論　文

퍼지집합영역에서 부호검파기의 몇 가지 성질과 성능

正會員 羅允正** 正會員 金善勇* 正會員 宋翊鎬*

Some Properties and Performance of the Sign Detector in Fuzzy Set Domain

*Yoon Jung Na**, Sun Yong Kim*, Ik Ho Song* Regular Members*

要　　約

이 논문에서는 최적신호검파 문제에 퍼지집합이론을 적용해 보았다. 먼저, 알려진 신호를 퍼지검파할때 필요한 우도비를 얻었다. 그리고, 알려진 신호를 검파하는 퍼지부호검파기의 검정통계량을 얻었다. 그 다음에 이 검정 통계량의 몇가지 성질을 살펴보았고, 퍼지부호검파기의 성능특성을 분석하여 명료부호검파기의 성능과 견주어 보았다.

Abstract

In this paper, fuzzy statistical techniques are introduced into the optimum signal detection problems. The likelihood ratio for fuzzy detection of known signals is obtained. The test statistic of the fuzzy sign detector for known signals is then obtained. Some properties of the test statistic are desired, and the performance characteristics of the fuzzy sign detector are investigated and compared with those of the sign crisp detector.

I. 머릿말

신호분야 처리에서 명확하지 않은 자료를 처리해야 하는 문제를 다루어야 할 때가 많이 있다. 이러한 관점에서 신호검파 문제를 [1-6] 포함하여 몇몇 신호처리 문제에 퍼지집합 이론을 적용하는 방법이 연구되었다. 그런데 퍼지집합 이론과 신호검파 문제를 연결하는 원리는 다음과 같이 간단히 설명될 수 있다. 일반적으로 잡음의 통계적 특성을 정확히 추정하는 것은 실제적으로 불가능하고 양자화 잡음이나 신호처리기의 자기 잡음같은 부가 잡음이 없다고 가정하기는 어렵지만 우리는 물리적 환경을 모형화할 때 보통 이런 잡음을 무시한다. 이하 같은 잡음의 효과를 모두 추정하여

* 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科
Department of Electrical Engineering, KAIST
** 韓國放送公社 技術硏究所 映像硏究室
KBS Technical Research Institute

論文番號：9468
接受日字：1994年 3月 5日

더 추정하여 더 정확한 모형을 만들 수는 있다. 그러나 그런 방법은 꽤 어려울 뿐만 아니라 일반적으로 많은 시간을 필요로 한다. 그러므로, 그와 같은 방법 대신 관측량이 '실제값은 관측값 부근에 있다' 라는 퍼지 정보를 준다고 생각하고 퍼지 자료처리 방법을 적용하면 더 편리하고 합리적일 것이다.

이 논문의 목적은 통계적 가설의 퍼지 검정에 바탕을 둔 최적검파 방식을 얻는 것이다. 좀 더 구체적으로는 부호검파기에 대해 퍼지집합이론적 접근 방법을 써서 잡음의 통계적 특성이 처음 가정에서 조금 바뀌더라도 성능이 크게 나빠지지 않는 검파 방식을 얻었다.

이 논문에서 우리는 먼저 퍼지집합 이론을 간단히 살펴본 다음, 퍼지 검정에 바탕을 둔 최적 신호검파 이론을 살펴볼 것이다. 그리고 최적 퍼지검파 문제의 특별한 응용 보기로써 퍼지부호검파기를 다루어 볼 것이다. 부호검파기는 가장 잘 알려진 비모수형 검파기 [6] 가운데 하나이다. 비모수형 검파기의 또다른 부류인 순위검파기는 [6] 많은 경우에 부호검파기보다 더 나은 성능을 보여주지만 부호검파기는 순위검파기보다 더 쉽게 구현할 수 있다는 장점이 있다. 이 논문에서는 명료부호검파기와 퍼지부호검파기의 성능 특성을 부가잡음 환경아래에서 견주어 보았다.

Ⅱ. 알려진 신호를 검파하는 퍼지부호검파기

2.1 이제까지의 연구 결과

먼저, 퍼지 집합이론 기법을 신호검파 문제에 적용한 이제까지의 연구결과를 간단히 살펴보자. 간격값 퍼지 집합에 [1] 바탕을 둔 신호 검파가 그 보기인데, 이는 학습 기간 동안에 관측량에 알맞은 간격값 퍼지 집합을 만들면 간격값 퍼지 방법을 써서 이산 신호를 검파할 수 있다는 것을 응용한 것이다. 이와 함께 지난 여러해동안, 관측에 애매함이 있을 때 가설을 검정하는 문제를 여러 사람이 연구해 왔다 [2,3]. 이러한 연구에서는 최소최대, 베이즈, 네이만-피어슨 검정 이론들을 퍼지 집합 영역으로 확장하였는데, 이는 퍼지 집합 이론과 신호 검파를 이어주는 또 하나의 방법이다. 한편 [4,5]에서는 통계학적 가설의 퍼지 검정에 바탕을 둔 검파기를 얻고, 이를 약한 신호 검파문제에 응용하였다.

2.2 관측모형

다음과 같은 이진가설검정 문제로 나타나는 알려진 신호 검파 문제를 생각하자.

$$H_0 : Y_i = W_i, \qquad i=1,2,\cdots,n, \tag{1}$$

$$H_1 : Y_i = \theta e_i + W_i, \qquad i=1,2,\cdots,n, \tag{2}$$

여기서 e_i는 알려진 신호이고, W_i는 순가산성 잡음성분이며, Y_i는 관측량이고, θ는 신호의 크기를 결정하는 진폭 매개변수이다. 순가산성 잡음 W_i, $i=1,2,\cdots,n$는 서로 독립이고 같은 확률밀도함수 f를 갖는다고 하자. 이 확률밀도함수 f는 평균이 영이고 짝수대칭이라고 하자. 위 관측모형은 알려진 신호 검파에 관한 대부분의 연구에서 쓰인 것과 같으나, 표본정보의 애매함의 정도에 차이가 있다. 곧, 이 논문에서 실험으로부터 얻는 확률분포는 $\prod_{i=1}^{n} f(y_i)$에서 유도되는 $P(\kappa)=\int_{X^n}\mu_1(x_1)\cdots\mu_n(x_n)dF_{X^n}(x_1,\cdots,x_n)$이다[7]. 여기서 μ_i는 퍼지정보를 나타내는 κ_i의 소속함수이다.

2.3 검정통계량

네이만-피어슨 기준의 퍼지집합 이론적 확장에 [8] 바탕을 둔 퍼지 신호검파 문제에서 검정통계량은 우도비로 정의할 수 있으며 이 검정통계량은 다음과 같다.

$$T(\kappa)=\sum_{i=1}^{n} g_{opt}(\kappa_i) \tag{3}$$

여기서

$$g_{opt}(\kappa_i) = \ln \frac{P(\kappa_i \mid H_1)}{P(\kappa_i \mid H_0)}$$

$$= \ln \frac{\int \mu_i(x) f(x-\theta e_i)dx}{\int \mu_i(x) f(x)dx} \tag{4}$$

식(4)에 나타난 $g_{opt}(\kappa_i)$는 최적 퍼지 비선형성이라 불리는데, 이 최적 퍼지 비선형성은 검파기 얼개를 특징짓는다. 퍼지부호검파기의 특별한 경우로써, 관측할

수 있는 정보가 다음과 같은 때를 생각해 보자.

$\kappa_- =$ 대략 $\frac{\theta e_i}{2}$ 보다 작다.

$\kappa_+ =$ 대략 $\frac{\theta e_i}{2}$ 보다 크다.

그리고 κ_- 와 κ_+ 의 소속함수 μ_- 와 μ_+ 는 다음과 같은 성질을 갖는다고 하자.

(1) 소속함수 $\mu_-(x)$는 $\lim_{x\to\infty}\mu_-(x)=0$이고 $\lim_{x\to-\infty}\mu_-(x)=1$인 단조감소함수이다.

(2) 소속함수 $\mu_+(x)$는 $\lim_{x\to\infty}\mu_+(x)=1$이고 $\lim_{x\to-\infty}\mu_+(x)=0$인 단조증가함수이다.

(3) 어떤 x에 대해서도 $\mu_-(x)+\mu_+(x) =$ 이고 $\mu_-(x)=\mu_+(-x)$이다.

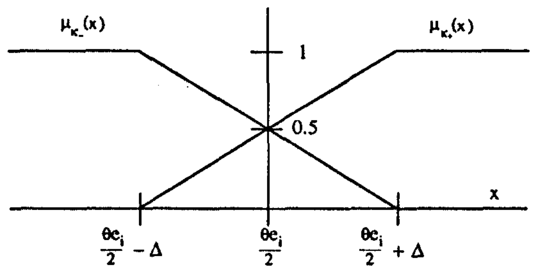
위와같은 소속함수의 전형적인 보기가 그림1에 나타나 있다. 그림 1(a)에서 비신뢰도라고 불리는 매개변수 Δ는 관측량의 애매함을 나타내는 척도이다. Δ가 클수록 κ_- 와 κ_+ 를 구별하기 힘들게 된다. 관측량의 애매함이 상대적으로 작다고 가정하면 Δ는 작은 값을 갖게 된다. 한편 Δ=0이면 퍼지 신호검파 문제는 명료 신호검파 문제라는 것을 알 수 있다. 그림 1(a)의 소속함수는 수학적으로 다루기 쉽고 많은 경우에 좋은 결과를 얻도록 해준다. 그림 1(b)의 소속함수는 그림 1(a)의 소속함수와 비슷하게 자주 쓰이는 것인데, 이 소속함수에서는 관측량의 애매함을 나타내기 위해 다른 척도를 써야 한다[9].

2.4 퍼지 부호 비선형성의 성질

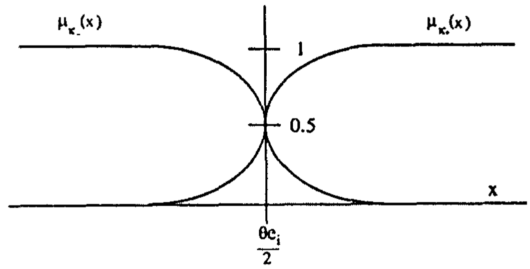
이 절에서는 퍼지 부호 비선형성의 몇가지 성질을 살펴보고자 한다. 퍼지 부호 비선형성을 $g(\kappa)$로 쓰면 이는 다음과 같다.

$$g(\kappa_i)=\begin{cases}\ln\dfrac{\int\mu_-(x)f(x-\theta e_i)\,dx}{\int\mu_-(x)f(x)\,dx}, & \kappa_i=\kappa_-,\\[2ex] \ln\dfrac{\int\mu_+(x)f(x-\theta e_i)\,dx}{\int\mu_+(x)f(x)\,dx}, & \kappa_i=\kappa_+\end{cases} \qquad (5)$$

퍼지 부호 비선형성 $g(\kappa)$는 다음과 같은 성질을 갖는다.



(a)



(b)

그림 1. κ_- 와 κ_+ 의 소속함수

성질1 $g(\kappa_-) < 0$이고 $g(\kappa_+) > 0$이다.

성질2 $g(\kappa_-) = g(\kappa_+)$

곧, 퍼지 부호 비선형성은 κ에 관한 홀수대칭 함수이다. 또한 θ의 함수로써 퍼지 부호 비선형성은 다음과 같은 성질을 갖는다.

성질3 $g(\kappa_-)$ 는 θ의 감소함수이고, $g(\kappa_+)$는 θ의 증가함수이다.

성질4 소속함수가 그림 1(a)와 같을 때, $g(\kappa_-)$ 는 Δ의 증가함수이고, $g(\kappa_+)$는 Δ의 감소함수이다.

귀무가설을 대립가설에서 퍼지 부호 비선형성과 검정통계량(3)의 평균과 분산 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

성질5 $E[g(\kappa)\mid H_0]=-E[g(\kappa)\mid H_1]$이고 $E[T(\kappa)\mid H_0]=-E[T(\kappa)\mid H_1]$이다.

성질6 $V[g(\kappa)\mid H_0]=V[g(\kappa)\mid H_1]$이고 $V[T(\kappa)\mid H_0]=V[T(\kappa)\mid H_1]$이다.

성질5와 6에서 E[·]는 평균을 V[·]는 분산을 나타낸다. 성질1－6의 증명은 [10]에 나와 있다. 퍼지부호

검파기의 검정 통계량을 구성하는 위와 같은 퍼지 부호 비선형성은 (5)에 보인 것처럼 소속함수와 잡음의 특성을 알맞게 고려하여 잡음의 영향을 보상하는 역할을 한다.

2.5 성능분석

이 절에서는 소속함수가 그림 1(a)에 나타난 것과 같을 때 퍼지부호검파기의 성능특성에 대해 알아보겠다. 곧, 퍼지부호검파기의 성능특성을 분석하고 이를 명료부호검파기의 성능과 견주어 보도록 하자.

정리1 비신뢰도가 Δ인 퍼지부호검파기가 H_1을 받아들이는 표본공간의 부분집합을 Ψ_Δ라 하고, 명료부호검파기가 H_1을 받아들이는 표본공간의 부분집합을 Ψ_0라 하자. 그러면 $\Delta_1 < \Delta_2$일때 $\Psi_0 \supseteq \Psi_{\Delta 1} \supseteq \Psi_{\Delta 2}$이다.

따름정리1 $\Delta_1 < \Delta_2$이고 값 α가 정해져 있을 때,

$E[\phi_{crisp}(\kappa) \mid H_0] \geq E[\phi_{crisp}(\kappa) \mid H_0] \mid_{\Delta=\Delta_1} \geq E[\phi_{fuzzy}(\kappa) \mid H_0] \mid_{\Delta=\Delta_2}$이다.

여기서 $\phi_{crisp}(\kappa)$는 명료부호검정함수, $\phi_{fuzzy}(\kappa)$는 퍼지부호검정함수이고 $E[\cdot]$는 가산성 잡음을 포함한 잡음확률밀도함수에 관한 평균을 뜻한다.

따름정리1은 정리1로부터 바로 나온다. 크기가 미리 정해져 있을때 명료부호검파기의 오경보확률은 실제 잡음환경에서 퍼지부호검파기의 그것들보다 크다. 따름정리1은 미리 정해 놓은 크기와 오경보확률 사이의 차이를 퍼지집합 이론적 접근 방법을 써서 줄일 수 있음을 말해준다. 곧, 비신뢰도는 오경보확률을 낮추고 부가잡음은 오경보확률을 높이므로 오경보확률과 미리 정해 놓은 값 α가 같게 되는 비신뢰도 값을 찾을 수 있다. 보기를 들어, 명료부호검파기와 퍼지부호검파기의 오경보확률이 검파확률이 표1과 2에 나타나 있다. 표1과 2에 나타난 명료부호검파기와 퍼지부호검파기는

표 1. θ=1일때 퍼지부호검파기와 명료부호검파기의 오경보확률과 검파확률 비교

부 가 잡 음	명료부호 검파기		퍼지부호검파기 Δ=0.5		Δ=1.0		Δ=2.0	
	P_{fa}	P_d	P_{fa}	P_d	P_{fa}	P_d	P_{fa}	P_d
No Noise	.0020	.7530	.0016	.7301	8.6E-4	.6390	1.7E-4	.4525
N (0, 1)	.0093	.5672	.0077	.5405	.0048	.4424	.0011	.2701
N (0, 2)	.0170	.4761	.0144	.4496	.0086	.3564	.0023	.2024
N (0, 3)	.0238	.4220	.0203	.3963	.0123	.2764	.0035	.1673

표 2. θ=3일때 퍼지부호검파기와 명료부호검파기의 오경보확률과 검파확률 비교

부 가 잡 음	명료부호 검파기		퍼지부호검파기 Δ=0.5		Δ=1.0		Δ=2.0	
	P_{fa}	P_d	P_{fa}	P_d	P_{fa}	P_d	P_{fa}	P_d
No Noise	.0020	.9999	.0011	.9999	2.0E-4	.9999	9.5E-7	.9999
N (0, 1)	.0638	.9999	.0453	.9999	.0172	.9999	4.9E-4	.9999
N (0, 2)	.1852	.9999	.1431	.9999	.0714	.9999	.0042	.9999
N (0, 3)	.3035	.9999	.2458	.9999	.1416	.9999	.0126	.9999

부가잡음이 존재하지 않는다고 가정했을 때 미리 정해 놓은 크기에 대해 고안된 것들이다. 바라는 크기 α=0.002이고 e_i=1, i=1, …, 20이고 표본크기 n=20, 그리고 $W_i \sim N(0,1)$라고 가정했다. 표1과 2로부터 부가잡음이 없을때는 명료부호검파기가 퍼지부호검파기보다 나은 성능을 보여준다는 것을 알 수 있다. 그러

나 부가잡음이 존재할 때는 퍼지부호검파기의 성능은 명료부호검파기의 성능보다 기대 성능에 더 가깝게 된다. 곧 퍼지부호검파기의 오경보확률은 부가잡음 환경 아래에서 명료부호검파기의 오경보확률보다 미리 정해 놓은 값에 더 가깝게 된다. 표1과 2의 결과는 임의로 선택된 비신뢰도를 써서 얻어졌다. 곧, 부가잡음의 통계적 성질을 추정하지 않고는 알맞은 비신뢰도 값을 주면 부가 잡음의 영향을 줄일 수 있다.

정리2 평균이 0이고 분포가 대칭인 임의의 부가잡음에 대하여 오경보확률이 미리 정한 크기와 같게 되는 퍼지부호검파기가 한 개 존재한다.

정리2는 부가잡음에 대한 정확한 정보를 알고 있는 명료부호검파기의 성능과 같은 최적 퍼지부호검파기가 존재한다는 것을 뜻한다. 부가잡음이 정규잡음일 때 미리 정한 크기와 같은 오경보확률를 갖는 최적 퍼지부호검파기의 비신뢰도 값이 표3에 나와있다.

표 3. 비신뢰도의 최적값과 부가잡음 사이의 관계

부가잡음	비신뢰도의 최적값		
	$\theta=1$	$\theta=2$	$\theta=3$
No Noise	0.000	0.000	0.000
N(0, 1.0)	1.572	1.600	1.644
N(0, 2.0)	2.807	2.861	2.947
N(0, 3.0)	3.980	4.028	4.109

Ⅲ. 맺음말

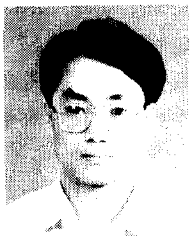
이 논문에서 우리는 퍼지집합 이론에 바탕을 둔 신호검파 방법을 간단히 살펴 보았다. 특별한 경우로써 퍼지부호검파기를 얻었고 퍼지 부호 비선형성의 몇가지 성질을 알아보았다. 퍼지부호검파기는 가정된 잡음의 통계적 특성이 바뀌더라도 성능이 크게 나빠지지 않는다는 것을 알 수 있었다. 관측량에 포함된 애매함의 측도인 비신뢰도를 알맞게 고르면 부가잡음이 존재할 때 오경보확률을 조절할 수 있음을 보았다. 확률신호검파 문제에도 같은 접근방법을 쓸 수 있을 것이다. 퍼지부호검파기의 성능특성은 얻을 수 있는 정보의 비신뢰도와 상당한 관계를 갖고 있다. 주어진 잡음특성에 대해 비신뢰도를 선택하는 것도 앞으로 다루어야 할 중요한 문제이다.

참 고 문 헌

1. A. Dziech and M. B. Gorzalczany, "Decision making in signal transmission problems with interval-valued fuzzy sets", *Fuzzy Sets, Systems,* vol. 23, pp.191-203, August 1987.
2. M. A. Gil, N. Corral, and M. R. Casals, "The Likelihood ratio test for goodness of fit with fuzzy experimental observation", *IEEE Trans. Systems, Man, Cybern.*, vol. 19, pp. 771-779, July 1989.
3. M. A. Gil, N. Corral, and P. Gil, "The Fuzzy decision problem: An approach to the point estimation with fuzzy information", *Eur. Jour. Oper. Res.*, vol. 22, pp. 26-34, October 1985.
4. 김선용, 김태현, 송익호, 손재철, "퍼지 관측량을 쓰는 알려진 신호검파 : 통계적 성능분석", 한국음향학회지, 제12권, 49-55쪽, 1993년 6월.
5. J. C. Son, I. Song, S. Y. Kim, and S. I. Park, "An application of generalized Neyman-Pearson fuzzy test to stochastic-signal detection", *IEEE Trans. Systems, Man, Cybern.*, vol. 23, pp. 1474-1481, September/October 1993.
6. S. A. Kassam and J. B. Thomas, *Nonparamtric Theory and Applications, Ed.*, Dowden, Hutchinson, and Ross, Stroudsburg, PA, USA, 1980.
7. L. A. Zadeh, "Probability measures of fuzzy events", *Jour. Math. Anal. Appl.*, vol. 23, pp. 421-427, August 1968.
8. J. C. Son, I. Song, and H. Y. Kim, "A fuzzy decision problem based on the generalized Neyman-Pearson criterion", *Fuzzy Sets, Systems,* vol. 47, pp. 65-75, April 1992.
9. A. De Luca and S. Termini, "A definition of a nonprobabilistic entropy in the setting fuzzy sets theory", *Information, Control,* vol. 20, pp. 301-312, May 1972.
10. 김선용, 퍼지집합 이론을 쓴 고전적 결정 기준의

재구성과 신호 검파, 석사 학위 논문, 한국 과학 기술원 전기 및 전자공학과, 대전, 1993년 2월.

羅 允 正 정회원
1969年 1月14日生
1992年 2月 : 공학사, 전기공학과, 서울대학교
1994年 2月 : 공학석사, 전기 및 전자공학과, 한국과학기술원
1994年 3月 - 현재 : 한국방송공사 기술연구소 연구원



宋 翊 鎬(Iick Ho Song) 종신회원
1960年 2月20日生
1982年 2月 : 공학사(준최우등), 서울대학교 전자공학과
1984年 2月 : 공학석사, 서울대학교 대학원 전자공학과
1984年 2月 : 공학석사, Univ. of Pennsylvania, 전기공학과
1987年 5月 : 공학박사, Univ. of Pennsylvania, 전기공학과
1987年 3月 - 1988年 2月 : Bell Communications Research (Morristown)연구원
1988年 3月 - 1991年 8月 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 조교수
1989年 IEEE 한국지회 재무
1990年, 1992年 한국음향학회 편집위원
1991年9月 - 현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 부교수
1995年 한국통신학회 편집위원
1989年9月, 1990年8月 URSI 신진과학자상
1991年11月 : 한국통신학회 학술상
1993年11月 : 한국음향학회 우수연구상
※관심연구영역 검파와 추정, 통계학적신호처리, 배열신호처리, 스펙트럼분석, 통신이론

金 善 勇(Kim) 정회원
1968年 1月30日生
1990年 2月 : 공학사(최우등), 전기 및 전자공학과, 한국과학기술원
1993年 2月 : 공학석사, 전기 및 전자공학과, 한국과학기술원
1991年 3月 - 현재 : 박사과정, 전기 및 전자공학과, 한국과학기술원
1991年 전기전자학회 한국지회 학생논문대회 우수상
1992/93년 전기전자학회(IEEE Communication Society) 장학금
1994年 금성 정보통신 논문대회 장려상
1994年 공공연구소 및 대학연구인력 일본연수, 한국과학재단