

# 페이딩 채널에서 다이버시티 시스템을 위한 선형블록부호의 비트오율

正會員 李在鶴\*, 李在弘\*

## Bit Error Rate of Linear Block Codes for Diversity Systems in Fading Channels

Chaehag Yi\*, Jae Hong Lee\* Regular Members

### 要 約

페이딩 채널에서 다이버시티 시스템을 위한 선형블록부호의 비트오율을 오류정정(error correction) 복호알고리즘, 오류/삭제정정(error/erasure correction) 복호알고리즘, 최우도연성(maximum likelihood soft) 복호알고리즘에 대하여 구한다. 부호백터의 심볼 전송에 BPSK가 사용되고 수신기에서는 최대비율결합(maximal ratio combining)이 사용된다. 이상적인 인터리빙을 가정한다. (7, 4) Hamming 부호에서 오류/삭제정정 복호알고리즘은 오류정정 복호알고리즘에 대하여 심볼 다이버시티 차수에 따라 0.3~2.0dB 이득을 갖는데 심볼 다이버시티 차수가 증가할수록 이득이 감소된다. 최우도연성 복호알고리즘은 오류정정 복호알고리즘에 대하여 1.5~5.0dB 이득을 갖는다. 다이버시티 시스템을 위한 부호화 기법에서 오류정정 복호알고리즘과 오류/삭제정정 복호알고리즘이 사용된 경우에는 심볼 다이버시티 차수가 높은 부호가 낮은 비트오율을 갖고 최우도연성 복호알고리즘이 사용된 경우에는 심볼 다이버시티 차수와 부호의 최소거리의 곱이 큰 부호가 낮은 비트오율을 갖는다.

### ABSTRACT

The bit error rate(BER) of linear block codes for diversity systems is evaluated in fading channels with three decoding algorithms: error correction(EC), error/erasure correction(EEC), and maximum likelihood(ML) soft decoding algorithms. BPSK is used to transmit code symbol and maximal ratio combining is used in the receiver. Ideal interleaving is assumed. EEC gives 0.3~2.0dB gain over EC for a (7, 4) Hamming code. The gain of EEC over EC decreases as symbol diversity order increases. ML soft gives 1.5~5.0dB gain over EC. With coding scheme for diversity systems, code which has high symbol diversity order shows low BER for both error correction and error/erasure decoding algorithms. For ML soft decoding algorithm, code which has high product value of the symbol diversity order and the minimum distance shows low BER.

\*서울대학교 전자공학과  
Dept. of Electronics Engineering, Seoul  
National University  
論文番號 : 95156-0424  
接受日字 : 1995年 4月 24日

I. 서론

선형블록부호의 비트오율

이동통신채널은 다중경로에 의한 페이딩을 겪는다<sup>(1)</sup>. 다이버시티 기법은 이동통신에서 페이딩 보상을 위한 효과적인 기법인데 많은 채널과 복잡한 수신기를 사용함으로써 성능의 향상을 가져온다<sup>(2)</sup>. 수신기에서 다이버시티 채널로부터의 신호들을 결합하는 방법에는 선택결합(selection combining), 동이득결합(equal gain combining), 최대비율결합(maximal ratio combining) 등이 있다. 선택결합방식에서는 다이버시티 채널로부터의 신호들중에서 신호대 잡음비가 제일 큰 신호를 선택해서 결과신호를 얻는다<sup>(3)</sup>. 동이득결합방식에서는 각 채널로부터의 신호들의 위상을 맞추어 더해서 결과신호를 얻는다<sup>(4)</sup>. 최대비율결합방식에서는 각 채널로부터의 신호들을 위상의 맞춘 후에 각 채널의 신호대 잡음비에 비례하는 가중치를 곱하여 더해서 결과신호를 얻는다<sup>(5)</sup>. 최대비율결합방식은 페이딩 채널에서 다이버시티 시스템이 달성할 수 있는 최대의 성능향상을 갖는다.

이동통신에서 페이딩을 보상하는 기법으로써 선형블록부호도 사용된다<sup>(6)(7)</sup>. 페이딩 채널에서 선형블록부호의 성능은 채널상태정보(channel state information)를 이용하는 복호알고리즘을 사용하여 향상시킬 수 있다<sup>(8)</sup>. 오류/삭제정정(error/erasure correction) 복호알고리즘에서는 먼저, 수신된 심볼들 중에서 신호대 잡음비가 낮은 신호를 삭제(erasure)로 처리하고 복호알고리즘에서 오류와 삭제를 정정한다. 최우도연성(maximum likelihood soft) 복호알고리즘에서는 수신된 벡터에 대하여 특정 부호벡터가 전송되었을 조건부 확률이 최대가 되는 부호벡터를 선택한다<sup>(9)</sup>.

다이버시티 시스템을 위한 부호화 기법으로는 부호의 심볼을 각각의 다이버시티 채널을 통해 반복해서 전송하는 방법과 각각의 다이버시티 채널에 따라 심볼을 다르게 전송하는 방법이 있다<sup>(10)</sup>. 두번째 방법은 페이딩 환경이나 방해신호가 있는 환경에서 많은 성능의 향상을 갖는다.

이 논문에서는 페이딩 채널에서 다이버시티 시스템을 위한 선형블록부호의 비트오율을 오류정정, 오류/삭제정정, 최우도연성 복호알고리즘을 사용한 경우에 대하여 구한다.

페이딩 채널에서 다이버시티 시스템을 고려한다. 페이딩은 심볼간격동안 신호대 잡음비가 일정하게 유지되는 정도로 느리며 다이버시티 채널은 서로 독립인 페이딩을 겪으며 Rayleigh 분포를 갖는다고 가정한다. 선형블록부호  $(n, k, d)$ 는 정보비트  $k$ 개에 대하여  $n$ 개의 심볼이 전송되고 최소거리(minimum distance)  $d$ 를 갖는 부호이다.

다이버시티 시스템을 위한 부호화 기법을 그림 1에 보인다. 이것은 하나의 부호벡터를  $b$ 개의 부분블록(sub-block)으로 나누어 각각의 부호심볼을  $L$ 개의 채널을 통하여 전송하는 부호화 기법이다<sup>(10)</sup>. 각각의 심볼이 전송되는 채널의 수  $L$ 을 심볼 다이버시티 차수(symbol diversity order)라 정의한다. 부호벡터를 나누지 않고 부호의 심볼을 각각의 다이버시티 채널을 통해 반복해서 전송하는 기존의 방법은  $b$ 가 1인 경우이다. 부호벡터 길이와 심볼 다이버시티 차수의 곱이 같으면 두 부호벡터는 같은 시간동안 같은 수의 다이버시티 채널을 통하여 전송된다. 이 논문에서는 이전 선형블록부호(binary linear block code)만을 고려하고 이상적인 인터리빙을 가정한다.

부호벡터의 심볼전송을 위하여 BPSK를 사용한다. 특정 채널의 복조기 결정변수는 다음식으로 주어진다.

$$r = \sqrt{E_c} (-1)^c a e^{-j\theta} + N. \tag{1}$$

여기서  $E_c$ 는 각 채널에서의 심볼 에너지이고,  $c$ 는 부호벡터의 심볼이고,  $a$ 는 감쇄계수이고,  $e^{-j\theta}$ 는 위상천이며  $N$ 는 평균이 0이고 분산이  $N_0/2$ 인 가우시안 확률변수이다. 각 채널은 동일한 평균 신호대 잡음비를 갖는다고 가정한다. 각 채널에서의 평균 신호대 잡음비는 다음식으로 주어진다.

$$\Gamma_c = E_c/N_0 E(a^2) \tag{2}$$

여기서  $E(\cdot)$ 는 통계적 평균을 나타낸다. 다이버시티 채널출력을 결합하는 방법으로 최대비율결합을 사용한다. 최대비율결합이 사용되는 경우, 각 채널에서의 평균 신호대 잡음비  $\Gamma_c$ 와 비트당 평균 신호대 잡음비  $\Gamma_b$ 의 관계는 다음식으로 주어진다.

$$\Gamma_c = \frac{1}{L} \frac{k}{n} \Gamma_b. \tag{3}$$

II. 다이버시티 시스템을 위한

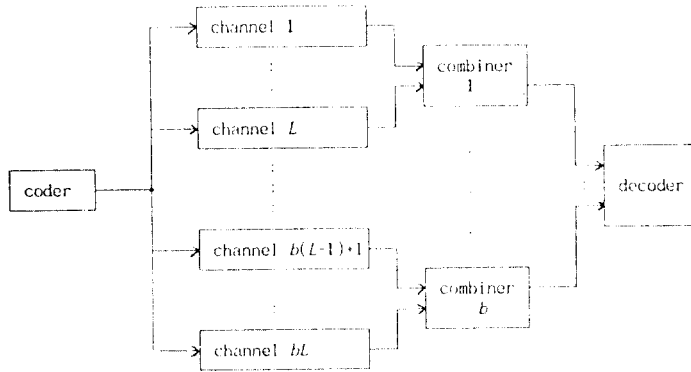


그림 1. 다이버시티 시스템을 위한 부호화 기법  
Fig. 1. Coding scheme for diversity systems

최대비율결합 이후 심볼 다이버시티 차수  $L$ 인 신호의 순시 신호대 잡음비(instantaneous signal to noise ratio)  $\gamma$ 는 자유도  $2L$ 인  $\chi^2$  확률변수가 된다<sup>(1), Eq. 7.4.13</sup> 이때 확률변수  $\gamma$ 의 확률밀도함수는 다음식으로 주어진다.

$$f(\gamma) = \frac{1}{(L-1)! \Gamma_c^L} \gamma^{L-1} e^{-L\gamma} \quad (4)$$

순시 신호대 잡음비  $\gamma$ 일때 심볼오율은 다음식으로 주어진다.

$$P_e(\gamma) = Q(\sqrt{2\gamma}) \quad (5)$$

여기서  $Q(x) = 1/\sqrt{2\pi} \int_x^\infty e^{-y^2/2} dy$  이다.

오류정정 복호알고리즘을 사용하는 경우를 고려한다. 먼저 각 복조기 결정변수를 경성결정(hard decision)한다. 평균심볼오율은 다음식으로 주어진다<sup>(1), Eq. 7A.181</sup>.

$$P_e = \int_0^\infty f(\gamma) Q(\sqrt{2\gamma}) d\gamma = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\Gamma_c}}} \sum_{i=0}^{L-1} \binom{2L}{i} \frac{1}{2^i} \frac{1}{(1+i)^L} \right] \quad (6)$$

하나의 부호벡터내에서 심볼들의 오류 사건들은 상호 독립이다. 한 부호벡터내에서 발생한 오류의 수를  $e$ 라 하면  $e \leq t (= \lfloor (d-1)/2 \rfloor)$ . ( $\lfloor x \rfloor$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대정수) 일때 오류없는 복호가 이루어진다. 이러한 조건이 만족되지 않으면 복호실패(decoding failure)가 발생

되거나 검출되지 않은 복호오류(undetected decoding error)가 발생된다. 복호실패의 경우에는 수신벡터를 버린다. 복호후의 오류는 검출되지 않는 복호오류로부터 발생된다. 복호후의 비트오율을 구하려면 부호화에서 정보벡터와 부호벡터 사이의 해밍무게(Hamming weight) 관계를 구하여야 한다. 해밍무게가  $j$ 인 부호벡터중에  $i$ 에 해당되는 정보벡터의 해밍무게가  $i$ 인 부호벡터의 수를  $A(j, i)$ 이라 하자. 부호벡터의 해밍무게가  $j$ 일때  $i$ 에 해당되는 정보벡터의 평균적인 해밍무게를  $I_j$ 이라 하면 이것은 다음식으로 주어진다.

$$I_j = \frac{1}{A_j} \sum_{i=0}^k A(j, i) \cdot i \quad (7)$$

해밍무게분포  $A_j$ 는 다음식으로 주어진다.

$$A_j = \sum_{i=0}^k A(j, i) \quad (8)$$

(7, 4) Hamming 부호의 정보벡터, 부호벡터,  $A(j, i)$ ,  $A_j$ ,  $I_j$ 를 표 1에 보인다.

오류정정 복호알고리즘을 사용한 경우의 복호후의 비트오율은 다음식으로 주어진다 (부록 1).

$$P_b = \sum_{k=0}^n \frac{I_k}{k} A_k \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^{\lfloor (d-1)/2 \rfloor} \binom{n-j}{i} \binom{j}{k-i} P_e^{j-i-k} (1-P_e)^{n-j-i-k} \quad (9)$$

표 1. (7, 4) Hamming 부호의 정보벡터, 부호벡터,  $A(j, i)$ ,  $A_j$ ,  $I_j$   
 Table 1. Information vector,  $i$  code vector  $c$ ,  $A(j, i)$ ,  $A_j$  and  $I_j$  of (7, 4) Hamming code.

$i$	$c$	$W_H(i)$	$W_H(c)$	$A(j, i)$	$A_j$	$I_j$
0000	0000000	0	0	$A(0, 0)=1$	$A_0=1$	$I_0=0$
1000	1101000	1	3	$A(3, 1)=3$	$A_3=7$	$I_3=12/7$
0100	0110100	1	3	$A(3, 2)=3$	$A_4=7$	$I_4=16/7$
1100	1011100	2	4	$A(3, 3)=1$	$A_7=1$	$I_7=4$
0010	1110010	1	4	$A(4, 1)=1$	그외의 $A_j=0$	그외의 $I_j$ 는 정의되지 않음
1010	0011010	2	3	$A(4, 2)=3$		
0110	1000110	2	3	$A(4, 3)=3$		
1110	0101110	3	4	$A(7, 4)=1$		
0001	1010001	1	3	그외의 $A(j, i)=0$		
1001	0111001	2	4			
0101	1100101	2	4			
1101	0001101	3	3			
0011	0100011	2	3			
1011	1001011	3	4			
0111	0010111	3	4			
1111	1111111	4	7			

오류/삭제정정 복호알고리즘을 사용하는 경우에는 각 심볼이 전송되는 동안의 신호대 잡음비에 따라 복조기 결정변수를 경성결정하거나 삭제로 처리한다. 특정 심볼이 전송되는 동안의 심볼의 신호대 잡음비가 삭제문턱값 (erasure threshold)  $T_s$ 보다 작으면 그 심볼을 삭제로 처리한다. 심볼삭제확률은 다음식으로 주어진다.

$$P_s = \int_0^{T_s} p(\gamma) d\gamma = 1 - e^{-T_s/\Gamma_c} \sum_{l=0}^{L-1} \left(\frac{T_s}{\Gamma_c}\right)^l \frac{1}{l!} \quad (10)$$

삭제되지 않은 심볼들중의 심볼오율은 다음식으로 주어진다 (부록 2).

$$P_{de} = \int_{T_s}^{\infty} p(\gamma) Q(\sqrt{2\gamma}) d\gamma = Q(\sqrt{2T_s}) e^{-T_s/\Gamma_c} \sum_{l=0}^{L-1} \left(\frac{T_s}{\Gamma_c}\right)^l \frac{1}{l!} - \frac{Q(\beta)}{\sqrt{1 + \frac{1}{\Gamma_c}}} \sum_{l=0}^{L-1} \frac{b(l)}{l!(1 + \Gamma_c)^l 2^l} - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\Gamma_c}}} \frac{e^{-\beta^2/2}}{\sqrt{2\pi}} \sum_{l=0}^{L-1} \frac{b(l)}{l!(1 + \Gamma_c)^l 2^l} \sum_{m=1}^L \frac{\beta^{2m-1}}{b(m)} \quad (11)$$

여기서  $\beta = \sqrt{2T_s(1+1/\Gamma_c)}$ 이고  $b(l) = (2l)!/(2^l \cdot l!)$ 이다. 복호후의 비트오율은 다음식으로 주어진다 (부록 1).

$$P_b = \sum_{j=d}^n \frac{I_j}{k} A_j \sum_{v=0}^j \sum_{w=0}^{d-2v} \sum_{f=0}^{d-2v-w} \sum_{g=0}^{d-2v-w-f} \binom{n-j}{v} \binom{n-j-w}{w} \binom{j}{f} \binom{j-f}{g} P_{de}^{j+v-f-g} P_s^{w+f} (1 - P_{de} - P_s)^{n-j-v-w+g} \quad (12)$$

최우도연성 복호알고리즘을 사용하는 경우에 수신벡터가 전송된 부호벡터와 해밍거리  $\rho$ 인 부호벡터로 복호될 확률은  $L$ 개의 다이버시티 채널을 갖고 최대비율결합을 사용하는 경우의 BPSK의 평균심볼오율이 되며 복호후의 비트오율은 다음식으로 주어진다 (부록 3).

$$P_b \leq \sum_{j=d}^n \frac{I_j}{k} A_j \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\Gamma_c}}} \sum_{l=0}^{L-1} \binom{2l}{l} \frac{1}{2^{2l} (1 + \Gamma_c)^l} \right] \quad (13)$$

### Ⅲ. 계산결과

페이딩 채널에서 다이버시티 시스템을 위한 선형블록 부호에 오류정정 복호알고리즘, 오류/삭제정정 복호알고리즘, 최우도연성 복호알고리즘을 사용한 경우에 대하여 복호후 비트오율  $P_b$ 를 구한다. 이 값들은 식 (9), (12), (13)로부터 구해진다.

오류/삭제정정 복호알고리즘에서 삭제문턱값  $T_s$ 에 따른  $P_b$ 를 그림 2에 보인다. 각각의 경우에서 최소의  $P_b$ 를 갖게 하는 삭제문턱값을  $T_{s,opt}$ 라 하자.  $T_{s,opt}$ 는 비트당 평균 신호내 잡음비와 심볼 다이버시티 차수  $L$ 의 함수가 되므로 각각의 경우에 대하여 다른 값을 갖는다. 이후의 결과에서 오류/삭제정정 복호알고리즘에서  $P_b$ 는  $T_{s,opt}$ 를 사용한 경우를 나타낸다.

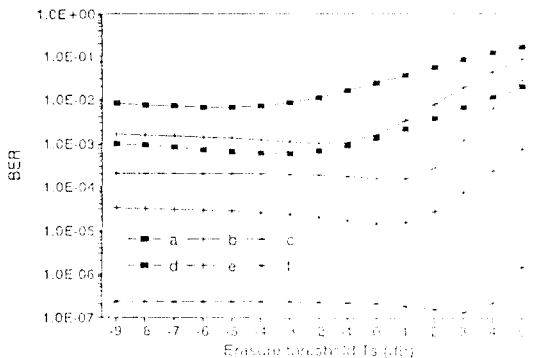
오류정정, 오류/삭제정정, 최우도연성 복호알고리즘에 따른 (7, 4) Hamming 부호의  $P_b$ 를 그림 3에 보인다. 심볼 다이버시티 차수  $L$ 이 1일때,  $P_b = 10^{-3}$ 에서 오류/삭제정정 복호알고리즘은 오류정정 복호알고리즘에 대하여 2.0 dB의 이득을 갖고 최우도연성 복호알고리즘은 오류정정 복호알고리즘에 대하여 5.0 dB의 이득을 갖는다.  $L$ 이 4일때,  $P_b = 10^{-3}$ 에서 오류/삭제정정 복호알고리즘은 오류정정 복호알고리즘에 대하여 0.3 dB의 이득을 갖고 최우도연성 복호알고리즘은 오류정정

복호알고리즘에 대하여 1.5 dB의 이득을 갖는다. 오류/삭제정정 복호알고리즘의 오류정정 복호알고리즘에 대한 이득은  $L$ 이 증가함에 따라 감소된다.

다이버시티 시스템을 위한 부호화 기법에서 부호벡터의 길이  $n$ 와 심볼 다이버시티 차수  $L$ 의 곱이 42인 부호들의  $P_b$ 를 구한다. 고려되는 부호들은  $L$ 이 6인 (7, 4, 3) 부호,  $L$ 이 3인 (14, 4, 7) 부호,  $L$ 이 2인 (21, 4, 9) 부호,  $L$ 이 1인 (42, 4, 15) 부호이다. 이 부호들은 부호벡터 길이와 심볼 다이버시티 차수의 곱이 모두 같으므로 같은 시간동안 같은 수의 다이버시티 채널을 통하여 전송된다. 이러한 부호들은 BCH 부호를 사용하거나 BCH 부호를 단축(shortening)시켜서 얻어진다. 이 부호들의  $A_j$ 와  $I_j$ 를 표 II에 보인다. 이 값들은 부호벡터를 모두 발생시켜  $A(j, i)$ 를 구한 후 이로부터 구한다.

오류정정 복호알고리즘을 사용한 경우에 표 II의 부호들의  $P_b$ 를 그림 4에 보인다. 부호들중에서  $L$ 이 6인 (7, 4, 3) 부호가 가장 낮은  $P_b$ 를 나타냄을 그림 4에서 볼 수 있다. 오류정정 복호알고리즘을 사용한 경우에는  $L$ 이 큰 부호가 낮은  $P_b$ 를 보인다.

오류/삭제정정 복호알고리즘을 사용한 경우에 표 II의 부호들의  $P_b$ 를 그림 5에 보인다. 부호들중에서  $L$ 이 큰 부호가 낮은  $P_b$ 를 나타냄을 그림 5에서 볼 수 있다. 오



a:  $L=1$ , average SNR per bit=10 dB d:  $L=1$ , average SNR per bit=15 dB  
 b:  $L=2$ , average SNR per bit=10 dB e:  $L=2$ , average SNR per bit=15 dB  
 c:  $L=4$ , average SNR per bit=10 dB f:  $L=4$ , average SNR per bit=15 dB

그림 2. 오류/삭제정정 복호알고리즘에서 삭제문턱값  $T_s$ 에 따른 (7, 4) Hamming 부호의 비트오율  
 Fig. 2. BER of (7, 4) Hamming codes for erasure threshold  $T_s$

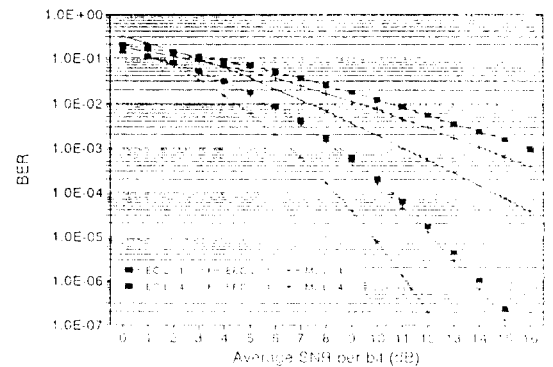


그림 3. 오류정정, 오류/삭제정정, 최우도연성 복호알고리즘과 심볼 다이버시티 차수  $L$ 에 따른 (7, 4) Hamming 부호의 비트오율

Fig. 3. Bit error rate of (7, 4) Hamming code with error correction (EC), error/erasure correction (EEC), and maximum likelihood (ML) soft decoding algorithms and symbol diversity order  $L$ .

표 I. 여러가지 부호의  $A_j$ 와  $I_j$   
Table I.  $A_j$  and  $I_j$  of some codes.

(n, k, d)	$A_j$	$I_j$
(7, 4, 3)	$A_0=1, A_3=7, A_4=7, A_7=1$	$I_0=0, I_3=12/7, I_4=16/7, I_7=4$
(14, 4, 7)	$A_0=1, A_7=8, A_8=7$	$I_0=0, I_7=2, I_8=16/7$
(21, 4, 9)	$A_0=1, A_9=7, A_{12}=7, A_{21}=1$	$I_0=0, I_9=12/7, I_{12}=16/7, I_{21}=4$
(42, 4, 15)	$A_0=1, A_{15}=5, A_{18}=5, A_{21}=2,$ $A_{24}=1, A_{27}=1, A_{30}=1$	$I_0=0, I_{15}=9/5, I_{21}=2,$ $I_{24}=4, I_{27}=2, I_{30}=3$
	그외의 $A_j=0$	그외의 $I_j$ 는 정의되지 않음

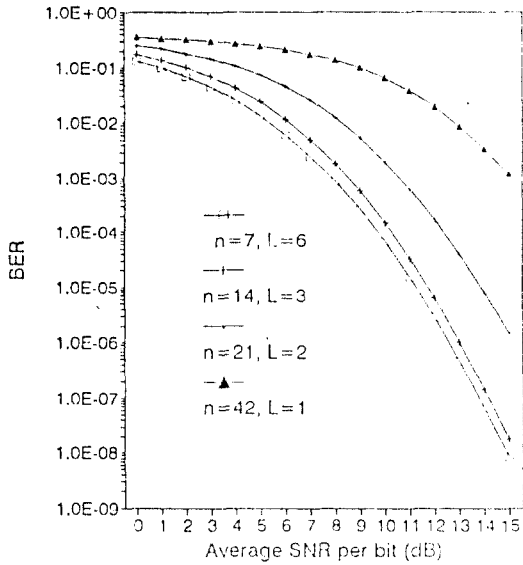


그림 4. 오류정정 복호알고리즘을 사용한 경우 부호벡터의 길이  $n$ 와 심볼 다이버시티 차수  $L$ 의 곱이 42인 부호들의 비트오율  
Fig. 4. Bit error rate with error correction decoding algorithm of some codes which are  $n \cdot L = 42$  where  $n$  is code length and  $L$  is symbol diversity order.

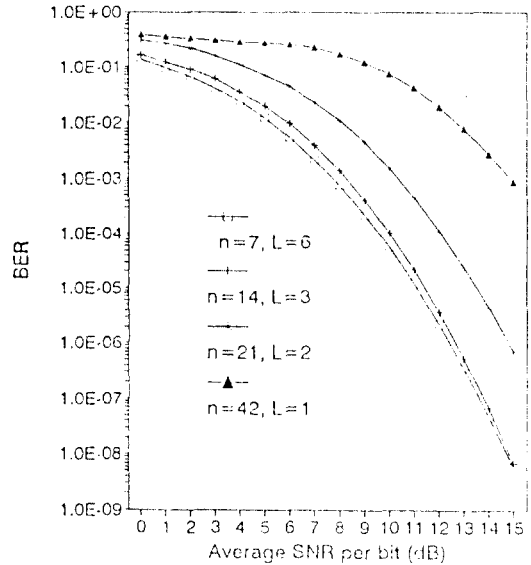


그림 5. 오류/삭제정정 복호알고리즘을 사용한 경우 부호벡터의 길이  $n$ 와 심볼 다이버시티 차수  $L$ 의 곱이 42인 부호들의 비트오율  
Fig. 5. Bit error rate with error/erasure correction decoding algorithm of some codes which are  $n \cdot L = 42$  where  $n$  is code length and  $L$  is symbol diversity order.

류/삭제정정 복호알고리즘을 사용한 경우에는 오류정정 복호알고리즘을 사용한 경우와 유사한 특징을 갖는다.

최우도연성 복호알고리즘을 사용한 경우에 표 II의 부호들의  $P_b$ 를 그림 6에 보인다. 최우도연성 복호알고리즘을 사용한 경우에는  $L$ 이 3인 (14, 4, 7) 부호가 가장 낮은  $P_b$ 를 가짐을 그림 6에서 볼 수 있다. 최우도연성 복호알고리즘을 사용한 경우에는 부호의 최소거리  $d$ 와  $L$ 의 곱이 클수록 낮은  $P_b$ 를 갖는다.  $L$ 이 6인 (7,

4, 3) 부호와  $L$ 이 2인 (21, 4, 9) 부호는  $dL$ 값도 18로 같고 각 부호벡터의 무게에  $L$ 을 곱한 경우의  $A_j$ 와  $I_j$ 도 같아 동일한  $P_b$ 를 갖는다.

#### IV. 결 론

페이딩 채널에서 다이버시티 시스템을 위한 선형블록 부호에 오류정정 복호알고리즘, 오류/삭제정정 복호알고

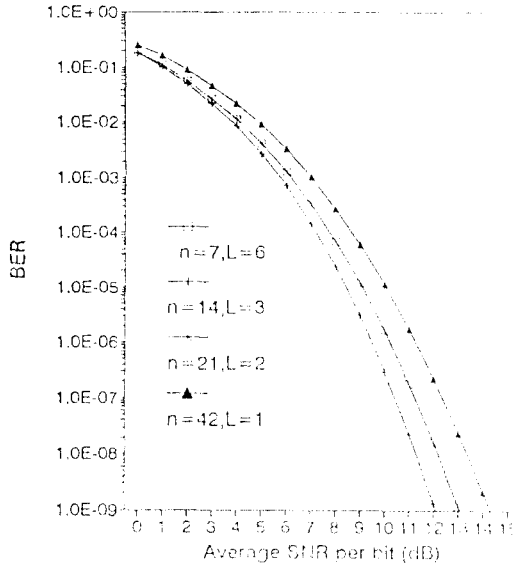


그림 6. 최우도연성 복호알고리즘을 사용한 경우 부호벡터의 길이  $n$ 와 심볼 다이버시티 차수  $L$ 의 곱이 42인 부호들의 비트오율  
 Fig. 6. Bit error rate with maximum likelihood soft decoding algorithm of some codes which are  $n \cdot L = 42$  where  $n$  is code length and  $L$  is symbol diversity order.

리즘, 최우도연성 복호알고리즘을 적용한 경우에 대하여 비트오율을 계산하였다. 이진 선형블록부호(binary linear block code)를 고려한다. 심볼의 전송에는 BPSK, 수신신호결합에는 최대비율결합(maximal ratio combining), 그리고 이상적인 인터리빙을 가정하였다.

(7. 4) Hamming 부호의 복호에서 오류/삭제정정 복호알고리즘은 오류정정 복호알고리즘에 대하여 복호후 비트오율 10<sup>-3</sup>을 달성하는데 0.3 ~ 2.0 dB의 이득을 갖고 최우도연성 복호알고리즘은 오류정정 복호알고리즘에 대하여 1.5 ~ 5.0 dB의 이득을 갖는다. 오류/삭제정정 복호알고리즘의 오류정정 복호알고리즘에 대한 이득은 심볼 다이버시티 차수가 증가함에 따라 감소된다.

다이버시티 시스템을 부호화 기법을 사용한 경우 부호벡터의 길이  $n$ 와 심볼 다이버시티 차수  $L$ 의 곱이 42인 부호들의 비트오율을 계산하였다. 오류정정 복호알고리즘과 오류/삭제 복호알고리즘을 사용할 때에는 심볼 다이버시티 차수가 높은 부호가 낮은 비트오율을 가지며

최우도연성 복호알고리즘이 사용된 경우에는 심볼 다이버시티 차수와 부호의 최소거리의 곱이 큰 부호가 낮은 비트오율을 갖는다.

(부록 1)

오류/삭제정정 복호알고리즘을 사용한 경우의 복호후의 비트오율을 구한다. 영벡터(zero vector)를 전송한 경우를 가정한다 (선형블록부호를 고려하므로 일반성을 잃지 않는다). 수신벡터  $R$ 이 해밍 무게  $j$ 인 부호벡터  $C_j$ 로 복호될 확률  $P_j$ 를 구한다. 부호벡터  $C_j$ 에서 '0'인 심볼의 좌표들의 집합을  $A$ 라 하고 '1'인 심볼의 좌표들의 집합을  $B$ 라 하자.  $R$ 에서 성분 심볼중 '1'인 것 중에 집합  $A$ 에 속하는 갯수를  $v$ , '삭제' 중에 집합  $A$ 에 속하는 갯수를  $w$ , '삭제' 중에 집합  $B$ 에 속하는 갯수를  $l$ , '0' 중에 집합  $B$ 에 속하는 갯수를  $g$ 라 하자. 이때 수신벡터  $R$ 은  $v+w+l+g \leq d-1$ 일때 부호벡터  $C_j$ 로 복호된다<sup>1)</sup>. 그러므로  $P_j$ 는 다음식으로 주어진다.

$$\begin{aligned}
 P_j &= \left( \sum_{v=0}^j \binom{n-j}{v} P_{aw}^v \sum_{w=0}^{d-2j-v} \binom{n-j-v}{w} P_{aw}^w (1-P_{aw})^{n-j-v-w} \right. \\
 &\quad \left. - P_{aw}^{n-j-l} \right) \cdot \left\{ \sum_{v=0}^{d-2j-l} \binom{j}{v} P_{aw}^v \sum_{l=0}^{d-2j-v} \binom{j-v}{l} P_{aw}^{l-k} (1-P_{aw}-P_{aw})^k \right\} \\
 &= \sum_{v=0}^j \sum_{w=0}^{d-2j-v} \sum_{l=0}^{d-2j-v-w} \sum_{k=0}^{d-2j-v-w-l} \binom{n-j}{v} \binom{n-j-v}{w} \\
 &\quad \binom{j}{l} \binom{j-l}{k} \cdot P_{aw}^{j+v+l+k} P_{aw}^{n-j-l} \\
 &\quad (1-P_{aw}-P_{aw})^{n-j-l-k}
 \end{aligned} \tag{A1}$$

해밍 무게가  $j$ 인 부호벡터는  $A$ 개 있고 각각의 부호벡터로 복호되는 사건은 겹치지 않는다. 그리고 해밍 무게가  $j$ 인 부호벡터로 복호되는 경우 정보벡터는  $k$  비트중에 평균적으로  $l_j$  비트 틀리므로 복호후 비트오율은 다음식으로 주어진다.

$$\begin{aligned}
 P_b &= \sum_{j=0}^n \frac{l_j}{k} A_j \cdot \sum_{v=0}^j \sum_{w=0}^{d-2j-v} \sum_{l=0}^{d-2j-v-w} \sum_{k=0}^{d-2j-v-w-l} \\
 &\quad \cdot \binom{n-j}{v} \binom{n-j-v}{w} \binom{j}{l} \binom{j-l}{k} P_{aw}^{j+v+l+k} \\
 &\quad P_{aw}^{n-j-l} (1-P_{aw}-P_{aw})^{n-j-l-k}
 \end{aligned} \tag{A2}$$

오류정정 복호알고리즘을 사용한 경우에는 위의 경우에서 '삭제'가 없는 경우에 해당된다. 오류정정 복호알고리즘을 사용한 경우에는 식 (A2)에서  $P_s = 0$ ,  $P_{e|e} = P_e$ . 그리고  $w = f = 0$  일때의 값이다. 그러므로, 복호 후 비트오율은 다음식으로 주어진다.

$$P_b = \sum_{j=d}^n \frac{I_j}{k} A_j \sum_{v=0}^j \sum_{g=0}^{j-2v} \binom{n-j}{v} \binom{j}{g} P_e^{j+v-g} (1-P_e)^{n-j+v+g} \quad (A3)$$

(부록 2)

삭제되지 않은 심볼들중 평균심볼오율은 다음식으로 주어진다.

$$P_{de} = \int_{T_s}^{\infty} p(\gamma) Q(\sqrt{2\gamma}) d\gamma = \int_{T_s}^{\infty} \frac{1}{(L-1)! \Gamma_c^L} \gamma^{L-1} e^{-\gamma/\Gamma_c} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\sqrt{2\gamma}}^{\infty} e^{-y^2/2} dy d\gamma \quad (A4)$$

적분순서를 바꾸어 계산하면 (A4)는 다음식으로 주어진다.

$$P_{de} = \int_{\sqrt{2T_s}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} \int_{T_s}^{y^2/2} \frac{1}{(L-1)! \Gamma_c^L} \gamma^{L-1} e^{-\gamma/\Gamma_c} d\gamma dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\sqrt{2T_s}}^{\infty} e^{-y^2/2} \sum_{l=0}^{L-1} \frac{1}{l!} \left\{ \left( \frac{T_s}{\Gamma_c} \right)^l e^{-T_s/\Gamma_c} - \left( \frac{y^2}{2\Gamma_c} \right)^l e^{-y^2/2\Gamma_c} \right\} dy = Q(\sqrt{2T_s}) e^{-T_s/\Gamma_c} \sum_{l=0}^{L-1} \left( \frac{T_s}{\Gamma_c} \right)^l \frac{1}{l!} - \sum_{l=0}^{L-1} \frac{1}{l! \Gamma_c^l} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2^l} \int_{\sqrt{2T_s}}^{\infty} y^{2l} e^{-\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\Gamma_c}\right) y^2} dy \quad (A5)$$

(A5) 두번째 항 적분식은 다음식으로 주어진다.

$$\int_{\sqrt{2T_s}}^{\infty} y^{2l} e^{-\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\Gamma_c}\right) y^2} dy = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{\Gamma_c}\right)^{l+\frac{1}{2}}} \int_{\beta}^{\infty} s^{2l} e^{-s^2/2} ds \quad (A6)$$

여기서  $\beta = \sqrt{2T_s(1+1/\Gamma_c)}$ 이다. 부분적분을 l번 수행하면, (A6)은 다음식으로 주어진다.

$$\frac{1}{\left(1 + \frac{1}{\Gamma_c}\right)^{l+\frac{1}{2}}} \int_{\beta}^{\infty} s^{2l} e^{-s^2/2} ds = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{\Gamma_c}\right)^{l+\frac{1}{2}}} \int_{\beta}^{\infty} s^{2l-1} s e^{-s^2/2} ds = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{\Gamma_c}\right)^{l+\frac{1}{2}}} \left\{ \left[ \beta^{2l-1} + (2l-1)\beta^{2l-3} + \dots + (2l-1)(2l-3)\dots 3\beta \right] e^{-\beta^2/2} + (2l-1)(2l-3)\dots 3 \int_{\beta}^{\infty} e^{-s^2/2} ds \right\} = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{\Gamma_c}\right)^{l+\frac{1}{2}}} \left\{ e^{-\beta^2/2} \sum_{m=1}^l \beta^{2m-1} \frac{b(l)}{b(m)} + b(l)\sqrt{2\pi}Q(\beta) \right\} \quad (A7)$$

여기서  $b(l) = (2l)!/(2^l \cdot l!)$ 이다. 식 (A5)와 (A6)로부터 삭제되지 않은 심볼들중 평균심볼오율은 다음식으로 주어진다.

$$P_{de} = Q(\sqrt{2T_s}) e^{-T_s/\Gamma_c} \sum_{l=0}^{L-1} \left( \frac{T_s}{\Gamma_c} \right)^l \frac{1}{l!} - \frac{Q(\beta)}{\sqrt{1 + \frac{1}{\Gamma_c}}} \sum_{l=0}^{L-1} \frac{b(l)}{l(1 + \Gamma_c)^l 2^l} - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\Gamma_c}}} \frac{e^{-\beta^2/2}}{\sqrt{2\pi}} \sum_{l=0}^{L-1} \frac{b(l)}{l(1 + \Gamma_c)^l 2^l} \sum_{m=1}^l \frac{\beta^{2m-1}}{b(m)} \quad (A8)$$

(부록 3)

최우도연성 복호알고리즘을 사용하는 경우에 수신벡터가 전송된 부호벡터와 해밍거리만큼 떨어진 부호벡터로 복호될 확률을 P라 하자. 최우도연성 복호를 위하여 2개의 복호기 결정변수를 다음식으로 정의한다.

$$U_h = \sum_{i=1}^n U_{hi} = \sum_{i=1}^n \left[ \sqrt{E_c}(-1)^{c_i} \sum_{l=1}^L a_{il}^2 + \sum_{l=1}^L \alpha_{il} N_{hil} \right], \quad h = 1, 2, \dots, 2^k \quad (A9)$$



여기서  $E_c$ 는 각 채널에서의 심볼 에너지이고,  $c_{hi}$ 는 부호벡터 심볼이고,  $\alpha_{hi}$ 는 감쇄계수이고,  $N_{hil}$ 는 평균이 0이고 분산이  $N_0/2$ 인 가우시안 확률변수이다. 최우도연성 복호에서는 가장 큰 값을 갖는 복호기 결정변수  $U_b$ 에 해당되는 부호벡터를 결정한다. 부호벡터  $x$ 가 전송되었을때, 해밍거리 만큼 떨어져 있는 부호벡터  $y$ 로 복호될 확률은 다음식으로 주어진다.

$$P(U_y > U_x) = P(U_x - U_y < 0). \tag{A10}$$

$V = U_x - U_y$ 이라 하면  $P_b$ 는 다음식으로 주어진다.

$$P_b = P(V < 0). \tag{A11}$$

식 (A10)으로부터  $V$ 는 다음식으로 주어진다.

$$V = \sum_{i=1}^n \left( \sqrt{E_c}(-1)^{c_{xi}} \sum_{j=1}^L \alpha_{ji}^2 + \sum_{j=1}^L \alpha_{ji} N_{xij} \right) - \sum_{i=1}^n \left( \sqrt{E_c}(-1)^{c_{yi}} \sum_{j=1}^L \alpha_{ji}^2 + \sum_{j=1}^L \alpha_{ji} N_{yij} \right). \tag{A12}$$

편의상 두 부호벡터 사이에 첫번째 성분에서  $j$ 번째 성분까지 다른 값을 갖는다고 가정하자. 한편, 식 (A12)에서  $c_{xi} = c_{yi}$ 이면  $N_{xij} = N_{yij}$ 이고  $c_{xi} \neq c_{yi}$ 이면  $N_{xij} = -N_{yij}$ 이다. 그러므로 (A12)는 다음식으로 주어진다.

$$V = 2\sqrt{E_c} \sum_{i=1}^j \sum_{l=1}^L \alpha_{li}^2 + 2 \sum_{i=1}^j \sum_{l=1}^L \alpha_{li} N_{xil}. \tag{A13}$$

각 채널은 독립이고 이상적인 인터리빙을 가정하였으므로 잡음성분의 자기상관값은 다음식으로 주어진다.

$$E(N_{xil}, N_{xil'}) = N_0/2 \delta(i-i') \delta(l-l'). \tag{A14}$$

고정된 집합  $\{\alpha_{ji}\}$ 에 대하여 결정변수  $V$ 는 가우시안 확률변수가 되고 이것의 평균과 분산은 다음식으로 주어진다.

$$E(V) = 2\sqrt{E_c} \sum_{i=1}^j \sum_{l=1}^L \alpha_{li}^2. \tag{A15a}$$

$$\sigma_V^2 = 2N_0 \sum_{i=1}^j \sum_{l=1}^L \alpha_{li}^2. \tag{A15b}$$

신호대 잡음비  $\gamma$ 를  $E_c/N_0 \sum_{i=1}^j \sum_{l=1}^L \alpha_{li}^2$ 으로 정의하자. 각 채널은 독립이며 동일한 평균신호 대 잡음비  $\Gamma_c$ 를 가지므로  $\gamma$ 는 자유도  $2jL$ 인  $\chi^2$  확률변수가 된다. 이때 확률변수  $\gamma$ 의 확률밀도함수는 다음식으로 주어진다.

$$p(\gamma) = \frac{1}{(jL-1)! \Gamma_c^{jL}} \gamma^{jL-1} e^{-\gamma/\Gamma_c}. \tag{A16}$$

식 (A15)와 (A16)으로부터  $P_b$ 는 다음식으로 주어진다.

$$P_b = P(V < 0) = \int_0^{\infty} \frac{1}{(jL-1)! \Gamma_c^{jL}} \gamma^{jL-1} e^{-\gamma/\Gamma_c} Q(\sqrt{2\gamma}) d\gamma = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{\Gamma_c}}} \sum_{l=0}^{jL-1} \binom{2l}{l} \frac{1}{2^{2l}} \frac{1}{(1+\Gamma_c)^l} \right]. \tag{A17}$$

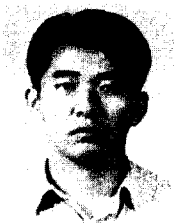
복호후의 비트오율은 다음식으로 주어진다.

$$P_b \leq \sum_{k=d}^n \frac{I_k}{k} A, \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{\Gamma_c}}} \sum_{l=0}^{jL-1} \binom{2l}{l} \frac{1}{2^{2l}} \frac{1}{(1+\Gamma_c)^l} \right]. \tag{A18}$$

참고문헌

1. W. C. Y. Lee, *Mobile Communications Engineering*. New York: McGraw-Hill, 1982.
2. D. G. Brennan, "Linear diversity combining techniques," *Proc. IRE*, vol. 47, pp.1075-1102, June 1959.
3. G. T. Chyi, J. G. Proakis, and C. M. Keller, "On the symbol error probability of maximum selection diversity reception schemes over a Rayleigh fading channel," *IEEE Trans. Commun.* vol. 37, no. 1, pp.79-83, Jan. 1989.
4. N. C. Beaulieu, and A. A. Abu-Dayya, "Analysis of equal gain diversity on Nakagami fading channels," *IEEE Trans. Commun.* vol. 39, no. 2, pp. 225-234, Feb. 1991.
5. E. K. Al-Hussaini, and A. M. Al-Bassiouni, "Performance of MRC diversity systems for the detection of signals with Nakagami fading," *IEEE Trans. Commun.* vol. 12, no. 12, pp.1315-1319, Dec. 1985.
6. J. Hagenauer, and E. Lutz, "Forward error correction coding for fading compensation in mobile satellite channels," *IEEE J. Select. Areas in Commun.* vol. 5, no. 2, pp.215-225,

- Feb. 1987.
7. S. B. Wicker, "Reed-Solomon error control coding for Rayleigh fading channels with feedback," *IEEE Trans. Vehic. Tech.* vol. 41, no. 2, pp.124-133, May 1992.
  8. D. Chase, "A class of algorithms for decoding block codes with channel measurement information," *IEEE Trans. Commun.* vol. IT-18, no. 1, pp.170-182, Jan. 1972.
  9. N. J. C. Lous, P. A. H. Bours, and H. C. A. van Tilborg, "On maximum likelihood soft-decision decoding of binary linear codes," *IEEE Trans. Inform. Theory* vol. 39, no. 1, pp.197-203, Jan. 1993.
  10. G. Benelli, "Two coding techniques for diversity communications systems," *IEEE Trans. Commun.* vol. 38, no. 9, pp.1530-1538, Sep. 1990.
  11. D. J. Proakis, *Digital Communications*, 2nd ed., McGraw-Hill, 1989.



李在鶴(Chachag Yi) 정희원

1967년 5월 1일생

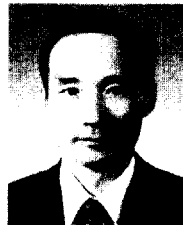
1989 : 서울대학교 전자공학과 공학사

1991 : 서울대학교 대학원 전자공학과 공학석사

1993 : 서울대학교 대학원 전자공학과 공학박사 수료

1993~현재 : 서울대학교 공과대학 전자공학과, 박사과정

\*주관심 분야 : 채널부호화, 디지털 변복조



李在弘(Jae Hong Lee) 정희원

1953년 12월 7일생

1976 : 서울대학교 전자공학과 공학사

1978 : 서울대학교 대학원 전자공학과 공학석사

1986 : 미시간대학 전기공학및컴퓨터공학과 공학박사

1978~1981 : 해군사관학교 교수부 교관

1987~현재 : 서울대학교 공과대학 전자공학과, 현재 부교수

1991~1992 : AT&T Bell연구소, 연구원

1992~현재 : 서울대학교부설 뉴미디어통신공동연구소 운영부장 역임, 현재 제1연구부장(이동통신, 위성통신 및 방송분야)

\*주관심 분야 : 채널부호화, 확산대역 및 그 응용, 이동통신, PCS, IVHS