만 사용하는 것이 가능하며 이렇게 하는 것이 안전하다. 반면에 MUSIC과 같은 잡음 부공간을 이용하는 방식은 작은 고유값에 해당하는 모든 고유벡터를 이용하기 때문에 실제 고유벡터중에서 잡음고유벡터만 선별할 수 없으므로 이와 같은 위험을 피할 수 없다.

2. 알고리즘 유도

본문에서 제한한 알고리즘은 Composite DOA 벡터 θ_c 를 $\theta_c + \delta$ 로 변화시켜서 개선된 해를 구하며 이러한 방식을 적용하기 위해서 식(15)를 다음의 식(18)과 같이 수정하였다.

이때 식(18)의 오차벡터의 크기가 $\|\boldsymbol{\epsilon}_m(\theta + \delta)\| \ll \|\boldsymbol{\epsilon}_m(\theta_c)\|$ 을 만족하도록 δ 를 구한다.

$$\boldsymbol{\epsilon}_m(\theta + \delta) = [I - S(\theta + \delta) S(\theta + \delta)^* \#] C_r \mathbf{e}_m \quad \text{for } 1 \leq m \leq r \quad (18)$$

위 식에서 $S(\theta_c + \delta) S(\theta_c + \delta)^* \# C_r \mathbf{e}_m$ 은 벡터 $C_r \mathbf{e}_m$ 의 R

$[S(\theta_c + \delta)]$ 성분을 나타내는 근사식이다. $S(\theta_c + \delta) S(\theta_c)^\#$ 는 $S(\theta_c + \delta)^\#$ 대신에 $S(\theta_c)^\#$ 을 사용했기 때문에 $R[S(\theta_c + \delta)]$ 에 대한 정확한 직교투영행렬이 아니지만 섭동 벡터 δ 를 쉽게 구하기 위해서 $S(\theta_c)^\#$ 을 사용했다. 우리의 목적은 식(18)의 오차벡터의 크기(2-norm)를 나타내는 다음의 Squared error criterion

$$c(\theta_c + \delta) = \sum_{m=1}^q \epsilon_m(\theta_c + \delta)^\star \epsilon_m(\theta_c + \delta) = \sum_{m=1}^q \left\| [\mathbf{I} - S(\theta_c + \delta) S(\theta_c)^\#] C_m \mathbf{e}_m \right\|^2 \quad (19)$$

을 변화되지 않은 $c(\theta_c)$ 보다 작게하는 $2q \times 1$ 벡터 δ 를 구하는 것이다.

$(\theta_c + \delta)$ 가 최적해에 가까워질수록 δ 가 작아지므로 $S(\theta_c + \delta) S(\theta_c)^\#$ 는 정확한 직교투영행렬 $S(\theta_c + \delta) S(\theta_c + \delta)^\#$ 에 접근하게된다. 따라서 식(17)의 근사식인 식(19)는 더욱 더 정확한 근사식이된다.

식(19)를 좀더 다루기 쉽게하기 위해서 본 문헌에서는 $\mathbf{s}(\theta + \delta)$ 를 근사화시킴으로써 선형화 하는 방법을 택했다. 즉 식(5)의 스티어링벡터의 n 번째 성분을 θ 에 대해서 테일러 급수전개하여 다음과 같이 처음 두항만 택하는 근사화를 행하였다.

$$\mathbf{e}^{-j\omega_n(\theta + \delta)} \approx \mathbf{e}^{-j\omega_n \theta} + \mathbf{h}^T(\mathbf{z}_m, \theta) \delta \quad (20)$$

여기에서

$$\mathbf{h}(\mathbf{z}_m, \theta) = j \frac{\omega_n}{c} \mathbf{e}^{-j\omega_n \theta}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_m(1) \sin \theta_1 \cos \theta_2 - \mathbf{z}_m(2) \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ \mathbf{z}_m(1) \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \mathbf{z}_m(2) \sin \theta_1 \sin \theta_2 - \mathbf{z}_m(3) \cos \theta_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

이다. 따라서 k 번째 신호의 스티어링 벡터 $\mathbf{s}_k(\theta_k + \delta_k)$ 는

$$\mathbf{s}_k(\theta_k + \delta_k) = \mathbf{s}_k(\theta_k) + L(\theta_k) \delta_k \quad (22)$$

$$L(\theta_k) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^T(\mathbf{z}_1, \theta_k) \\ \mathbf{h}^T(\mathbf{z}_2, \theta_k) \\ \vdots \\ \mathbf{h}^T(\mathbf{z}_p, \theta_k) \end{bmatrix} \quad (23)$$

이다.

위의 결과로부터 모든 신호에 대한 스티어링 벡터를 포함하는 스티어링 행렬은

$$S(\theta_c + \delta) = [\mathbf{s}_1(\theta_1 + \delta_1) ; \mathbf{s}_2(\theta_2 + \delta_2) ; \dots ; \mathbf{s}_q(\theta_q + \delta_q)] \approx S(\theta_c) + [L(\theta_1) \delta_1 ; L(\theta_2) \delta_2 ; \dots ; L(\theta_q) \delta_q] \quad (24)$$

이다. 식(24)를 식(18)에 대입하면 $\epsilon_m(\theta_c + \delta)$ 의 근사식을 구하면

$$\begin{aligned} \epsilon_m(\theta_c + \delta) &\approx [\mathbf{I} - S(\theta_c) S(\theta_c)^\#] C_m \mathbf{e}_m \\ &\quad - [L(\theta_1) \delta_1 ; \dots ; L(\theta_q) \delta_q] S(\theta_c)^\# C_m \mathbf{e}_m \\ &= \epsilon_m(\theta_c) - C_m(\theta_c) \delta \end{aligned} \quad (25)$$

$$C_m(\theta_c) = [y_1(\theta) L(\theta_1) ; y_2(\theta) L(\theta_2) ; \dots ; y_q(\theta) L(\theta_q)] \quad (26)$$

이다. 식(26)의 $y_k(\theta)$ 는 $q \times 1$ 벡터 $S(\theta_c)^\# C_m \mathbf{e}_m$ 의 k 번째 성분이다. 식(25)를 식(19)에 대입하여 다음과 같은 δ 의 2차형식으로 표현된 새로운 squared error criterion을 정하여 이것을 최소화하는 δ 를 구하면 $\theta_c + \delta$ 는 θ_c 보다 좀더 정확한 도래각 추정치가 된다.

$$c(\theta_c + \delta) \approx \sum_{m=1}^q [\epsilon_m(\theta_c) - C_m(\theta_c) \delta]^\star [\epsilon_m(\theta_c) - C_m(\theta_c) \delta] \quad (27)$$

θ_c 가 최적해에 가까워질수록 벡터 δ 는 충분히 작아지게 되므로 식(19)의 근사식인 식(27)은 보다 정확한 근사식이 된다.

$\nabla_\delta c(\theta_c + \delta) = 0$ 을 만족하는 δ° 를 구하면 δ° 는 식(27)을 최소화하며 다음식을 만족한다. 여기에서 ∇_δ 는 δ 에 대한 그라디언트(Gradient)를 나타낸다.

$$A(\theta_c) \delta^\circ = \mathbf{a}(\theta_c) \quad (28)$$

여기에서 $2q \times 2q$ 행렬 $A(\theta_c)$ 와 $2q \times 1$ 벡터 $\mathbf{a}(\theta_c)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A(\theta_c) &\approx \sum_{m=1}^q \text{Re}[C_m(\theta_c)^\star C_m(\theta_c)] \\ \mathbf{a}(\theta_c) &\approx \sum_{m=1}^q \text{Re}[C_m(\theta_c)^\star \epsilon_m(\theta_c)] \end{aligned} \quad (29)$$

윗식에서 "Re[.]"는 실수부를 나타낸다.

식(28)에서 δ° 를 구하여 다음과 같이 새로운 θ_c^{new} 를 구할 수 있다.

$$\theta_c^{\text{new}} = \theta_c + \delta^\circ \quad (30)$$

식(27)은 정확한 식이 아니고 식(17)의 근사식이기 때문에 식(27)을 최소화하는 δ 는 근사식을 최소화한 것에 불과하므로 최적해가 아니다. 따라서 다음의 식(31)과 같이 반복적인 방법으로 θ_c 의 최적해를 구할 수 있으며 입사각도의 초기값을 식(15)를 만족시키는 정확한 해에 충분히 가깝게 선택하면 식(31)은 정확한 해로 수렴하게 된다.

$$\theta_c^{(n+1)} = \theta_c^{(n)} + \alpha_n \delta^{(n)} \quad (31)$$

여기에서 $\theta_c^{(n+1)}$ 는 $n+1$ 번째 근사해이고 $\theta_c^{(n)}$ 은 n 번째 근사해이며 $\delta^{(n)}$ 은 n 번째 섭동 벡터이고 α_n 은 n 번째 스텝사이즈이다.

스텝사이즈 α_n 가 너무 큰 값이면 해가 발산하게 되므로 다음과 같은 방법으로 적절한 값을 선택해야 한다. 즉 α_n 을 $\alpha_n = 1, 1/2, 1/4, 1/8, \dots$ 와 같이 줄여가면서 식(17)의 C_{cd} 값을 계산하여 $C_{cd}(\theta_c^{(n)} + \alpha_n \delta^{(n)}) < C_{cd}(\theta_c^{(n)})$ 을 첫번째로 만족하는 α_n 을 n 번째 스텝사이즈로 정하거나 또는 $C_{cd}(\theta_c^{(n)} + \alpha_n \delta^{(n)})$ 을 최소화 하는 α_n 을 n 번째 스텝사이즈로 정하여 $\theta_c^{(n+1)}$ 를 구한다.

V. 시뮬레이션 및 결과고찰

본 논문에서 제안한 알고리즘의 성능을 평가하기 위해서 원형배열 어레이에 동일한 전력을 가진 두개의 신호가 0° 의 양각으로 입사된 경우에 대해서 시뮬레이션을 하였다.

본 시뮬레이션에서 사용한 어레이는 8개의 소자로 구성된 반지름 $\lambda/2$ 인 원형배열어레이를 사용하였다. 여기에서 λ 는 입사신호의 파장이다. 입사신호의 정규화된 주파수(Normalized Frequency)는 코히런트 신호의 경우에 0.25, 인코히런트 신호의 경우에는 0.25와 0.251로 하였다. 센서어레이의 잡음 벡터 $\eta(t)$ 는 동일한 분산을 갖고 입사신호와와는 통계적으로 독립(independent)인 특성을 갖는 복소수의 백색 가우시안 랜덤 과정으로 가정하였다. 샘플갯수는 1024개로 하였고, 신호는 입사각(방위각, 양각)이 $(0^\circ, 0^\circ)$ 와 $(10^\circ, 0^\circ)$ 인 두개의 협대역 평면파를 선택하였다. 본 알고리즘을 적용하는데 있어서 도래각의 초기값은 $(-5^\circ, 0^\circ)$ 와 $(15^\circ, 0^\circ)$ 로 하였다.

그림1과 그림2는 $S/N = 10$ dB 일때 코히런트 신호와 인코히런트 신호에 대하여 제안한 알고리즘의 수렴특성을 나타낸 것이다.

코히런트 신호의 경우에 신호대잡음비를 5dB부터

20dB까지 5dB간격으로 변화시키면서 구한 방위각의 표준편차(Standard deviation)를 그림3에 도시하였고 인코히런트 신호의 경우는 그림4에 도시하였다. 이때 각 신호대잡음비에 대해서 통계적으로 독립되게 100번씩 방위각을 구하여 표준편차를 계산하였다.

표 1에 코히런트 신호의 경우에 신호대잡음비에 따른 방위각의 표준편차와 바이이스(Bias) 그리고 분해능 확률을 나타냈고 표 2에는 인코히런트 신호의 경우를 나타냈다. 표1과 표2에 나타낸 분해능 확률은 통계적으로 독립된 시행을 100번씩 하여 계산한 값이다.

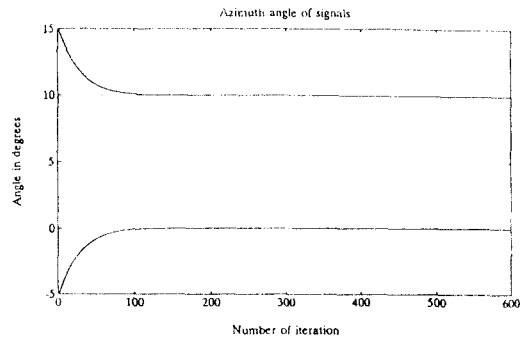


그림 1. 코히런트 신호가 입사되었을 경우의 알고리즘 수렴특성($S/N = 10$ dB)

Fig 1. Convergence property of proposed algorithm for coherent signals at bearing angles of $(0^\circ, 0^\circ)$ and $(10^\circ, 0^\circ)$, ($S/N = 10$ dB)

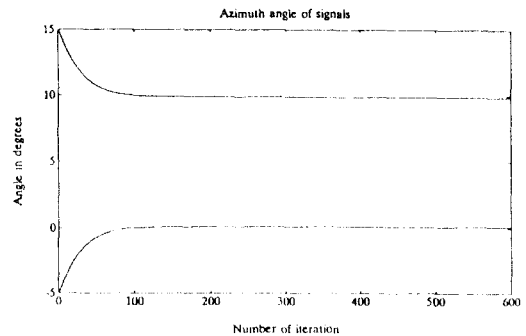


그림 2. 인코히런트 신호가 입사되었을 경우의 알고리즘 수렴특성($S/N = 10$ dB)

Fig 2. Convergence property of proposed algorithm for incoherent signals at bearing angles of $(0^\circ, 0^\circ)$ and $(10^\circ, 0^\circ)$, ($S/N = 10$ dB)

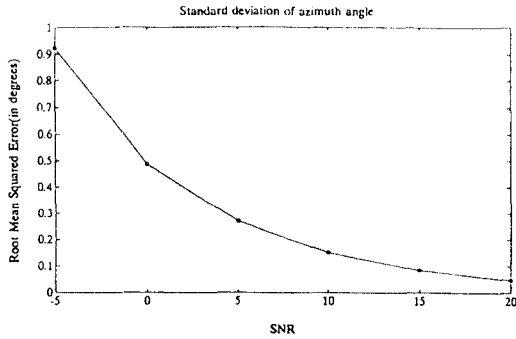


그림 3. 코히런트 신호가 입사되었을 경우의 S/N 값에 따른 방위각($\theta=10^\circ$)의 표준편차

Fig 3. Standard deviation of proposed algorithm as a function of SNR level for coherent signal at $\theta = 10^\circ$

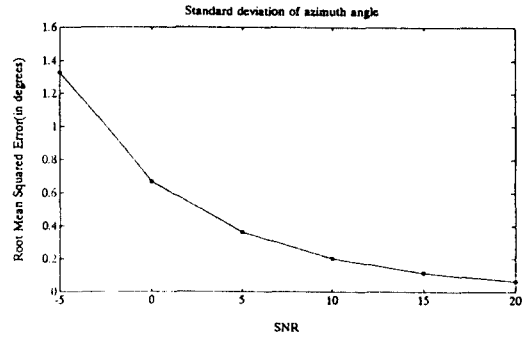


그림 4. 인코히런트 신호가 입사되었을 경우의 S/N 값에 따른 방위각($\theta=10^\circ$)의 표준편차

Fig 4. Standard deviation of proposed algorithm as a function of SNR level for incoherent signal at $\theta = 10^\circ$

표 1. 코히런트 신호에 대한 알고리즘의 통계적 특성

Table 1. Statistical results of algorithm for coherent source

S/N(dB)	-5	0	5	10	15	20
바이어스($\theta=0^\circ$)	0.0570°	0.0158°	0.0051°	0.0018°	0.0007°	0.0003°
바이어스($\theta=10^\circ$)	-0.0265°	-0.0028°	0.0008°	0.0011°	0.0008°	0.0005°
표준편차($\theta=0^\circ$)	0.8625°	0.4536°	0.2505°	0.1401°	0.0786°	0.0442°
표준편차($\theta=10^\circ$)	0.9224°	0.4863°	0.2685°	0.1501°	0.0842°	0.0473°
분해능 백분율(%)	69	96	100	100	100	100

표 2. 인코히런트 신호에 대한 알고리즘의 통계적 특성

Table 2. Statistical results of algorithm for incoherent source

S/N(dB)	-5	0	5	10	15	20
바이어스($\theta=0^\circ$)	0.0578°	0.0010°	-0.0063°	-0.0053°	-0.0035°	-0.0021°
바이어스($\theta=10^\circ$)	0.0362°	0.0410°	0.0266°	0.0157°	0.0091°	0.0052°
표준편차($\theta=0^\circ$)	1.1835°	0.5975°	0.3248°	0.1809°	0.1014°	0.0570°
표준편차($\theta=10^\circ$)	1.3282°	0.6686°	0.3614°	0.2004°	0.1120°	0.0628°
분해능 백분율(%)	46	91	99	100	100	100

분해능 확률을 이론적으로 엄밀하게 정의할 수는 없지만 본 논문에서는 분해능 확률을 한 신호의 방위각이 구간 $[0^\circ-1^\circ, 0^\circ+1^\circ]$ 에 있고 동시에 다른 한 신호의 방위각은 구간 $[10^\circ-1^\circ, 10^\circ+1^\circ]$ 에 존재할 확률로서 정의하였으며 이러한 정의는 두 신호를 분해할

수 있는 능력을 평가하는데는 적합하다. 표1은 코히런트 신호의 경우에 신호대잡음비가 5dB 이상이면 두 신호를 항상 분해할 수 있음을 보여주고 표2는 인코히런트 신호의 경우에 신호대잡음비가 10dB 이상이면 두 신호를 항상 분해할 수 있음을 보여준다.

VI. 결 론

본 알고리즘은 임의 배열 이레이에 입사된 다수의 코히런트 근대역 신호의 도래각을 추정하기 위해서 제안하였다.

본 알고리즘의 기본개념은 신호코유벡터는 입사신호의 코히런트 여부에 관계없이 스터이팅 벡터들의 일차결합으로 나타낼 수 있다는 사실에 기초를 두고 있으며 이러한 특성에 입각하여 최소자승오차 보편을 정의하였다.

시뮬레이션을 통하여 본 알고리즘이 인코히런트 신호는 물론 코히런트 신호의 도래각 추정에 대해서도 우수한 성능을 나타낼을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1. R.O. Schmidt, "A signal subspace approach to multiple emitter location and spectral estimation," Ph.D. dissertation, Stanford Univ., 1982.
2. T. J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction of arrival estimation of coherent signals," IEEE Trans, on

ASSP, vol. ASSP-33, No.4, pp.806-811, Apr. 1985.

3. R. T. Williams, S. Prasad, A. K. Mahalanabis and L. H. Sibul, "An improved spatial smoothing technique for bearing estimation in a multipath environment," IEEE Trans. on ASSP, vol. ASSP 36, No.4, pp. 425-432, Apr. 1988.
4. D. W. Tufts and R. Kumaresan, "Estimating the angle of arrival of multiple planewaves," IEEE Trans. on AES, vol. AES 19, pp. 135-139, Jan. 1983.
5. James A. Cadzow, "A High Resoution Direction of Arrival Algorithm for Narrow-Band Coherent and Incoherent Sources," IEEE Trans, on ASSP, vol. ASSP 36, No.7, pp 965-979, July, 1988.
6. Gilbert Strang, Linear Algebra and Its Applications, Academic Press, 1976.
7. Gene H. Golub, Matrix Computations, The Johns Hopkins University Press, 1983.
8. Ben Noble and James W. Daniel, Applied Linear Algebra, Prentice Hall Inc., 1988.
9. G. W. Stewart, Introduction to Matrix Computations, Academic Press, 1973.

金 永 受 (Young Su Kim) 正會員
 1984년 2월 : 연세대학교 전자공학과(학사)
 1986년 2월 : 연세대학교 대학원 전자공학과(석사)
 1992년 8월 ~ 현재 : 연세대학교 대학원 전자공학과 박사과정
 1988년 5월 ~ 현재 : 한국전자통신연구소 전파기술부 전파
 신호처리 연구실 선임연구원

金 榮 洙 (Young Soo Kim) 正會員
 1981년 2월 : 연세대학교 전자공학과(학사)
 1983년 2월 : 연세대학교 전자공학과 대학원(석사)
 1983년 8월 ~ 12월 : 연세대학교 원주분교 강사
 1988년 12월 : Arizona State University 전자공학과(박사)
 1989년 3월 ~ 1992년 8월 : 한국전자통신 연구소 전파기술
 부 응용연구실 실장
 1992년 9월 ~ 현재 : 강희대학교 전파공학과 교수

李 赫 宰 (Hyuck Jae Lee) 正會員
 1970년 2월 : 서울대학교 전자공학과(학사)
 1977년 : Oregon State Univ. 전자공학과(석사)
 1982년 : Oregon State Univ. 전자공학과(박사)
 1970년 ~ 1973년 : 해군기술장교
 1973년 ~ 1975년 : 주식회사 세양 전자기사
 1976년 ~ 1982년 : Oregon State Univ. 연구조교 및 Tech
 ing Assistant
 1983년 ~ 현재 : 한국전자통신연구소 전파기술부 실장