

Legendre 계수 결정방식 역산란 문제에서의 잡음의 영향

正會員 金正國, 裴澈秀*

Noise effects on inverse scattering problems by Legendre scattering coefficients determination

Jung Kuk Kim, Chul Soo Bai* Regular Members

要 約

산란특성함수(scattering phase function)의 Legendre 계수 결정에 의한 구형 입자의 크기, 수, 종류를 결정하는 역산란 (inverse scattering) 방식을 실제용용의 경우 문제가 되는 입자가 단일 구형이 아니거나 다중산란파의 영향을 받는 등의 조건하에서 고찰하였다. 이러한 조건들을 산란파에 잡음이 유입된것으로 간주하고 그 잡음의 진폭이 산란 전자파의 25% 인 경우까지 고려하여 그 잡음들이 여러가지 형태의 Legendre 계수 분포 재구성에 미치는 영향을 조사하였고 이 역산란 방식이 실제 측정에 적용될 수 있는지를 알아보았다.

ABSTRACT

The inverse scattering problems, that detect size, number, and nature of spherical particles by determination of Legendre scattering coefficients of scattering phase function, were examined by considering the cases that the particles are not homogeneous spheres or the particles are under multiple scattering effects. Legendre coefficient distributions of various form were determined by applying upto 25% of random noises to scattered intensities from Mie spheres, and the obtained distributions were evaluated for practical applications of the inverse scattering method.

I. 서 론

작은 입자들의 크기, 종류, 농도, 모양, 방위등의 특성을 역산란(inverse scattering) 방법으로 측정해 내는 문제는 기상학, 의학, 화학 및 공학 등 여러분야에

응용되어 왔으며 특히 수질 및 대기오염에 대한 관심의 증가로 더욱 활발히 연구되어 지고 있다. 일반적으로 이러한 종류의 역산란 문제는 역산란 방식(inverse scattering method) 과 역산란 전송방식(inverse scattering transport method) 으로 나누어 질 수 있다.

* 관동대학교 전자통신공학과
 論文番號 : 94140-0520
 接受日字 : 1994年 5月 20日

역산란 방식이란 Maxwell 방정식에 의거하여 입자로부터 단산란(single scattering) 된 전자파로부터 그 입자의 특성을 추정하는 방식이고, 역산란 전송방식이란 입자들이 어떤 미디움(medium)에 분포하는 경우 그 입자들로부터 다중산란(multiple scattering) 된 전자파를 이용하여 그 입자들의 특성을 추정하며 방사전송식(radiative transport equation) 을 사용한다. Twersky의 다중산란이론(multiple scattering theory)⁽¹¹⁾ 이 그 방사 전송식을 대신하여 사용될 수도 있으나 식의 복잡성과 매우 단순한 경우의 산란 문제에서도 수학적으로 정확한 해를 얻을 수 없다는 이유로 근래에는 거의 사용되지 않고 있다.

사용되는 전자파의 파장은 측정해내고자 하는 입자의 크기에 따라 주로 결정되며 측정여건에 따라서 선택이 가능하지만 일반적으로 제한되어 있으며 연소율 측정, 의생물학, 화학등 산업용 측정의 경우 주로 레이저광선이 사용되며^(2,9), 기상, 지질, 해양에 응용되는 경우에는 마이크로파가 사용되기도 한다^(10,12).

산란특성함수(scattering phase function) 란 어떤 입자로 부터 산란된 전자파의 산란각도에 따른 분포를 나타내며 그 입자의 물리적 특성에 따라 다르게 분포하므로 산란문제(direct problem) 에 있어서나 역산란문제(inverse scattering problem) 에 있어서 많은 연구의 대상이 되어 왔다. 일반적으로 산란특성 함수는 Legendre 다항식으로 표시되어져 왔으며 특히 1955년 Chu 와 Churchill⁽¹³⁾이 입자가 구형인 경우 Mie 산란이론으로부터 입자의 크기, 굴절율(index of refraction), 그리고 입사파의 파장을 사용하여 그 Legendre 다항식의 계수들을 구하는 완전한 수식을 유도해 내었다. 그 얻어진 계수들이 입자의 크기 및 굴절율을 사용하여 구해지므로 만약 그 계수들과 사용된 전자파의 파장이 알려진다면 그 입자의 크기 및 굴절율을 추정해낼 수 있다는 것은 널리 알려져 왔다.

그러나 대부분의 역산란 문제에 있어서 측정하고자 하는 입자의 일반적 특성(종류, 크기분포, 산란특성등)을 알고 역산란 방식을 적용하므로 그 알려진 특성을 이용하는 방식을 사용하여 측정기구를 단순화 할 수 있다는 점과 또 Legendre 계수를 구하기 위한 측정기구가 대단히 복잡해지고 고속의 연산 속도를 갖는 컴퓨터를 필요로 한다는 점, 그리고 산업분야등에서 발생하는 측정하고자 하는 입자들의 대부분이 단일한 구형이 아니라는

점 때문에 Legendre 계수를 이용하는 역산란 방식은 간과되어져 왔으며, 역산란 전송문제의 단산란의 albedo, medium 내의 산란분포, cross section 등의 특성을 조사하는데 응용되었을 뿐이다⁽¹⁴⁾. 그러나 전자공학의 발달로 복잡한 측정기구를 구성하는 것이 큰 문제가 되지않고 특히 컴퓨터의 발달로 계산시간을 현저히 단축시킬 수 있게 되어 최근에 Dayabaran⁽¹⁵⁾이 이 방식을 적용하여 구형입자의 크기와 종류를 역산란으로 결정할 경우의 정확도를 조사하여 크기와 실수부 굴절율이 매우 정확히 계산됨과 10^3 보다 큰 허수부 굴절율은 비교적 정확히 계산 될 수 있음을 보여 주었다. 그러나 이 Legendre 계수에 의한 역산란 방식을 실제 측정에 응용하는 경우, 입자가 완전한 구형이 아니거나, 두가지 이상의 성분으로 구성되거나, 또는 다른 입자들 가운데 위치하여 다중산란의 영향을 받는다는등의 문제가 Mie 산란이론의 단일 물질의 구형물체라는 가정에 위배된다.

본 논문에서는 그러한 조건하에서 산란된 전자파를 Mie 산란 전자파에 잡음이 가미된 경우로 생각하여 산란특성함수의 Legendre 계수들을 계산하고 그 Mie 산란구의 Legendre 계수들과 비교하여 이 역산란 방식의 타당성을 조사해 보고자 한다.

II. 산란특성 함수의 Legendre 계수분포

한 입자에 전자파가 입사하면 그 입사된 전자파의 일부는 산란되고 나머지는 그 입사내에 흡수된다. 이때 그 입사파를 세기(intensity) 가 I_0 인 평면파로 가정하면 그 산란 특성을 그림 1에서와 같이 편리하게 나타낼 수 있다. 산란파의 방향은 입사 평면파와 산란파 사이의 각도 θ 와 방위각(azimuth angle) ϕ 로 표시되며 입자로부터 거리가 r 만큼 떨어진 점에서의 산란파의 세기 I 는

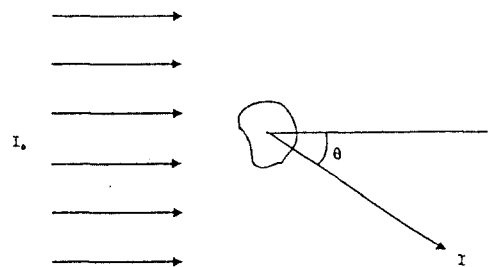


그림 1. 산란각도 θ 의 정의
Fig. 1. Definition of scattering angle, θ .

다음과 같이 주어진다⁽¹⁶⁾.

$$I = I_0 \frac{F(\theta, \phi)}{k^2 r^2} = I_0 \frac{f(\theta, \phi)}{r^2} C_{sca} \quad (1)$$

여기서 $F(\theta, \phi)$ 는 무차원(dimensionless)의 함수이고, $k(=2\pi/\lambda)$ 은 wave number, $f(\theta, \phi)$ 는 산란특성 함수, 그리고 C_{sca} 는 산란단면(scattering cross section)을 의미한다. 또한 산란특성함수는 무차원의 함수이며 모든 공간에 대해 적분하면 1이 된다.

이 산란특성함수는 입자에 의해 산란된 전파의 세기가 그 입자 주위에 어떻게 분포하는가를 나타내며, 입사파가 파장이 $0.638 \mu\text{m}$ 인 레이저 광선인 경우 표 1에 주어진 입자들의 산란특성함수가 그림 2에 보여져 있다. 적혈구는 매우 좁은 각도의 전방으로 대부분 산란하며, polystyrene 구는 적혈구의 경우 보다는 완만하게 전방으로 산란하고, 안개의 경우 거의 균일하게 모든 방향으로 산란함을 알 수 있다. 그림에서 방위각 ϕ 는 구형 입자의 경우 대칭의 특성을 가지므로 생략되

었다. 특히 적혈구는 그 형태가 중간이 얇은 원반형태이나 체적이 같은 구형으로 가정하였고 이 가정의 타당성은 이미 실험적으로 입증되어 있다⁽¹⁷⁾.

Hatel⁽¹⁸⁾은 Mie 산란이론의 결과식으로 부터 산란 특성함수를 다음의 Legendre 다항식의 합으로 표시할 수 있음을 제안하였다.

$$f(\theta) = \frac{1}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(\cos\theta) \quad (2)$$

여기서 a_n 은 크기 매개변수(size parameter) α 와 입자의 굴절율에 의해 결정되는 계수이고, $P_n(\cos\theta)$ 는 Legendre 다항식을 의미한다. 크기 매개변수란 입자의 산란조건을 나타내는 매개변수로, D 가 입자의 지름, λ 가 입사파의 파장, 그리고 m^* 은 미디움의 상대(relative) 복소 굴절율을 의미할때 다음과 같이 정의된다.

$$\alpha = \pi \frac{D}{\lambda} m^* \quad (3)$$

표 1. 적혈구, Polystyrene 구, 및 안개의 물리적 특성
Table 1. Physical characteristics of erythrocyte, Polystyrene sphere, and fog.

입자	지름(μm)	n_r	n_i
적혈구*	5.58	1.034	$5(10^{-5})$
Polystyrene*	2.02	1.2	10^{-5}
안개	0.25	1.33	10^{-9}

* 입자가 물속에 위치할때 계산됨

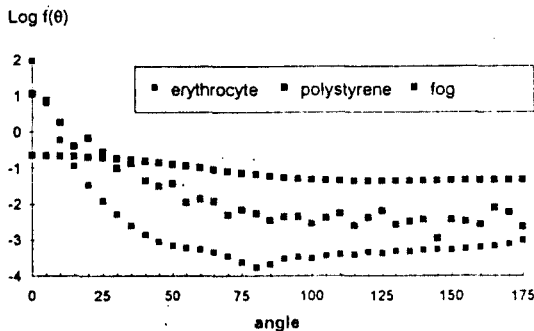


그림 2. 적혈구, polystyrene 구, 안개의 산란특성함수
Fig. 2. Scattering phase functions of erythrocyte, polystyrene sphere, and fog.

표 1에 주어진 그림 2의 산란 특성을 갖는 입자들의 Legendre 계수들을 Chu와 Churchill⁽¹⁹⁾이 Mie 산란 이론으로 부터 유도한 수식으로 계산하였고 그계수들의 n 에 대한 분포도를 그림 3에 보였다. Chu와 Churchill의 식은 Mie 산란 이론에 의해 계산된 결과와 비교할때 소숫점 이하 5자리까지의 정확도를 갖는다는 것이 알려져있다. 그림에서 계수 분포들은 포물선을 그리며 n 이 어느 한정된 값까지만 나타나 있다. 비록 식 (2)에서 n 은 무한대까지를 포함하지만 실제의 경우 n 이 어느 한계값 이상인 계수값들은 영(zero)에 매우 가까워지므로 분포도에 나타나지 않았다. 그림 4에 크기가 다른 polystyrene 구들의 Legendre 계수 분포가 그려져 있다. 그 분포들로 부터 관찰할 수 있는 것은 큰 입자들의 분포가 작은 입자들의 분포보다 넓고 특히 그 a_n 의 값이 감소하여 영에 근사할때의 n 이 크기 매개변수의 2배가 된다는 것이다. 이것은 매우 중요한 사실로 Legendre 계수 분포도로 부터 입자의 크기를 결정할때 이용된다. 즉 계수가 영에 매우 근사할때의 n 이 식 (3)의 α 에 두배와 같다고 놓으면 지름 D 가 쉽게 구해진다. 그 입자의 종류는 굴절율을 추정함에 의해 결정되는데 계수분포 중 최대인 계수값을 이용한다. 구해진 지름을 Chu와 Churchill이 유도한 식에 적용

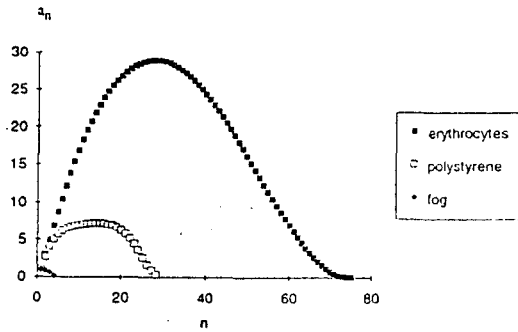


그림 3. 적혈구, polystyrene 구, 안개의 산란특성 Legendre 계수 분포

Fig. 3. Scattering Legendre coefficient distributions of erythrocyte, polystyrene sphere, and fog.

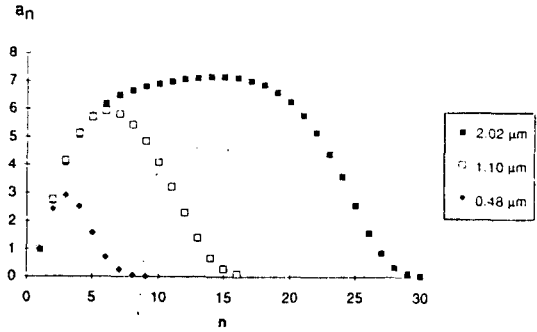


그림 4. 크기에 따른 polystyrene 구의 산란특성 Legendre 계수 분포

Fig. 4. Legendre coefficient distributions of polystyrene sphere at different size.

하고 굴절율을 변화시켜 구한 계수분포들 중 최대치가 미리 구한 최대치에 유사한 것을 선택한 후 최소 제곱법 (least square criterion) 등의 수치 해석법을 사용하여 가장 유사한 계수분포를 나타내는 굴절율을 선택한다.

최근에 Dayabaran⁽¹⁵⁾이 그 방식을 적용하여 다음에 나타난 범위의 입자들의 Legendre 계수 분포도로 부터 크기와 굴절율을 계산하여 크기와 실수 굴절율

$$\begin{aligned} 0.1 < \alpha < 140, \\ 1.0 < n_r < 2.0 \\ 10^{-8} < n_i < 2.0 \end{aligned}$$

은 매우 정확하게 결정된다는 것을 보였고 허수 굴절율은 크기가 10^{-3} 보다 큰 경우에 정확히 결정됨을 보였다.

Ⅲ. 산란파로부터의 Legendre 계수분포 결정

1. 단산란 입자

공간 또는 동질(homogeneous)의 미디움내에 위치하는 하나의 구형 입자나 구형으로 근사할 수 있는 입자로 부터 각도 θ 로 산란된 전파의 세기는 식 (1)로 구해진다. 여기서 우리가 거리 r 을 고정 시키면 산란특성함수 이외의 양들은 상수 A 로 표시되어 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$I = Af(\theta) \tag{4}$$

식 (2)를 식 (4)에 대입하면 다음과 같이 쓰여진다.

$$Af(\mu) = A \sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(\mu) \tag{5}$$

여기서 $\mu = \cos\theta$ 이다. Legendre 다항식의 직교성(orthogonality property)을 이용하기 위하여 $P_m(\mu)$ 를 양변에 곱하고 μ 에 대해 적분하면 m 번째 계수를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$a_m = 2\pi(2m+1) \int_{-1}^1 f(\theta)P_m(\mu)d\mu \tag{6}$$

여기서 m 을 0부터 증가시키면 구하고자 하는 계수들을 구할 수 있다. 식 (6)의 적분은 식 (4)로 주어진 산란파의 세기를 필요한 각도들에서 측정 한 후 Gauss 구적법 등의 수치 적분법을 적용하여 수행한다.

2. 저 밀도 산란 미디움

미디움내에 입자들이 희박(tenuous)하게 분포하는 경우의 역산란 문제는 비교적 간단하게 해결될 수 있다. 여기서 희박한 분포란 입자들의 전체 체적이 그 입자들을 포함하는 미디움 체적에 0.1%이하인 경우로 정의된다⁽¹⁹⁾.

입자들의 밀도가 극히 낮아 각 입자들이 단산란 특성을 보이는 경우 거리 r 을 미디움으로부터 가능한 한 멀리 정하면 그 미디움으로부터의 산란파의 세기는 식

(4)로 주어지는 단산란 입자 산란파의 세기에 그 입자들의 수를 곱한 것으로 생각할 수 있고 위의 단산란 입자에서의 역산란 과정을 그대로 적용하여 해결할 수 있다.

밀도가 높아져서 위의 단산란 방식을 적용할 수 없는 경우 1차 산란 근사법(first order scattering approximation)을 적용한다. 1차 산란 근사법이란 진행 전자파의 세기가 입자들로 말미암아 감소(attenuation)되며 진행되는 경우이다. 그림 5에 입사 평면파가 $\hat{\Omega}_0$ 방향으로 입자들에 의해 감소하며 진행하고 있고 위치 \bar{r} 에서 $\hat{\Omega}$ 방향으로의 산란파를 고려하는 경우를 보인다. 이 경우 레이더 방정식(radar equation)이 쓰일 수 있지만 본 논문에서는 방사전송 방정식(radiative transport equation)⁽²⁰⁾을 사용한다. 또 최근에 원격 탐지(remote sensing) 분야나 역산란 문제에 있어서 산란파의 분극(polarization)을 이용하는 방식이 많이 응용되고^(11, 21, 22) 벡터 전송방정식(vector radiative transport equation)⁽²³⁾이 활발히 사용되고 있지만 본 논문에서는 문제를 단순화 하고자 그 방식들을 고려하지 않는다.

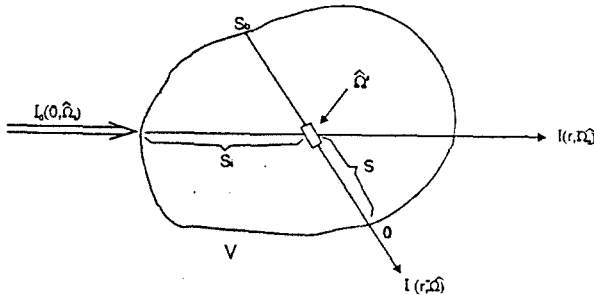


그림 5. 다중산란 미디움 V
Fig. 5. Multiple scattering medium V.

입자들이 분포하는, 소오스가 그 안에 없는 미디움내의 에너지 분포를 묘사하는 방사전송 방정식은 다음의 형태로 주어진다⁽²⁰⁾.

$$\frac{dI(\bar{r}, \hat{\Omega})}{ds} = -\rho C_t I(\bar{r}, \hat{\Omega}) + \rho C_t \int_{4\pi} f(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}') I(\bar{r}, \hat{\Omega}') d\hat{\Omega}' \quad (7)$$

여기서 $\hat{\Omega}$ 는 극 방향 (polar direction) 단위 벡터로 전자파의 진행 방향을 나타내며 방위각이 대칭인 경우

식 (2)에서와 같이 θ 만의 함수가 된다. 1차 산란 근사를 위식에 적용하면 산란된 전자파의 세기를 나타내는 해는 다음과 같이 얻어진다⁽¹⁹⁾.

$$I(\bar{r}, \hat{\Omega}) = \int_0^{\tau} e^{-\rho C_t(s-s')} [\rho C_t \int_{4\pi} f(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}') I_{ii}(\bar{r}_1, \hat{\Omega}') d\hat{\Omega}'] ds' \quad (8)$$

여기서 $I_{ii}(\bar{r}_1, \hat{\Omega}')$ 는 \bar{r}_1 에 위치하는 입자들에 입사하는 전자파의 세기로 다음과 같이 주어진다.

$$I_{ii}(\bar{r}_1, \hat{\Omega}') = I_0 e^{-\rho C_t \tau} \quad (9)$$

Legendre 다항식의 직교성을 식 (8)에 적용하면 단산란 입자의 문제에서와 같은 방법으로 계수들을 구할 수 있다.

3. 고 밀도 산란 미디움

고 밀도의 산란 입자들을 포함하는 slab 미디움으로부터 산란된 전자파의 세기를 양쪽 경계면에서 측정함에 의해 그 입자들의 계수들을 역산란으로 구해내는 방식은 McCormick⁽¹⁴⁾에 의해 개발되었다. 이러한 고밀도 미디움의 경우 다중산란(multiple scattering) 현상이 증가하기 때문에 위의 언급한 저 밀도 미디움에서와 같은 가정이 적용될 수 없다. 식 (7)로 주어지는 전송방정식으로 부터 전자파의 세기를 Fourier series로 표시하면, 양쪽 경계면에서 평가되어지는 angular moment 들에 관한 다음의 두 식을 구한다.

$$i_{in}^m(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \cos(m\phi) \int_{-1}^1 d\mu P_m^m(\mu) I(\tau, \mu, \phi) \quad (10)$$

$$i_{in}^m(\tau) = 4 \int_0^1 d\mu \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \cos(m\phi) I(\tau, -\mu, \phi) \right] \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \cos(m\phi) I(\tau, \mu, \phi) \right] \quad (11)$$

여기서 $\tau (= \rho C_t z)$ 는 optical distance 를 의미하며 slab 미디움의 경우 대칭성에 의해 1차원으로 표시할 수 있으므로 미디움의 수직방향을 z축으로 가정하여 사용하였고 식 (7)에서 사용한 극방향(polar direction) $\hat{\Omega}$ 는 그 성분 μ 와 ϕ 로 나누어 표시하였다. 위 식들에서 I는 양

쪽 경계면에서 측정하고 $P_n^{(m)}$ 는 결합형(associated Legendre) 다항식을 의미한다. 계수 a_n 들은 $m=0, 1, 2, \dots, N$ 로 변화시킴에 의해 다음의 식으로 결정된다.

$$i_n^m(0) - i_n^m(\tau_0) = 4\pi \sum_{n=m}^N \frac{a_n}{(2n+1)} S_n^m \quad (12)$$

여기서 괄호안의 0과 τ_0 는 slab의 양쪽 경계면의 optical distance를 의미하고 S_n^m 은 다음과 같이 주어진다.

$$S_n^m = (-1)^{(n-m)} (2n+1) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} [i_n^m(0)]^2 - [i_n^m(\tau_0)]^2 \quad (13)$$

4. 산란 미디움내에 위치하는 inhomogeneous 입자

다음은 그림 6과 같이 동종의 입자들이 분포되어 있는 미디움내에 위치하는 inhomogeneous 입자의 산란 계수를 구하는 문제를 고려한다. 이러한 문제의 한 예는 혈액속에 발생한 혈전이나 공기방울의 크기와 종류를 결정하는 것이다^[24, 25]. 문제를 단순화 하기 위하여 그 미디움을 1차 산란 근사를 만족시키는 저 밀도 미디움으로 가정한다.

그 inhomogeneous 입자를 미디움내에 위치하는 2차 소오스(secondary source)로 생각하면 그 미디움내의 전파 분포를 나타내는 방사전송방정식은 다음과 같이 주어진다.

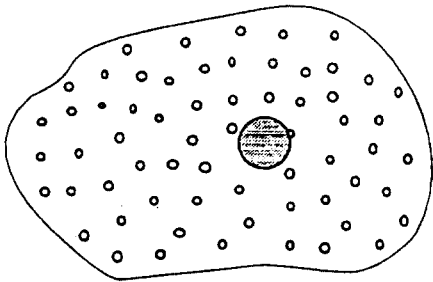


그림 6. 동종의 입자들로 구성되는 다중산란 미디움내에 위치하는 inhomogeneous 입자.

Fig. 6. An inhomogeneous particle located in multiple scattering medium of homogeneous scatterers.

$$\frac{dI(\vec{r}, \hat{\Omega})}{ds} = -\rho C_t I(\vec{r}, \hat{\Omega}) + \rho C_t \int_{4\pi} f(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}') I(\vec{r}, \hat{\Omega}') d\hat{\Omega}' + Q(\vec{r}, \hat{\Omega}) \quad (14)$$

여기서 Q 항은 소오스를 나타내며 inhomogeneous 입자로 부터 방사되는 전파의 세기를 의미한다. 위 식에 1차 산란 근사를 적용하면 다음의 해를 갖는다.

$$I(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \int_0^{s_1} e^{-\rho C_t (s-s_1)} [\rho C_t \int_{4\pi} f(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}') I(\vec{r}_1, \hat{\Omega}') d\hat{\Omega}' + Q(\vec{r}, \hat{\Omega}) \delta(\vec{r} - \vec{r}_s)] ds_1 \quad (15)$$

여기서 델타 함수 $\delta(\vec{r} - \vec{r}_s)$ 는 어떤 측정 순간에 inhomogeneous 입자가 미디움내의 어떤 위치 \vec{r}_s 에 한 개만 존재한다고 가정하여 사용하였다. 이 결과식으로 부터 전체산란은 미디움내에 분포하는 산란입자들로 부터의 산란파와 inhomogeneous 입자로 부터의 산란파의 합으로 표시됨을 알 수 있다. 소오스 Q 는 그 inhomogeneous 입자의 산란을 의미하는 2차 소오스이므로 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$Q(\vec{r}, \hat{\Omega}) = I_n C_{in} f_i(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}') \quad (16)$$

여기서 I_n 는 식 (9)로 주어지며 C_{in} 는 inhomogeneous 입자의 cross section이고 $f_i(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}')$ 는 산란 특성 함수이다.

그 inhomogeneous 입자의 계수를 구하는 간단한 방법은, 먼저 inhomogeneous 입자가 존재하지 않는 미디움으로 부터 얻어지는 산란파의 세기를 측정 한 후, inhomogeneous 입자를 포함하는 미디움으로 부터 얻어진 산란파의 세기로 부터 감하여 얻은 산란파의 세기가 위의 식 (16)과 같이 주어지므로 단산란 입자의 경우에서 수행한 Legendre 다항식의 직교성을 그대로 적용하는 것이다.

본 절에서는 여러가지 종류의 산란 문제에서 산란파의 세기로 부터 입자들의 산란 Legendre 계수들을 구하는 역산란 방식을 고려하였다. 그러나 위의 방식들을 실제 측정에 적용하는 경우 그 측정 산란파들이 여러가지 잡음의 영향을 받게된다. 단 산란 입자의 역산란 문제에 있어서는 그 입자가 정확한 구형이 아니거나 표면이 불규칙하거나 또는 두가지 이상의 성분으로 구성되는 등의 경우 산란파의 세기는 단일 구형입자의 경우와 달라지며

얻어지는 Legendre 계수에 영향을 미치게된다. 입자들이 분포하는 미디움의 역산란 문제에서는 그 입자들이 불규칙하게 위치하며 운동하므로, 또 그 입자들의 모양이나 방위등의 영향으로 산란파는 불규칙한 동요(perturbation)를 겪게 된다. 다음 절에서는 이러한 잡음들이 Legendre 계수에 의한 역산란 방식에 어떠한 영향을 주는지를 여러가지 Legendre 계수분포를 가정하여 조사하고 혈액속에 위치하는 혈전을 측정해내는데 적용해 보도록 한다.

IV. 잡음하에서의 Legendre 계수 결정

본 절에서는 잡음이 Legendre 계수 결정에 미치는 영향을 조사하기 위하여 산란파의 세기에 25%까지의

불규칙 잡음을 여러가지 형태의 계수 분포를 갖는 입자들로 부터의 산란파에 가하거나 감하여 산란 계수들을 결정한 후 원래의 계수 분포와 비교한다. 즉 전 절에서 설명한 각 경우들의 식 (6), (8), (10), (11), (15)의 적분 기호내의 Mie 산란파의 세기 I 에 5%, 10%, 25%까지의 불규칙 잡음을 가하거나 감한 후 Gauss 구적법에 의해 그 적분을 수행하고, 얻어진 계수분포들을 Mie 산란 계수분포와 비교하여 잡음의 영향을 조사한다. 이 과정은 매 3회씩 반복되고 다른형태의 점들로 표시하도록 한다. 그 후 산란 미디움내에 위치하는 inhomogeneous 입자의 한 예인 혈액내에 존재하는 혈전의 산란계수를 적혈구의 불규칙 다중산란에 기인하는 동요(perturbation) 하에서 계산하고 고찰하여 이 방식의 실제응용에서의 타당성을 보인다.

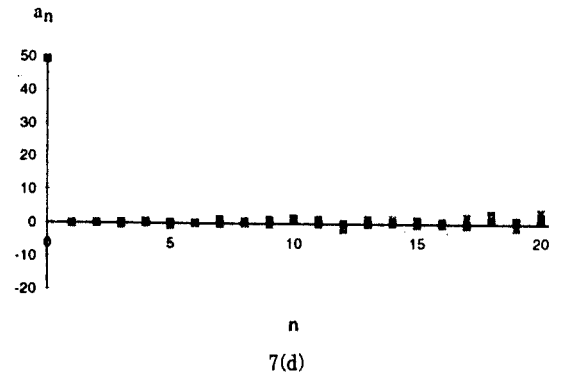
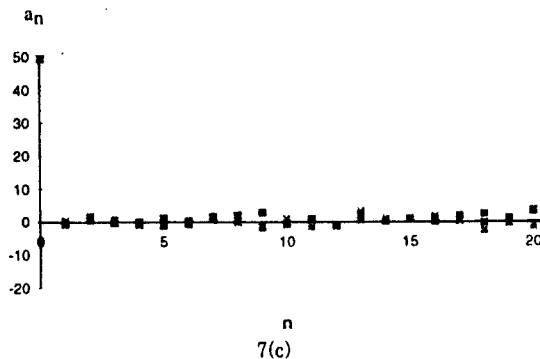
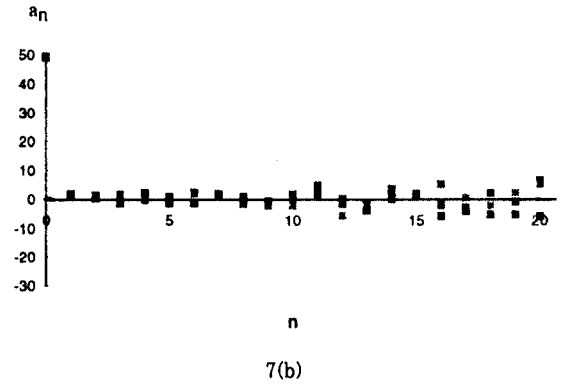
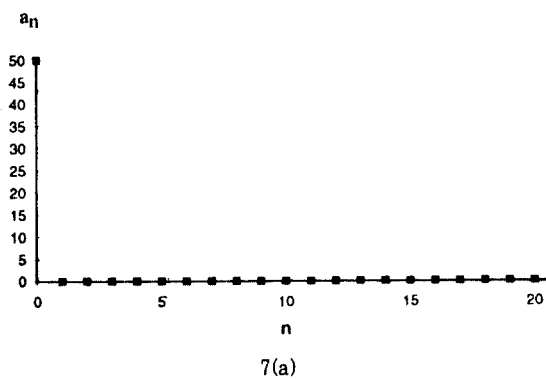


그림 7. 한 개의 계수를 갖는 Isotropic 산란 입자의 Legendre 계수분포 : Mie 산란계수분포(a), 25% 잡음(b), 10% 잡음(c), 그리고 5% 잡음(d)
 Fig. 7. A Legendre coefficient distribution of one coefficient isotropic scatterer : Mie scattering coefficient distribution(a), 25% noise(b), 10% noise(c), and 5% noise(a).

먼저 그림 7a와 같이 한개의 계수가 존재하는 경우를 가정한다. 이것은 식 (2)의 Legendre 다항식에서 $n=0$ 인 경우로 $P_0(\cos\theta)=1$ 이고 그 이상의 계수를 갖는 항은 존재하지 않음으로 산란각 θ 에 관계없이 모든 방향으로 일정하게 산란하는 isotropic 산란을 의미한다. 그림 7b, 7c, 7d에 각각 25%, 10%, 5%까지의 잡음이 유입된 경우 결정된 계수들의 분포가 보여졌다. 잡음의 대소에 관계없이 각 경우의 a_0 는 7a의 Mie 산란 계수에 매우 근사한 분포를 보인다. 그림 7b,c,d 의 $n>0$ 인 계수들은 a_n 이 영에 가까이 감소한 후에는 무한히 영에 수렴하는 Legendre 계수분포의 특성을 고려하여 무시할 수 있다.

다음은 그림 8a와 같이 $n=0,1$ 인 두개의 계수를 갖는 경우로 입자 밀도가 매우 높은 미디움으로 부터의 산란

을 묘사하는 확산 (diffusion) 을 의미하며 실제로 확산 방정식과 긴밀한 관계를 보인다. 그림 8b, 8c, 8d 에 나타난 잡음하에 결정된 계수들은 잡음의 진폭에 관계없이 여전히 8a의 Mie 산란 계수에 매우 근사한 분포를 보인다.

그림 9a에는 5개의 계수를 갖는 분포가 가정되었다. 그림 8b, 8c, 8d의 계산된 계수 분포를 관찰하면 큰 폭의 잡음이 유입된 경우 작은 폭의 잡음이 유입된 경우보다 큰 오차를 보이고 또 계수가 하나나 두개인 그림 7, 8의 경우와 비교할때 오차가 커졌음을 관찰할 수 있다. 20개의 계수를 갖는 그림 10a, 10b, 10c, 10d의 분포에서도 같은 관찰 결과를 얻을 수 있었고 특히 그 오차의 폭이 작은 개수의 계수를 갖는 그림 7,8,9에서 보다 증가했음을 알 수 있다. 40개의 계수를 갖는

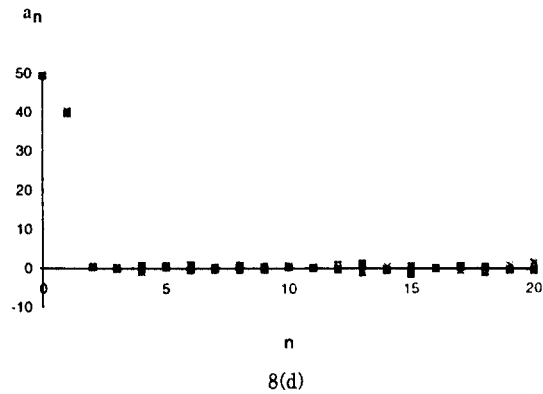
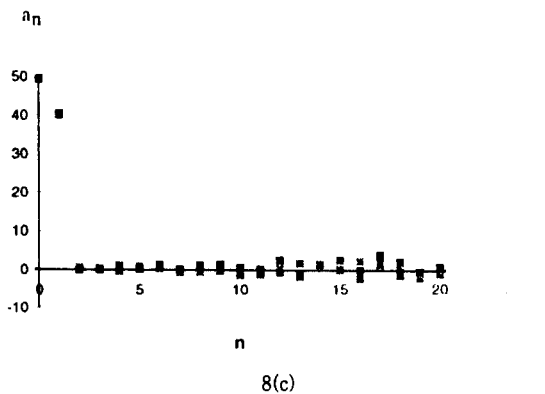
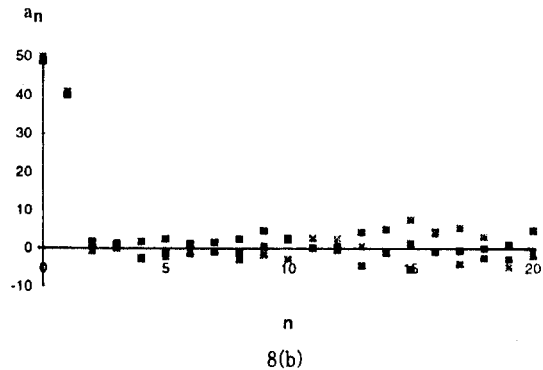
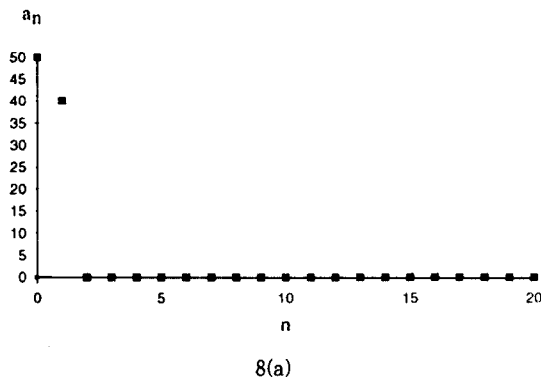


그림 8. 두 개의 계수를 갖는 산란 입자의 Legendre 계수분포 : Mie 산란계수 분포(a), 25% 잡음 (b), 10% 잡음(c), 그리고 5% 잡음(d)

Fig. 8. A Legendre coefficient distribution of two coefficient scatterer : Mie scattering coefficient distribution(a), 25% noise(b), 10% noise(c), and 5% noise(a).

경우도 고찰하여 같은 관찰 결과를 얻었으나 본 논문에서는 그 계수분포를 보이지는 않았다.

다음은 계산시 사용되는 계수 갯수에 따른 영향을 고찰하기 위하여 그림 11a에 5%의 잡음이 가미된 40개의 갯수를 갖는 분포를 $n=99$ 까지를 사용하여 얻은 분포를 보였고 그림 11b에 $n=250$ 까지 사용하여 얻은 분포를 보였다. 이 그림들로 부터 적은 수의 n 을 사용한 경우가 적은 오차를 발생시킴을 관찰할수 있다. 그 이외에도 인접한 계수값들의 차이등 여러가지 조건이 있겠으나 본 논문에서는 잡음이 계수결정에 미치는 영향을 조사하므로 더이상 언급하지 않도록 한다.

위에 설명된 관찰결과를 요약하면 다음과 같다.

1. isotropic 한 성분을 의미하는 첫번째 계수 a_0 은

유입된 잡음의 진폭과 계수의 계산 갯수에 관계없이 매우 정확하게 얻어 진다.

2. 유입된 잡음이 증가하면 얻어진 계수의 오차도 증가한다.
3. 고려하여야 할 계수가 많으면 얻어진 계수의 오차도 증가한다.
4. 적분계산시 적은 수의 계수를 사용하면 얻어진 계수의 오차가 감소한다.

다음은 전 질에 언급한 다중산란 medium 내에 존재하는 inhomogeneous한 입자의 특성을 찾아 내는 역산란 문제의 한 예인 혈액속에 발생한 혈전을 특성화하는 문제를 위의 관찰결과를 통해 해결해 보고자 한다. 혈액은 적혈구등의 혈구가 매우 조밀하게 분포하는 미

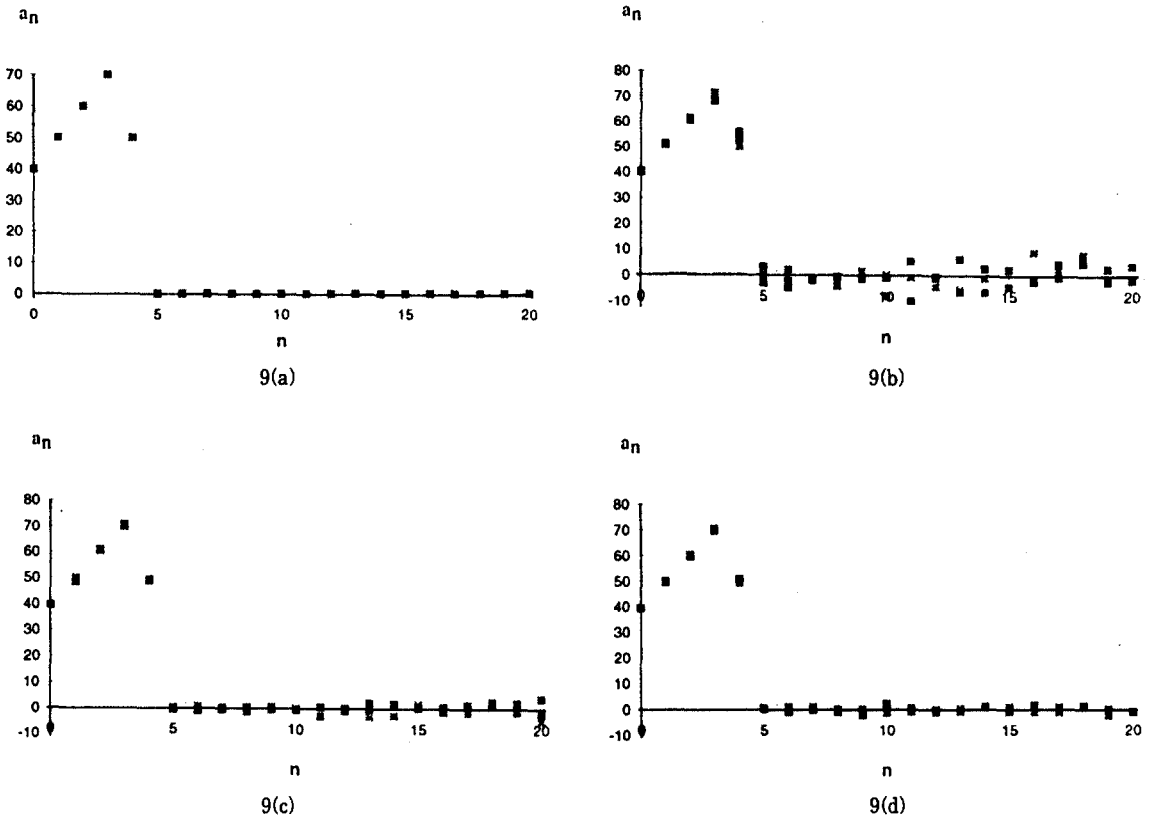


그림 9. 다섯 개의 계수를 갖는 산란 입자의 Legendre 계수분포 : Mie 산란계수분포(a), 25% 잡음(b), 10% 잡음(c), 그리고 5% 잡음(d)
 Fig. 9. A Legendre coefficient distribution of five coefficient scatterer : Mie scattering coefficient distribution(a), 25% noise(b), 10% noise(c), and 5% noise(a).

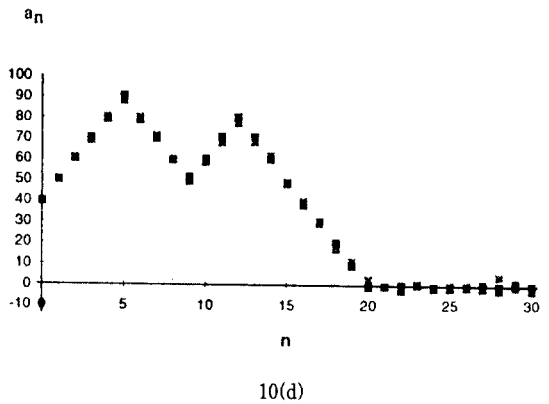
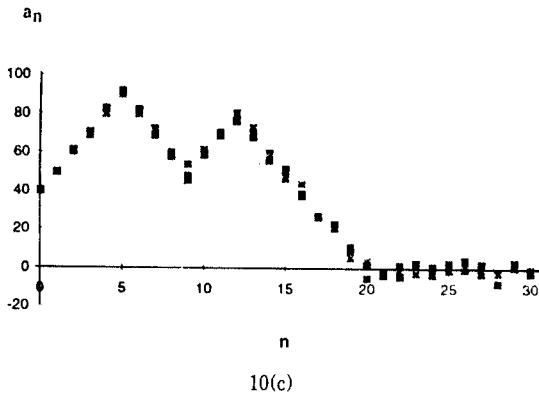
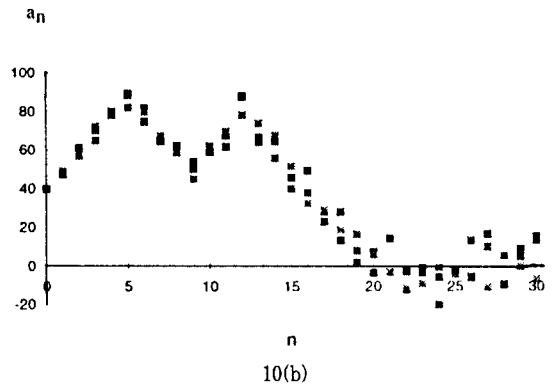
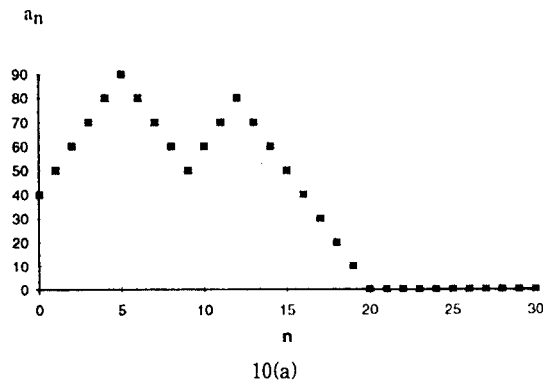


그림 10. 이십 개의 계수를 갖는 산란 입자의 Legendre 계수분포 : Mie 산란계수분포(a), 25% 잡음(b), 10% 잡음(c), 그리고 5% 잡음(d)

Fig. 10. A Legendre coefficient distribution of twenty coefficient scatterer : Mie scattering coefficient distribution(a), 25% noise(b), 10% noise(c), and 5% noise(a).

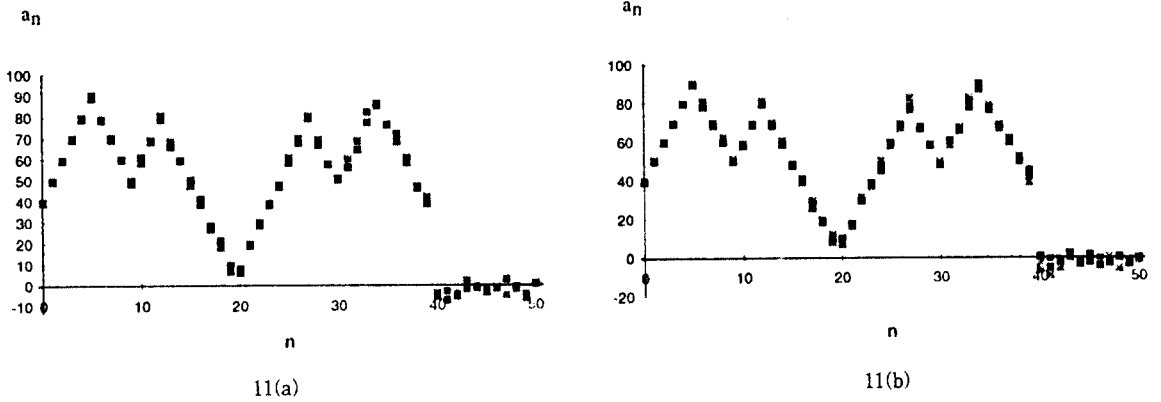


그림 11. 5% 잡음 유입시 계산된 40개의 산란 Legendre 계수분포 : (a) 99개의 계산 갯수를 사용, (b) 250개의 계산 갯수를 사용

Fig. 11. Legendre coefficient distribution of 40 coefficient scatterer with 5% noise : (a) used 99 calculation number, (b) used 250 calculation number.

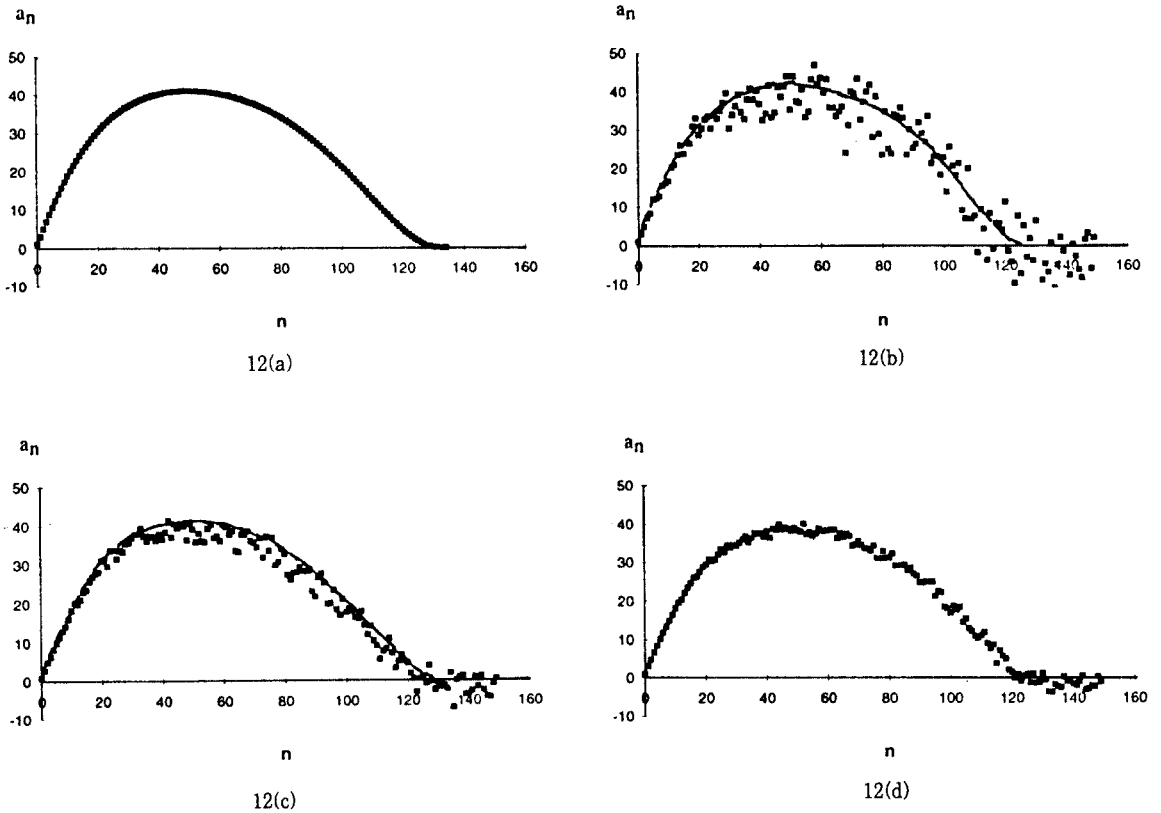


그림 12. 지름이 $10\mu\text{m}$ 인 적혈구 혈전의 산란특성 Legendre 계수분포 : Mie 산란계수분포(a), 25% 잡음(b), 10% 잡음(c), 그리고 5% 잡음(d)

Fig. 12. Legendre coefficient distribution of $10\mu\text{m}$ erythrocyte thrombin : Mie scattering coefficient distribution(a), 25% noise(b), 10% noise(c), and 5% noise(a).

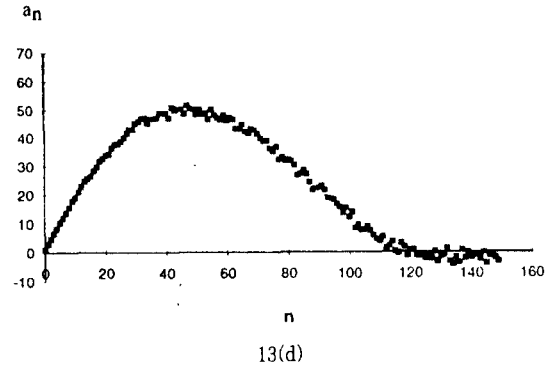
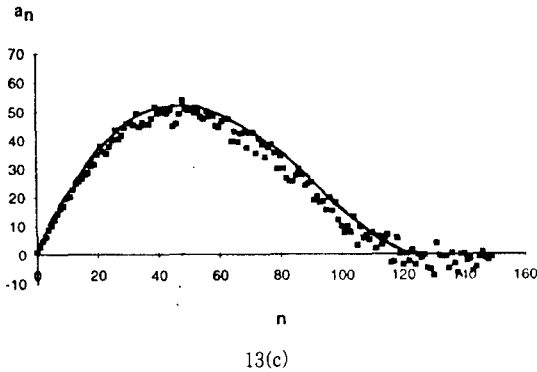
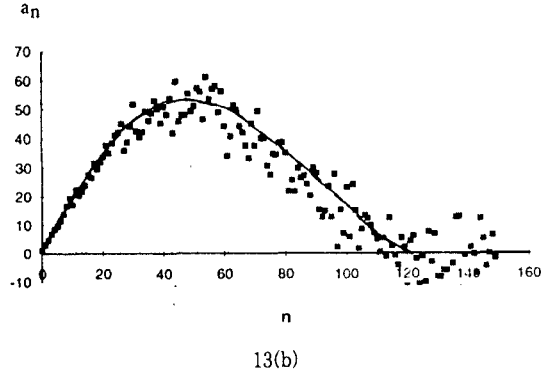
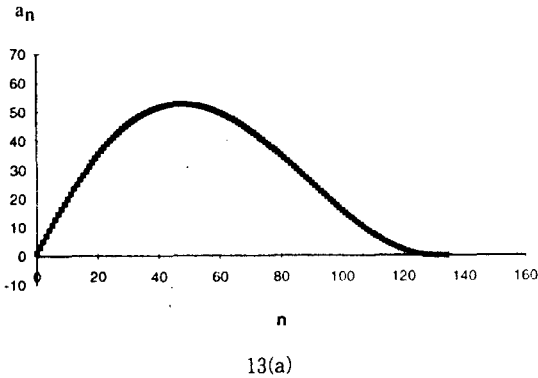


그림 13. 지름이 10µm 인 혈소판 혈전의 산란특성 Legendre 계수분포 : Mie 산란계수분포(a), 25% 잡음(b), 10% 잡음(c), 그리고 5% 잡음(d)
 Fig. 13. Legendre coefficient distribution of 10µm Platelet aggregate : Mie scattering coefficient distribution(a), 25% noise(b), 10% noise(c), and 5% noise(a).

다음으로 그 혈구들의 체적이 전체 체적의 45% 가까운 매우 입자 밀도가 높은 산란 미디움 이다. 혈액내의 빛의 산란을 이용하는 문제는 산소 포화도 및 pH 결정, 또 혈구의 크기 및 수를 측정해내는데 응용되어 왔고 최근에 혈액내에 존재하는 여러가지 종류의 혈전을 찾아내는데 응용되어 왔다^{16, 25)}. 특히 혈전을 측정하는 문제와 같은 입자 밀도가 높은 다중산란 미디움내에 존재하는 inhomogeneous 한 입자의 특성을 측정하는 문제는 수학적으로나 해석적으로 그 해를 구하기 힘들고 거의 연구되어지지 않고있다. 혈액으로부터의 산란은 실험실에서의 In Vitro 측정시 평균치의 약 10% 내외의 동요(perturbation) 를 보이니²⁵⁾ 위의 관찰에서 처럼 5%, 10%, 25% 까지의 잡음을 고려한다.

그림 12a에 크기가 10µm인 구형으로 가정한 적혈구의

혈전(erythrocyte thrombin)으로 부터의 Legendre 산란 계수분포가 주어졌다. 실제의 경우 혈전들은 매우 복잡한 형태를 보이나 구형으로 가정하여 산란을 고려한 경우 실험 결과와 잘 일치하므로²⁵⁾ 본 논문에서도 구형으로 가정한다. 그림 12b, 12c, 12d에 잡음이 유입된 경우에 결정된 계수분포가 주어졌다. 그 결과들은 위에서 언급한 관찰결과와 잘 일치하며, 만약 그 분포도들의 상부 포락선을 선택하면 가해진 잡음의 진폭에 크게 관계없이 그림 12a의 Mie 계수 분포와 잘 일치됨을 알 수 있다. 그림 13a, 13b, 13c, 13d 에 같은 크기의 혈소판의 혈전(platelet aggregate) 을 고려하여 같은 관찰결과를 얻는다.

그러므로 이상에서 조사한 바와 같이 Legendre 계수 결정방식의 역산란 문제를 적용할 경우 문제가 되는 잡

음의 유입하에서도 계수 분포들을 비교적 정확히 결정할 수 있어 이 역산란 방식이 실제 측정에 효과적으로 적용될 수 있겠다.

V. 결 론

본 논문에서는 산란특성함수(scattering phase function)의 Legendre 계수분포에 의해 그 산란입자의 특성을 결정하는 역산란 방식에 대하여 알아 보았고, 실제 응용시 문제가 되는 산란체가 단일 물질의 구형이 아니거나 다중산란(multiple scattering)의 영향을 받는 경우를 Mie 산란과에 불규칙 잡음이 유입된 것으로 간주하여, 그 방식의 실제 응용시의 타당성을 조사하였다. 25% 까지의 불규칙 잡음을 인위적으로 선택된 계수분포에 고려하여 계수 결정시의 잡음에 의한 영향 및 특성을 관찰하였고, 그방식을 혈액내에 존재하는 혈전의 크기, 수, 종류를 결정하는 문제에 적용하여 혈전 산란특성함수의 Legendre 계수분포를 계산하였다. 그 계산된 계수분포들을 혈전의 Mie 산란 계수분포와 비교하여 적혈구에 의한 다중산란과의 영향하에 결정된 계수분포의 상부 포락선이 혈전만의 Mie 산란 계수분포와 잘 일치함을 관찰하였다. 본 논문에 소개된 Legendre 계수에 의한 역산란 방식은 산업의 여러 분야에서 요구하는 미소입자의 특성을 조사하는데 적용할 수 있겠다.

참고문헌

1. V. Twersky, "On propagation in random media of discrete scatterers," Proc. Symp. Appl. Math., vol. 16, pp.84-116, 1964.
2. S. Penner, C. Wang, and M.Bahadori, "Laser diagnostics applied to combustion system," Twentieth Symp. on Combustion/The Combustion Institute, pp.1149-1176, 1984.
3. J. Bernard, "particle sizing in combustion systems using scattered laser light," J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer vol. 40, no. 3, pp.321-330, 1988.
4. R. Spinrad and J. Brown, "Relative real refractive index of marine microorganism: a

technique for flow cytometric estimation," Applied Optics, vol. 25, no. 12, pp.1930-1934, 1986.

5. S. Ackleson and R. Spinrad, "Size and refractive index of individual marine particles : a flow cytometric approach," Applied Optics, vol. 27, no. 7, pp.1270-1277, 1988.
6. J. Kim, J.C. Lin, and L.O. Reynolds, "A laser scattering method for characterization of thromboemboli in whole blood," 16th International Conference of IEEE EMBS, Vol.2, pp.1003-1004, Baltimore, November 1994.
7. P. Qing, H. Nakane, Y. Sasano, and S. Kitamura, "Numerical simulation of the retrieval of aerosol size distribution from multiwavelength laser radar measurements," Applied Optics, vol. 28, no. 24, pp.5259-5265, 1989.
8. E. Muly and H. Frock, "Industrial particle size measurement using light scattering," Optical Engineering, vol. 19, no. 6, pp.861-869, 1980.
9. N. Roth, K. Anders, and A. Frohn, "Refractive-index measurements for the correction of particle sizing methods," Applied Optics, vol. 30, no. 33, pp.4960-4965, 1991.
10. S. Hashimoto, "A new simplified water vapor measurement using a multifrequency microwave radiometer with two-different-beamwidth antennas," IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing, vol. 30, no. 4, pp.832-837, 1992.
11. B. Wen, L. Tsang, D. Winebrenner, and A. Ishimaru, "Dense mediumradiative transfer theory : Comparison with experiment and application to microwave remote sensing and polarimetry," IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing, vol. 28, no. 1, pp.46-59, 1990.
12. C. Lam and A. Ishimaru, "Calculation of Mueller matrices and polarization signatures for slab of random medium using vector radiative transfer," IEEE Trans. Antennas and

- Propagation, vol. 41, no. 7, pp.851-862, 1993.
13. C. Chu and S. Churchill, "Representation of the angular distribution of radiation scattered by a spherical particle," J. Opt. Soc. Am., vol. 45, no. 11, pp.958-962, 1955.
 14. N. McCormick, "Transport scattering coefficients from reflection and transmission measurements," J. Math. Phys., vol. 20, no. 7, 1979.
 15. S. Dayabaran, "Estimation of the size and complex index of refraction from the Legendre polynomial scattering coefficients of the single scattering phase function," Master's Thesis, Bioengineering, The University of Illinois at Chicago, 1992.
 16. H.C. van de Hulst, Light scattering by small particles, New York, Dover, 1981.
 17. L. Reynolds, J. Molocho, C. Johnson, and A. Ishimaru, "Optical cross-section of human erythrocytes," Proc. 27th ACFMB, pp.58, Philadelphia, Pennsylvania, Oct. 1974.
 18. V. W. Hartel, "Zur theorie der lichtstreuung durch trubeschichten, besonders tr bglaser," Das Licht, vol. 40, 1940.
 19. A. Ishimaru, Wave propagation and scattering in random media, vol.1 and 2, New York, Academic Press, 1978.
 20. J. Duderstadt and W. Martin, Transport theory, New York, Johnson and Sons, 1979.
 21. W.-M. Boerner, W. Yan, and A. Xi, "Basic equations of radar polarimetry and its solutions," Proc. SPIE-Intln. Soc. Opt. Eng., vol. 1317, pp.16-79, 1990.
 22. B. Foo, S. Chaudhuri, and W.-M. Boerner, "Polarization correction and extension of the Kennaugh-Cosgriff target-ramp response equation to the bistatic case and applications to electromagnetic inverse scattering," IEEE trans. Antennas and Propagation, vol. 38, no. 7, pp.964-972, 1990.
 23. L. Tsang, J. Kong, and R. Shin, Theory of microwave remote sensing, New York, Wiley-interscience, 1985.
 24. L. Reynolds, K. Solen, S. Mohammad, G. Pantalos, and J. Kim, "Differential light scattering cuvettes for measurement of thromboemboli in high shear blood flow systems," ASAIO, vol. 36, no. 3, pp.M185-M188, 1990.
 25. J. Kim, "Microemboli characterization in whole blood medium by laser scattering method," Ph. D. Dissertation, Bioengineering Program, The University of Illinois at Chicago, 1993.

金正國 (Jung Kuk Kim)

정회원

1960년 4월 5일생

1982년 2월 : 명지대학교 전자공학과 (학사)
 1984년 2월 : 명지대학교 대학원 전자공학과 (석사)
 1993년 12월 : 미국 The Univ. of Illinois at Chicago
 (공학박사)
 1984년 5월~1986년 12월 : 미국 Illinois 주 Mt. Prospect,
 Beam Telecommunication, Inc. Project
 Engineer
 1995년 6월~현재 : 미국 Minnesota 주 St. Paul,
 Guidant CPI, Inc. 에서 Senior Research
 Scientist

* 주관심분야 : 전기자기파의 생체효과 등



裴澈秀 (Chul Soo Pae) 정회원

1950년 3월 14일생

1979년 2월 : 명지대학교 전자공학과
 졸업
 1981년 2월 : 명지대학교 대학원 전
 자공학과(공학석사)
 1987년 2월 : 명지대학교 대학원 박
 사과정수료

1988년 8월 : 명지대학교(공학박사)
 1992년 3월~현재 : 생산기술연구원, 공업기반기술개발평가위원
 1995년 4월 : 관동대학교 전자통신학과 교수
 1995년 4월 : 관동대학교 대학원 교학부장
 1995년 4월 : 한국통신학회 강원지부장