

신호좌표를 최적화한 Trellis 부호를 적용한 DS/SSMA 시스템의 성능분석

正會員 陳翼洙* 正會員 郭興植** 正會員 趙寬* 正會員 黃金燦*

Performance Analysis of Trellis Coded Ds/SSMA System Using Asymmetric Signal Constellation

Ik Soo Jin*, Heung Sik Kwak**, Kwan Cho*, Keum Chan Whang*, *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 Feedforward형 Trellis 부호기를 사용하여, 신호좌표를 최적화한 DS/SSMA 시스템을 제안하고, AWGN 채널에서 비트오율을 유도하였다. 2-상태와 4-상태에서, Trellis 부호화된 4-PSK(부호율 1/2), 8-PSK(부호율 2/3)를 선정하여, 신호좌표를 최적화하지 않고 Feedback형 Trellis 부호기를 사용한 Boudreau의 시스템과 비교하였다.

TCM의 해석은 일반화된 전달함수 방법을 이용하였으며, 다중간섭신호의 해석에는 n차의 모멘트를 구하여 계산하는 모멘트 방법을 사용하였다. 분석한 결과, 제안된 시스템의 성능은 Boudreau의 시스템보다 항상 우수하였다. 비트 오율이 $P_b=10^{-3}$ 일때 AWGN 채널에서 0.2 dB~2.4dB 정도의 성능 개선을 보였다.

ABSTRACT

In this paper, the performance of trellis coded DS/SSMA system using feedforward trellis encoder with asymmetric signal constellation are evaluated over AWGN channel. The numerical results of trellis coded 4-PSK(code rate 1/2) and 8-PSK(code rate 2/3) are calculated for 2-state and 4-state cases and compared with those of the Boudreau's system using feedback trellis encoder without optimizing the signal constellation.

* 연세대학교 전기공학과
Dept. of Electrical Eng., Yonsei University

** 금성사, 영상 MEDIA 연구소 1실
GoldStar, IMAGE & MEDIA Laboratory

論文番號 : 9448
接受日字 : 1994年 2月 16

The method of moments is employed to evaluate the multiple access interference, in conjunction with the generalized transfer function techniques for trellis code. The numerical results show that the proposed system in this paper is always better than the Boudreau's system over AWGN channel; particularly at $P_b=10^{-4}$, 0.2 dB~2.4dB improvement over AWGN channel are obtained.

1. 서 론

최근의 연구발표에 의하면, 복잡한 실내 무선채널에서는 TDMA(Time Division Multiple Access) 방식을 적용하기 곤란하며, CDMA(Code Division Multiple Access) 방식을 적용해야 하는데, CDMA 방식의 일종인 DS/SSMA(Direct Sequence Spread Spectrum Multiple Access) 시스템 또한 부호화나 다양성(Diversity) 기법을 채택하지 않으면, 시스템의 성능이 매우 열화된다는 사실이 알려졌다[1,2].

기존의 부호화기법에서는 오류의 향상을 위해 오류의 검출 및 정정을 위한 Redundancy Bits의 첨가를 기본으로 하기 때문에, 이로 인한 대역폭의 확장과 유효 데이터 전송률 및 송신전력의 손실이 발생하는 것은 불가피하므로, 대역이 제한된 채널에서 부호화기법을 적용하기는 어려운 것으로 인식되었다. 그러나, 1982년 Ungerboeck[3]은 Feedback형 부호기를 이용하여 부호화방식과 변조기법을 일체화하는 방식으로, 대역폭의 확장이나 데이터 전송률의 저하없이 3~6dB 정도의 부호화이득을 얻을 수 있는 TCM(Trellis Coded Modulation)을 제안하였으며, 이후 많은 연구가 활발히 진행되어 왔다[4-6].

국내외적으로 TCM과 DS/SSMA 시스템에 대한 연구는 서로 독립적으로 진행되어 오다가, Boudreau[7,8]가 대칭 신호좌표(Symmetric Signal Constellations)를 사용하여, 처음으로 TCM을 DS/SSMA 시스템에 적용시키려는 시도를 하였다. 비슷한 시기에 Stark[9]도 TCM을 DS/SSMA 시스템에 적용시키려는 시도를 하였지만, Boudreau의 시스템과는 많은 차이가 있으며 Trellis 부호를 PN-시퀀스를 선택하는데 이용하였다.

부호화기법의 적용에 관계없이 시스템에 대칭 신호좌표를 사용하는 것이 일반적이었다. 그러나 대칭신호 집합은 부호화를 적용하지 않은 시스템에서는 최적이지만, 부호화를 적용한 시스템에서는 최적이지 않을 수도

있다. 최적 여부의 판정은 자유 Euclidean 거리를 최소화하는 것 보다는, 비트 오류율 최소화할 수 있는 가로 검증하는 것이 보다 합리적이다[4-6]. 이에 의해서 주어진 채널 상황에 따라 신호좌표를 최적화 시킨다면, 기존의 TCM에 대하여 성능이득을 얻을 수 있으며, 이러한 이득으로 인한 대역폭이나 송신전력에 미치는 영향은 거의 없게 된다. 신호좌표를 최적화한 TCM을 DS/SSMA 시스템에 적용시킨다면 시스템의 신뢰도에 대한 향상을 더욱 기대할 수 있을 뿐만 아니라, 제한된 실내무선의 대역폭을 효과적으로 이용할 수 있는 방안이 될 수 있다.

본 논문에서는 Feedforward형 Trellis 부호기를 사용하여, 신호좌표를 최적화한 DS/SSMA 시스템을 제안하고, 우선 AWGN(Additive White Gaussian Noise) 채널에서의 비트오류율을 유도하고자 한다. 그리고 2 상태와 4 상태에서 Trellis 부호화된 4 PSK(부호율 1/2), 8 PSK(부호율 2/3)를 선정하여, 신호좌표를 최적화하지 않고 Feedback형 Trellis 부호기를 사용한 Boudreau의 시스템[8]과 비교하고자 한다.

TCM의 해석은 일반화된 전달함수 방법(Generalized Transfer Function Method)을 이용하고, 각 사용자에 게 할당되는 PN 시퀀스로는 시퀀스의 종류가 많고 상호상관함수의 값이 비교적 낮은 AOLSE Gold 시퀀스를 선택하고자 한다. DS/SSMA 시스템의 해석에서는 다른 사용자에 의한 간섭신호(Multiple Access Interferences)를 해석하는 것이 중요하며, 정확도를 높이기 위하여 n 차의 모멘트를 구하여 계산하는 모멘트 방법(Moments Method)를 사용하고자 한다.

II. TRELIS 부호화된 DS/SSMA 시스템

2. 1. 신호좌표를 최적화한 TRELIS 부호

Ungerboeck은, 1982년에 전송전력이나 전송대역폭

을 증가시키지 않으면서 시스템의 성능(신뢰성)을 개선할 수 있도록, 부호화와 변조기법을 일체화하여 TCM (Trellis Coded Modulation)방식을 제안하였다[3]. TCM방식을 적용한 시스템은, 부호율이 $n/n+1$ 인 Trellis부호기에 의해 전송가능한 신호집합의 크기를 2^n 에서 2^{n+1} 로 확장시켜 사용함으로써, 부호화를 적용하지 않은 시스템과 비교할 때 전송 대역폭의 확장이나 정보 전송율의 저하없이 부호화이득을 얻을 수 있다. 그리고, M-PSK 변조방법에서는 신호집합의 크기를 2배로 확장하게 되면 신호점 사이의 Euclidean 거리가 감소하여 시스템의 성능이 저하되나, TCM방식은 Set Partition 기법에 의해 인접신호간의 Euclidean 거리를 증가시키는 방향으로 M-PSK 신호를 Mapping하여 신호집합의 확장에 의한 성능저하가 없다.

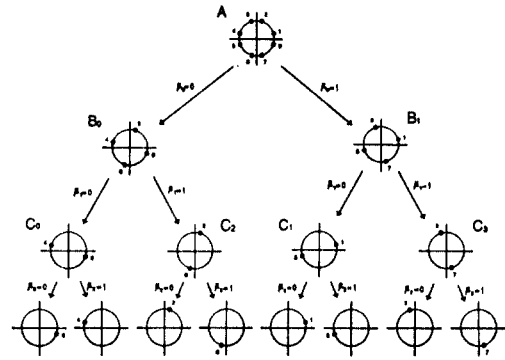


그림 2. 2 Trellis 부호화된 비대칭 8-PSK 신호집합의 분할방법
Fig. 2. 2 Set Partition of Trellis Coded Asymmetric 8-PSK Signal Set

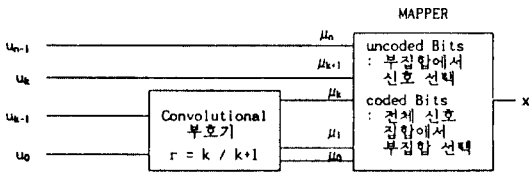


그림 2.1 Ungerboeck 부호기와 변조기
Fig. 2.1 Ungerboeck Encoder / Modulator

Ungerboeck이 제안한 부호기와 변조기의 블록 다이어그램은 그림 2. 1에 나타나있다. 그리고 집합분할 기법에 의해서 확장된 신호집합 A를 부집합 B계열과 C계열 등으로 분할하는 방법은 Trellis 부호화된 비대칭 8-PSK의 경우를 예로 들면 그림 2. 2와 같다. 그림 2.1의 Mapper는 그림 2.2처럼 부호율 2/3의 부호화과정에서 발생하는 Redundancy Bits를 포함한 부호화된 비트를 이용하여 부신호집합을 선택하고, 부호화되지 않은 비트를 이용하여, 선택 부집합 내에서 신호점을 확장하게 된다.

일반적으로 부호화의 적용에 관계없이 시스템에 대칭 신호좌표를 사용하고 있다. 그러나, 대칭적 신호좌표를 그림 2.3과 같이 연속하는 두 신호좌표 (0과 1)사이의 각도 θ 를 채널상황에 따라 비대칭하게 최적화함으로써, 송신전력과 대역의 손실없이도 TCM 시스템의 성능을 개선시킬 수 있다[4-6].

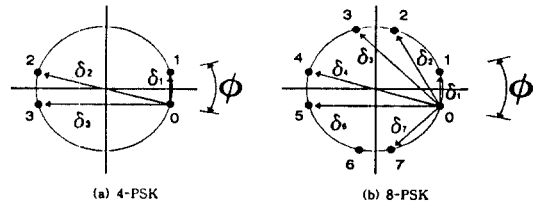


그림 2. 3 비대칭 신호좌표
Fig. 2. 3 Asymmetric Signal Constellation

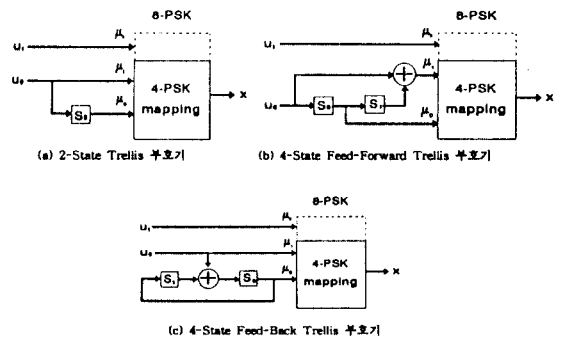


그림 2. 4 Trellis 부호기의 구성도
Fig. 2. 4 Trellis Encoders

Boudreau는 그림 2.4(c)와 같이 Ungerboeck의 Feedback형 Trellis 부호기 모델을 적용하였다. 이 Feedback형 구조를 가진 4-상태 Trellis 부호기에 의해 만들어지는 Trellis 상태 다이어그램은 그림 2.5(b)와 같다[3]. 그러나, 본 논문에서는 그림 2.4(b)와 같이 Feedforward형 구조의 4-상태 Trellis 부호기 모델을 적용하였다. 이와 같이 부호기 모델을 바꾸어도 단지 결선만 바뀔뿐 부호기의 복잡성은 변하지 않는다. Feedforward형 구조의 4-상태 Trellis 부호기에 4-PSK 변조방식을 적용한 Trellis 상태 다이어그램은 그림 2.5(a)와 같은데, 다이어그램을 보면 Feedback형 부호기의 상태 다이어그램 그림 2.5(c)에 비해 10상태, 11상태에서의 전이가 다르다는 점을 알 수 있다.

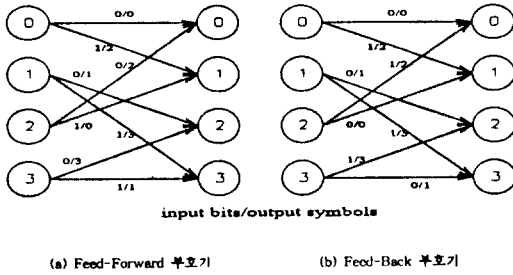


그림 2.5 부호율 1/2, 4-상태 Trellis 부호기의 상태 다이어그램
Fig. 2.5 State Diagram of rate 1/2, 4-State Trellis Encoders

2. 2 시스템 모델

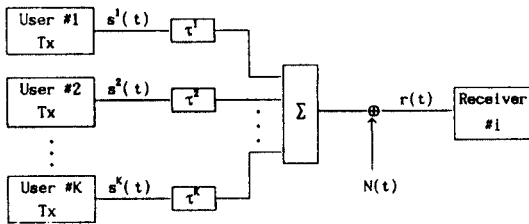


그림 2.6 Trellis 부호화된 DS/SSMA 시스템 모델
Fig. 2.6 Trellis Coded DS/SSMA System Model

본 논문에서는 그림 2.6과 같이 K명의 사용자가 동시에 비동기적으로 전송하는 Trellis 부호화된 DS/SSMA 통신 시스템을 AWGN 채널에 적용하였다[10].

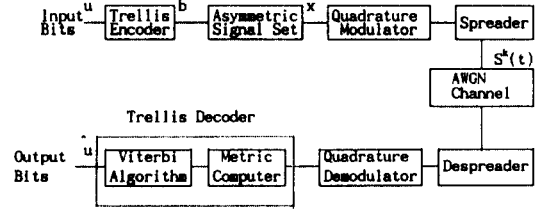


그림 2.7 Trellis 부호화된 DS/SS 시스템의 블록다이어그램
Fig. 2.7 Block Diagram of Trellis Coded DS/SS System

$t-p$ 일 때 복소 기저대역 출력의 크기를 b_p^k , 위상을 θ_p^k 로 나타내면 Trellis 부호화된 복소 기저대역 정보 신호는 식 (2.1)로 표현할 수 있다.

$$x^k(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} x_p^k P_T(t-pT), \quad x_p^k = b_p^k \exp [j\theta_p^k] \tag{2.1}$$

반면, DS 확산 신호는 식(2.2)로 정의된다.

$$a^k(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m^k \psi_T(t-mT_c) \tag{2.2}$$

위의 식을 이용하여 복소 기저대역 신호 $\xi^k(t) = a^k(t)x^k(t)$ 로 변조된 반송파 신호를 표현하면 식 (2.3)과 같다.

$$S^k(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} R_e \{ \xi^k(t) \exp [j(\omega_c t + \phi^k)] \} \tag{2.3}$$

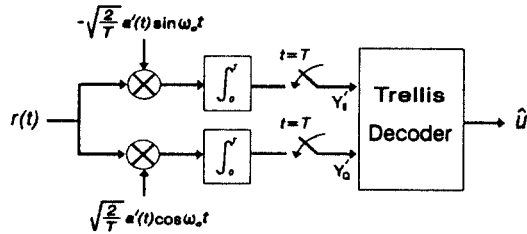


그림 28. 수신기 모델
Fig. 28. Receiver Model

전송된 신호는 AWGN이 존재하는 채널을 통과하여 식(2.4)의 신호로 수신된다. $n(t)$ 는 양측전력 스펙트럼 밀도가 $N_0/2$ 인 AWGN이고 $\beta^k = \phi^k - \omega_c \tau^k$ 이다.

$$r(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} R_c \left\{ \sum_{k=1}^K \xi^k(t - \tau^k) \exp [j(\omega_c t + \beta^k)] \right\} + n(t) \quad (2.4)$$

이 수신신호가 그림 28의 상관기를 통과한 복소 저역통과 출력 $Y^i(t)$ 은 식(2.5)로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} Y^i(t) &= \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \int_0^T r(t) a^i(t) \exp(-j\omega_c t) dt \\ &= \frac{\sqrt{E_s}}{T} \int_0^T \left[\sum_{k=1}^K a^k(t - \tau^k) x_k(t - \tau^k) a^i(t) \exp(j\beta^k t) \right] dt + \eta^i \end{aligned} \quad (2.5)$$

식(2.5)에서 각 사용자 신호의 시간 지연 τ^k 와 위상 지연 β^k 를 i 번째 사용자와의 상대적 크기로 고려함으로써, $\tau^i = \beta^i = 0$ 으로 가정하고 구형 칩파형을 사용하면, $t=p$ 의 $Y_p^i(t)$ 는 식(2.6)으로 나타낼 수 있다[8,10].

$$Y_p^i(t) = \sqrt{E_s} \left\{ x_p^i + \frac{1}{T} \sum_{k=1}^K [x_{p-1}^k R_{k,i}(\tau^k) + x_p^k Q_{k,i}(z^k)] \exp \left(\frac{j\beta^k}{blank} \right) \right\} + \eta_p^i$$

여기서,

$$\begin{cases} R_{k,i}(\tau^k) = C_{k,i}(l - N_c) T_c \\ \quad + [C_{k,i}(l + 1 - N_c) - C_{k,i}(l - N_c)] \\ \quad \cdot (\tau^k - l T_c) \\ Q_{k,i}(\tau^k) = C_{k,i}(l) T_c + [C_{k,i}(l + 1) \\ \quad - C_{k,i}(l)] (\tau^k - l T_c) \end{cases} \quad (2.6)$$

그리고, 식(2.6)에서 i 번째 사용자에게 나타나는 다중 접속 간섭은 식(2.7)처럼 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} Z_p^i(t) &= \sqrt{E_s} \left\{ \frac{1}{T} \sum_{k=1}^K [x_{p-1}^k R_{k,i}(\tau^k) + x_p^k(\tau^k)] \right. \\ &\quad \left. \exp \left(\frac{j\beta^k}{blank} \right) \right\} + \eta_p^i \\ &= \sqrt{E_s} \left\{ \frac{1}{T} \sum_{k=1}^K G_p^k \exp(j\beta^k) \right\} \\ G_p^k &= x_{p-1}^k R_{k,i}(\tau^k) + x_p^k A_{k,i}(\tau^k) \end{aligned} \quad (2.6)$$

그러므로, AWGN 채널에서의 수신기의 복소 저역통과 출력은 다음과 같다.

$$Y_p^i(t) = X_p^i(t) + Z_p^i(t) + \eta_p^i \quad (2.8)$$

2.3 성능 분석

전달함수를 이용한 비트 오류의 상한식은 일반적으로 다음과 같다.

$$P_b \leq \frac{1}{n} \frac{\partial \overline{T}(D)}{\partial D} \Big|_{D=1} \quad (2.9)$$

여기서, $\overline{T}(D)$ 는 랜덤벡터 Z 에 대하여 평균취해진 전달함수이다. $\overline{T}(D)$ 는 Union Bound를 사용하면 다음과 같이 정리된다[6].

$$\overline{T}(D) = \sum_{N=1}^{\infty} \sum_{S(0), M} P(S_0) \prod_{p=0}^{N-1} I^{d(U_p)} q(U_p) E\{P(X_p \rightarrow \hat{X}_p | Z_p)\} \quad (2.10)$$

다중접속 시스템에서 Z의 확률밀도를 알지 못하므로 식(2.10)의 $E\{P(X_p \rightarrow \hat{X}_p | Z_p)\}$ 를 정확히 계산할 수 없으나, 모멘트 방법을 사용하면 충분히 정확하게 구할 수 있다. 이때의 정확도는 계산에 사용된 모멘트 차수와 관련이 있다. 이후의 전개에서는 $\overline{T}(D)$ 를 $T(D)$ 로 표기한다. 전달함수 T(D)는 크기가 $m^2 \times m^2$ 인 행렬 $T(D)$ 를 이용하여 구한다. m은 Trellis 부호에서의 상태수이다. 행렬의 원소는 식(2.11)과 같이 정해지며 S_p 와 S'_p 는 각각 Row, Column Super 상태에 해당한다.

$$[T(D)]_{(S_p, S'_p)} = \begin{cases} \sum_{u_p, \hat{u}_p \in U} \frac{1}{2^n} I^{d(u_p)} P(X_p \rightarrow \hat{X}_p) \\ 0, S_p \rightarrow S'_p \text{의 상태전이가 불가능할 경우} \end{cases} \quad (2.11)$$

여기서, S_p 는 Super상태를 U_p 는 Super입력 신호를 가리킨다.

$S_p = (\delta_p, \widetilde{\delta}_p)$ 에서 δ_p 와 $\widetilde{\delta}_p$ 는 각각 Correct 상태와 In-correct 상태를 표시하는데, $\delta_p \neq \widetilde{\delta}_p$ 이면 G(Good), $\delta_p = \widetilde{\delta}_p$ 이면 B(Bad)로 표기하여 행렬 $T(D)$ 를 Partition하면 다음의 식(2.12)와 같다.

$$T(D) = \begin{vmatrix} T_{GG}(D) & : & T_{GB}(D) \\ \dots & : & \dots \\ T_{BG}(D) & : & T_{BB}(D) \end{vmatrix} \quad (2.12)$$

여기서, $T_{GG}(D)$ 는 Good Super상태에서 Good Super상태로의 상태변화를 나타내는 크기가 $m \times m$ 인 행렬이고, $T_{GB}(D)$ 는 $m \times (m^2 - m)$, $T_{BG}(D)$ 는 $(m^2 - m) \times m$, $T_{BB}(D)$ 는 $(m^2 - m) \times (m^2 - m)$ 크기의 행렬이다. 그러므로, 식(2.12)의 표현으로부터, 전달함수 식(2.10)은 다음의 식을 계산하면 구할 수 있다[11].

$$P_b = \frac{1}{m \cdot n} \{ a'(1) + b'(1) \cdot [1 - T_{BB}(1)]^{-1} c(1) + b(1) \cdot [I - T_{BB}(1)]^{-1} c'(1) + \dots \} \quad (2.13)$$

$$b(1) \cdot [I - T_{BB}(1)]^{-1} \cdot T_{BB}(1) \cdot [I - T_{BB}(1)]^{-1} c(1)$$

여기서 $a(D) = 1^T \cdot T_{GG}(D) \cdot 1$

$$b^T(D) = 1^T \cdot T_{GB}(D)$$

$$c(D) = T_{BG}(D) \cdot 1$$

구성된 Trellis 부호에 대칭성이 존재하는 경우에는, $m^2 \times m^2$ 크기의 행렬 $T(D)$ 를 크기 $m \times m$ 인 행렬로 줄인 후에 식(2.13)에서 분모에 있는 m을 없애고 비트오율을 구할 수 있다. 대칭성이 존재하지 않더라도, 행렬 $T(D)$ 는 보통 Sparse 행렬이 되므로 Sparse 행렬 계산법을 적용하면 식(2.13)을 효율적으로 계산할 수 있다.

Feedforward 부호기를 이용한 4-상태, 부호율 1/2, 4 PSK Trellis 부호의 경우를 예로 들면, 식(2.11)을 적용하여 비대칭 신호화표축 그림 2.3(a)와 Trellis 다이어그램 그림 2.6(a)로부터 표 2.1과 같이 Super상태 행렬을 구성할 수 있다.

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{2} & a_2 &= \frac{1}{2} I \\ b_1 &= \frac{1}{2} IC(\delta_2) & b_2 &= \frac{1}{2} C(\delta_2) \\ c_1 &= \frac{1}{2} C(\delta_1) & c_2 &= \frac{1}{2} IC(\delta_1) \\ d_1 &= \frac{1}{2} IC(\delta_3) & d_2 &= \frac{1}{2} C(\delta_3) \end{aligned} \quad (2.14)$$

표 2.1 16x16 Super상태 행렬, 4-상태, 부호율 1/2, 4 PSK

	00	11	22	33	01	02	03	10	12	13	20	21	23	30	31	32
00	a ₁	a ₁	0	0	b ₁	0	0	b ₁	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	a ₁	a ₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b ₁	0	b ₁
22	a ₁	a ₁	0	0	b ₁	0	0	b ₁	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	a ₁	a ₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	b ₁	0	b ₁
01	0	0	0	0	0	c ₁	d ₁	0	d ₁	c ₁	0	0	0	0	0	0
02	b ₂	b ₂	0	0	a ₂	0	0	a ₂	0	0	0	0	0	0	0	0
03	0	0	0	0	0	d ₂	c ₂	0	c ₂	d ₂	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	c ₁	d ₁	0	d ₁	c ₁	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	d ₂	c ₂	0	c ₂	d ₂	0
13	0	0	b ₂	b ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	a ₂	0	a ₂
20	b ₂	b ₂	0	0	a ₂	0	0	a ₂	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	d ₂	c ₂	0	c ₂	d ₂	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	c ₁	d ₁	0	d ₁	c ₁	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	d ₂	c ₂	0	c ₂	d ₂	0
31	0	0	b ₂	b ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	a ₂	0	a ₂
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	c ₁	d ₁	0	d ₁	c ₁	0

16×16 행렬에서 동일한 입출력 상태천이를 갖는 2개의 Super상태를 한개의 Super상태로 같이 묶으면, 크기가 8×8인 Super상태 행렬로 줄일 수 있다(표 2.2)

00, 22 → 0 11, 33 → 1
 01, 10 → 2 02, 20 → 3
 03, 30 → 4 12, 21 → 5
 13, 31 → 6 23, 32 → 7

표 2. 2 8×8 Super상태 행렬

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	a ₁	a ₁	2b ₁	0	0	0	0	0
1	a ₁	a ₁	0	0	0	0	0	2b ₁
2	0	0	0	c ₁	d ₁	d ₁	c ₁	0
3	b ₂	b ₂	2a ₂	0	0	0	0	0
4	0	0	0	d ₂	c ₂	c ₂	d ₂	0
5	0	0	0	d ₂	c ₂	c ₂	d ₂	0
6	b ₂	b ₂	0	0	0	0	0	2a ₂
7	0	0	0	c ₁	d ₁	d ₁	c ₁	0

그리고 같은 방법으로 새로운 Super상태를 정하여 8×8행렬을 4×4행렬로 줄이면 표 2.3과 같다.

0, 1 → 0 2, 7 → 1
 3, 6 → 2 4, 5 → 3

표 2. 3 4×4 Super 상태 행렬

	0	1	2	3
0	2a ₁	2b ₁	0	0
1	0	0	2c ₁	2d ₁
2	2b ₂	2a ₂	0	0
3	0	0	2d ₂	2c ₂

줄어든 4×4 행렬 T(I)를 식(2.13)에 적용하면 Trellis 부호화된 다중접속 시스템의 비트 오류 성능을 계산할 수 있다.

Trellis 부호화된 시스템의 성능분석을 위해서는 채널 특성이 고려된 Pairwise 오류를 구해야 한다. Pairwise오율 P(X→X̂)는 전송된 시퀀스 X대신 시퀀스 X̂를 선택할 확률을 말하며, 다중접속 간섭 Z에 대하여 평균취해진 Pairwise 오류 P(X→X̂)를 계산해야 한다.

$$P(X_p \rightarrow \hat{X}_p) = E\{X_p \rightarrow \hat{X}_p | Z_p\} \quad (2.15)$$

식(2.15)의 자세한 전개과정은 참고문헌[8]에 나와

있으며 결과식은 다음과 같다.

$$P(x \rightarrow \hat{x}) \leq \prod_{p \in v} \exp \left[-\frac{E_s}{N_o} \lambda (1 - \lambda) |x_p - \hat{x}_p|^2 \right] \cdot \sum_{i=1}^{N_s} W_p \exp \left[-2 \frac{E_s}{N_o} \lambda \xi_p \right] \quad (2.16)$$

가장 정확한 상한값을 찾기 위해선 식(2.16)을 식(2.13)에 의해 정해진 Euclidean 거리 $|x_p - \hat{x}_p|^2$ 에 서 Chernoff파라미터 λ에 대해서 미분하여 영(0)이 되는 λ를 찾아 최적화시켜야 한다. 식(2.16)에서 노드(Node)와 가중치(Weight)의 갯수는 N_m이고, ξ_p는 i 번째 가중치 W_p에 해당하는 i번째 노드이다. 그러므로, 모멘트 방법에서 발생시켜야 하는 모멘트 갯수는 2N_m+1개이다. 다른 사용자에 의한 간섭신호에 대한 모멘트는 참고문헌[8, 부록 A]에 나와 있으며, 노드와 가중치는 본 논문의 부록 A와 같은 순서에 의해 구할 수 있다.

한가지 언급하고 싶은 것은 식(2.16)은 형태상 참고문헌 [8, 식(46)]과 동일하지만 그 내용에서는 다르다는 점이다. 본 논문에서는 신호좌표를 최적화 했으므로 그 효과는 노드와 가중치에 포함되게되며, 간섭신호의 모멘트를 구하는 과정에서 고려되므로, 신호좌표의 상호 모멘트를 본 논문의 부록 B의 결과로 대입하여 계산한 다음 참고문헌 [8, 식(46)]과 다른 새로운 노드와 가중치를 구해야 한다.

III. 결과 및 고찰

본 장에서는 II장에서 제안한 시스템, 즉, 신호좌표를 최적화하고 Forward형 부호기에 의해 생성된 Trellis 부호를 적용한 DS/SSMA 시스템의 성능을 컴퓨터를 이용하여 수치적으로 분석하였으며, 신호좌표를 최적화하지 않고, Feedback형 부호기에 의해 생성된 Trellis 부호를 적용한 DS/SSMA 시스템의 성능(Boudreau의 결과[8])과 비교하였다.

AWGN 채널에서, Trellis 부호화된 4-PSK(부호율 1/2), 8-PSK(부호율 2/3)신호에 대하여, 시스템의 파라미터를 TCM의 상태수(2-상태, 4-상태), 사용자수(K=2, 5, 10, 20)로 하였다. 그리고, 각 사용자에게 할당되는 PN 시퀀스로는, 시퀀스의 종류가 많고 상호 상관 함수의 값이 비교적 낮은 AO/LSE Gold 시퀀스를 선택하

였으며, 칩 주기(N_c)는 127로 하였다.

각 그림에서 Asym과 Sym은 각각 신호좌표표를 최적화한 것과 최적화하지 않은 것을 나타내고, F와 B는 각각 Forward형 Trellis 부호기와 Backward형 Trellis 부호기를 의미한다. 2-상태에서는 Trellis 부호기의 구조가, Forward형과 Backward형이 동일하기 때문에 신호좌표표의 최적화만에 의한 효과를 알 수 있다.

다른 사용자에 의한 간섭신호는 본질적으로 가우시안 잡음이 아니지만, 해석상의 편의를 위해 이를 가우시안 잡음으로 가정하여 평균(1차 모멘트)과 분산(2차 모멘트)만을 구하는 가우시안 근사법이 있으나, 대신 정확도는 상당히 떨어지게 된다. 따라서 정확도를 높이기 위하여 모멘트 방법과 Gaussian Quadrature Rule을 사용하였으며, 사용된 모멘트의 정수는 19이다.

신호좌표표를 최적화하지 않은 시스템에서는, 신호집합에 속한 각 신호들 사이의 각도(θ)가 4-PSK에서는 90° 로, 8-PSK에서는 45° 로 고정된다. 그러나 신호좌표표를 최적화한 시스템에서는, 각 신호들 사이의 각도가 시스템의 여러가지 파라미터에 의한 영향이 고려되어 최적적으로 결정되어 있다. 그림 3.1과 그림 3.2는 이 사실을 잘 보여주고 있다. 이 두 그림은 각각 4-PSK(부호율 1/2), 8-PSK(부호율 2/3)에 대하여, 2-상태 PN 주기(N_c)가 127일때, 사용자수를 2에서 20으로 변화시켰을 경우로 각 신호들 사이의 최적의 각도를 나타낸다. 최적의 각도는 E_b/N_0 가 증가함에 따라 같이 증가하는 경향을 보이다가, 어떤 일정한 값으로 수렴하는 것을 알 수 있다. 또한 채널이 혼잡할수록 수렴하는 최적의 각도가 작아지는 현상을 알 수 있다. 또한 채널이 혼잡할수록 수렴하는 최적의 각도가 작아지는 현상을 알 수 있다. 최적각도가 수렴하는 이유는 신호사이의 각도가 계속 증가하게되면 신호들이 서로 합쳐지는 결과를 초래하여, Trellis 부호가 유한개의 오류가 무한개의 오류를 발생시키는 Catastrophic 상태로 빠지기 때문이다. 이런 현상때문에 성능의 척도로 d_{free}^2 보다는 비트오율로 검증하는 것이 보다 합리적이게 된다.

그림 3.3과 그림 3.4는 각각 2-상태, 4-상태일때, 4-PSK(부호율 1/2)에 대하여 사용자수를 변화시켰을 때의 두 시스템의 비트오율을 비교한 그림이다. Boudreau의 결과에 대한 제안된 시스템의 이득은 $P_b=10^{-5}$ 에서, 2-상태에서는 $K=2, 10, 20$ 일때 0.5dB, 0.9dB, 1.7dB(그림 3.3)이며 4상태에서는 0.2dB, 0.3dB, 0.4dB(그림 3.4)로 나타났다.

그림 3.5와 그림 3.6은 8-PSK(부호율 2/3)에 대하여 비교한 그림이다. AWGN 채널에서 8-PSK는 사용자수가 많을 경우($K=20$) 대체로 제안된 시스템과 Boudreau의 결과와 별도 차이가 없어 보이지만, 2-상태 $K=10$ 에서는 $P_b=10^{-5}$ 에서 약 2.4dB의 이득을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

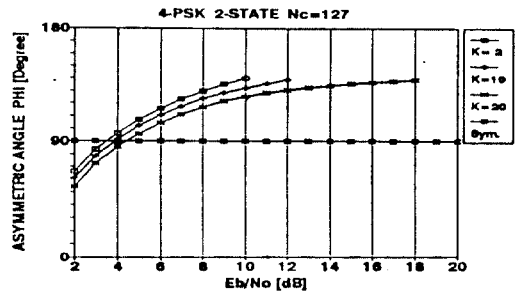


그림 3.1 2-상태, 비대칭 4-PSK 신호좌표표의 변화
Fig. 3.1 Change of Degrees of 2 State, Asymmetric 4-PSK Signal Constellation

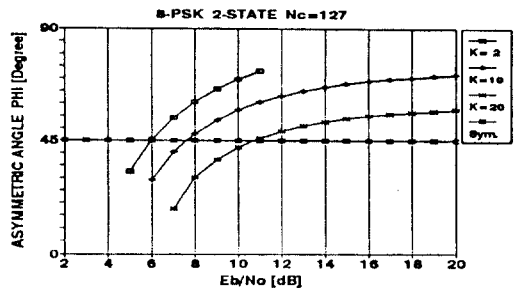


그림 3.2 2-상태, 비대칭 8-PSK 신호좌표표의 각도변화
Fig. 3.2 Change of Degrees of 2-STATE, Asymmetric 8-PSK Signal Constellation

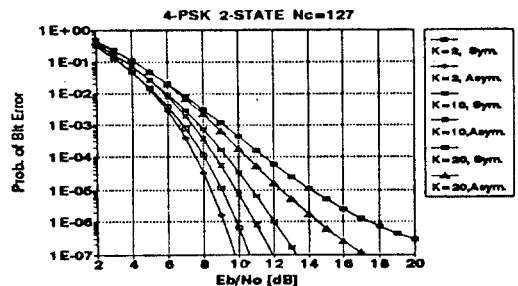


그림 3.3 비트오율(4-PSK, 2-상태)
Fig. 3.3 Bit Error Probabilities(4-PSK, 2- State)

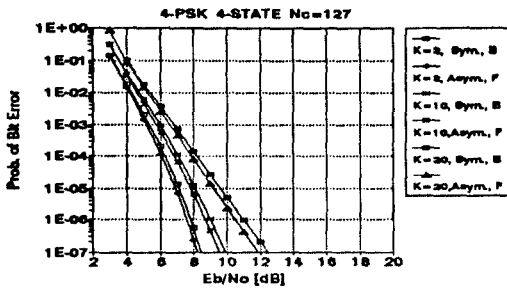


그림 3.4 비트오율(4-PSK, 4-상태)
Fig. 3.4 Bit Error Probabilities(4-PSK, 4-State)

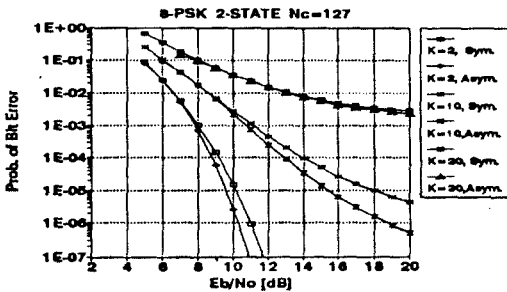


그림 3.5 비트오율(8-PSK, 2-상태)
Fig. 3.5 Bit Error Probabilities(8-PSK, 2-State)

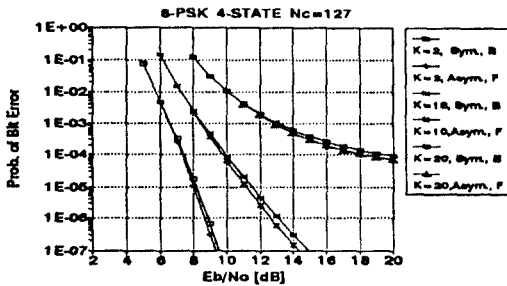


그림 3.6 비트오율(8-PSK, 4-상태)
Fig. 3.6 Bit Error Probabilities(8-PSK, 4-State)

그림 3.7은 제안된 시스템에서 상태수를 달리했을 때의 성능차이를 나타낸 그림이다. 제안된 4-PSK 시스템에서 20명이 동시에 사용할 경우에 Trellis 부호 부호를 2-상태에서 4-상태로 바꾸어 구성한다면 $P_b=10^{-5}$ 에서 약 3dB의 이득을 얻을 수 있으나, 그만큼 시스템의 구조가 복잡해 진다.

표 3.1에 제안된 시스템의 상태수 변화에 대한 이득을 나타냈는데, 4 상태 시스템이 2-상태 시스템보다 1.5 dB~5.7 dB 이상의 성능이 우수함을 알 수 있다. 그리고, 제안된 4-PSK, 8-PSK 시스템 모두에서 2-상태에 대한 4-상태의 이득은 사용자 수가 늘어날수록 증가한다.

표 3.2에는 Boudreau의 결과에 대한 제안된 시스템의 이득을 나타냈다. 표와 같이 제안된 시스템의 성능은, AWGN 채널에서 Boudreau 시스템 성능보다 0.2 dB ~ 2.4 dB 정도 우수하다.

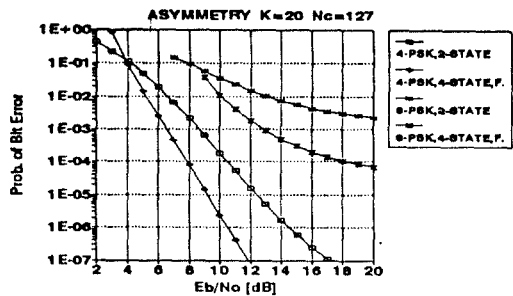


그림 3.7 비트오율 비교
Fig. 3.7 Comparison of Bit Error Probabilities (4-PSK, 8-PSK, 2-State, 4-State)

표 3.1 제안된 시스템의 상태수 변화에 대한 이득 ($N_c=127$)

Table 3.1 Gain of the Proposed System Corresponding to the Change of the # of States)

Trellis 부호	부호율	사용자 수	$P_b=10^{-5}$ 에서 필요한 E_b/N_c [dB]		2-상태에 대한 이득[dB]
			2-State	4-State	
4-PSK	1/2	2	8.4	6.9	1.5
		5	8.9	7.2	1.7
		10	9.8	7.8	2.0
		20	12.4	9.2	3.2
8-PSK	2/3	2	12.0	9.2	2.8
		5	13.3	9.7	3.6
		10	16.5	10.8	5.7
		20	-	14.3	-

표 3.2 Boudreau결과와 제안된 시스템의 성능 비교 (N_c=127)

Table 3.2 Comparison of the Results of The Proposed System versus the Boudreau's)

Trellis 부호	부호율	상태 수	사용자 수	P _b =10 ⁻⁵ 에서 필요한 E _v /N _v [dB]		Boudreau결과에 대한 이득[dB]
				Boudreau 결과	제안된 시스템	
4-PSK	1/2	2	2	9.1	8.4	0.5
			5	9.6	8.9	0.7
			10	10.7	9.8	0.9
			20	14.1	12.4	1.7
	4	2	2	7.1	6.9	0.2
			5	7.4	7.2	0.2
			10	8.1	7.8	0.3
			20	9.6	9.2	0.4
8-PSK	2/3	2	2	10.1	9.6	0.5
			5	11.9	11.0	0.9
			10	17.9	15.5	2.4
	4	2	2	8.2	8.0	0.2
			5	9.2	9.0	0.2
			10	11.5	11.1	0.4

IV. 결론

본 논문에서는 Feedforward형 Trellis 부호기를 사용하여, 신호좌표를 최적화한 DS/SSMA 시스템을 제안하고, AWGN 채널에서 비트오율을 유도하였다. 2상태와 4상태에서, Trellis 부호화된 4-PSK(부호율 1/2), 8-PSK(부호율 2/3)를 선정하여, 신호 좌표를 최적화하지 않고 Feedback형 Trellis 부호기를 사용한 Boudreau의 시스템과 비교하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 본 논문에서 제안된 시스템의 성능은, AWGN 채널에서 Boudreau의 시스템의 성능보다 항상 우수하다. P_b=10⁻⁵에서 AWGN 채널에서는 0.2 dB ~ 2.4 dB 정도의 성능차이를 보이며, 동시 사용자 수가 늘어날수록 Boudreau의 시스템의 성능에 비해 성능차이가 증가하는 경향을 보인다.

2. 신호좌표상에서 신호간의 최적의 각도는, SNR이 증가함에 따라, 동시 사용자수가 감소함에 따라 증가하는 경향을 보이다가 일정한 값으로 수렴한다. 그리고 4-PSK에서는 약 5 dB를 넘어서면, 8-PSK에서는 약 11 dB를 넘어서면 대칭신호좌표에서의 신호각도를 넘어서게 된다.
3. 제안된 시스템에서 2 상태에 대한 4 상태의 이득은 사용자수가 늘어날수록 증가한다.

향후 본 논문에서 제안된 시스템을 레일리 및 라이시안 페이딩 채널로 확장해서 성능 분석을 수행할 계획이다.

부록 A. GOR을 이용한 모멘트 방법의 계산

함수 f(v)를 평균취해야 하는데, 랜덤변수 v의 확률밀도함수 p(v)를 정확히 알고 있지 못하는 경우는 Gaussian Quadrature Rule 을 이용한 모멘트 방법에 의해 계산이 가능하다. 즉, 랜덤변수 v의 구성원들의 모멘트로부터 v의 모멘트를 구하고, Gaussian Quadrature Rule에서 필요한 노드와 가중치의 값을 계산하여 식(A.1)과 같이 연산하여 주면 함수 f(v)를 평균을 매우 정확하게 구할 수 있다. 이때, 계산된 값의 정확도는 발생된 랜덤변수 v의 모멘트수 n의 함수이다.

$$E(f(v)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(v)p(v)dv \tag{A.1}$$

$$= \sum_{i=1}^{N_s} W_i f(\theta_i)$$

A. 1. 랜덤변수 v의 모멘트 계산

식(A.2)에 정의된 모멘트를 랜덤변수 v의 구성원들의 모멘트로부터 유도하여, 2N_m+1개의 모멘트를 구한다. 본 논문에서 대상이 되고 있는 다중접속 간섭의 경우에는 그 분포가 우함수이므로 모든 홀수 모멘트는 영(0)이 되어 짝수 모멘트만 구하면 된다.

$$\mu_m = E\{v^m\}, m=0,1,2, \dots, \dots, 2N_m \tag{A.2}$$

여기서, μ₀=1이다.

A. 2. Gram 행렬의 구성

앞에서 구한 2N_m+1개의 모멘트에 의해 크기가

$(N_m+1) \times (N_m+1)$ 인 Gram 행렬 M 을 구성한다. 행렬 M 의 원소는 식(A.3)과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} m_{ij} &= \mu_{i+j-2} \\ m_{11} &= \mu_0 = 1 \end{aligned} \quad (A.3)$$

A. 3. Upper Triangular 행렬 R 의 구성

Gram 행렬 M 을 $M=R^T R$ 로 정의된 Cholesky Decomposition하면 크기가 $(N_m+1) \times (N_m+1)$ 인 Upper Triangular 행렬 R 을 찾을 수 있다. R 의 각 원소는 다음과 같이 구한다.

$$\begin{cases} \gamma_{ii} = \left(m_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} \gamma_{ki}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ \gamma_{ij} = \left(m_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} \gamma_{ki} \gamma_{kj} \right) / \gamma_{ii}, \text{ for } i < j \end{cases} \quad (A.4)$$

A. 4. Symmetric Tridiagonal 행렬 J 의 구성

식(A.1)의 밀도함수 $p(v)$ 를 근사화하여 직교 다항식 $p_0(x), p_1(x), \dots$ 을 만들면, 찾아진 직교 다항식은 식(A.5)의 3항 관계식을 만족한다.

$$\begin{cases} x p_{i-1}(x) = \beta_{i-1} p_{i-2}(x) + \alpha_i p_{i-1}(x) + \beta_i p_i(x) \\ i = 1, 2, \dots, N_m \\ p_{-1}(x) = 0 \end{cases} \quad (A.5)$$

위의 3항 관계식의 계수는 Gram 행렬 M 을 Cholesky Decomposition하여 구한 Upper Triangular 행렬 R 로부터 다음과 같이 쉽게 구할 수 있다.

$$\begin{cases} \alpha_i = \frac{Y_{i,i+1}}{Y_{i,i}} - \frac{Y_{i-1,i}}{Y_{i-1,i-1}} \\ i = 1, 2, \dots, N_m \\ \beta_i = \frac{Y_{i+1,i+1}}{Y_{i,i}} \\ i = 1, 2, \dots, N_m \end{cases} \quad (A.6)$$

여기서 $\gamma_{00} = 1, \gamma_{01} = 0$ 이다. 즉, 3항 관계식 (A.5)를 다시 전개하여 행렬 형태의 식으로 정리하여 식(A.7)과 같이 나타내면,

$$xp(x) = Jp(x) \quad (A.7)$$

식(A.6)의 α_i 는 식(A.7)을 만족하는 크기가 $(N_m+1) \times (N_m+1)$ 인 대칭 Tridiagonal 행렬 J 의 중앙 대각원이 되고 β_i 는 그 양쪽의 대각원이 된다. 식(A.7)에서 홀수 모멘트만 존재하는 경우에는 $\alpha_i = 0$ 이 된다.

A. 5. Gaussian Quadrature Rule의 가중치와 노드

$$\begin{aligned} \lambda_i q(\lambda_i) &= Jq(\lambda_i), \quad i = 1, 2, \dots, N_m \\ q(\lambda_i) &= [q_1(\lambda_i) q_2(\lambda_i) \dots q_{N_m}(\lambda_i)] \end{aligned} \quad (A.8)$$

행렬 J 로부터 식(A.8)의 정의대로 Eigenvalue λ_i 와 Eigenvector $q(\lambda_i)$ 를 찾으면 식(A.9)와 같이 Gaussian Quadrature Rule의 가중치 W_i 와 ζ_i 를 구할 수 있다.

$$\begin{cases} \zeta_i = \lambda_i \\ W_i = \mu_0^{-2} [q_1(\lambda_i)]^{-2} = [q_1(\lambda_i)]^{-2} \end{cases} \quad (A.9)$$

부록 B. 신호좌표의 상호 모멘트 유도

B. 1. 4 PSK 신호좌표의 모멘트

r 이 홀수이거나, s 가 홀수이면 다음과 같다.

$$E\{(x_p^r)'(x_p^s)\} = 0 \quad (B.1)$$

r 과 s 가 모두 짝수이면 다음과 같다.

$$E\{(x_p^r)'(x_p^s)\} = \left(\cos \frac{\phi}{2}\right)^r \left(\sin \frac{\phi}{2}\right)^s \quad (B.2)$$

B. 2. 8 PSK 신호좌표의 모멘트

r 이 홀수이거나, s 가 홀수이면 다음과 같다.

$$E\{(x_p^r)'(x_p^s)\} = 0 \quad (B.3)$$

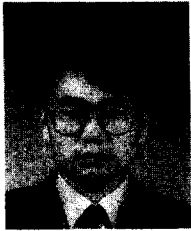
r 과 s 가 모두 짝수이면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E\{(x_p^r)'(x_p^s)\} &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\cos \frac{\phi}{2}\right)^r \left(\sin \frac{\phi}{2}\right)^s \right. \\ &\quad \left. + \left(\sin \frac{\phi}{2}\right)^r \left(\cos \frac{\phi}{2}\right)^s \right\} \end{aligned} \quad (B.4)$$

* 이 논문은 1993년도 연세대학교 학술연구비에 의하여 연구되었음을 밝힙니다.

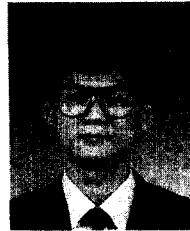
참 고 문 헌

- [1] E. J. Coyle and J. S. Lehnert, "Packet Radio and the Factory of the Future", IEEE Infocom'89, vol.1, pp.208-209, Sep. 1989.
- [2] M. Kavehrad, "Performance of non diversity Receivers for spread spectrum in indoor wireless communication", AT&T Technical Journal, vol.64, no.6, pp.1181-1210, July-August 1985.
- [3] G. Ungerboeck, "Channel coding with multilevel / phase signals", IEEE Transactions on Information Theory, vol.IT 28, no.1, pp.55-67, January 1982.
- [4] D. Divsalar and M. K. Simon, "Trellis coding with asymmetric modulations", IEEE Transactions on Communications, vol.COM 35, no.2, pp.130-141, Feb. 1987.
- [5] D. Divsalar and M. K. Simon, "Trellis coded modulation for 4800-9600 bit/s transmission over a fading mobile satellite channel", IEEE Transactions on Journal on Selected Areas in Communications, vol. JSAC 35, no.3, pp.162-175, Feb. 1987.
- [6] E. Biglieri, D. Divsalar, P. J. McLane, M. K. Simon, "Introduction to Trellis-Coded Modulation with Applications", Macmillan, New York 1991.
- [7] G. D. Boudreau, D. D. Falconer, and S. A. Mahmoud, "The application of trellis coding to spread spectrum multiple access systems", MILCOM'88 Conf. Proc., vol.3, no.5, pp.616-626, Oct. 1988.
- [8] G. D. Boudreau, "A Comparison of Trellis Coded Versus Convolutionally Coded Spread Spectrum Multiple Access Systems", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol.SAC 8, No.4, pp.628-640, May 1990.
- [9] B. D. Woerner and Wayne E. Stark, "Trellis Coded Spread Spectrum for Fading Channels", MILCOM'90 Conf., vol.1, pp.389-392, June 1990.
- [10] M. B. Pursley, "Spread Spectrum Multiple-Access Communications", Multi User Communications, G. Longo Ed. Vienna and New York, 1981, pp.139-199.
- [11] E. Biglieri, "High level modulation and coding for nonlinear satellite channels", IEEE Transactions on Communications, vol. COM-32, no.5, pp. 616-626, May 1984.



陳 翼 洙 (Ik Soo Jin) 정희원
 1964년 2월 5일생
 1987년 2월 : 연세대학교 전기공학과 졸업(공학사)
 1989년 2월 : 연세대학교 전기공학과 대학원 졸업(공학석사)

1990년 9월 ~ 현재 : 연세대학교 전기공학과 박사과정
 ※주관심분야 : 이동무선통신, Spread Spectrum 통신, 채널 코딩, 탄성표면파 소자 및 그 응용분야



趙 寬 (Kwan Cho) 정희원
 1965년 9월 20일생
 1988년 2월 : 연세대학교 전기공학과 졸업(공학사)
 1990년 2월 : 연세대학교 전기공학과 대학원 졸업(공학석사)

1990년 9월 ~ 현재 : 연세대학교 전기공학과 박사과정
 ※주관심분야 : 이동무선통신, Spread Spectrum 통신, 채널 탄성표면파 소자 및 그 응용분야

郭興植 (Heung-Sik Kwak) 정희원

1967년 4월 26일생
 1991년 2월 : 연세대학교 전기공학과 졸업(공학사)
 1993년 8월 : 연세대학교 전기공학과 대학원 졸업(공학석사)
 1993년 9월 ~ 현재 : 금성사 영상 MEDIA 연구소 재직중
 ※주관심분야 : 이동무선통신, Spread Spectrum 통신, 채널 코딩



黃金燦 (Keum Chan Whang) 정희원
 1944년 7월 18일생
 1967년 2월 : 연세대학교 전기공학과 졸업(공학사)
 1975년 6월 : 미국 Polytechnique Institute of New York 대학원 (공학석사)

1979년 6월 : 미국 Polytechnique Institute of New York 대학원(공학박사)
 1979년 6월 ~ 1980년 9월 : 大田機械倉 선임 연구원
 1980년 9월 ~ 현재 : 연세대학교 전기공학과 교수