

# Suzuki 페이딩 채널에서 MPSK 변조 방식의 비트 오류 확률 분석

正會員 朴 兌 濬\* 正會員 河 求 容\*

## Bit Error Probability Analysis for MPSK Modulation in the Suzuki Fading Channel

Tae Joon Park\*, Ku Yong Ha\* *Regular Members*

### 要 約

본 논문에서는 순시 페이딩과 장구간 페이딩의 혼합인 Suzuki 페이딩 채널에서 다이버시티 수신을 사용할 경우 MPSK 변조 방식의 비트 오류 확률에 대한 closed-form의 근사식을 유도한다. 제안된 근사식은 기존의 적분 형태의 식에 비해 계산량 면에서 효율적이며 채널의 파라미터들이 시스템의 성능을 얼마나 열화시키는지 정량적으로 파악할 수 있음을 보였다. 또한 근사식의 고찰을 통하여 적절한 송신 전력 제어에 의해 시스템의 성능을 향상시킬 수 있음을 보였다.

### ABSTRACT

In this paper we derive a closed-form approximate expression for the bit error probability of the MPSK modulation with diversity reception in the Suzuki fading channel which is a mixture of short term and long term fading. We showed that the proposed approximate expression was capable of efficient computation compared to the existing integral-form expression, and gives a quantitative insight how much the channel parameters degrade the system performance. Furthermore it is shown that an appropriate transmission power control is beneficial to the system through consideration of the approximate expression.

### I. 서 론

\* 韓國科學技術院 電氣·電子工學科  
Dept. of Electrical and Electronics Eng., KAIST  
論文番號: 9415  
接受日字: 1994年 1月 14日

이동 통신 환경에서 수신 신호는 주위의 지형 특성이나 건물들로부터 반사된 신호들의 합으로 표시되며 반사파들간의 상호 간섭에 의해 수신 신호의 포락선이 랜덤하게 변화한다. 이러한 현상을 다경로 페이

당 현상(multipath fading effect)이라고 하며<sup>1,2,3)</sup>, 순시 페이딩(short term fading)과 장구간 페이딩(long term fading)으로 나눌 수 있다. 수신 안테나에 입사하는 서로 다른 진폭 및 위상을 가지는 반사파들은 보강 간섭이나 상쇄 간섭을 통해 수신 신호의 포락선에 빠른 변동을 일으킨다. 이를 순시 페이딩이라고 하며 수신 신호의 포락선이 Rayleigh 분포를 가진다. 신호의 빠른 변동과 함께 전송로 손실에 의해 평균 신호 레벨이 대수 정규 분포로 변동하는데 이를 장구간 페이딩이라고 한다<sup>1)</sup>. 이러한 현상을 설명하기 위하여 Suzuki는 수신 신호의 통계적 특성을 대수 정규 분포로 변동하는 평균 전력을 갖는 Rayleigh 분포의 형태로 표시하였다<sup>4)</sup>. 이 분포를 Suzuki 분포라고 하며, 실제 실험 결과와 잘 맞는 것으로 알려져 있다<sup>2)</sup>.

다경로 페이딩 현상은 통신 시스템의 성능을 저하시키는 주된 요인이 된다<sup>1)</sup>. 따라서 다경로 페이딩이 존재하는 채널에서의 시스템의 성능을 정확히 예측하는 것이 시스템의 설계 측면에서 중요하다. 시스템의 성능은 비트 오류 확률로 특징지을 수 있으므로 다경로 페이딩 채널에서의 비트 오류 확률을 해석적으로 구하는 연구가 필요하다.

지금까지의 비트 오류 확률에 대한 연구로는 수신 신호의 포락선이 Rayleigh 분포를 갖는 Rayleigh 페이딩 채널에 대해 다이버시티(diversity) 수신 방식을 채용할 경우의 비트 오류 확률을 해석적으로 구하는 연구가 많이 진척되어 있다<sup>5,6,7,8)</sup>. 그러나, Rayleigh 페이딩 채널은 순시 페이딩만을 고려한 것으로서, 실제 이동 통신 채널을 정확히 모델링하는, 수신 신호의 포락선이 Suzuki 분포를 갖는 Suzuki 페이딩 채널에 대한 해석이 필요하다. Suzuki 페이딩 채널은 확률 밀도 함수(probability density function)가 적분 형태로 표시되므로 수학적으로 다루기에 어려움이 따르는 관계로 이에 대한 연구가 활발히 이루어지지 못한 상태이며 최근에 주목받기 시작하였다. Yung은 협대역(narrowband) 신호 전송의 경우에 대해 Suzuki 페이딩 채널에서 최대 비율 결합(maximal ratio combining) 다이버시티 수신 방식을 채용할 경우의 비트 오류 확률을 연구하였다<sup>9)</sup>. 그러나 Suzuki 분포의 해석상의 어려움으로 결과를 적분식으로 제시하였다.

시스템의 설계에는 비트 오류 확률에 크게 영향을 주는 파라미터가 무엇인가를 파악하여 이에 적절히 대처하는 것이 중요하다. 페이딩 채널에서 수신 신호는 페이딩의 영향으로 랜덤한 감쇄(attenuation)를

받으므로 송신측의 신호대 잡음비뿐만 아니라 수신 신호의 평균 레벨, 장구간 페이딩의 정도와 같은 채널을 나타내는 파라미터가 평균 비트 오류 확률에 큰 영향을 미친다. 그러나 Yung이 유도한 적분식으로부터 Suzuki 페이딩의 각 파라미터가 비트 오류 확률에 얼마나 영향을 주는지에 대한 정보를 얻기 어렵다. 따라서 단지 시스템의 성능 평가 수단으로 유용하지만, 시스템 설계에 적극적으로 이용하기는 어렵다. 비트 오류 확률을 closed-form 수식으로 나타낼 수 있다면, 시스템 성능에 큰 영향을 미치는 파라미터를 알 수 있고 이의 효과를 최소화 할 수 있도록 최적화된 시스템 설계를 할 수 있을 것이다. 따라서 본 논문은 비트 오류 확률을 closed-form으로 얻음으로써 페이딩을 나타내는 파라미터들이 비트 오류 확률에 얼마나 영향을 끼치는가를 정량적으로 분석하는 것을 목적으로 한다. 우선 최대 비율 결합 다이버시티의 경우에 대한 비트 오류 확률의 적분식을 신호대 잡음비가 큰 경우에 참값에 근접하는 식으로 근사하였으며 시스템 구현이 쉽기 때문에 널리 사용되는 선택(selection) 다이버시티 수신 방식의 경우에 대해 새롭게 해석하였다.

본 논문은 다음과 같이 구성되었다. 제 II장에서 Suzuki 분포에 대하여 살펴보고, 제 III장에서 고려하는 통신 시스템을 알아보고 최대 비율 결합 다이버시티와 선택 다이버시티에 대한 비트 오류 확률을 분석하고 근사식을 제안한다. 제 IV장에 수치적 결과 및 고찰이 제 V장에 본 논문의 결론을 제시되었다.

## II. Suzuki 페이딩

그림 1과 같은 도심 이동 통신 환경에서 직접파는 없거나 약하며, 이동체에서 수신되는 반사파의 입사각은 전 방향에 걸쳐 균일하게 분포되어 있다<sup>1)</sup>. 이 경우 실제로 수신된 신호를 그림 2에 보였다. 그림 2로부터 이동 통신 채널은 전송로 손실에 의한 평균 신호 레벨의 느린변화와 더불어 다경로 현상에 의한 신호의 빠른 변동을 일으킴을 알 수 있다<sup>2)</sup>. 즉 수신된 신호는 대수 정규 분포를 나타내는 장구간 페이딩 성분과 Rayleigh 분포를 나타내는 순시 페이딩 성분을 함께 갖는다<sup>1)</sup>. 따라서 수신 신호의 통계적 특성은 Rayleigh 분포와 대수 정규 분포의 혼합 분포로 모델링하는 것이 타당하다. Suzuki는 수신 신호의 확률 밀도 함수를 대수 정규 분포로 변동하는 평균 전력을 갖는 Rayleigh 분포의 형태로써 표시하였다<sup>4)</sup>.

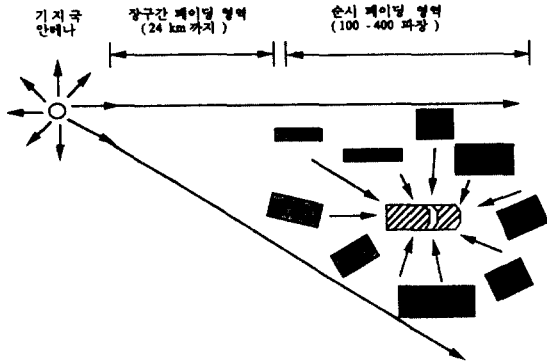


그림 1. 도심 이동통신 환경  
Fig. 1. Mobile communication environment in an urban area

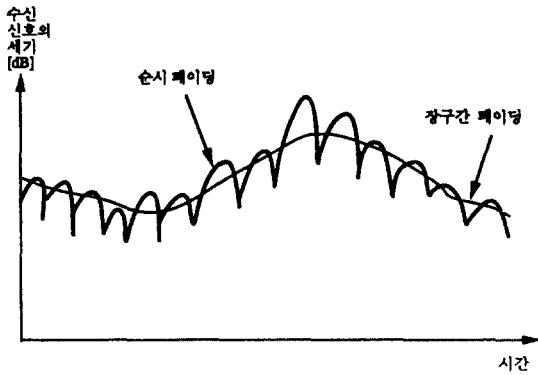


그림 2. 수신 신호의 세기  
Fig. 2. Envelope of the received signal

장구간 페이딩과 순시 페이딩이 혼재하는 경우에는 장구간 페이딩에 의해 순시 페이딩의 평균 전력의 확률 변수가 된다<sup>[9]</sup>. 따라서 Suzuki 분포는 장구간 페이딩과 순시 페이딩을 나타내는 두 개의 확률 변수의 결합(joint) 확률 밀도 함수로 표시된다. 페이딩에 의한 수신 신호의 감쇄율을 확률 변수  $A$ 로 나타낼 때 순시 전력의 감쇄율에 해당하는 확률 변수  $R$ 과  $R$ 의 국지적 평균(local mean)에 해당하는 확률 변수  $U$ 를 도입한다.

$$R = \frac{1}{2} A^2 \tag{1}$$

$$U : R \text{의 국지적 평균} \tag{2}$$

Suzuki 분포의 확률 밀도 함수는 다음과 같이 수식화할 수 있다.

$$\begin{aligned} p_R(r) &= \int_0^\infty p(r, u) du \\ &= \int_0^\infty p(r|u) p_U(u) du \end{aligned} \tag{3}$$

여기서,  $r$ 과  $u$ 는 확률 변수  $R$ 과  $U$ 의 매개 변수이며,  $p(r|u)$ 와  $p_U(u)$ 는 다음과 같이 주어진다<sup>[4][9]</sup>.

$$p(r|u) = \frac{1}{u} \exp\left(-\frac{r}{u}\right) \tag{4}$$

$$p_U(u) = \frac{10 \log_{10} e}{\sqrt{2\pi} \sigma u} \exp\left[-\frac{\{10 \log_{10}(u/\lambda)\}^2}{2\sigma^2}\right] \tag{5}$$

Suzuki 분포는  $\sigma$ 와  $\lambda$ 의 두 파라미터를 갖는다.  $\sigma$ 는 장구간 페이딩의 효과가 얼마나 심한가를 나타내는 파라미터로서 보통 6~12 dB 정도의 값을 가진다<sup>[1]</sup>.  $\lambda$ 는 전송로에서의 전력 손실에 기인하며, 신호 평균 레벨에 영향을 주는 파라미터로서 기지국과 이동체 간 거리, 주변 지형등에 영향을 받는다<sup>[1]</sup>.

(3) 식에서 볼 수 있듯이 Suzuki 분포는 적분 형태이기 때문에 해석에 어려움이 있으나, 페이딩 현상을 정확히 모델링하므로 최근의 연구 경향은 Suzuki 분포를 이용하는 방향으로 나아가고 있다.

### Ⅲ. 비트 오류 확률 분석

#### 1. 시스템 개요

시스템의 전송 신호는 M-ary PSK 변조된 신호이다.  $m$ 이 알파벳  $\{0, 1, \dots, M-1\}$  중의 한 값을 가진다고 할 때 전송단에서 심볼 주기  $T$ 시간 동안에 위상이  $2\pi m/M$ 인 정현파를 전송하게 된다. 알파벳의 크기는  $M=2^k$ 로 제한되며,  $k$ 개의 정보 비트가 한 심볼이 된다. 비트들로부터 심볼 할당은 그레이 부호(Gray code)를 사용한다.  $E_b$ 는 정보 비트당 신호의 에너지를 표시하며,  $f_0$ 가 반송파 주파수이다. 전송 신호는 다음과 같이 표현된다<sup>[9]</sup>.

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2kE_b}{T}} \cos\left(2\pi f_0 t + \frac{2\pi}{M} m\right), \quad 0 \leq t \leq T \tag{6}$$

수신단은 공간(space) 다이버시티 수신 방식을 사용한다고 가정한다. 공간 다이버시티 기법은 공간적

으로 분리된 안테나들을 이용하는 방법으로써 구현이 용이하고 추가적인 주파수 대역폭을 필요로 하지 않으므로 널리 사용되고 있다<sup>[3]</sup>. 공간 다이버시티 방식은 수신된 신호를 결합(combining)하는 방법에 따라 최대 비율 결합 다이버시티, 동일 이득 결합(equal gain combining) 다이버시티, 선택 다이버시티 등이 있다<sup>[3]</sup>. 본 논문은 이 중 성능 향상이 가장 큰 것으로 알려진 최대 비율 결합 다이버시티와 최대 비율 결합 다이버시티에 비해 성능은 떨어지나 구현이 쉽기 때문에 널리 사용되는 선택 다이버시티를 고려하였다.

식(6)의 신호를 전송하였을 때  $A_1, A_2, \dots, A_L$ 이  $L$ 개의 각 다이버시티 가지에서의 페이딩에 의한 수신 신호의 감쇄율을 나타내는 확률 변수이다. 다이버시티 수신단에서  $A_1, A_2, \dots, A_L$ 로부터 결합된 신호 감쇄율을 확률 변수  $A$ 로 표시한다. 확률 변수  $A$ 로부터 (1)식의 확률 변수  $R$ 과 (2)식의 확률 변수  $U$ 를 도입할 수 있다.  $N_0$ 는 가산성 백색 Gaussian 잡음의 단측 최대 잡음 전력 밀도(single-sided noise spectral density)이다. 송신측 신호대 잡음비를  $\alpha = E_b/N_0$ 로 정의하고, 수신측 신호대 잡음비를  $\beta$ 라고 하면,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 다음 식과 같은 관계를 갖는다<sup>[11]</sup>.

$$\beta = \alpha A^2 = 2\alpha R \tag{7}$$

또한 수신단은 이상적인 코히어런트(coherent) 검출 방법을 사용한다고 가정한다.

가산성 백색 Gaussian 잡음 채널에서의 비트 오류 확률에 대한 연구 결과는 참고 문헌 [10]에서 찾을 수 있다. BPSK나 QPSK에 대한 비트 오류 확률은 다음 식으로 표시된다.

$$P_b(\beta) = Q(\sqrt{\beta}) \tag{8}$$

가산성 백색 Gaussian 잡음 채널에 의한 감쇄가 일정한 채널이다. 따라서 (7)식의  $R$ 이 일정하다는 조건하에서의 비트 오류 확률을 송신측 신호대 잡음비 및 감쇄율의 함수로 다음과 같이 적을 수 있다.

$$P_b(R) = Q(\sqrt{2\alpha R}) \tag{9}$$

참고 문헌 [10]에는 8-ary PSK 변조 방식에 대한 정확한 비트 오류 확률 및 16-, 32-, 64-ary PSK 변조 방식에 대한 bound도 제시되어 있다. 주목할 것은 이들 식은 모두 오차 함수들의 선형 조합으로 표시된다는

점이다. 따라서  $P_b(R)$ 이 (9)식의 오차 함수로 주어지는 경우에 대한 해석을 할 수 있다면, 8-ary 이상의 경우에 대해서도 동일한 방법을 적용할 수 있음을 알 수 있다.

## 2. 최대 비율 결합 다이버시티의 비트 오류 확률

최대 비율 결합 다이버시티는 수신 신호를 신호의 감쇄율과 잡음 전력의 비에 비례하여 가중치를 주고 합하는 결합 방법이다. 이 방법에서 확률 변수  $R_m$ 은 다음과 같이 주어진다<sup>[3,9]</sup>.

$$R_m = \sum_{i=1}^L \frac{1}{2} A_i^2 \tag{10}$$

$R_m$ 이 (10)식과 같은 경우  $U$ 가 주어질 때의  $R_m$ 의 조건부 확률 밀도 함수  $p(r_m; L|u)$ 는 자유도가  $2L$ 인  $\chi^2$  분포를 가지며, 다음 식과 같이 나타낼 수 있다<sup>[11]</sup>.

$$p(r_m; L|u) = \frac{r_m^{L-1}}{(L-1)!} \cdot \frac{1}{u^L} \exp\left(-\frac{r_m}{u}\right) \tag{11}$$

$U$ 의 확률 밀도 함수는 대수 정규 분포를 따르며, (5)식으로 주어진다. (11)식과 (5)식으로부터  $R_m$ 의 확률 밀도 함수는 다음과 같이 구할 수 있다<sup>[9]</sup>.

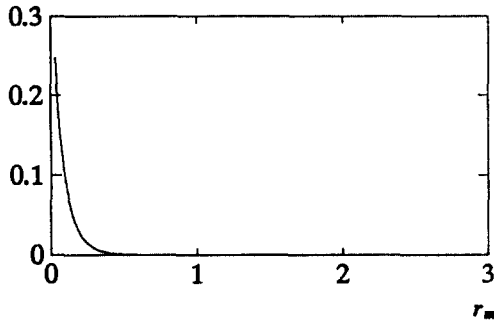
$$p_{R_m}(r_m) = \int_0^\infty p(r_m; L|u) p_U(u) du \tag{12}$$

평균 비트 오류 확률은  $R_m$ 이 일정하다는 조건하에서의 비트 오류 확률  $P_b(R_m)$ 의  $R_m$ 에 대한 기대값으로써 주어진다.  $R_m$ 의 확률 밀도 함수가 (12)식과 같으므로 평균 비트 오류 확률은 다음과 같이 쓸 수 있다.

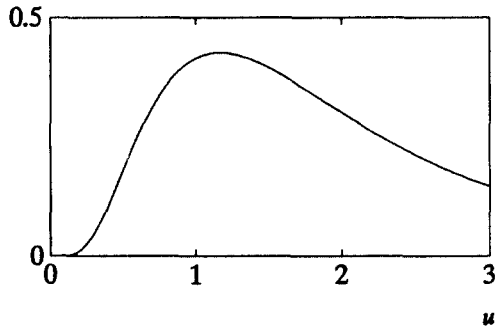
$$P_{bm} = \int_0^\infty P_b(r_m) p_{R_m}(r_m) dr_m \\ = \int_0^\infty \int_0^\infty Q(\sqrt{2\alpha r_m}) p(r_m; L|u) p_U(u) du dr_m \tag{13}$$

Yung<sup>[9]</sup>은 위의 식에서  $r_m$ 에 대한 적분을 해결하여 다음과 같은 결과를 제시하였다.

$$P_{bm} = \int_0^\infty p_U(u) \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha+1/u}} \right] \\ \sum_{l=0}^{L-1} \frac{(L-1+l)!}{l!(L-1)!} \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha+1/u}} \right]^l du \tag{14}$$



(a)  $Q(\sqrt{2\alpha r_m})$



(b)  $p_r(u)$

그림 3. 오차 함수  $Q(\sqrt{2\alpha r_m})$  및  $p_r(u)$ 의 plot,  $\alpha=10$  [dB],  $\lambda=2.5$  [dB],  $\sigma=9$  [dB],  $L=1$

Fig. 3. Plot of the error function  $Q(\sqrt{2\alpha r_m})$  and  $p_r(u)$ ,  $\alpha=10$  [dB],  $\lambda=2.5$  [dB],  $\sigma=9$  [dB],  $L=1$

위 (13) 식에서  $Q(\sqrt{2\alpha r_m}) p(r_m; L | u) \leq Q(\sqrt{2\alpha r_m})$  이므로  $Q(\sqrt{2\alpha r_m})$ 을  $r_m$ 에 대하여,  $p_r(u)$ 를  $u$ 에 대하여 plot하여본다. 신호대 잡음비  $\alpha$ 가 10 dB,  $\lambda$ 가 2.5 dB,  $\sigma$ 가 9 dB이고  $L$ 이 1일 때 그림 3의 결과를 얻었다. 그림 3으로부터 본 논문에서 고려하는 신호 대 잡음비  $\alpha$ 가 10 dB 이상의 경우에  $r_m \ll u$ 임을 알 수 있다. Closed-form의 평균 비트 오류 확률을 구하기 위해서  $\left| \frac{r_m}{u} \right| \ll 1$ 인 경우 (13) 식으로부터 다음과 같이 (11) 식의  $\exp(-r_m/u)$ 를 Taylor 급수 전개의 첫 두항으로 근사한다.

$$\exp\left(-\frac{r_m}{u}\right) \approx 1 - \frac{r_m}{u} \quad (15)$$

(12) 식과 (15) 식으로부터,

$$p_{R_m}(r_m) \approx \frac{r_m^{L-1}}{(L-1)!} \cdot \frac{10 \log_{10} e}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_0^\infty \frac{1}{u^{L+1}} \left(1 - \frac{r_m}{u}\right) \exp\left[-\frac{\{10 \log_{10}(u/\lambda)\}^2}{2\sigma^2}\right] du \quad (16)$$

이 얻어진다. 다음과 같이 치환한다.

$$z = \frac{10 \log_{10}(u/\lambda)}{\sigma} \quad (17)$$

또한 다음의 적분 공식을 이용하면,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(ax^2 + bx + c)] dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \cdot \exp\left[\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right] \quad (18)$$

최종적인  $p_{R_m}(r_m)$ 은 다음과 같다.

$$p_{R_m}(r_m) \approx \frac{r_m^{L-1}}{(L-1)!} \cdot \frac{1}{\lambda^L} \exp\left[\frac{1}{2} \sigma_M^2 L^2\right] - \frac{r_m^L}{(L-1)!} \cdot \frac{1}{\lambda^{L+1}} \exp\left[\frac{1}{2} \sigma_M^2 (L+1)^2\right] \quad (19)$$

여기서  $\sigma_M = \frac{\sigma}{10 \log_{10} e}$

(19) 식을 이용하여 평균 비트 오류 확률  $P_{bm}$ 을 구하면

$$P_{bm} = \int_0^\infty Q(\sqrt{2\alpha r_m}) p_{R_m}(r_m) dr_m \approx \frac{1}{(L-1)! \lambda^L} \exp\left[\frac{1}{2} \sigma_M^2 L^2\right] \int_0^\infty \text{erfc}(\sqrt{\alpha x}) x^{2L-1} dx - \frac{1}{(L-1)! \lambda^{L+1}} \exp\left[\frac{1}{2} \sigma_M^2 (L+1)^2\right] \int_0^\infty \text{erfc}(\sqrt{\alpha x}) x^{2L+1} dx \quad (20)$$

와 같이 되는데, 여기서  $\sqrt{r_m} = x$ 로 치환하고, 다음의 관계식을 이용하였다.

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \text{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \quad (21)$$

다음과 같은 Schlömilch의 적분 공식을 이용하여 (20) 식을 풀면,

$$\int_0^{\infty} \operatorname{erfc}(bx) x^{2a-1} dx = \frac{\Gamma(a+1/2)}{4ab^{2a}} \quad (22)$$

Suzuki 페이딩 채널 환경에서의 최대 비율 결합 다이버시티의 평균 비트 오류 확률에 대한 근사식은 다음과 같다.

$$P_{bm} \approx \frac{\Gamma(L+1/2)}{2\sqrt{\pi}L!(\alpha\lambda)^L} \exp\left[\frac{1}{2}\sigma_M^2 L^2\right] - \frac{\Gamma(L+3/2)}{2\sqrt{\pi}(L+1)(L-1)!(\alpha\lambda)^{L+1}} \exp\left[\frac{1}{2}\sigma_M^2(L+1)^2\right] \quad (23)$$

여기서  $\sigma_M = \frac{\sigma}{10 \log_{10} e}$

$P_{bm}$ 을 다시 쓰면,

$$P_{bm} \approx \frac{\Gamma(L+1/2)}{2\sqrt{\pi}L!(\alpha\lambda)^L} \exp\left[\frac{1}{2}\sigma_M^2 L^2\right] \left\{1 - L \frac{2L+1}{2L+2} \exp\left[\frac{1}{2}\sigma_M^2(2L+1)\right] \frac{1}{\alpha\lambda}\right\} \quad (24)$$

$\sigma$ 가 6~12 dB이고  $L \leq 4$ 인 경우  $\alpha\lambda$ 곱이 클수록 (24)식의 두번째 항이 작아짐을 알 수 있다. 따라서 신호 대 잡음비  $\alpha$ 가 10 dB이상인 경우에 평균 비트 오류 확률을 다음과 같이 첫 항만으로 근사할 수 있다.

$$P_{bm,1} \approx \frac{\Gamma(L+1/2)}{2\sqrt{\pi}L!(\alpha\lambda)^L} \exp\left[\frac{1}{2}\sigma_M^2 L^2\right], \quad \sigma_M = \frac{\sigma}{10 \log_{10} e} \quad (25)$$

여기서 (23)식의  $P_{bm}$ 은 하한(lower bound)가 되며, (25)식의  $P_{bm,1}$ 은 상한(upper bound)으로 작용한다.

### 3. 선택 다이버시티의 비트 오류 확률

선택 다이버시티는 수신 신호중 가장 큰 신호를 선택하는 방법이다. 이 방법에서 확률 변수  $R_s$ 는 다음과 같다<sup>[3]</sup>.

$$R_s = \max\left\{\frac{1}{2}A_1^2, \frac{1}{2}A_2^2, \dots, \frac{1}{2}A_L^2\right\} \quad (26)$$

$R_s$ 가 (26)식과 같을 때 조건부 확률 밀도 함수  $p(r_s)$ :

$L|u$ 는 다음 식으로 나타난다<sup>[3,13]</sup>.

$$p(r_s; L|u) = \frac{L}{u} \left[1 - \exp\left(-\frac{r_s}{u}\right)\right]^{L-1} \exp\left(-\frac{r_s}{u}\right) \quad (27)$$

위의 식은 이항 정리를 이용하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$p(r_s; L|u) = \sum_{n=1}^L (-1)^{n+1} \binom{L}{n} \frac{n}{u} \exp\left(-\frac{nr_s}{u}\right) \quad (28)$$

$L$ 의 확률 밀도 함수는 (5)식과 같으므로, 최대 비율 결합 다이버시티의 경우와 마찬가지로,  $R_s$ 의 확률 밀도 함수  $p_{R_s}(r_s)$  및 평균 비트 오류 확률  $P_{bs}$ 는 다음과 같다.

$$p_{R_s}(r_s) = \int_0^r p(r_s; L|u) p_L(u) du \quad (29)$$

$$P_{bs} = \int_0^r P_b(r_s) p_{R_s}(r_s) dr_s$$

$$= \int_0^r \left\{ \int_0^r Q(\sqrt{2\alpha r_s}) p(r_s; L|u) dr_s \right\} p_L(u) du \quad (30)$$

윗 식의  $r_s$ 에 대한 적분에 대해서는 해를 찾을 수 있으므로, 이중 적분을 단일 적분으로 줄일 수 있다. (28)식을 (30)식에 대입하면  $r_s$ 에 대한 적분은 다음과 같다.

$$\int_0^r Q(\sqrt{2\alpha r_s}) p(r_s; L|u) dr_s$$

$$= \sum_{n=1}^L (-1)^{n+1} \binom{L}{n} \frac{n}{u} \left\{ \frac{u}{n} \left[ \frac{\sqrt{1 + \frac{n}{\alpha u}} - 1}{2\sqrt{1 + \frac{n}{\alpha u}}} \right] \right\} \quad (31)$$

(31)식의 유도에는 다음의 적분 공식이 사용되었다<sup>[15]</sup>.

$$\frac{1}{2(L-1)!} \int_0^x y^{L-1} e^{-y} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\rho y}{2}}\right) dy =$$

$$\left[ \frac{\sqrt{1+2/\rho}-1}{2\sqrt{1+2/\rho}} \right]^L \sum_{m=0}^{L-1} \left[ \frac{\sqrt{1+2/\rho}+1}{2\sqrt{1+2/\rho}} \right]^L \frac{(L-1+m)!}{m!(L-1)!} \quad (32)$$

(31) 식을 (30) 식에 대입하면 평균 비트 오류 확률은 다음의 단일 적분 형태로 주어진다.

$$P_{bs} = \int_0^{\infty} p_U(u) \left\{ \frac{1}{2} \sum_{n=1}^L (-1)^n \binom{L}{n} \left( \sqrt{\frac{\alpha u}{\alpha u + n}} - 1 \right) \right\} du \quad (33)$$

(30) 식으로부터 새로운 closed-form의 평균 비트 오류 확률을 구하기 위해서 (15) 식을 이용하면  $p(r_s; L|u)$ 는 다음 식과 같이 근사된다.

$$p(r_s; L|u) = \frac{L}{u} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{r_s}{u}\right) \right]^{L-1} \exp\left(-\frac{r_s}{u}\right) \approx \frac{L}{u} \left(\frac{r_s}{u}\right)^{L-1} \left(1 - \frac{r_s}{u}\right) \quad (34)$$

윗 식을 이용하면  $p_{R_s}(r_s)$ 의 적분은 (16) 식과 유사한 형태가 되며, 같은 방법으로 적분하면 그 결과는 다음과 같다.

$$p_{R_s}(r_s) \approx L r_s^{L-1} \frac{1}{\lambda^L} \exp\left[\frac{1}{2} \sigma_M^2 L^2\right] - L r_s^L \frac{1}{\lambda^{L+1}} \exp\left[\frac{1}{2} \sigma_M^2 (L+1)^2\right] \quad (35)$$

여기서  $\sigma_M = \frac{\sigma}{10 \log_{10} e}$

(22) 식으로 주어지는 Schlömilch의 적분 공식을 이용하면 평균 비트 오류 확률  $P_{bs}$ 는 다음과 같다.

$$P_{bs} \approx \frac{\Gamma(L+1/2)}{2\sqrt{\pi}(\alpha\lambda)^L} \exp\left[\frac{1}{2} \sigma_M^2 L^2\right] - \frac{L\Gamma(L+3/2)}{2\sqrt{\pi}(L+1)(\alpha\lambda)^{L+1}} \exp\left[\frac{1}{2} \sigma_M^2 (L+1)^2\right] \quad (36)$$

최대 비율 결합 다이버시티의 경우와 마찬가지로 신호 대 잡음비가 큰 경우 다음과 같이 나타난다.

$$P_{bs} \approx \frac{\Gamma(L+1/2)}{2\sqrt{\pi}L!(\alpha\lambda)^L} \exp\left[\frac{1}{2} \sigma_M^2 L^2\right], \quad \sigma_M = \frac{\sigma}{10 \log_{10} e} \quad (37)$$

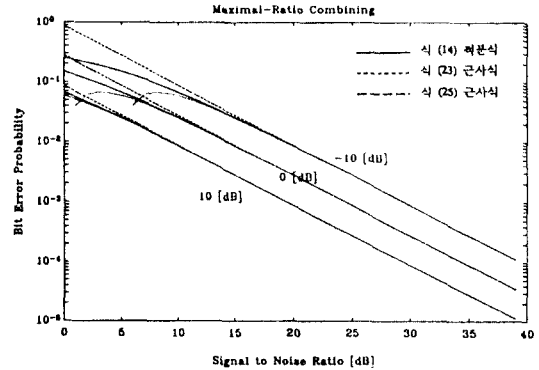


그림 4. Suzuki 페이딩 채널의 비트 오류 확률, 최대 비율 결합 다이버시티  $\lambda = -10, 0, 10$  [dB],  $\sigma = 6$  [dB],  $L = 1$

Fig. 4. Bit error probability of the Suzuki fading channel, Maximal-ratio combining,  $\lambda = -10, 0, 10$  [dB],  $\sigma = 6$  [dB],  $L = 1$

#### IV. 수치적 결과 및 고찰

##### 1. 수치적 결과

유도된 근사식이 얼마나 정확한지를 살펴보기 위하여 먼저 최대 비율 결합 다이버시티의 경우에 대해  $\lambda$ 와  $\sigma$ 를 변화시켜가며 참값과 근사값을 그렸다. 그림 4는  $\sigma$ 가 6 dB이고 다이버시티를 채용하지 않았을 경우 ( $L=1$ )에  $\lambda$ 를  $-10, 0, 10$  dB로 변환시켜가며 (14), (23), (25) 식을 비교하여 보았다. 그림 5는  $\lambda$ 가 2.5 dB이고 다이버시티를 채용하지 않았을 경우 ( $L=1$ )에  $\sigma$ 를 6, 12 dB로 변화시켜가며 (14), (23), (25) 식을 비교하여 보았다.  $\lambda$ 가 클 수록, 또한  $\sigma$ 가 작을 수록 근사가 정확해짐을 알 수 있다. 그림 6은  $\lambda$ 가 2.5 dB,  $\sigma$ 가 9 dB일 때 다이버시티 가지 수를 변화시켜가며 (14) 식 및 (23) 식을 비교하여 보았다. 또한 그림 7은 선택 다이버시티의 경우에 대해  $\lambda$ 가 5 dB,  $\sigma$ 가 9 dB일 때 다이버시티 가지 수를 변화시켜가며 (33) 식 및 (37) 식을 그린 것이다. 결국 10 dB 이상에서 근사가 타당함을 볼 수 있다.

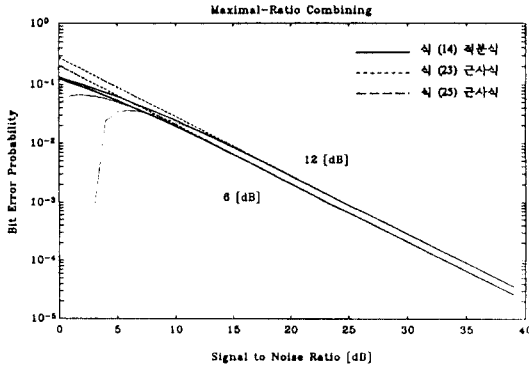


그림 5. Suzuki 페이딩 채널의 비트 오류 확률, 최대 비율 결합 다이버시티  $\lambda = 2.5$  [dB],  $\sigma = 6, 12$  [dB],  $L = 1$

Fig. 5. Bit error probability of the Suzuki fading channel, Maximal-ratio combining,  $\lambda = 2.5$  [dB],  $\sigma = 6, 12$  [dB],  $L = 1$

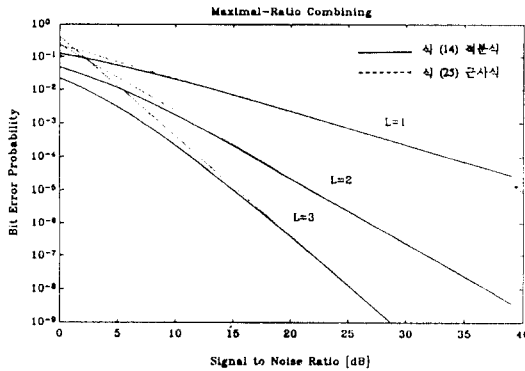


그림 6. Suzuki 페이딩 채널의 비트 오류 확률, 최대 비율 결합 다이버시티  $\lambda = 2.5$  [dB],  $\sigma = 9$  [dB]

Fig. 6. Bit error probability of the Suzuki fading channel, Maximal-ratio combining,  $\lambda = 2.5$  [dB],  $\sigma = 9$  [dB]

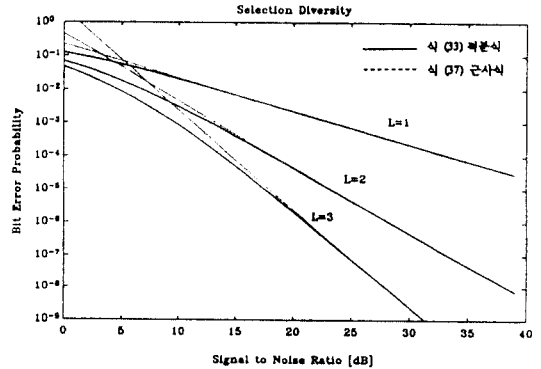


그림 7. Suzuki 페이딩 채널의 비트 오류 확률, 선택 다이버시티  $\lambda = 2.5$  [dB],  $\sigma = 9$  [dB]

Fig. 7. Bit error probability of the Suzuki fading channel, Selection diversity,  $\lambda = 2.5$  [dB],  $\sigma = 9$  [dB]

## 2. 고 찰

유도된 근사식으로부터 비트 오류 확률에는 신호 대 잡음비  $\alpha$  뿐만 아니라, Suzuki 페이딩의  $\lambda$  및  $\sigma$  파라미터도 큰 영향을 미침을 알 수 있다. (25) 식과 (37) 식은 다음과 같이 나타낼 수 있는데

$$P_b \propto \frac{1}{(\alpha\lambda)^L} \exp\left(\frac{1}{2} \sigma_M^2 L^2\right), \quad \sigma_M = \frac{\sigma}{(10 \log_{10} e)} \quad (38)$$

(38) 식은 비트 오류 확률이  $\sigma$ 에 따라 지수함수적으로 증가함을 보여준다. 따라서 장구간 페이딩의 분산도에 따른 비트 오류 확률의 변화량을 알 수 있다. 또한 다이버시티의 채용에 의해  $\sigma$  파라미터는  $L$ 배로 커지는 효과를 내며 비트 오류 확률을 증가시키는데 기여한다. 그러나  $\alpha$ 와  $\lambda$ 의 곱의  $L$ 제곱에 반비례하는 항에 의해 다이버시티의 채용에 의한 전체적인 비트 오류 확률은 감소한다.

(38) 식으로부터 송신측의 신호대 잡음비인  $\alpha$ 와  $\lambda$ 의 곱이 비트 오류 확률에 영향을 미치는 중요한 파라미터임을 알 수 있다.  $\lambda$ 는 신호 평균 레벨에 영향을 주는 파라미터로서 이동체의 주변 환경이 크게 바뀌는 경우 변화하게 되는데, 이 때  $\alpha\lambda$  곱이 일정하게 유지되도록 송신전력을 적절히 제어한다면, 최적의 성능을 얻을 수 있다.

Suzuki 페이딩 환경에서  $\lambda$ 가 비트 오류 확률에 큰 영향을 미친다. 따라서  $\lambda$  파라미터의 특성을 알아볼 필요가 있다.  $\lambda$ 를 기지국과 이동체간 거리, 주변 지



형, 안테나의 높이등의 파라미터들로 표시하면 주어진 통신 환경과 비트 오류 확률 사이의 직접적인 관계를 파악할 수 있다. 파라미터  $\lambda$ 의 영향을 분석하기 위하여 송신 전력과 수신 전력 간의 관계식을 고려한다. 자유 공간에서의 전송 공식은 송·수신측간 거리의 제곱에 반비례하며 다음과 같이 쓸 수 있다<sup>[3]</sup>.

$$P_0 = \left( \frac{c}{4\pi f_0 d} \right)^2 P_t \quad (39)$$

여기서  $P_t$ 는 송신 전력,  $P_0$ 는 자유 공간에서의 수신 전력,  $d$ 는 송·수신측간 거리이며,  $f_0$ 는 반송파 주파수,  $c$ 는 광속도를 나타낸다.

도심 환경에서 (39) 식은 참고 문헌[3]과 같이 도심 환경의 자유 공간에 대한 감쇄율, 기지국이나 이동체의 안테나 높이등과 같은 여러 변수들을 새로이 고려해야 하며, 이 변수들을  $A_c$ 라는 파라미터로 대표하면, 실제 수신 전력  $P_r$ 은 다음 식으로 표시된다.

$$P_r = A_c P_0 = A_c \left( \frac{c}{4\pi f_0 d} \right)^2 P_t \quad (40)$$

송신 신호가 (6) 식과 같을 때 송신 전력은 다음과 같다<sup>[12]</sup>.

$$P_t = \frac{1}{T} \int_0^T s_i^2(t) dt = \frac{kE_b}{T} \quad (41)$$

페이딩에 의한 국지적 평균 전력의 감쇄율이  $U$ 이므로, 수신 신호의 국지적 평균 전력 및 평균 수신 전력은 다음과 같다.

$$P_{loc}(U) = U \frac{kE_b}{T} \quad (42)$$

$$P_r = E\{P_{loc}(U)\}$$

$$= \frac{kE_b}{T} \lambda \exp\left(\frac{1}{2} \sigma_M^2\right) \quad (43)$$

(40) 식, (41) 식, 및 (43) 식으로부터,  $\lambda$ 를 구할 수 있다.

$$\lambda = A_c \left( \frac{c}{4\pi f_0 d} \right)^2 \exp\left(-\frac{1}{2} \sigma_M^2\right) \quad (44)$$

(44) 식을 이용하여 평균 비트 오류 확률을 다시 적으면 다음과 같이 표시된다.

$$P_{bm} \approx \frac{\Gamma(L+1/2)}{2\sqrt{\pi}L!} \left( \frac{4\pi f_0}{c} \right)^{2L}$$

$$\exp\left[\frac{1}{2} \sigma_M^2(L^2+L)\right] \left( \frac{d^2}{\alpha A_c} \right)^L \quad (45)$$

$$P_{bs} \approx \frac{\Gamma(L+1/2)}{2\sqrt{\pi}} \left( \frac{4\pi f_0}{c} \right)^{2L}$$

$$\exp\left[\frac{1}{2} \sigma_M^2(L^2+L)\right] \left( \frac{d^2}{\alpha A_c} \right)^L \quad (46)$$

윗 식에서  $L$ 은 다이버시티 가지 수,  $f_0$ 는 반송파 주파수,  $c$ 는 광속도를 나타낸다. 이들 파라미터들은 채널 특성과는 관계가 없으며 고정된 값을 가진다. 페이딩 채널에 의한 비트 오류 확률을 열화를 가져오는 파라미터는 장구간 페이딩의 정도를 나타내는  $\sigma_M$ , 신호대 잡음비  $\alpha$ , 송·수신측간 거리  $d$  및 주변 지형의 영향을 나타내는  $A_c$ 이다. 특히  $\frac{d^2}{\alpha A_c}$ 가 비트 오류 확률에 영향을 미친다. 따라서 적절한 송신 전력 제어에 의해  $\frac{d^2}{\alpha A_c}$ 를 일정하게 유지시킨다면 효율적이다.

## V. 결 론

본 논문에서는 다경로 페이딩 채널에서의 이동 통신 시스템의 비트 오류 확률을 분석하였다. 다경로 페이딩 채널은 순시 페이딩과 장구간 페이딩의 혼합인 Suzuki 페이딩 채널을 고려하였다. 협대역 신호를 전송하며 최대 비율 결합 다이버시티 방식을 사용하는 경우에 대해 적절한 근사를 통해 적분 형태로 제시된 기존의 비트 오류 확률에 대한 근사식을 얻었다. 또한 선택 다이버시티 방식을 사용하는 경우에 대해 새롭게 해석하였으며 이에 대한 근사식을 제안하였다. 제안된 근사식은 신호대 잡음비가 대체로 10 dB 이상에서 참값에 근접하였으며 기존의 적분식에 비해 계산량 측면에서 효율적이고, 페이딩 채널을 나타내는 개별 파라미터들이 비트 오류 확률에 미치는 영향을 정량적으로 보여준다. 근사식으로부터 비트 오류 확률의 장구간 페이딩의 정도( $\sigma$ )에 따른 변화량을 얻을 수 있으며, 신호대 잡음비( $\alpha$ ) 보다는  $\alpha\lambda$ 곱이 비트 오류 확률에 영향을 미침을 알아내었다. 따라서  $\lambda$ 의 변화에 따라  $\alpha\lambda$ 곱을 일정하게 유지시킬 수 있는 적절한 송신 전력 제어가 유용할 것으로 예상된다. 얻어진 근사식은 다시 기지국과 이동체간 거리, 주변 지형, 안테나 높이등과 같은 실제적인 파라미터들로 나타내어 이들 파라미터들의 값에 따른 비트 오류 확률을 직접적으로 얻을 수 있도록 하였다.

