

# 이산 웨이브렛 변환 영역에 기반한 프랙탈 영상 압축

正會員 배 성 호\*, 박 길 흠\*\*

## Fractal Image Compression Based on Discrete Wavelet Transform Domain

Sung Ho Bae\*, Kil Houm Park\*\* *Regular Members*

### 요 약

기존의 프랙탈 영상 압축 방법은 부호화시 많은 계산량이 필요하고, 낮은 비트율에서 PSNR의 감소와 복원영상에 블록화 현상이 두드러지는 단점이 있다. 따라서, 본 논문에서는 웨이브렛 계수에 절대값을 취하고, 공간 영역의 동일한 블록에 대응되는 다른 고역통과 부대역간의 웨이브렛 계수들을 묶어 에너지의 크기에 따라 "0" 부호화를 적용하는 이산 웨이브렛 변환 영역에서의 프랙탈 영상 압축 방법을 제안한다. 제안한 방법은 낮은 비트율에서 PSNR을 개선하고 부호화시 계산의 복잡성을 현저하게 감소하였다. 또한, 복원영상에서 블록화 현상이 제거되며, 반복 축소 변환이 없는 계층적 부호화 과정을 수행한다. 실험을 통하여 제안한 방법이 기존의 프랙탈 부호화 방법보다 정지영상 부호화에 더 좋은 성능을 나타냄을 보였다.

### ABSTRACT

The conventional fractal image compression methods have high computational complexity at encoding, reduce PSNR at low bit rate and have highly visible blocking effects in a reconstructed image. In this paper we propose a fractal image compression method based on discrete wavelet transform domain, which takes the absolute value of discrete wavelet transform coefficients, and assembles the discrete wavelet transform coefficients of different highpass subbands corresponding to the same spatial block and then applies "0" encoding according to the energy of each range blocks. The proposed method improved PSNR at low bit rate and reduced computational complexity at encoding distinctly. Also, this method can achieve a blockless reconstructed image and perform hierarchical decoding without recursive contractive transformation. Computer simulations with several test images show that

\*경북대학교 전자공학과 박사과정  
 \*\*경북대학교 전자전기공학부 부교수  
 論文番號:96102-0323  
 接受日字:1996年 3月 23日

the proposed method shows better performance than the conventional fractal coding methods for encoding still pictures.

## I. 서 론

프랙탈(Fractal)<sup>[1-3]</sup>을 이용한 영상 압축 방법은 영상의 공간적 중복성을 제거하기 위해 영상 내에 존재하는 자기 유사성(self-similarity)<sup>[4-12]</sup>의 관계, 즉 영상 내의 밝기값의 형태가 유사한 두 영역간의 상관 관계를 축소 변환(contractive transformation)<sup>[4]</sup>의 계수로 기술함으로써 영상 압축을 수행하는 손실 부호화 방법이다. 일반적인 프랙탈 영상 압축 방법<sup>[4-12]</sup>으로는 공간 영역에서 유사한 영역을 축소 변환 함수에 의하여 영상을 나타내는 Jacquin<sup>[4]</sup>의 방법이 대표적이고 이 방법을 개선하기 위하여 Monro<sup>[6]</sup>, Oien<sup>[8]</sup>, Fisher<sup>[10]</sup>, Baharav<sup>[12]</sup> 등이 프랙탈 영상 압축 방법을 제안하였다. 이러한 프랙탈 영상 압축 방법들은 낮은 비트율에서 PSNR의 감소와 복원영상에 블록화 현상이 두드러지는 단점이 있다.

웨이브렛 변환은 시간과 주파수에 대한 국부성을 가지고 신호를 표현할 수 있어서 비정상 과정(non-stationary process)을 가지는 영상 신호를 해석하는데 유리하고, 웨이브렛 변환 영역이 인간의 시각 특성과 비슷한 다중 해상도로 표현되는 장점을 갖는다. 또한, 웨이브렛 변환에서는 낮은 비트율로 압축할 경우 DCT(Discrete Cosine Transform) 부호화에서와 같은 블록화 현상이 생기지 않고 신호의 집진적인 진동이 용이하다<sup>[13]</sup>.

최근에 DWT(Discrete Wavelet Transform) 영역에서 다른 고역통과 부대역(highpass subbands)간의 유사성을 이용하여 프랙탈 부호화하는 방법이 Krupnik<sup>[14]</sup>에 의하여 제안되었다. 이러한 방법은 다중 해상도 분할의 수가 많아지면 지역 블록(range block)<sup>[15]</sup>의 차원(dimension)이 커지고, 하나의 지역 블록에 대하여 정합(matching)에 고려되는 전체 정의역 블록(domain block)<sup>[14]</sup>의 개수의 감소로 인하여 복원영상의 PSNR이 감소되는 단점이 있다. 또한, PSNR에 미세한 영향을 미치는 웨이브렛 계수에 대해서도 부호화함으로써 비트율에 대한 PSNR과 부호화시 계산량에 대한 효율이 떨어지는 단점이 있다.

본 논문에서는, 일반적인 프랙탈 영상 압축 방법과

Krupnik의 DWT 영역에서의 프랙탈 영상 압축 방법의 주요 단점인 낮은 비트율에서 PSNR의 감소를 개선하는 방법과 부호화시 지역 블록과 정의역 블록의 정합 과정에서 발생하는 계산의 복잡성을 감소시키는 방법을 제안한다. 제안한 방법은 DWT 영역에서 모든 웨이브렛 계수들에 대하여 절대값을 취함으로써 공간영역의 동일한 블록에 대응되는 서로 다른 부대역간의 웨이브렛 계수들을 묶은 지역 블록과 정의역 블록의 유사성을 증가시켜 PSNR을 개선하였다. 또한 에너지가 작은 웨이브렛 계수들을 "0"으로 부호화하여 낮은 비트율에서도 PSNR의 감소가 미세하고, 부호화시 계산의 복잡성을 현저하게 감소하였다.

본 논문의 구성은 서론에 이어 II장에서 일반적인 프랙탈 영상 압축 방법을 살펴보고, III장에서 DWT 영역에서의 프랙탈 영상 압축 방법을 설명한다. IV장에서는 DWT 영역의 특성을 이용한 제안한 방법을, V장에서는 실험 결과를 통해 제안한 방법의 성능을 분석한 다음 결론을 맺는다.

## II. 일반적인 프랙탈 영상 압축 방법

프랙탈 부호화에서 입력 영상  $I$ 는 중첩되지 않는  $B \times B$  크기의 지역 블록들의 집합  $\{R_i, i=1, \dots, N\}$ 으로 분할된다.

$$\bigcup_{i=1}^{N_r} R_i = I, R_i \cap R_j = \emptyset \text{ for } i \neq j \quad (1)$$

여기서  $N$ 은 분할된 블록들의 전체 개수를 나타낸다. 그리고 입력 영상의 임의의 위치로부터 취하여진  $2B \times 2B$  크기의 블록에서 네 개의 인접화소의 평균값을 한 개의 화소값으로 사상(mapping)하는 축소 연산자  $S$ 를 적용하여  $B \times B$  크기로 축소한 정의역 블록  $D_j$ 와 지역 블록  $R_i$ 와의 유사성이 탐색된다<sup>[14]</sup>. 이러한 정의역 블록들의 집합  $\{D_j, j=1, \dots, N_D\}$ 은 벡터 양자화에 서처럼 지역 블록들에 대한 부호책(codebook)의 역할을 한다. 그러므로 지역 블록  $R_i$ 가 정의역 블록의 인덱스  $j(i)$ 와 스케일 인자  $s_i$  및 offset  $o_i$ 의 매개변수들로 구성되어 있는 축소 변환 함수  $W_i$ 에 의하여 정의

역 블록에서 근사화되는 식은 아래와 같이 표현된다.

$$\hat{R}_i = W_i(D_j) = s_i D_j + o_i \quad (2)$$

여기서  $\hat{R}_i$ 는  $j$ 번째 정의역 블록  $D_j$ 에서 근사화된  $i$ 번째 치역 블록을 나타낸다.  $R_i$ 와  $\hat{R}_i$  사이의 자승오차인  $E$ 를 최소화하는 축소 변환 함수  $W_i$ 를 구하며, 이 때의  $W_i$ 의 매개변수인 스케일 인자, offset, 정의역 블록의 인덱스를 IFS code라 한다<sup>4, 14</sup>.

$$E(R_i, \hat{R}_i) = \sum_{l=1}^B \sum_{m=1}^B (R_i(l, m) - \hat{R}_i(l, m))^2 \quad (3)$$

여기서  $l, m$ 은 치역 블록의 화소 위치이다. 축소 변환 함수를 복호화시 반복적으로 임의의 영상에 적용함으로써 복원영상을 얻을 수 있으며, 일반적으로 원영상과 복원영상에 대한 객관적인 화질의 비교는 평균 자승오차를 이용한 PSNR이 사용된다.

$$PSNR = 10 \text{Log}_{10} \frac{(255)^2}{MN \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_1(i, j) - I_2(i, j))^2} \quad [\text{dB}] \quad (4)$$

여기서  $M$ 은 영상의 행의 크기이며,  $N$ 은 열의 크기이다.

임의의 1차원 신호  $I$ 에 대하여 축소 연산자  $S$ 를 적용하면 치역 블록들의 집합  $I$ 는 1/2의 크기로 축소되며,  $I_{1/2} = S(I)$ 의 관계를 갖는다. 크기가 1/2로 축소된 신호  $I_{1/2}$ 은 축소되기 이전의 신호  $I$ 의 정의역 블록들의 집합으로 간주되며,  $I$ 는  $I_1$ 과 같다.  $I_1$ 에 대하여 반복적으로 축소 연산자  $S$ 를 적용하면 식 (5)와 같이 표현된다.

$$I_{1/2^k} = S(I_{1/2^{k-1}}) \quad (5)$$

여기서 ( $k=1, \dots, \text{Log}_2(B)$ )이고  $k$ 가 증가할수록  $I$ 는 저해상도로 표현된다.

Baharav는 축소 변환 함수의 고정점인  $I_1^f$ 는 축소된 저해상도 신호의 고정점  $I_{1/2^k}^f$ 로부터 축소 변환 함수를 계층적으로 적용함으로써 근사화될 수 있음을 보였다. 그림 1은 저해상도에서 고해상도로의 피라미드 관계를 가진 영상에서, 식 (6)과 같이 동일한 축소 변환 함수  $W$ 가 계층적으로 적용되면, 보다 작은  $B/2^k$

크기의 치역 블록에서 원래의 신호  $I$ 의 고정점  $I^f$ 가 근사화 되는 방법을 나타낸다.

$$W_1 = W_{1/2} = W_{1/4} = \dots = W_{1/2^{\text{Log}_2(B)}} \quad (6)$$

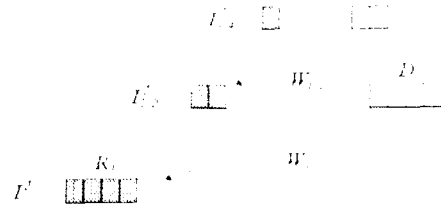


그림 1. 다른 해상도에서의 고정점에 대한 사상 관계(B=4)  
Fig. 1. Mapping relations for different scales of the fixed point. (B=4)

이러한 방법은 피라미드의 가장 상위 계층인  $I_{1/2^k}^f$ 에서 시작하여 피라미드의 가장 하위 계층인  $I_1^f$ 로 확대 내삽(interpolation)함으로써 다중 해상도에서 신호를 계층적으로 해석할 수 있다<sup>15, 16</sup>.

일반적인 치역 블록의 근사화 수식 (2)에 대한 수정은 블록들의 DC인  $R_i$ 와 정의역 블록의 DC인  $D_j$ 를 각 블록들의 AC와 직교화(orthogonalization)하는 방법이며 식 (7)로 표현된다<sup>18, 19</sup>.

$$\hat{R}_i = s_i \cdot (D_j - D_j) + R_i \quad (7)$$

식 (7)의 중요한 장점은 임의의 영상에 축소 변환 함수를  $\text{Log}_2(B) + 1$  반복 적용하면 고정점(복원영상)으로 거의 접근하는데 있다. 즉, 모든  $m$ 에 대하여  $m \geq 0$ 이고  $l = \text{Log}_2(B) + 1$ 인 때,  $W^{(l+m)} = W^l$ 을 만족하는 콜라즈 오차<sup>18</sup>의 한계에 도달한다. 그러므로 치역 블록과 정의역 블록의 DC와 AC의 직교화는 다중 해상도간의 고정점이 피라미드 관계에 영향을 끼치지 않으므로 영상의 피라미드 표현의 고정점인 AC와 DC를 결합하여 반복 축소 변환이 없는 계층적 복호화 과정이 수행 가능하다<sup>18, 19, 20</sup>.

선술한 공간 영역에서의 프랙탈 영상 압축 방법들에서는 일반적으로 압축율을 높이기 위하여 자승오차가 작은 치역 블록들에 대해서는 치역 블록의 크기를 크게하고 자승오차가 큰 치역 블록들에 대해서는

지역 블록의 크기를 작게하여 부호화 하였다. 그러나 이러한 방법은 낮은 비트율에서 PSNR의 감소와 복원영상에서 블록화 현상이 두드러지는 단점이 있다.

### III. DWT 영역에서의 프랙탈 영상 압축 방법

웨이브렛 변환시 임의의 영상  $I$ 와 저역통과 필터를 컨볼루션하여 22:1 축소(downsampling)한 결과는 일반적인 프랙탈 부호화 방법에서 축소 연산자  $S$ 를 적용한 결과와 유사하다<sup>[4]</sup>. 그러므로 Krupnik의 DWT 영역에서의 프랙탈 부호화 방법은 정규직교(orthonormal) DWT를 사용하여 입력 영상을 그림 2와 같이  $4(\log_2(B)+1)$  분할하여 영상의 다중 해상도 표현인 DWT 영역으로 변환하였다. 그림 2에서 공간 영역의 동일한 블록에 대응되는 다른 부대역간의 웨이브렛 계수들을 묶은 블록을 지역 블록  $R_i$ 와 정의역 블록  $D_j$ 로 정의하고,  $R_i$ 의 DC를 제외한  $R_i''$ 는 흑색 블록으로 표시되며,  $D_j$ 의 DC를 제외한  $D_j''$ 는  $R_i''$ 보다 한 계층 높은 고역통과 부대역의 백색 블록으로 표시된다. 이러한 정규직교 DWT는  $B \times B$  크기의 unitary 행렬  $U$ 로 표현될 수 있으며, II장에서 식 (7)에 대하여 unitary

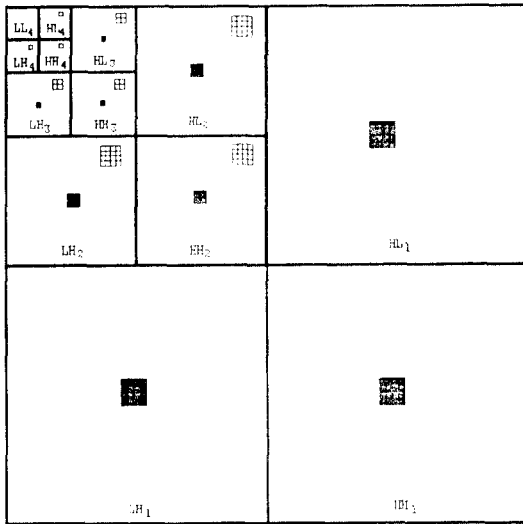


그림 2. 지역 블록과 정의역 블록의 2차원 이산 웨이브렛 변환 계수(B=8)

Fig. 2. The coefficients of 2D-DWT of a domain(white) and range(shaded) blocks. (B=8)

행렬을 적용하면 DWT 영역에서의 정의역 블록에서 지역 블록으로의 근사화는 식 (8)과 같이 표현된다<sup>[4]</sup>.

$$U(\hat{R}_i - \bar{R}_i) = s_i \cdot U(D_j - \bar{D}_j) \quad (8)$$

$$\hat{R}_i'' = s_i \cdot D_j'' \Rightarrow \hat{r}_i^p = s_i \cdot d_j^p, \quad 2 \leq p \leq B^2$$

여기서  $\hat{R}_i''$ 는  $R_i$ 의 DC의  $r_i^1$ 을 제외한  $R_i''$ 의 근사화 값을 나타낸다. 그러므로 DWT 영역에서의 IFS code는  $R_i''$ 와  $\hat{R}_i''$ 의 차승오차인 식 (9)를 최소화하는 스케일 인자, 정의역 블록의 인덱스와  $r_i^1$ 이 된다.

$$E(R_i'', \hat{R}_i'') = \sum_{p=2}^{B^2} (r_i^p - s_i \cdot d_j^p)^2 \quad (9)$$

이러한 DWT 영역에서의 IFS code는 그림 2에서 지역 블록들의 DC 집합인 "LL<sub>3</sub>" 부대역과 근사화된 나머지 부대역들의 웨이브렛 계수를 합성하여 반복 축소 변환이 없는 계층적 복호화 과정을 수행한다. 즉, Krupnik의 방법은 입력 영상의 가장 저해상도 고역통과 부대역("LH<sub>4</sub>", "HL<sub>4</sub>", "HH<sub>4</sub>")의 웨이브렛 계수들을 최초의 정의역 집합으로 하여 한 계층 낮은 고역통과 부대역의 웨이브렛 계수를 계층적으로 근사화 하는 DWT 영역에서의 프랙탈 영상 압축 방법이다. 이러한 방법은 다중 해상도 분할의 수( $\log_2(B)+1$ )가 작아질수록  $R_i''$ 의 차원( $B^2-1$ )이 작아지고 정합에 고려되는 전체  $D_j''$ 의 개수가 많아지므로,  $R_i''$ 와  $\hat{R}_i''$ 의 차승오차가 작게 되어 PSNR이 증가된다. 그러나 전체  $R_i''$ 와  $D_j''$ 의 개수의 증대로 인하여 비트율이 높아지며, 부호화시 계산의 복잡성이 증대된다. 반면에, 다중 해상도 분할의 수가 많을수록 전체  $R_i''$ 와  $D_j''$ 의 개수가 감소하므로 비트율이 낮아지며, 부호화시 계산의 복잡성이 감소된다. 그러나  $R_i''$ 의 차원이 커지고,  $R_i''$ 에 대하여 정합에 고려되는 전체  $D_j''$ 의 개수가 감소하므로  $R_i''$ 와  $\hat{R}_i''$ 의 차승오차가 크게 되어 PSNR이 감소된다.

일반적으로 DWT 영역에서 가장 저해상도 부대역의 저역통과(lowpass) 웨이브렛 계수를 제외하고는 모든 고역통과 웨이브렛 계수들 중에 일부분만이 웨이브렛 계수의 에너지가 큰 값을 가지게 되며, 저해상도 부대역으로 갈수록 대부분의 웨이브렛 계수의 에너지는 증가된다. 그러나 Krupnik의 부호화 방법은 그림 2에서 나타나듯이 고해상도 부대역으로 갈수록

록  $R_i''$ 를 구성하는 웨이브렛 계수의 개수가 많게 되고, 저해상도 부대역으로 갈수록  $R_i''$ 를 구성하는 웨이브렛 계수의 개수가 작아지게 되어,  $R_i''$ 와  $R_j''$ 의 차를 최소화하는 IFS code는 다수를 차지하는 에너지가 작은 웨이브렛 계수에 대하여 근사화 되므로 저해상도 고역통과 부대역의 소수의 에너지가 큰 웨이브렛 계수에서 오차가 큰 IFS code를 부하게 된다. 이러한 특성은 절대치가 큰 웨이브렛 계수가 PSNR에 많은 영향을 미치는 웨이브렛 변환 영역의 특성과 상반되므로, 가장 저해상도의 고역통과 부대역에서부터 한 계층 낮은 고역통과 부대역의 웨이브렛 계수를 계층적으로 근사화하는 Krupnik의 DWT 영역에서의 프랙탈 복호화 방법은 근사화 오차가 큰 저해상도 고역통과 부대역의 웨이브렛 계수가 고해상도 고역통과 부대역으로 오차를 계층적으로 과급시키므로 PSNR이 감소되는 단점이 있다.

그러므로 낮은 비트율에서 PSNR의 개선과 부호화시 계산량을 감소하기 위해서는 정합에 고려되는 전체  $D_j''$ 의 개수가 감소하여도 PSNR의 개선을 가져오는 방법과 PSNR에 많은 영향을 미치는 저해상도 고역통과 부대역에서 보다 오차가 작은 IFS code를 구하는 방법이 필요하다.

#### IV. DWT 영역의 특성을 이용한 프랙탈 영상 압축 방법

본 논문에서는, 일반적인 프랙탈 영상 압축 방법과 Krupnik의 DWT 영역에서의 프랙탈 영상 압축 방법의 주요 단점인 낮은 비트율에서 PSNR의 감소를 개선하는 방법과 부호화시 지역 블록과 정의역 블록의 정합 과정에서 발생하는 계산의 복잡성을 감소시키는 방법을 제안한다. 제안한 방법에서는 DWT 영역에서 모든 웨이브렛 계수들에 절대값을 취하여 지역 블록과 정의역 블록의 유사성을 증가하여 PSNR의 개선을 가져왔으며, 에너지가 작은 웨이브렛 계수들을 "0"으로 부호화하여 낮은 비트율에서도 PSNR의 감소가 미세하고, 부호화시 계산의 복잡성이 감소되는 방법을 제안한다.

제안한 방법에서는 Adelson의 9 tab 정규직교 DWT 필터<sup>[15]</sup>를 사용하여 입력 영상을  $\text{Log}_2(B)+1$  분할한 DWT 영역으로 변환하였다. Shapiro<sup>[16]</sup>는 일반적으

로 계층적 부대역 영상에서 가장 고해상도의 고역통과 부대역 " $LL_1$ ", " $HL_1$ ", " $HH_1$ "을 제외하고는 주어진 해상도의 고역통과 부대역에 속한 웨이브렛 계수들과 동일한 방향성을 가지는 한 계층 낮은 고역통과 부대역의 웨이브렛 계수들간에 상관성이 존재한다고 기술하였다. 그러므로, 본 논문에서는 다중 해상도의 분할의 수가 많아지면 근사화 오차가 큰 저해상도 고역통과 부대역에서의 웨이브렛 계수로 인하여 PSNR이 감소되는 Krupnik 방법의 단점을 보완하기 위하여 영상을 4번 이상 다중 해상도로 분할한 경우, 대부분의 웨이브렛 계수의 에너지가 작은 가장 고해상도의 고역통과 부대역을 프랙탈 근사화에서 제외시켰다. 이러한 방법은  $R_i''$ 의 차원  $B^2-1$ 을  $B^2/4-1$ 로 줄여  $D_j''$ 의 정합하는 차원이 감소되어, 에너지가 큰 저해상도 고역통과 부대역에서 보다 오차가 작은 IFS code의 값을 구하여 저해상도 고역통과 부대역에서의 오차가 고해상도 고역통과 부대역으로의 과급을 줄여 PSNR을 증가시키고,  $R_i''$ 와  $D_j''$ 의 정합에 필요한 계산의 복잡성을 약 1/4로 감소시키는 방법이다.

Mallat<sup>[17]</sup>는 프랙탈 영상을 부대역으로 분할하였을 때, 주어진 해상도의 고역통과 부대역의 에너지  $\sigma_k^2$ 과 한 계층 높은 고역통과 부대역의 에너지  $\sigma_{k+1}^2$ 에 대하여 식 (10)과 같은 관계가 있음을 기술하였다.

$$\sigma_k^2 = C \cdot \sigma_{k+1}^2 \quad (10)$$

여기서 C는 상수를 나타낸다. 식 (10)의 양 변에 제곱근을 취하면 식 (11)로 나타내며, 식 (11)에서  $|R_i''|$ 는  $|D_j''|$ 에 스케일 인자  $s_j$ 를 곱함으로써,  $|R_i''|$ 와  $|R_j''|$ 의 차를 최소화할 수 있음을 나타낸다.

$$\sqrt{\sigma_k^2} = \sqrt{C \cdot \sigma_{k+1}^2} \Rightarrow |R_i''| = s_j \cdot |D_j''| \quad (11)$$

그러므로 본 논문에서는 영상의 웨이브렛 계수들에 대해 절대값을 취하여 PSNR을 개선하는 방법을 제안한다. 이러한 방법은 일반적으로 웨이브렛 계수들의 pdf(probability density function)가 "0"을 평균으로 하는 라플라시안 분포에 가까운 통계적 성질을 가지고 있으므로, 절대값을 취한 웨이브렛 계수의 동적 범위(dynamic range)는 원래의 웨이브렛 계수의 동적 범위보다 1/2로 줄게 되어,  $R_i''$ 와  $D_j''$ 의 유사성을 높

여 PSNR을 개선하는 방법이다. 또한 웨이브렛 계수를 양자화할 때, 고역통과 부대역의 웨이브렛 계수들 중에 “0”으로 양자화되는 계수가 많은 DWT 영역의 특성을 고려하여, “0”으로 양자화할  $R_i''$ 와 “0”으로 양자화 하지 않는  $R_i''$ 로 구분하여 부호화함으로써, 낮은 비트율에서도 높은 PSNR을 유지하며, 부호화시 계산량을 감소시키는 방법을 제안한다. 제안한 방법은 식 (12)과 같은  $R_i''$ 의 에너지를 구하고, 에너지가 큰 순서대로 전체  $R_i''$ 들을 정렬하여 에너지가 큰  $R_i''$ 만 프랙탈 부호화하고 나머지  $R_i''$ 는 “0”으로 부호화하였다.

$$\sigma_i^2 = \sum_{p=2}^{B^2/4} (r_i^p)^2 \quad (12)$$

이러한 방법은 부호화할  $R_i''$ 의 개수의 감소로 인하여 전체  $D_j''$ 와의 정합 과정이 감소하게되어 부호화시 계산량의 감소와 낮은 비트율에서도 PSNR의 감소를 미세하게 하는 방법이다. 실험에서는 전체  $R_i''$ 들 중에 “0”으로 부호화할  $R_i''$ 를 50~70%로 하여, 그 때의  $R_i''$ 의 에너지를 임계치(threshold value)로 설정하였다. 제안한 방법에서의 정의역 블록에서 지역 블록의 근사하는 영상의 웨이브렛 계수들에 대하여 절대값을 취하여 크기(magnitude) 정보와 부호(sign)정보로 분리하고, 절대값을 취한 고역통과 웨이브렛 계수들에 대하여 스케일 인자  $s_i$ 와 offset  $o_i$ 로 구분하여 식 (13)과 같이 나타낸다.

$$U(\hat{R}_i - \bar{R}_i) = ABS^{-1}(s_i \cdot ABS(U(D_j - \bar{D}_j)) + o_i)$$

$$\Rightarrow \hat{r}_i^p = ABS^{-1}(s_i \cdot ABS(d_j^p) + o_i), 2 \leq p \leq B^2/4 \quad (13)$$

여기서  $ABS^{-1}$ ,  $ABS$ 는 각각 웨이브렛 계수의 크기 정보와 부호 정보의 결합과 분리 연산자이며, 식 (14)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} |\hat{R}_i''| &= ABS(U(\hat{R}_i - \bar{R}_i)) = \{|\hat{r}_i^2|, \dots, |\hat{r}_i^{B^2/4}|\} \\ |\hat{D}_j''| &= ABS(U(D_j - \bar{D}_j)) = \{|d_j^2|, \dots, |d_j^{B^2/4}|\} \\ U(\hat{R}_i - \bar{R}_i) &= ABS^{-1}(|\hat{R}_i''|) \end{aligned} \quad (14)$$

그러므로 제안한 방법에서 스케일 인자  $s_i$ 와 offset  $o_i$ 는  $|\hat{R}_i''|$ 와  $|\hat{D}_j''|$ 에 대하여 각각 편미분을 하여, 식 (16)과 식 (17)로 표현된다.

$$E(|\hat{R}_i''|, |\hat{D}_j''|) = \sum_{p=2}^{B^2/4} (s_i \cdot |d_j^p| + o_i - |r_i^p|)^2 \quad (15)$$

$$s_i = \frac{(B^2/4 - 1) \sum_{p=2}^{B^2/4} |r_j^p| \cdot |d_j^p| - \sum_{p=2}^{B^2/4} |r_j^p| \sum_{p=2}^{B^2/4} |d_j^p|}{(B^2/4 - 1) \sum_{p=2}^{B^2/4} (|d_j^p|)^2 - (\sum_{p=2}^{B^2/4} |d_j^p|)^2} \quad (16)$$

$$o_i = \frac{1}{B^2/4 - 1} \left( \sum_{p=2}^{B^2/4} |r_j^p| - s_i' \sum_{p=2}^{B^2/4} |d_j^p| \right) \quad (17)$$

공간 영역에서 정의역 블록의 화소값들을 회전과 거울상(mirror image) 등으로 구성된 isometry 변환<sup>4, 5</sup>과 DWT 영역에서의 isometry 변환과의 관계를 표 1

표 1. Isometry 변환

Table 1. Isometry transform.

	isometry type	spatial domain	DWT domain
t0	Identity	t0(f(i, j)) = f(i, j)	(LH, HL, HH)
t1	Rotate by 90°	t1(f(i, j)) = f(j, B-1-j)	(HL, -LH, -HH)
t2	Rotate by 180°	t2(f(i, j)) = f(B-1-i, B-1-j)	(-LH, -HL, HH)
t3	Rotate by 270°	t3(f(i, j)) = f(B-1-j, i)	(-HL, LH, HH)
t4	Horizontal flip	t4(f(i, j)) = f(B-1-i, j)	(-LH, HL, -HH)
t5	Vertical flip	t5(f(i, j)) = f(i, B-1-j)	(HL, LH, HH)
t6	Forward diagonal flip	t6(f(i, j)) = f(B-1-j, B-1-i)	(LH, -HL, -HH)
t7	Reverse diagonal flip	t7(f(i, j)) = f(j, i)	(-HL, -LH, HH)

에 나타내었다. 제안한 방법에서는 모든 웨이블릿 계수에 절대값을 취하여 부호화에 적용되기 때문에, 8개의 isometry 변환의 유형은 2개의 isometry 변환의 유형인 (LH, HL, HH)와 (HL, LH, HH)로 대표된다. 그러므로 정합할 전체  $|D_j^H|$ 의 개수가 1/4로 줄게 되

며, isometry 변환의 유형을 부호화하는데 필요한 비트가 3 bits에서 1 bit로 감소하게 된다. 입력 영상을 4번 이상 다중 해상도로 분할하였을 때, 제안한 부호화기의 전체적인 흐름도를 그림 3에 나타내었으며, 부호화와 복호화 과정은 아래와 같다.

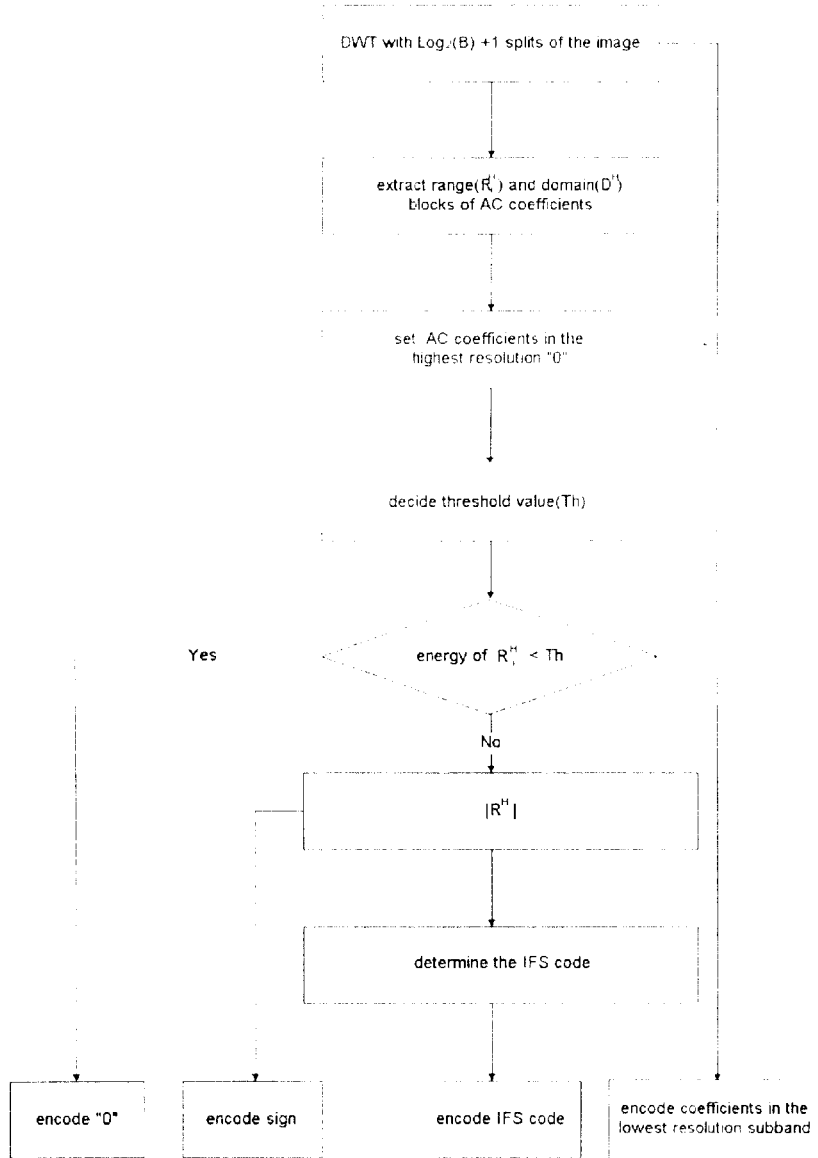


그림 3. 부호화기의 처리 흐름도  
Fig. 3. The flow chart of encoder.

부호화 과정:

단계 1: 정규직교 DWT를 적용하여  $\log_2(B) + 1$  만큼 영상을 다중 해상도로 분할한다.

단계 2: 가장 고해상도 고역통과 부대역의 웨이브렛 계수를 제외한 전체  $R_i''$ 의 에너지를 정렬하여 "0" 부호화의 임계치를 설정하고, 임계치보다 작은 에너지를 가진  $R_i''$ 는 "0"으로 하여 프랙탈 부호화할  $R_i''$ 에서 제외하고, 모든 웨이브렛 계수에 절대값을 취하여 크기 정보와 부호 정보로 분리한다.

단계 3: 프랙탈 부호화할  $|R_i''|$ 와  $|\hat{R}_i''|$ 의 자승오차를 최소로 하는 IFS code를 구한다.

단계 4: 가장 저해상도 부대역의 웨이브렛 계수, 프랙탈 부호화하지 않은  $|R_i''|$ 를 가르키는 "0" code, 정의역 블록의 인덱스, 스케일 인자, offset, isometry 변환 유형 및 각 고역통과 부대역의 부호 정보를 부호화한다.

복호화 과정

단계 1: 가장 저해상도 부대역의 웨이브렛 계수를 복사한다.

단계 2: "0" code, 스케일 인자, offset, 정의역 블록의 인덱스, isometry 변환 유형을 이용하여 가장 저해상도의 고역통과 부대역에서 한 계층 낮은 고역통과 부대역을 계층적으로 근사화 한다.

단계 3: 부호 정보를 이용하여 고역통과 부대역의 부호를 복원한다.

단계 4: 가장 고해상도 고역통과 부대역의 웨이브렛 계수를 "0"으로 한다.

단계 5: IDWT(Inverse Discrete Wavelet Transform)를 한다.

제안한 방법은 가장 고해상도의 고역통과 부대역을 프랙탈 근사화에 제외하고, 8 개의 isometry 변환 유형을 2 개의 isometry 변환 유형으로 변경하였고, 부호화할  $R_i''$ 의 수를 1/2로 감소하였을 때, Krupnik의 부호화시 계산량보다 약 1/32로 감소되었다. 제안한 방법에서는 Adelson의 9 tab 정규직교 DWT 필터를 적용하여 지역 블록과 정의역 블록의 DC와 AC를 직교화함으로써 반복 축소 변환이 없는 계층적 복호

화 과정이 수행되며, 일반적인 블록 기반 부호화기의 대표적인 단점인 복원영상의 블록화 현상을 제거하였다.

### V. 실험 결과 및 고찰

제안한 알고리즘의 성능 평가를 위하여 IBM PC 펜티엄-90에서 C-언어를 사용하여 구현하였으며, 실험 영상으로는 512x512 크기의 256 명암도 값으로 양자화된 표준 영상을 사용하였다. 제안한 방법에서는 가장 저해상도의 저역통과 부대역의 웨이브렛 계수들은 7bits로 uniform 양자화하고, 가장 저해상도의 고역통과 부대역의 웨이브렛 계수들은 Laplacian 양자화한 후 가변 길이 부호화 하였고, 스케일링 인자  $s_i$ 와 offset  $o_i$ 를 4 bits로 uniform 양자화 하였다.

표 2는 4 분할된 DWT 영역에서  $R_i''$ 차원의 변화에 따라, 스케일 인자, 정의역 블록의 인덱스를 실험 영상들에 적용하였을 때, Krupnik의 방법에 의하여 프랙탈 근사화된 결과를 나타내었다. 표 2의 결과에서 나타나듯이 가장 고해상도의 고역통과 부대역을 고려하지 않고 프랙탈 부호화 하는 방법이 가장 고해상도의 고역통과 부대역을 고려하여 프랙탈 부호화하는 방법보다 PSNR이 증가되었으며, 계산량은 약 1/4로 감소된다.

표 2.  $R_i''$ 의 차원에 따른 PSNR(B=8)

Table 2. PSNR according to dimension of  $R_i''$

IMAGE	PSNR (dimension of $R_i'' = 63$ )	PSNR (dimension of $R_i'' = 15$ )
Lenna	30.83 [dB]	30.97 [dB]
Lady	31.74 [dB]	31.87 [dB]
Boat	27.80 [dB]	28.07 [dB]
Woman	29.55 [dB]	29.90 [dB]

표 3은 4 분할된 DWT 영역에서, 스케일 인자, 정의역 블록의 인덱스, isometry 변환을 실험영상들에 적용하였을 때, 제안된 방법에서 전체  $|R_i''|$ 를 프랙탈 근사화한 결과, 부호화할  $|R_i''|$ 의 수를 1/2로 줄여 프랙탈 근사화한 결과, Krupnik 방법의 결과를 비교하였다. 실험 결과로부터 제안한 방법이 Krupnik의 부



표 3. 제안한 방법과 Krupnik의 방법과의 PSNR 비교.

Table 3. Comparison of PSNR for proposed method and Krupnik's method.(B = 8)

IMAGE	proposed method		Krupnik's method
	PSNR (dimension of $ R_i''  = 15$ )	PSNR (dimension of $ R_i''  = 15$ , "0" code 50 [%])	PSNR (dimension of $R_i'' = 63$ )
Lenna	33.26 [dB]	32.89 [dB]	31.25 [dB]
Lady	33.60 [dB]	33.43 [dB]	32.07 [dB]
Boat	30.06 [dB]	29.68 [dB]	28.17 [dB]
Woman	32.96 [dB]	32.00 [dB]	30.20 [dB]

표 4. Krupnik 방법과 제안한 방법과의 PSNR 대 비트율의 비교

Table 4. Comparison of PSNR/bpp for Krupnik's method and proposed method.

IMAGE	Krupnik's method				proposed method			
	B = 8		B = 16		B = 8		B = 16	
	PSNR [dB]	bit rate [bpp]	PSNR [dB]	bit rate [bpp]	PSNR [dB]	bit rate [bpp]	PSNR [dB]	bit rate [bpp]
Lenna	31.25	0.360	25.82	0.084	31.75	0.261	26.73	0.077
Lady	32.07	0.355	27.35	0.084	32.42	0.231	28.76	0.076
Boat	28.17	0.362	22.83	0.084	28.23	0.262	24.09	0.076
Woman	30.20	0.365	24.94	0.086	30.39	0.264	25.54	0.077

호화 방법보다 상당한 PSNR의 개선을 가져왔으며, 부호화할  $|R_i''|$ 의 수를 1/2로 줄여도 PSNR이 미세하게 감소됨을 나타낸다.

그림 4는 제안한 방법을 지역 블록의 크기를 8x8로 하여 실험영상들에 적용하였을 때, "0"으로 부호화할  $R_i''$ 의 백분율(percentage)의 변화에 따른 비트율 대

PSNR의 변화를 나타내었으며, 표 4는 지역 블록의 크기를 8x8과 16x16으로 하였을 때, Krupnik의 방법과 제안된 방법에서의 비트율에 대한 PSNR을 나타내었다. 표 4의 결과로부터 제안한 방법이 Krupnik의 방법보다 높은 압축율에서 PSNR이 개선됨을 알 수 있다.

표 5는 "Lenna" 영상에 대하여 기존의 공간 영역에서의 프레임 부호화 방법과 제안한 방법의 비트율에 대한 PSNR의 성능을 비교하였다<sup>[8]</sup>. Jacquim과 Oien 등의 방법에서는 8x8과 4x4의 기원 블록을 나누기 위한 임계치 RMSE(Root Mean Square Error)를 12로 한 결과를 나타내었으며, Monro의 방법에서는 지역 블록의 크기를 8x8로 한 결과를 나타내었다. 정의된 블록과 지역 블록의 형태를 72 가지로 분류하고, 지역 블록의 크기를 32x32에서 4x4까지 기원 블록을 적용하여 부호화하는 가장 대표적인 고속 프레임 부호화 방법인 Fisher의 방법은 참조 문헌 [11]의 블록에 수록된 알고리즘에 대하여 "enc -t 10 -m 4 -M 7 -h

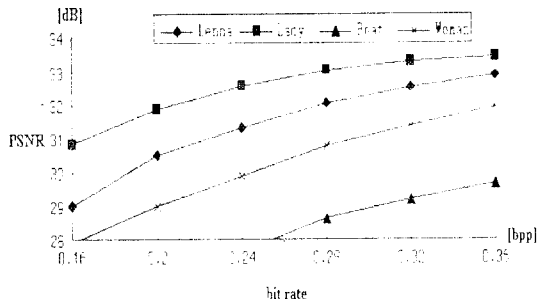


그림 4. 비트율에 따른 PSNR의 변화(B=8)

Fig. 4. Variation of PSNR according to bit rates. (B = 8)

512 -w 512 Lenna.dat Lenna.trn”와 “dec Lenna.trn Lenna.out”를 수행한 결과를 나타내었다.

표 5. “Lenna” 영상에 대한 여러 방법의 성능 비교  
Table 5. Performance comparison of various methods for “Lenna” image.

	PSNR [dB]	bit rate [bpp]
Jacquin	31.20	0.51
Monro	30.02	0.44
Oien	32.24	0.58
Fisher	31.37	0.43
proposed	32.89	0.37

표 6은 제안한 방법을 “Lenna” 영상에 대하여 isometry 변환의 적용 유, 부와 전체  $R_i^H$ 들 중에 “0”으로 부호화할  $R_i^H$ 의 백분율의 변경 및  $D_j^H$ 의 탐색 범위를  $R_i^H$ 의 주위로 제한하여 적용하였을 때의 PSNR,

비트율, DWT 영역으로 분할하는 시간을 포함한 부호화 시간을 나타내었다. 표 6의 결과로부터 제안한 방법(부호화 시간 (22 [sec]), PSNR (32.10 [dB]), 비트율(0.301 [bpp]))이 Fisher의 방법(부호화 시간 (26 [sec]), PSNR (31.37 [dB]), 비트율(0.428 [bpp]))보다 더 우수한 결과를 나타냄을 알 수 있다.

그림 5와 그림 6에서는 원영상과 제안한 방법에 의하여 복원된 영상을 나타내었으며, 그림 7의 (a)와 (b)는 각각 Fisher의 방법과 제안한 방법에 의한 복원영상의 일부분을 나타내었다. 그림 7의 결과로부터 제안한 방법이 공간 영역에서의 프랙탈 영상 압축 방법보다 동일한 PSNR에서 블록화 현상이 없는 영상으로 복원됨을 알 수 있다. 실험을 통하여 제안한 방법이 공간 영역에서의 프랙탈 영상 압축 방법들과 Krupnik의 방법보다 부호화 시간, 낮은 비트율에서의 PSNR의 개선 및 블록화 현상의 제거로 인한 주관적 화질이 더 우수한 결과를 나타내었다.

표 6. “Lenna” 영상에 대한 isometry 적용과 탐색 범위 제한에 따른 결과  
Table 6. Results of “Lenna” image according to isometry transform and search range.

“0” code [%]	search region	isometry	PSNR [dB]	bit rate [bpp]	encoding time [sec]
50	-31~32	applied	32.89	0.366	105
		not applied	32.74	0.359	54
	-15~16	applied	32.46	0.351	29
		not applied	32.28	0.343	17
60	-31~32	applied	32.48	0.313	79
		not applied	32.35	0.307	42
	-15~16	applied	32.10	0.301	22
		not applied	31.93	0.295	14
70	-31~32	applied	31.75	0.261	53
		not applied	31.66	0.256	29
	-15~16	applied	31.45	0.251	17
		not applied	31.32	0.247	10

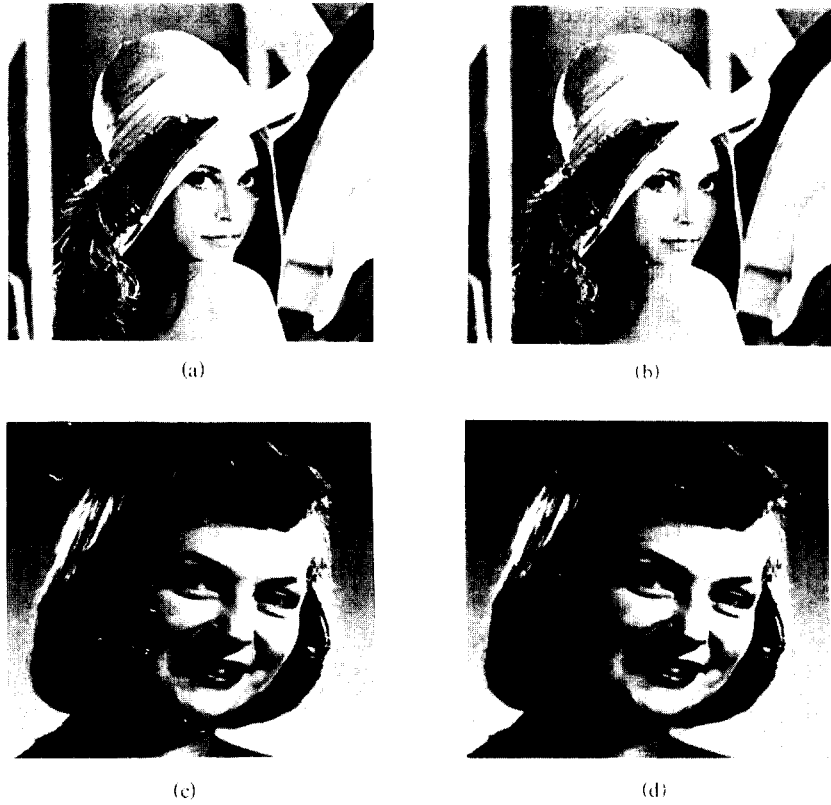


그림 5. 제안한 방법에 의한 복원영상

(a) "Lenna" 원영상

(b) "Lenna" 복원영상(0.31 [bpp], PSNR = 32.5 [dB])

(c) "Lady" 원영상

(d) "Lady" 복원영상(0.28 [bpp], PSNR = 32.8 [dB])

Fig. 5. Reconstructed images of test images.

(a) "Lenna" original image

(b) "Lenna" reconstructed image(0.31 [bpp], PSNR = 32.5 [dB])

(c) "Lady" original image

(d) "Lady" reconstructed image(0.28 [bpp], PSNR = 32.8 [dB])





그림 6. 제안한 방법에 의한 복원영상

- (a) "Boat" 원영상
- (b) "Boat" 복원영상(0.36 [bpp], PSNR = 29.68 [dB])
- (c) "Woman" 원영상
- (d) "Woman" 복원영상(0.36 [bpp], PSNR = 32.00 [dB])

Fig. 6. Reconstructed images of test images.

- (a) "Boat" original image
- (b) "Boat" reconstructed image(0.36 [bpp], PSNR = 29.68 [dB])
- (c) "Woman" original image
- (d) "Woman" reconstructed image(0.36 [bpp], PSNR = 32.00 [dB])

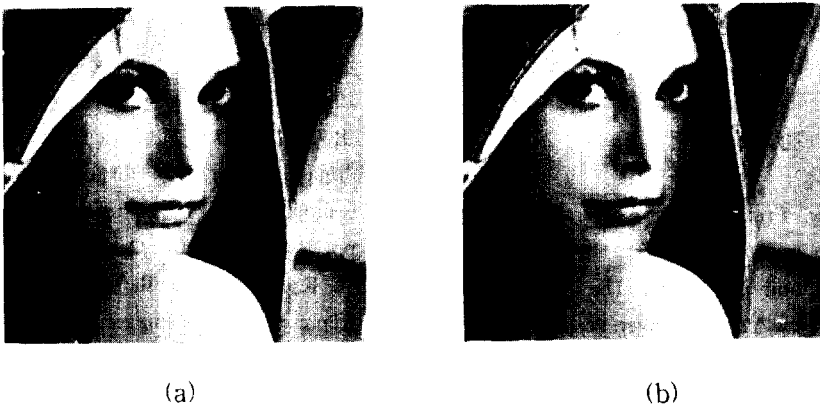


그림 7. "Lenna" 복원영상의 일부분

- (a) Fisher의 방법에서의 복원영상(0.43 [bpp], PSNR = 31.4 [dB])
- (b) 제안한 방법에 의한 복원영상(0.25 [bpp], PSNR = 31.4 [dB])

Fig. 7. Parts of Reconstructed images for "Lenna".

- (a) Reconstructed image using Fisher's method (0.43 [bpp], PSNR = 31.4 [dB])
- (b) Reconstructed image using proposed method 25 [bpp], PSNR = 31.4 [dB])

## VI. 결 론

본 논문에서는 일반적인 프랙탈 부호화 방법과 Krupnik의 이산 웨이블릿 변환 영역에서의 프랙탈 영상 압축 방법의 주요 단점인 낮은 비트율에서 PSNR의 감소를 개선하는 방법과 부호화시 계산의 복잡성을 감소시키는 DWT 영역에서의 효율적인 프랙탈 영상 압축 방법을 제안한다. 제안한 방법은 웨이블릿 계수들에 대하여 절대값을 취함으로써, DWT 영역에서의 지역 블록과 정의역 블록의 유사성을 증대하여 PSNR을 개선하였다. 또한 공간 영역의 동일한 블록에 대응되는 다른 고역통과 부대역간의 웨이블릿 계수들을 묶어, 그 묶인 계수들의 에너지를 이용하여 "0"으로 부호화함으로써, 낮은 비트율에서도 PSNR의 감소가 미세하고 부호화 시간이 현저하게 감소하는 방법을 제안하였다. 제안한 방법은 DWT 영역에서의 프랙탈 부호화함으로써, 블록 기반 부호화기의 대표적인 단점인 블록화 현상이 나타나는 것을 개선하였으며, 반복 축소 변환이 없는 계층적 부호화 수행이 가능하다.

그러나 제안한 방법은 입력 영상의 가장 고해상도 고역통과 부대역의 에너지가 크면, PSNR의 감소가 커지게 된다. 그러므로 향후 연구 과제로는 가장 고해상도의 고역통과 부대역의 효율적인 부호화 방법에 대한 연구가 진행되어야 할 것이다.

## 참 고 문 헌

1. M. F. Barnsley, Fractals Everywhere, Academic Press, 1988.
2. H. O. Peitgen and D. Saupe, The Science of Fractal Images. New York :Springer Verlag, 1988.
3. H. O. Peitgen , H. J rgen, and D. Saupe, Chaos and Fractals. New York :Springer Verlag, 1992.
4. A. E. Jacquin, "Image coding based on a fractal theory of iterated contractive image transforms," IEEE Trans. Image Process., vol. 1, No. 1, pp. 18-30, Jan. 1992.
5. A. E. Jacquin, "Fractal Image Coding: A Review," Proc. of the IEEE, vol. 81, No. 10, pp. 1451-1464, 1993.

6. D. M. Monro and F. Dudbridge, "Fractal approximation of image block," in Proc. Int. Conf. Acoust., San Francisco, California. Mar. 1992.
7. D. M. Monro, "A hybrid fractal transform," IEEE Proc. of Int'l Conf., Acoust., Speech, Signal Processing, pp. 169-172, 1993.
8. S. Lepsoy, G. E. Oien, and A. Ramstad, "Attractor image compression with a fast noniterative decoding algorithm," in Proc. Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing '93, vol. 5, pp. 337-340, Minneapolis, Minnesota, Apr. 1993.
9. G. E. Oien, S. Lepsoy "Fractal Based Image Coding with fast Decoder Convergence," Signal Processing, No 40, pp. 105-117, 1994.
10. E. W. Jacobs, Y. Fisher, and F. D. Boss, "Image compression: a study of the iterated transform method," Signal Processing, vol. 29, No. 3, pp. 251-263, Dec. 1992.
11. Y. Fisher, Fractal Image Compression: Theory and Applications to Digital Images, Springer Verlag, New York, 1994.
12. Z. Baharav, D. Malah, E. Karnin, "Hierarchical interpretation of fractal image coding and its application to fast decoding," Proc. Digital Signal Processing Conference, Cyprus, pp. 190-195, July 1993.
13. R. A. DeVore, B. Jawerth, and B. J. Lucier, "Image compression through wavelet transform coding," IEEE Trans. Informat. Theory, vol 38, pp. 719-746, Mar. 1992.
14. H. Krupnik, D. Mallah and E. Karnin, "Fractal Representation of Images Via The Discrete Wavelet Transform," in IEEE 18th Conv. of EE in Israel, Tel-Aviv, March 1995.
15. E. Simoncelli, E. Adelson, "Non-Separable Extensions of Quadrature Mirror Filters to Multiple Dimensions," Proceeding of the IEEE, vol. 78, No. 4, pp. 652-664, 1990.
16. J. M. Shapiro, "Embedded Image Coding Using Zero trees of Wavelet Coefficients," IEEE Trans. on Sig. Proc., vol. 41, No. 12, pp. 3445-3462, Dec.

- 1993.
17. S. G. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation," IEEE Trans. PAMI, vol. 11, No. 7, pp. 674-693, Jul 1989.
18. 김인권, 박래홍, "프랙탈 근사화와 벡터 양자화를 이용한 가변 블록 부호화 알고리즘," 한국통신학회 논문지, vol. 20, No. 4, pp. 889-906, Apr. 1995.



배 성 호(Sung Ho Bac) 정회원  
1991년 2월: 경북대학교 전자공학과(학사)  
1993년 2월: 경북대학교 전자공학과(석사)  
1993년 3월~현재: 경북대학교 전자공학과 박사과정  
※주관심분야: 영상신호처리, 컴퓨터 비전



박 길 흠(Kil Houm Park) 정회원  
1982년 2월: 경북대학교 전자공학과(학사)  
1984년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(석사)  
1990년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(박사)  
1984년 3월~현재: 경북대학교 전자 전기 공학부 부교수

※주관심분야: 영상 신호처리, 컴퓨터 그래픽스