

유연한 로봇 팔의 제어방법

正會員 朴 正 一* 正會員 朴 鍾 國**

Control of a Flexible Robot Manipulator

Jeong Il Park*, Chong Kug Park** *Regular Members*

要 約

본 논문에서는 가정모드(assumed mode)방법과 Lagrange 방정식을 이용하여 유연성 로봇 매니플레이터의 동력학 방정식을 구하였으며, 조인트 구동기를 포함한 유연성 로봇 매니플레이터에 대한 제어를 설계하였다. 제어기는 매개변수 추정부와 적응제어기로 구성하였으며, 매개변수 추정부는 RLS 알고리즘을 이용하여 ARMA 예측모델의 매개변수를 추정하도록 하였다. 적응제어기는 기준모델(reference)과 최소예측오차제어기(minimum prediction error controller)로 구성하였다.

ABSTRACT

The dynamic equation of a flexible robot manipulator is formulated by the assumed-mode method and the Lagrange equation. The controller is designed for a flexible robot manipulator including a joint actuator.

The controller consists of a parameter estimator and the adaptive controller. A parameter estimator evaluates ARMA model's parameters using RLS algorithm. An adaptive controller is designed based on a reference model and a minimum prediction error controller.

I. 서 론

최근의 산업용 로봇트는 생산성 향상을 위해 신속한 작업속도, 높은 정밀도와 에너지의 효율성등을 동시에 만족하도록 요구되어지고 있다. 그러나 대부분의 산업용 로봇트들은 반복작업과 정밀한 위치선정을 위해 무겁고 단단하게 제작되고 있다. 이로 인해 산업용 로봇트에는 부피가 크고 강력한 구동기가 필요하게 되었으며, 이에따라 에너지의 소모량도 증가

하게 되었다.

실질적으로 로봇트가 여러 산업분야에 응용됨에 따라 고조되어지는 것 중 하나가 로봇트의 구조적 비용을 줄이면서 어떠한 제약조건 아래에서도 부하의 변화에 대한 정확성을 유지하는 것이다. 강체 로봇트 매니플레이터의 경우 로봇트 매니플레이터의 성능을 향상시키기 위해 로봇트 매니플레이터의 무게를 줄이거나 부하용량을 로봇트 매니플레이터의 한계치보다 훨씬 작게 하거나 동작속도를 저속으로 하면 된다. 또는 로봇트 매니플레이터의 무게를 줄이는 방법으로 합성물질을 사용하는 방법도 있다.^[1] 이러한 방법들은 속도와 에너지 효율성에 대해 근본적인 해결

*大林專門大學 電子科

**慶熙大學校 工科學 電子工學科

論文番號 : 94 - 18

방법이 되지못한다. 이러한 문제점들을 해결하는 방법중의 하나로 강제 로봇트 매니플레이터라는 관점에서 벗어나 유연성 로봇트 매니플레이터에 관한 연구를 하고자 하는 것이다. 이에 따라 로봇트 매니플레이터의 유연성에 의한 동적 영향을 연구할 필요가 있게 된 것이다. 그 이유로는 유연성 로봇트 매니플레이터가 고속동작시 진동을 발생시키고 이때 발생된 진동은 유연성 로봇트 매니플레이터의 정확도를 떨어뜨리고 관성력을 증가시키는 원인이 되기 때문이다.

최근에는 이러한 문제점들을 해결하기 위해 가볍고 두께가 얇은 링크를 갖는 유연성 로봇트 매니플레이터에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.^{1,2,3} 유연성 로봇트 매니플레이터는 그 경량성으로 인하여 고속동작이 가능하며 에너지의 효율성과 안전성이 증대된다. 그러나 링크는 그 유연성으로 인해 동작시 진동(vibration)을 일으키므로 정밀한 위치제어를 위해서는 진동을 제어해야만 한다. 이를 위해서는 보다 정밀한 동력학 방정식과 효율적인 제어알고리즘이 필요하게 된다. 유연성 로봇트 매니플레이터의 수학적 모델은 Book⁴가 제시한 이래로 Maatuk⁵, A. Trueckenbrodt⁶ 등이 유연성 로봇트 매니플레이터의 비틀림과 구심력에 의한 운동방정식을 제안하였으며, 제한제어방법을 Book & Whitney⁷, Balas⁸, Wang⁹ 등이 제시 하였다.

Cannon과 Schmitz², Hastings와 Book¹⁰은 유연한 판에 최적제어를 적용하여 그 유용성을 입증하였다. 그러나 선형최적제어나 선형제한제어는 한정된 선형영역에서만 강건하므로 예측하지 못한 큰 외란이 발생하였을 경우, 시스템은 외란에 민감하게될 것이다. 따라서 시스템의 환경이 비선형이거나 불확실한 경우에는 이에 대처할 수 있도록 시스템의 매개변수를 조정해줄 필요가 있을 것이다.

본 논문에서는 가정모드(assumed mode)방법과 Lagrange방정식을 이용하여 유연성 로봇트 매니플레이터의 동력학 방정식을 구하였으며, 이 동역학 방정식을 이용하여 상태공간표현식으로 표현하였다. 제어대상을 조인트 구동기를 포함한 유연성 로봇트 매니플레이터로 하였으며, 제어기는 매개변수 추정부와 적응제어기로 구성하였다. 매개변수 추정부는 RLS 알고리즘을 이용하여 ARMA 예측모델의 매개변수를 추정하였다. 또한 효율적인 추정을 이루도록 망각인자(forgetting factor)를 도입하였다. 적응제어기는 기준모델(reference model)과 최소예측오차

제어기(minimum prediction error controller)로 구성하였다. 오차동역학모델은 시스템이 기준모델의 기준제적을 추적할 수 있도록 추적오차를 감소시켜주며 최소예측오차제어기는 최적화된 입력토크를 발생시킴으로써 시스템이 기준제적을 추적할 수 있도록 한다. 본 논문에서 제시된 제어알고리즘의 효율성을 입증하기 위하여 모의실험을 실행하여 그 결과를 제시하였다.

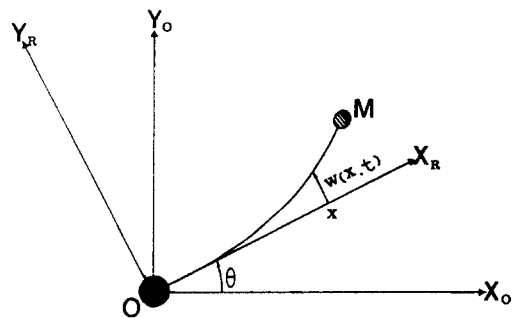


그림 1. 단일링크 유연성 로봇트 매니플레이터

II. 유연성 로봇트 매니플레이터의 동력학 모델링

2.1 수학적 배경

유연성 로봇트 매니플레이터는 정해진 시간내에 원하는 위치좌표에 정확하게 위치하도록 하기는 매우 어렵다. 그 이유는 동작시 발생하는 진동으로 인하여 정확한 위치제어를 하기가 매우 어렵기 때문이다. 따라서, 이러한 문제점을 해결하기 위해서는 우선적으로 고려할 것이 정확한 동력학 방정식을 구하는 것이다. 일반적으로 유연성 로봇트 매니플레이터의 동력학 방정식은 시간과 공간의 함수이므로 편미분 방정식의 형태로 표현된다. 이때, 시스템 방정식의 차수는 무한대이다. 우선 이러한 무한차수의 편미분 방정식을 유한차수의 상미분 방정식으로 선형 근사화시켜 주어야 한다. 본 논문에서는 가정모드방법과 Lagrange방정식을 이용하여 동력학 방정식을 구하였다.

단일링크 유연성 로봇트 매니플레이터가 평면공간 위에서 운동하는 경우라 한다면 다음과 같은 가정하에서 모델링을 설정할 수 있다.

- (1) 링크의 절단면의 크기는 어느 위치에서든 일정

하다.

- (2) 로봇트 매니퓰레이터는 평면공간위에서 운동하므로 종단적 변형(vertical deformation)대해서는 무시한다.
- (3) 장력(tension), 압축(compression), 비틀림(torsion) 등은 고려하지 않는다.
- (4) 보는 횡굴절(transverse deflection)과 회전(rotation)의 두가지 성분만을 갖는다고 가정한다.

단일링크 유연성 로봇트 매니퓰레이터는 그림 1.과 같다.

이때, 유연성 로봇트 매니퓰레이터의 모우드는 pinned-mass 모우드이다.

가정(4)에 의해 발생하는 링크의 횡굴절을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y(x, t) = x\theta(t) + w(x, t) \quad (1)$$

이때, Y_0OX_0 는 기준좌표계(reference coordinate)를, Y_RX_R 는 링크의 좌표계를 나타낸다. 링크는 가늘고 긴 균일한 Bernouli-Euler보이며 회전관성과 종단변형은 무시할 수 있다고 가정한다.

이때 링크의 횡굴절(transverse deflection) $w(x, t)$ 는 시간함수와 공간함수의 곱의 무한급수로 나타낼 수 있다. 즉

$$w(x, t) = \sum_{i=0}^n \Phi_i(x) \delta_i(t) \quad (2)$$

여기서, $\Phi_i(x)$ 는 가정모드변위함수이며 $\delta_i(t)$ 는 i 번째 모드의 시변진폭을 나타내고 n 은 모드의 수(mode number)를 나타낸다.

$$\Phi_i(\xi) = \sin(\beta_i \xi) - \sinh(\beta_i \xi) + v_i [\cos(\beta_i \xi) - \cosh(\beta_i \xi)] \quad (3)$$

여기서,

$$v_i = \frac{\sin \beta_i + \sinh \beta_i}{\cos \beta_i + \cosh \beta_i}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$\beta_i^4 = \frac{\rho A (2\pi f_i)^2 L^4}{EI}$$

$$w_i = \frac{[(i + \frac{1}{4})\pi]^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (4)$$

$$\xi = \frac{x}{L}$$

이때,

$$\left[\begin{array}{l} L : \text{링크의 길이}(m) \\ A : \text{링크의 단면적}(m^2) \\ E : \text{링크의 영률}(Kg/m^2) \\ I : \text{링크의 면적모멘트}(m^4) \\ \rho : \text{링크의 밀도}(Kg/m^3) \\ f_i : i\text{번째 모드주파수}(Hz) \end{array} \right.$$

일반적으로 유연성 시스템의 3차 이상의 고차모드의 크기는 1차모드의 크기에 비하여 대단히 작으므로 1차모드와 2차모드만으로도 시스템을 분석할 수 있다 고보고²⁰⁾, 본 논문에서는 진동모드를 2차모드까지만 설정하였다.

2.2 상태방정식

본 절에서는 Lagrange방정식을 이용하여 유연성 로봇트 매니퓰레이터의 동력학 방정식을 구하였다.

그림 1.에서처럼, 유연성 로봇트 매니퓰레이터에서의 임의의 한점에 대한 위치벡터 \hat{R} 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\hat{R} = x\hat{i} + w(x, t)\hat{j} \quad (5)$$

이때, \hat{i}, \hat{j} 는 각각 X_R 축과 Y_R 축의 단위벡터이다.

따라서 유연성 로봇트 매니퓰레이터의 전체무게가 M_T 라 할때 시스템의 운동에너지 $K.E.$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K.E. = \frac{1}{2} \int_0^L \dot{R} \cdot \dot{R} \, dm \quad (6)$$

여기서, \dot{R} 는 속도벡터이다.

기준좌표계 Y_0OX_0 와 링크좌표계 Y_RX_R 의 관계는

$$U_{Y_0OX_0} = \begin{bmatrix} \cos \theta(t) & -\sin \theta(t) \\ \sin \theta(t) & \cos \theta(t) \end{bmatrix} U_{Y_RX_R} \quad (7)$$

이므로, 링크상의 임의의 한점 X 에서의 위치벡터를 기준좌표계로 나타내면 다음과 같다.

$$\hat{R} = [x \cos \theta(t) - w(x, t) \sin \theta(t)] U_{X_0}$$

$$+ [x \sin \theta(t) + w(x, t) \cos \theta(t)] U_{V_0} \quad (8)$$

식(8)에 대한 속도벡터 \dot{R} 는

$$\begin{aligned} \dot{R} = & [-\dot{\theta}(t) x \sin \theta(t) - \theta(t) \dot{w}(x, t) \cos \theta(t) \\ & - \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \sin \theta(t)] U_{V_0} \\ & + [\dot{\theta}(t) x \cos \theta(t) - \theta(t) \dot{w}(x, t) \sin \theta(t) \\ & + \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \cos \theta(t)] U_{V_0} \quad (9) \end{aligned}$$

이므로,

$$\begin{aligned} \dot{R} \cdot \dot{R} = & \left[\frac{\partial x(x, t)}{\partial t} \right]^2 + 2\dot{\theta}(t) x \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \\ & + \dot{\theta}^2(t) [x^2 + w^2(x, t)] \quad (10) \end{aligned}$$

라고 구해지므로, 운동에너지 K.E.는

$$\begin{aligned} K.E. = & \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ \left[\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \right]^2 + 2\dot{\theta} \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} x \right. \\ & \left. + \dot{\theta}^2(t) [x^2 + w^2(x, t)] \right\} dm \quad (11) \end{aligned}$$

이때, 횡굴절 $w(x, t)$ 에 대한 가정모드방법을 사용하기 위해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$w(\xi, t) = \sum_{i=1}^n \Phi_i(\xi) \delta_i(t) \quad (12)$$

이때, $\xi = \frac{x}{L}$ 이다.

따라서, 식(11)은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} K.E. = & \frac{1}{2} \int_0^L \left[\sum_{i=1}^n \Phi_i(\xi) \frac{\partial \delta_i(t)}{\partial t} \right]^2 dm \\ & + \frac{1}{2} \int_0^L \left[2\dot{\theta}^2(t) x \sum_{i=1}^n \Phi_i(\xi) \frac{\partial \delta_i(t)}{\partial t} \right] dm \\ & + \frac{1}{2} \int_0^L \dot{\theta}^2(t) \left[x^2 + \left\{ \sum_{i=1}^n \Phi_i(\xi) \frac{\partial \delta_i(t)}{\partial t} \right\}^2 \right] dm \quad (13) \end{aligned}$$

본 논문에서는 진동모우드를 2차까지만 고려하기로 했으므로, 횡굴절에 대한 정의는 다음과 같이 정

의할 수 있다.

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^2 \Phi_i(\xi) \delta_i(t) = \Phi_1(\xi) \delta_1(t) + \Phi_2(\xi) \delta_2(t) \quad (14)$$

이때, 식(13)는 조인트부계성분(K.E_j), 링크부계성분(K.E_l)과 부하(payload)부계성분(K.E_p)의 3부분으로 나누어 해석할 수 있다.

따라서, 유인상 로봇트 매니플레이터의 전체 운동에너지K.E는

$$\begin{aligned} K.E. = & \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2(t) \\ = & \frac{1}{2} J_b \dot{\theta}^2(t) + \frac{1}{2} M_b \left[\left\{ \frac{\partial \delta_1(t)}{\partial t} \right\}^2 + \left\{ \frac{\partial \delta_2(t)}{\partial t} \right\}^2 \right] \\ & + \dot{\theta}(t) \left[W_1 \frac{\partial \delta_1(t)}{\partial t} + W_2 \frac{\partial \delta_2(t)}{\partial t} \right] \\ & + \frac{1}{2} [M_p L^2 + J_p] \dot{\theta}^2(t) \\ & + \frac{1}{2} M_p \dot{\theta}^2(t) [\Phi_1^2(1) \delta_1^2(t) \\ & + 2\Phi_1(1) \Phi_2(1) \delta_1(t) \delta_2(t) + \Phi_2^2(1) \delta_2^2(t)] \\ & + \frac{1}{2} M_p \left[\Phi_1^2(1) \left\{ \frac{\partial \delta_1(t)}{\partial t} \right\}^2 + 2\Phi_1(1) \Phi_2(1) \right. \\ & \left. \frac{\partial \delta_1(t)}{\partial t} \frac{\partial \delta_2(t)}{\partial t} + \Phi_2^2(1) \left\{ \frac{\partial \delta_2(t)}{\partial t} \right\}^2 \right] \\ & + M_p \dot{\theta}(t) L \left[\Phi_1(1) \frac{\partial \delta_1(t)}{\partial t} + \Phi_2(1) \frac{\partial \delta_2(t)}{\partial t} \right] \\ & + \frac{1}{2} J_p \left[\left\{ \frac{\partial \Phi_1(\xi)}{\partial \xi} \right\}^2 \left\{ \frac{\partial \delta_1(t)}{\partial t} \right\}^2 \right. \\ & \left. + 2 \frac{\partial \Phi_1(\xi)}{\partial \xi} \frac{\partial \Phi_2(\xi)}{\partial \xi} \frac{\partial \delta_1(t)}{\partial t} \frac{\partial \delta_2(t)}{\partial t} \right. \\ & \left. + \left\{ \frac{\partial \Phi_2(\xi)}{\partial \xi} \right\}^2 \left\{ \frac{\partial \delta_2(t)}{\partial t} \right\}^2 \right] \Big|_{\xi=1} \quad (15) \end{aligned}$$

이때, J_0 는 조인트의 관성, J_b 는 링크의 관성, J_p 는 부하의 관성, M_b 는 링크의 단면적, L 는 링크의 길이 그리고 M_p 는 부하의 무게를 나타낸다.

시스템에 대한 위치에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P.E. = \frac{1}{2} EI \int_0^L \left[\frac{\partial^2 \Phi_i(x)}{\partial x^2} \delta_i(t) \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 \Phi_j(x)}{\partial x^2} \delta_j(t) \right] dx \quad (16)$$

여기서, 모드함수는 직교함수이므로 식(16)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} P.E. &= \frac{1}{2} EI \int_0^L \left[\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right]^2 dx \\ &= \frac{1}{2} EI \int_0^L \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \{ \Phi_1(x) \delta_1(t) + \Phi_2(x) \delta_2(t) \} \right]^2 dx \\ &= \frac{1}{2} EI \int_0^L \left[\frac{\partial^2 \Phi_1(x)}{\partial x^2} \delta_1(t) + \frac{\partial^2 \Phi_2(x)}{\partial x^2} \delta_2(t) \right]^2 dx \end{aligned} \quad (17)$$

유연성 로봇트 매니플레이터의 동력학 방정식을 구하기 위해서는 Lagrange 방정식을 이용하면 된다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial K.E.}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial K.E.}{\partial q_i} + \frac{\partial P.E.}{\partial q_i} = Q_i \quad (18)$$

여기서, q_i 는 일반화된 좌표계이고, Q_i 는 일반화된 일(work)을 표시한다.

따라서, 식(18)를 상태공간 방정식으로 표현하기 위해, 유연성 로봇트 매니플레이터의 동력학 방정식을 구하여 보면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$[M][\dot{z}] + [K][z] = [Q] \quad (19)$$

$$z = [\theta, \delta_1(t), \delta_2(t)]$$

여기서, M 은 질량행렬, K 는 강성도(stiffness)이며, Q 는 입력값이다.

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (20)$$

이때,

$$m_{11} = J_o + J_b + J_p + M_p L^2$$

$$m_{12} = W_1 + M_p L \Phi_1(1)$$

$$m_{13} = W_2 + M_p L \Phi_2(1)$$

$$m_{21} = W_1 + M_p L \Phi_1(1)$$

$$m_{22} = M_b + M_p \Phi_1^2(1) + J_p \left\{ \frac{\partial \Phi_1(\xi)}{\partial \xi} \right\}^2 \Big|_{\xi=1}$$

$$m_{23} = M_p \Phi_1(1) \Phi_2(1) + J_p \left\{ \frac{\partial \Phi_1(\xi)}{\partial \xi} \frac{\partial \Phi_2(\xi)}{\partial \xi} \right\} \Big|_{\xi=1}$$

$$m_{31} = W_2 + M_p L \Phi_2(1)$$

$$m_{32} = M_p \Phi_1(1) \Phi_2(1) + J_p \left\{ \frac{\partial \Phi_1(\xi)}{\partial \xi} \frac{\partial \Phi_2(\xi)}{\partial \xi} \right\} \Big|_{\xi=1}$$

$$m_{33} = M_b + M_p \Phi_2^2(1) + J_p \left\{ \frac{\partial \Phi_2(\xi)}{\partial \xi} \right\}^2 \Big|_{\xi=1}$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_1 & 0 \\ 0 & 0 & K_2 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

동력학 방정식을 이용하여 상태공간방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (21)$$

이때,

$$x^T = [\theta(t), \delta_1(t), \delta_2(t), \dot{\theta}(t), \dot{\delta}_1(t), \dot{\delta}_2(t)]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ M^{-1}K & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}Q \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]$$

III. 제어기 설계

3.1 조인트 구동기의 수학적 모델링

유연성 로봇트 매니플레이터는 조인트에 위치하고 있는 구동기에 의해서 구동되어지며, 모터샤프트(motor shaft)는 조인트 위치를 측정하기 위해 optical encoder에 연결되어 있다. 조인트 구동기에 대한 블록선도는 그림2와 같다.

여기서, K_x 는 위치제어기이득값(the position controller gain), K_s 는 속도제어기 이득값(the speed controller gain), E_s 는 증폭된 속도오차 신호의 표화영역(the saturation level of the amplified speed error signal), K_V 는 전류제어기이득값(the current controller gain), K_c 는 전력전환기의 등가전압이득값(the equivalent voltage gain of the power converter equipment), R_A 는 모터회전자저항값(the motor armature resistance), K_T 는 모터토크상수(the motor torque constant), K_E 는 전류추출저항(the current sampling resistor), K_B 는 역기전력상수값(the back-elftromotive force constant), K_1 는

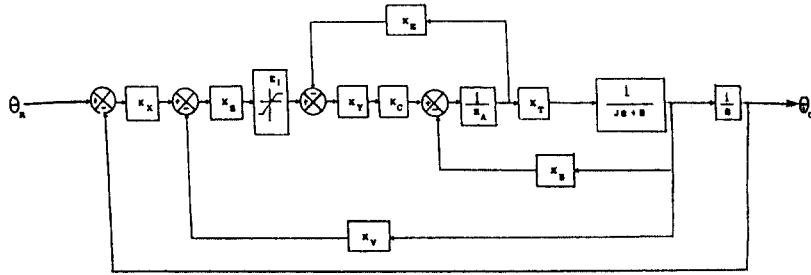


그림 2. 구동기의 블록선도

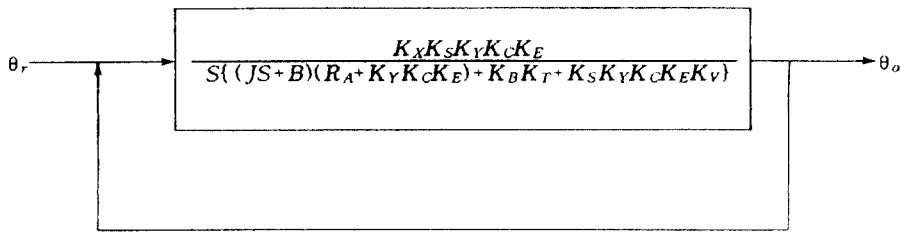


그림 3. 그림 2의 간소화 블록선도.

등가 회전속도계이득(the equivalent tachometer gain), J 는 관성력(the inertial force), B 는 감쇄상수 구동기에 대한 입·출력관계는 그림3과 같다. 전달함수 $T(S)$ 는

$$T(S) = \frac{\theta_o(S)}{\theta_r(S)} = \frac{K_Y K_S K_Y K_C K_E}{S((J S + B)(R_A + K_Y K_C K_E) + K_B K_T + K_S K_Y K_C K_E K_V)} \quad (22)$$

개루우프 제어방법과 폐루우프 제어방법을 결합시킨 제어방법을 구동기 제어방법에 적용시켰다.

그림 4를 블록선도의 등가변환공식을 이용하면 그림 5와 같이 변환시킬 수 있다.

이때, 역-시스템은 구동기 시스템함수의 역의 값으로 하였다. 이 역-시스템의 함수는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$T_{inverse}(S) = \frac{S((J S + B)(R_A + K_Y K_C K_E) + K_B K_T + K_S K_Y K_C K_E K_V)}{K_Y K_S K_Y K_C K_E} \quad (23)$$

그림 5에서 알 수 있는 바와 같이 비례미분제어기

중, 폐루우프제어기는 시스템의 안정도와 응답특성에 영향을 미치는 반면, 개루우프제어기 다시말해서, 구동기의 역-시스템은 구동기 전체 시스템의 안정도에 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

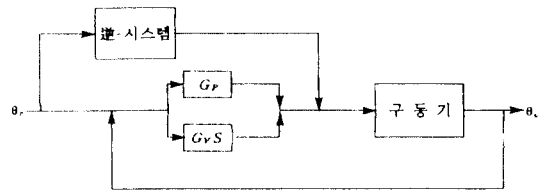


그림 4. 구동기의 제어모형

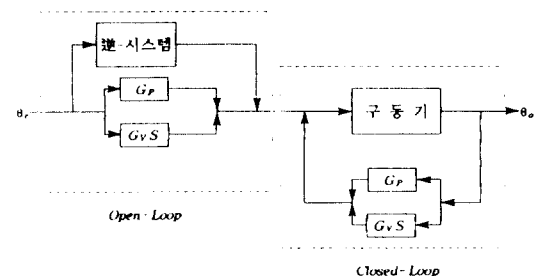


그림 5. 그림 4의 등가블록선도

3.2 ARMA모델

선형시변시스템에 대한 ARMA모델은 다음과 같이 나타낼 수 있다.^[11]

$$y(t) + A_1 y(t-1) + \dots + A_m y(t-m) = B_1 u(t-1) + \dots + B_m u(t-m) \quad (24)$$

따라서,

$$y(t) = -\sum_{i=1}^m A_i(t) y(t-i) + \sum_{i=1}^m B_i(t) u(t-i) \quad (25)$$

이때, $y(t)$ 는 출력을, $u(t)$ 는 입력을 그리고, $A_i(t)$ 와 $B_i(t)$ 는 각각 $m \times m$, $m \times r$ 의 시변계수행렬이며, n 은 ARMA모델의 차수이다.

이러한 모델에 있어서, 현재상태의 출력값은 이전상태의 출력값들과 입력값들이 선형 결합을 이루고 있음을 알 수 있다.

식(25)를 선형회귀(Linear Regression)의 형태로 구해보면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A(q^{-1}) y(t) = B(q^{-1}) u(t) \quad (26)$$

또는,

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) \quad (27)$$

여기서, q^{-1} 은 후향연산자(backward shift operator)로써,

$$q^{-1} u(t) = u(t-1) \quad (28)$$

라 정의하면,

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + A_1 q^{-1} + \dots + A_m q^{-m} \\ B(q^{-1}) &= B_1 q^{-1} + \dots + B_m q^{-m} \end{aligned} \quad (29)$$

식(26)을 매개변수모델의 간단한 형태인 선형회귀모델로 나타내면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y(t) = \varphi^T(t) \theta \quad (30)$$

여기서, $y(t)$ 는 측정값, $\varphi(t)$ 는 기지의 값, θ 는 미지의 매개변수값이다.

또, $y(t)$ 를 회귀된 변수(regressed variable)라 하면, $\varphi(t)$ 는 회귀변수 또는 회귀자(regressor)이라 할 수 있다. 이때, 변수 t 는 시간을 의미하며,

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= (-y(t-1), \dots, -y(t-na), u(t-1), \dots, u(t-nb))^T \\ \theta &= (a_1, \dots, a_m, b_1, \dots, b_n)^T \end{aligned}$$

이다.

3.3 순환최소자승알고리즘(Recursive Least Square Algorithm)

본 방법은 모든 데이터에 대한 정보를 기억시킬 필요가 없는 실시간처리 알고리즘이므로 시변매개추정에 매우 유익한 방법이다. 즉, 순환관정방법은 적절한 양의 정보만을 사용하므로 소량의 기억용량만이 필요하다. 따라서, 시간상의 단축성이 이루어지므로, 대부분의 적응제어시스템은 본 순환관정방법을 이용한다.

손실함수 $V(\theta)$ 를

$$V(\theta) = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 = \varepsilon^T \varepsilon = \|\varepsilon\|^2 \quad (31)$$

이라 하면, 오차방정식 ε 는

$$\varepsilon = Y - \Phi \theta \quad (32)$$

이므로, 식(31)은

$$V(\theta) = \|Y - \Phi \theta\|^2 \quad (33)$$

가 된다.

$$\min V(\theta) = \min \{ [\theta - (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y]^T (\Phi^T \Phi) [\theta - (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y] \} \quad (34)$$

되므로,

$$\hat{\theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y \quad (35)$$

가 됨을 알 수 있다. 이때, 식(35)는

$$\hat{\theta}(t) = \left[\sum_{s=1}^t \varphi(s) \varphi^T(s) \right]^{-1} \left[\sum_{s=1}^t \varphi(s) y(s) \right] \quad (36)$$

라 표현할 수 있다. 이때,

$$P(t) = \left[\sum_{s=1}^t \varphi(s) \varphi^T(s) \right]^{-1} \quad (37)$$

또는,

$$P^{-1}(t) = P^{-1}(t-1) + \varphi(t) \varphi^T(t) \quad (38)$$

라 하면, 식(36)은

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) &= P(t) \left[\sum_{s=1}^{t-1} \varphi(s) y(s) + \varphi(t) y(t) \right] \\ &= P(t) \left[P^{-1}(t-1) \hat{\theta}(t-1) + \varphi(t) y(t) \right] \quad (39) \\ &= \hat{\theta}(t-1) + P(t) \varphi(t) \left[y(t) - \varphi^T(t) \hat{\theta}(t-1) \right] \end{aligned}$$

따라서, 식(39)를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t) \varepsilon(t) \quad (40)$$

이때,

$$\begin{aligned} K(t) &= P(t) \varphi(t) \\ \varepsilon(t) &= y(t) - \varphi^T(t) \hat{\theta}(t-1) \end{aligned}$$

여기서, $\varepsilon(t)$ 는 예측오차(a prediction error) 값이고, $K(t)$ 는 하중값(a weighting factor) 혹은 이득값(a gain factor)이라 한다.

본 알고리즘을 실행하기 위해서는 먼저 $P(t)$ 의 값을 구해야 하므로, 식(36)을 사용해야 한다. 따라서, 식(38)을 실행하기 위해서는 매 step마다 $P(t)$ 의 역의 값을 구해야만 한다. 그러나, 이것은 계산시간을 요하는 요소이므로 매개변수추정 시간이 증가하게 되므로 역행렬의 보조정리인

$$[A + BCD]^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B[C^{-1} + DA^{-1}B]^{-1}DA^{-1} \quad (41)$$

을 이용하면, 식(38)은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P(t) = P(t-1) - \frac{P(t-1) \varphi(t) \varphi^T(t) P(t-1)}{1 + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t)} \quad (42)$$

따라서, 식(40)과 식(42)의 $K(t)$ 에서

$$\begin{aligned} K(t) &= P(t-1) \varphi(t) \\ &= \frac{P(t-1) \varphi(t) \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t)}{1 + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t)} \\ &= \frac{P(t-1) \varphi(t)}{1 + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t)} \quad (43) \end{aligned}$$

가 구해진다.

3.4 망각인자(Forgetting Factor)

순환함수를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\Gamma(\theta) = \sum_{s=1}^t \lambda^{t-s} \varepsilon^2(s) \quad (44)$$

여기서, λ 는 망각인자로 1보다 작은 값을 갖는다. 식(44)에서, 시간(t)가 증가함에 따라 시간(t-1)이전에 얻어진 정보에 대한 비중을 줄이기 위해서 망각인자 λ 를 사용하였다. 망각인자 λ 의 값이 작으면 작은수록 시간(t-1)이전의 정보에 대한 망각속도가 빠르게 된다.

망각인자 λ 값이 1이 아닌 1보다 작은 값을 갖는 순환함수의 경우에 대한 순환최소자승방법에 대한 알고리즘은 다음과 같다. 즉, 식(36), 식(38) 그리고, 식(40)을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) &= \hat{\theta}(t-1) + K(t) \varepsilon(t) \\ \varepsilon(t) &= y(t) - \varphi^T(t) \hat{\theta}(t-1) \\ P(t) &= \frac{1}{\lambda} \left\{ P(t-1) - \frac{P(t-1) \varphi(t) \varphi^T(t) P(t-1)}{\lambda + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t)} \right\} \\ K(t) &= P(t) \varphi(t) = \frac{P(t-1) \varphi(t)}{\lambda + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t)} \quad (45) \end{aligned}$$

망각인자의 값이 1보다 작아질수록 매개변수에 대한 수렴속도가 증가하나, 매개변수 범위에 대해서는 민감해진다.

IV. 기준모델

기준모델은 시스템이 추종할 기준궤적(reference trajectory)을 생성한다. 2차 기준모델의 상태공간표현은 식(46)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(\tau) &= A x(\tau) + B u(\tau) \\ y(\tau) &= C x(\tau) \quad (46) \end{aligned}$$

식(46)을 zero-order hold sampling과정을 거쳐 이산적으로 표현하면 ARMA표현은 다음과 같다.

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n_a} A_i y(t-i) + \sum_{i=1}^{n_b} B_i u(t-i) \quad (47)$$

V. 최소에측오차제어기

유연성 로봇트 매니플레이터는 다중입력·다중출력 시스템이며 센서와 구동기는 비동위(non-colocated)하므로 시스템을 원하는 위치로 이동시키는 것은 대단히 어려운 일이다. 또한 유연성 매니플레이터는 이동시 진동(vibration)을 일으키므로 정밀한 위치는 더욱 어려워진다. 따라서 시스템의 입력신호는 침두진동을 최소화시키면서 시스템을 원하는 위치로 구동시켜주어야한다. 최적입력토크는 예측출력(predicted output) $y(t+1)$ 과 목적출력 $y_r(t+1)$ 사이의 오차와 입력토크, 연속입력토크변화량에 대한 평가지표를 최소화시킴으로써 얻어진다.

$$J_1 = \|\hat{y}(t+1) - y_r(t+1)\|^2 Q + \|u(t)\|^2 R_1 + \|u(t) - u(t-1)\|^2 R_2 \quad (48)$$

J_1 을 $u(t)$ 에 대해 미분하고 그 결과를 0으로 놓음으로써 최적입력 $u(t)$ 를 얻을수 있다. 최적제어입력토크는 다음과 같다.

$$u(t) = [L^T Q L + R_1 + R_2]^{-1} [L^T Q [\hat{y}_r(t+1) - \Phi^T \Phi(\hat{t})] + R_2 u(t-1)] \quad (49)$$

식(48)와 식(49)는 기준모델의 출력과 예측값사이의 오차를 고려한 것이다. 그러나 제어 궁극적 목적은 시스템이 기준계적을 추적하도록 하는 것이므로 시스템의 출력과 기준계적사이의 오차를 고려해야 한다.

VI. 모의실험 및 결과

본 논문에서 사용된 링크의 길이는 1m, 링크단면적의 폭은 0.01m, 높이는 0.002m인 단일 유연한 로봇트 팔의 경우에 대해서 알아 보았다.

시스템의 매개변수 추정은 시스템의 입·출력을 이용하여 얻어지나, 실행초기의 부정확한 매개변수의

추정은 커다란 입력토크를 발생시킬수 있으며, 이로 인하여 기준계적의 추적과 침두진동제어를 어렵게 할 수 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 본 논문의 모의실험에서는 로봇트팔의 매개변수를 얻을수 있을때까지 로봇트 팔의 입력토크를 제한시킴으로써 과도한 응답이 발생하지 않도록하였다. 모의실험에서 샘플링주기는 0.01초로 하였으며, 1차모드의 주파수는 11.81 rad/sec, 2차모드의 주파수는 38.265 rad/sec로 하였다.

본 논문의 모의실험은 로봇트 매니플레이터가 -45° 에서 $+45^\circ$ (0초~2.7초)까지 이동할 때의 기준계적과 실제계적을 비교하였으며 이 동안의 침두진동을 조사하였다. 그림 6은 기준계적을, 그림 7는 무부하인 경우의 침두진동을, 그림 8는 링크질량의 40%의 부하질량이 링크의 침두진동을 나타낸 것으로, 침두진동은 비교적 작은 값의 진동을 가지면서 신속하게 수렴함을 알 수 있다. 또한 부하질량의 증가에도 시스템은 효율적으로 제어됨을 알 수 있다.

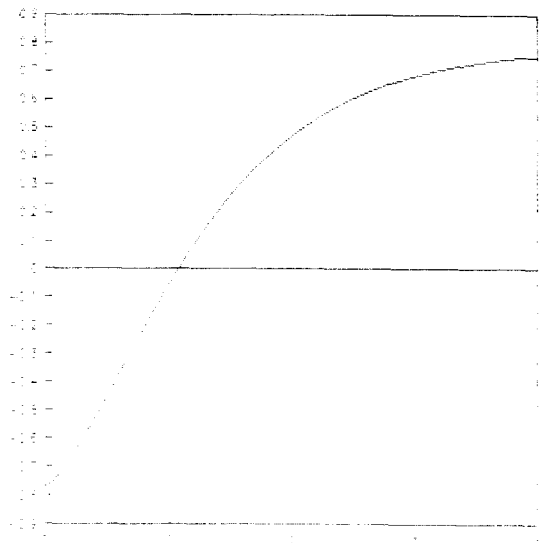


그림 6. 기준계적

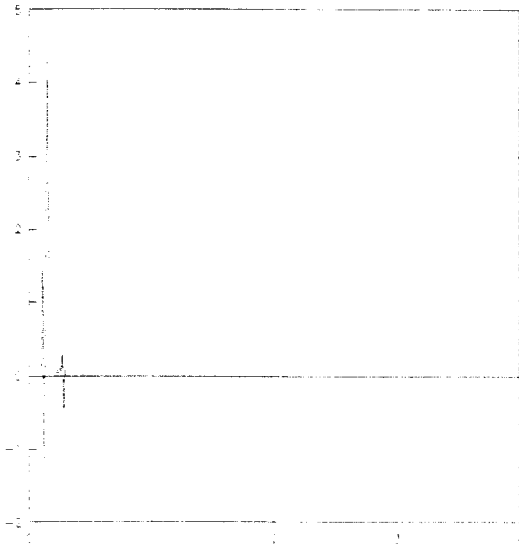


그림 7. 부분하일 경우의 점부전동

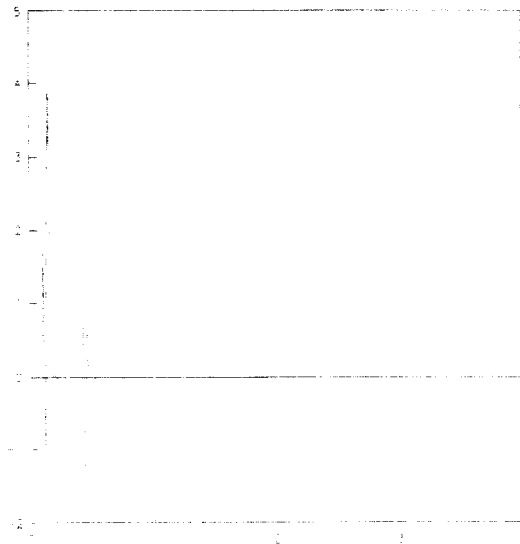


그림 8. 40%의 부하전량증가일 경우의 점부전동

Ⅴ. 결 론

본 논문은 유연한 로봇트 팔의 제어방법에 대하여 알아 보았다. 제어시스템은 매개변수 추정부와 적응 제어부로 설계하였으며, 실험시엔 ARMA모델은 예측 및 추정모델로 사용하였다. ARMA모델의 매개변

수는 순환최소자승 알고리즘을 이용하여 추정하였으며 추정을 위해 시스템의 과거의 입·출력을 이용하였다. 또한 효율적인 추정을 위해 망각인자를 도입하여 시스템이 정상상태에서 외란에 둔감하도록 하였다. 적응제어기는 기준모델과 최소예측오차제어기로 구성하였다.

본 방법을 사용하여 얻은 결과, 기준케적을 따라 움직이도록 설계된 유연한 로봇트 팔의 위치오차는 큰 이탈없이 신속하게 제어되어감을 알 수 있다.

참 고 문 헌

1. Thompson, B. S., Sung, C. K., "A Variational formulation for the dynamic viscoelastic finite element analysis of robotic manipulators constructed from composite materials," ASME Design and Production Eng. Conf., Dearborn, MI, Sept., 1983.
2. Robert H. Cannon Jr., Eric Schmitz, "Initial Experiments on the End-Point Control of a Flexible One-Link Robot," the Int. J. Robotics Research, pp.62 pp.75, 1984.
3. Robert H. Cannon Jr., Dan E. Rosenthal, "Experiments in Control of Flexible Structure with Noncolocated Sensors and Actuators." J. of Guidance, vol.7, no.5, pp.546-pp.553, 1984.
4. W. J. Book, "Model design and control of flexible manipulator arms," Ph. D. Dissertation, School of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, April, 1974.
5. Maatuk, J., "A study of dynamics and control of flexible spatial manipulator," Ph. D. Dissertation, Department of Applied Mechanics, University of California, L. A., 1976.
6. A. Truckenbrodt, "Bewegungsverhalten und Tegelung Hybrider Mercopersysteme mit Anwendung auf Industrieribiter," Fortschrittberichte der VDI Zeitschriften, Reihe 8, Nr. 33, 1980.
7. Book, W. J., Maizza-Neto, O., and Whitney, D. E., "Feedback control of two beam, two joint system with distributed flexibility," Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol.97, no.4, Dec., 1975.

