

다수의 2차원 단층영상으로부터 3차원 영상을 합성하기 위한 Angular 스펙트럼의 적용

正會員 楊勳其*, 李相二**, 金恩洙**

On the Application of Angular Spectrum for Synthesizing a 3-D Image from a Series of 2-D Images

Hoon-Gee Yang*, Sang-Yi Yi**, Eun-Soo Kim** *Regular Members*

본 논문은 1995년도 학술진흥재단 자유공모과제 연구비에 의해서 연구 되었음

요 약

본 논문에서는 2 차원 단면들의 합으로 모델링된 3 차원 물체가 주어질 때 이 영상들의 angular 스펙트럼을 이용해서 3차원 영상 디스플레이를 위한 홀로그램 패턴을 계산하는 방법을 제시하고 기존의 Fresnel 방법 및 근사식을 사용하지 않는 ray-tracing 방법과 비교분석한다. 각각의 방법에 대한 수학적 유도 및 컴퓨터에 의한 실행 방법을 제시하고, 요구되는 계산량을 수식보다는 실제로 실행시킬 때의 제약조건을 고려하여 분석한다. 또한, 시뮬레이션 결과를 제시하여 성능 및 계산량의 관점에서 기존의 Fresnel 홀로그램 방법의 문제점을 지적하고, angular 스펙트럼을 이용한 방법이 상당히 적은 계산량에도 불구하고 위상 에러를 포함하지 않은 ray-tracing 방법 정도의 결과를 얻을 수 있음을 보인다.

ABSTRACT

This paper presents the evaluation of an angular spectrum-based method used to calculate scattering pattern of a three-dimensional object modelled as a collection composed of vertical sectional two-dimensional images. This is done via comparing a proposed method with two existing methods, i.e., a Fresnel hologram method and a

* 光云大學校, 電波工學科, 新技術研究所
Dept. of Radio Science and Eng., Institute of New Technology Kwangwoon Univ.

** 光云大學校 電子工學科, 新技術研究所
Dept. of Electronic Eng., Institute of New Technology Kwangwoon Univ.

論文番號: 96111-0409

接受日字: 1996年 4月 9日

ray-tracing method, in terms of computational complexities and reconstructed results. Mathematical derivations for each methods are reviewed and implementing procedures are described in detail, along with the amount of computations required from the implementation point of view, rather than from the mathematical point of view. We show simulation results in which the Fresnel hologram method dose not exhibit promising results although it requires the least computation. Moreover, it is also shown that the proposed method, even with much less computational requirements than the ray-tracing method, produces good performances as much as the ray-tracing method does.

I. 서 론

디지털 홀로그래프를 합성하는 과정은 물체로부터 산란되는 광파의 분포를 계산하는 과정 즉, 산란패턴을 계산하는 과정과 계산된 값을 간섭파를 이용하거나 코딩에 의해서 기록이 가능하도록 실수화 시키는 과정으로 나누어진다. 코딩에 관한 연구는 이미 1970년대부터 활발히 진행되어 여러 가지 코딩방식이 제안되었다.^[1] 산란패턴의 계산은 fringe 패턴을 단순히 더하는 ray-tracing 방법이 사용되었으나 과도한 계산량이 요구되므로 근사식을 사용하여 계산량을 획기적으로 줄일 수 있는 방법으로 퓨리에 홀로그래프, Fresnel 홀로그래프 등이 제시되었다.^[2] FFT에 의해 간단히 얻을 수 있는 Fourier 홀로그래프는 초점거리 근처에서만 복원시킬 수 있으므로 3차원 정보를 표현하는데 한계가 있다.^[3] Fresnel 홀로그래프는 Fresnel 근사식을 사용하므로 가까운 거리에 있는 물체에 대한 산란패턴 값은 상당한 위상 에러를 포함하고 있어서 복원시켰을 때 왜곡된 물체의 상을 얻게 되며, 먼 거리에 있는 물체의 경우는 위상 에러가 많이 줄어드나 먼 거리에서 복원되므로 광 손실이 많아지게 된다.

디지털 홀로그래피를 이용한 3차원 영상 디스플레이에 대한 연구는 미국의 MIT 미디어 연구소를 중심으로한 홀로그래피 방법 과 일본의 연구소를 중심으로한 변형된 홀로그래피 방법으로 분류할 수 있다. MIT 미디어 연구소에서는 2차원 영상들로부터 3차원을 합성하는 방법보다는 전용 병렬처리 머신을 이용하여 fringe패턴을 고속으로 계산한 후 Acousto Optic Device(AOD) 장비를 이용하여 디스플레이 하였다.

일본에서는 도쿄공대, Chiba 대학 및 후지 Co.등이 공동으로 의료 영상을 3차원으로 디스플레이 할 수

있는 두종류의 시스템을 발표했다. 한 시스템은 CT 나 MRI 등의 단층영상들을 합성하여 3차원 디스플레이가 가능하도록한 multiple-exposure 홀로그래프를 합성하는 시스템이고 다른 하나는 여러 각도에서 촬영한 X 레이 영상들로부터 3차원 디스플레이가 가능하도록한 홀로그래피 스테레오그램 시스템이다. 현재로서는 두 시스템 모두 해상도 및 합성하는데 소요되는 시간 등 아직 해결해야 할 여러 가지 문제점을 안고 있다.^[4]

홀로그래프 합성을 하드웨어적으로 해결하거나 변형된 홀로그래피 방법과는 별도로 알고리즘적 접근방법으로 계산량을 획기적으로 줄일 수 있는 방법이 제안되었다.^[5] 이 방법은 근사식을 사용하지 않고 angular 스펙트럼을 이용해서 유도된 것으로서 Fresnel 홀로그래프와 달리 가까운 거리에서도 위상 에러가 포함되어 있지 않을 뿐 아니라 FFT 루틴을 주로 이용하므로 ray-tracing 방법에 비해서 획기적으로 계산 시간을 단축시킬 수 있는 방법이다.

본 논문에서는 이 방법의 성능 및 계산량을 분석하기 위해서 기존의 Fresnel 방법 및 ray-tracing 방법과 비교하였다. II장에서는 2 차원 단면들의 합으로 모델링된 3 차원 물체가 주어져 있을 때, 각 2차원 단면의 반사계수함수의 angular 스펙트럼을 이용해서 홀로그래프 평면의 산란패턴을 신속히 계산할 수 있는 알고리즘을 유도하였다. III장에서는 수식에 따른 계산량의 관점에서 기존의 방법들과 비교하였고 IV장에서는 실행에 따른 계산량의 관점에서 기존의 방법들과 비교하였으며, V장에서는 각 방법의 성능비교를 위해서 시뮬레이션 결과를 제시하였다.

II. Angular 스펙트럼을 이용한 3차원 영상 합성 방법

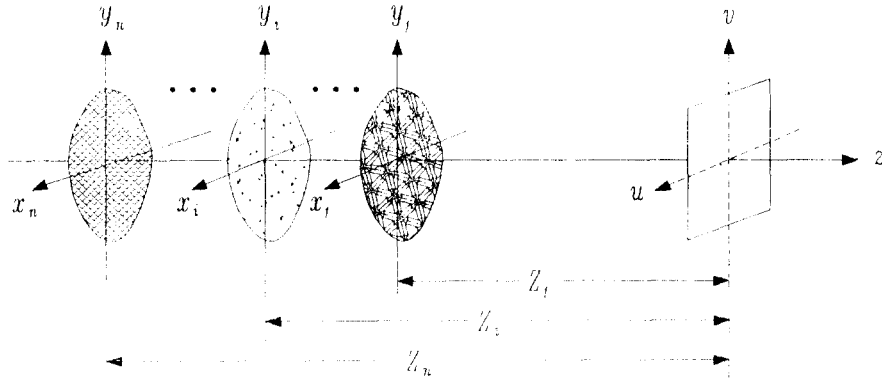


그림 1. 2차원 단면들로 구성된 3차원 물체에 대한 홀로그래픽 시스템
 Fig. 1. Holographic system for a 3-D object composed of 2-D vertical sectional images

그림 1에서처럼 2차원 단면들의 합으로 모델링된 3차원 물체가 주어졌을 때 이 물체에 대한 산란 패턴을 계산하는 과정을 생각하자.

각 단면은 z 축상에서 일정한 간격으로 서로 평행하게 놓여 있으며 i 번째 단면은 (x_i, y_i) 평면상에서 방사 계수 함수 $f_i(x_i, y_i)$ 를 가진다고 하자. n 개의 각 단면들로부터 산란되어 물체로부터 일정한 거리만큼 떨어져 있는 홀로그램 평면 (u, v) 에 도달하는 광파 $g_i(u, v)$ 는

$$g_i(u, v) = \sum_{i=1}^n \iint f_i(x_i, y_i) \exp(jk \sqrt{(x_i-u)^2 + (y_i-v)^2 + Z_i^2}) dx_i dy_i \quad (1)$$

이 된다. 각각의 단면에 대한 산란패턴 계산과정은 모두 동일하므로 하나의 단면에 대해서 산란패턴을 계산하는 방법을 설명하면 다음과 같다. 하나의 단면이 (x, y) 평면에 놓여 있고 홀로그램 평면까지의 거리가 Z 라면 산란패턴 $g(u, v)$ 는

$$g(u, v) = \iint f(x, y) \exp(jk \sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2 + Z^2}) dx dy \quad (2)$$

가 된다. 식(2)의 $g(u, v)$ 는 (x, y) 의 공간주파수 즉 x

축 및 y 축 방향으로의 방향 벡터의 분포가 $F(k_x, k_y)$ 인 광파들이 Z 만큼 떨어진 (u, v) 평면에 도달 했을 때의 광파의 분포로 해석할 수 있으므로 $g(u, v)$ 는

$$g(u, v) = \iint F(k_x, k_y) \exp[jZ \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}] \times \exp[-j(uk_x + vk_y)] dk_x dk_y \quad (3)$$

로 나타낼 수 있다.¹⁶⁾ 여기서 $F(k_x, k_y)$ 는 $f(u, v)$ 를 2차원 푸리에 변환한 것으로 광파의 angular 스펙트럼에 해당한다. 식(3)으로부터 산란패턴을 얻기 위해서는 angular 스펙트럼을 얻은 후 홀로그램 평면과 단면사이의 거리의 함수인 지수함수 (식(3)의 $\exp[jZ \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}]$)를 곱하고 다시 2차원 역푸리에 변환을 함으로써 홀로그램 평면에 도달하는 산란패턴값을 계산할 수 있다. 식(3)의 계산을 하기 위해서는 상당한 계산량이 요구되므로 이를 해결하기 위해 수직 방향으로의 방향 벡터 k_x 가 0으로 일정하다고 가정하고 산란패턴을 계산하는 HPO(horizontal parallax only) 홀로그램 방법을 사용할 수 있다. $y=v=Y_1$ 인 평면상에서 HPO 홀로그램의 산란패턴 $g_1(u)$ 은

$$g_1(u) = \int F_1(k_u) \exp[jZ \sqrt{k^2 - k_u^2}] \times \exp[-juk_u] dk_u \quad (4)$$

가 된다. 식(4)에서 $F_1(k_u)$ 는 $f(x, y=Y_1)$ 의 x 에 관한

1차원 푸리에 변환이다. 또한, k_x 는 x 축 뿐 아니라 u 축 방향으로의 방향 벡터에 해당하므로 식(4)에서 k_x 대신 k_u 를 사용했다. 식(2)를 식(3)과 같이 해석할 수 있듯이 식(4)는

$$g_1(x) = \int f_1(x) \exp[jk \sqrt{(x-u)^2 + Z^2}] dx \quad (5)$$

와 같이 표현할 수 있다. 여기서 $f_1(x)$ 는 $f(x, y=Y_1)$ 을 나타내고 있다. 식(4)에 의해서 HPO 홀로그래프의 산란패턴을 계산하는 과정은 2차원의 경우와 같지만 2차원 FFT 대신 1차원 FFT를 사용하면 되므로 계산량이 상당히 줄어든다.

HPO 홀로그래프를 합성하는 경우 홀로그래프 플레이트에 기록될 데이터의 샘플링 조건을 조사하기 위해서 복원하고자 하는 물체가 (x_i, y_i) 평면에만 존재하는 2차원 물체라고 하자. 이 2차원 물체는 수평방향으로 평행한 나수의 1차원 물체들의 집합이라고 가정할 수 있다. 이때 하나의 1차원 물체는 x 축을 따라 $[-D, D]$ 의 범위 내에서 일정한 간격으로 분포된 M 개의 점광원으로 구성되어 있으며 홀로그래프 평면상의 플레이트는 길이가 $2L$ 이며 N 개의 픽셀이 $u \in [-L, L]$ 에서 일정한 간격으로 분포되어 있다고 하자. 이 경우 1차원 물체에 있는 점광원들이 야기시키는 광파에너지 분포가 공간 주파수 k_u 축상에서 차지하는 영역은

$$-k \frac{D+L}{Z_i} \leq k_u \leq k \frac{D+L}{Z_i} \quad (6)$$

와 같이 주어진다. [7] 따라서, 플레이트에 기록될 함수 $g_1(u)$ 는 u 에 관해서 대역폭이 $k(D+L)/Z_i$ 인 기저 대역신호이므로 Nyquist 샘플링 이론에 의해 홀로그래프 플레이트의 픽셀사이의 거리 Δ_u 는 부등식

$$\Delta_u \leq \frac{Z_i \lambda}{2(D+L)} \quad (7)$$

을 만족해야 한다. 식(7)의 조건은 산란패턴을 계산하는 방법과 관계없이 물체의 크기, 복원시키고자 하는 거리 및 홀로그래프 플레이트의 크기가 정해졌을 때 홀로그래프 플레이트상의 픽셀들이 만족시켜야 하는 조건이다.

한편 식(4)에서 $g_1(u)$ 을 얻기 위해서

$$F_1(k_u) \exp[jZ_i \sqrt{k^2 - k_u^2}] \quad (8)$$

을 역푸리에 변환시키는 과정이 있었다. 이 때 Nyquist 조건을 만족시켜야 하므로 식(8)에서 주어진 k_u 에 관한 함수의 대역폭을 조사해야 한다. 식(8)에서 $\exp(\cdot)$ 는 k_u 에 관해서 위상 변조된 신호이므로 이 함수의 대역폭은 위상 $Z_i \sqrt{k^2 - k_u^2}$ 을 k_u 에 관해 미분한 순간 주파수로부터 구할 수 있다. 또한, k_u 축 상에서 곱의 관계가 있는 두 함수는 u 축 상에서는 convolution 관계가 있으므로 이를 이용하여 식(8)의 대역폭을 구하면 $D + \lambda Z_i / 2\Delta_u$ 와 같이 주위지게 된다. 따라서, Nyquist 샘플링 조건에 의해서 k_u 축 상에서의 샘플링 간격 Δ_k 는

$$\Delta_k < \frac{2\pi}{2(D + \frac{\lambda Z_i}{2\Delta_u})} \quad (9)$$

을 만족하여야 한다. 그림 1과 같은 3차원 물체의 경우 Z_i 은 Z_1 부터 Z_n 범위의 값이므로 Δ_k 를 정할 때는 식(7)에서 Z_i 가 Z_1 일 때 부등식을 만족하는 Δ_k 를 선택해야 하며 Δ_k 는 Z_i 가 Z_n 일 때 식(9)를 만족해야 한다.

IV. 수식에 따른 계산량 비교

angular 스펙트럼을 이용한 방법을 계산량의 관점에서 기존의 Fresnel 방법 및 ray-tracing 방법과 비교하기 위해 각각의 방법으로 HPO 홀로그래프를 합성할 때 요구되는 계산량을 조사해보자. Fresnel 홀로그래프에서는 식(5)의 $\sqrt{(x-u)^2 + Z^2}$ 에 대해서 Fresnel 근사식을 사용하므로 복소상수 값을 생략하면 $g_1(u)$ 는

$$g_1(u) = \int f_1(x) \exp[jk \frac{(x-u)^2}{2Z}] dx \quad (10)$$

와 같이 주어진다. 식(10)을 다시 정리하면

$$g_1(u) = \exp(jk \frac{u^2}{2Z}) \int f_1(x) \exp(jk \frac{x^2}{2Z}) \exp(-j \frac{ku}{Z} x) dx \quad (11)$$

이 된다. 그러므로 Fresnel 홀로그래프 합성 방법은

quadratic 함수를 곱한 후 푸리에 변환을 하고 다시 quadratic 함수를 곱해서 산란패턴을 얻을 수 있다. 그러나, 처음에 quadratic 함수를 곱하는 과정은 생략해도 된다. 왜냐하면 이 과정을 생략하고 푸리에 변환을 한 후 quadratic 함수를 곱해서 홀로그래프를 얻는 경우 복원시켰을 때는 $f_1(x)\exp[jkx^2/(2Z)]$ 의 진폭 성분이 복원되며 그것은 $f_1(x)$ 의 진폭과 같기 때문이다. 요구되는 계산량을 정량적으로 설명하기 위해서 식(11)을 정리하면

$$g_1(u) = \exp\left(jk \frac{u^2}{2Z_1}\right) \cdot H_1\left(\frac{uk}{Z}\right) \quad (12)$$

와 같이 쓸 수 있다. 여기서 $H_1(\cdot)$ 는 $f_1(x)\exp[jkx^2/(2Z)]$ 을 x 에 관해서 푸리에 변환한 함수이다. 앞에서 설명한 이유 때문에 계산량을 설명할 때 $f(x)$ 을 푸리에 변환한 것으로 가정하였다. 식(12)로부터 $g_1(u)$ 를 얻는데 요구되는 계산량을 조사해 보면 우선 $H_1(\cdot)$ 함수를 얻기 위해 FFT 루틴을 실행해야 하므로 $M\log_2 M$ 번의 곱셈 및 같은 횟수의 덧셈이 필요하다. 그리고, $\exp(jk u^2/2Z)$ 의 계산은 첫 번째 1차원 홀로그래프를 얻을 때 계산한 후 저장시켜 놓고 다음부터는 함수 call로 불러 쓰기만 하면 되므로 한번만 계산하면 된다. 따라서, 2차원 물체가 L 개의 1차원 함수로 모델링되었다면 Fresnel 홀로그래프에서 요구되는 전체 계산량은 곱셈이 $L \times M\log_2 M + 3N + 2$ 회, 덧셈이 $L \times M\log_2 M$ 회 필요하고 그 외에 $\exp(\cdot)$ 함수 call이 N 회 필요하게 된다.

Ray-tracing 방법은 식(5)에 주어진 계산을 그대로 행하는 것으로서 요구되는 계산량은 곱셈이 $4L \times M \times N$ 회, 덧셈이 $3L \times M \times N$ 회, 제곱근(square root)이 $M \times N$ 회, $\exp(\cdot)$ 함수 call이 $M \times N$ 회 필요하므로 L, M, N 등의 값이 클 경우 상당한 양의 계산량이 필요하다.

한편, 제시된 방법에서는 식(4)의 $F_1(k_u)$ 를 얻기 위해서 FFT 루틴을 실행하고 다음으로 $\exp[jZ\sqrt{k^2 - k_u^2}]$ 을 계산한 후 다시 역FFT를 실행하여 $g_1(u)$ 를 얻게 된다. 여기서, $\exp[jZ\sqrt{k^2 - k_u^2}]$ 은 첫번째 홀로그래프를 얻을 때 한번만 계산한 후 계속해서 불러 쓰면 된다. 결과적으로, 요구되는 전체 계산량은 곱셈이 $2L \times M\log_2 M + 3N + 1$ 회, 덧셈이 $2L \times M\log_2 M + N$ 회, 제곱근이 N 회, $\exp(\cdot)$ 함수 call이 N 회 필요하다. 그러

므로, Fresnel 홀로그래프 방법과 제시된 방법은 ray-tracing 방법에 비하여 훨씬 적은 계산량이 요구된다.

IV. 실행에 따른 계산량 비교

컴퓨터에 의해서 이 방법들을 실행시키는데는 앞에서 제시했던 것과 약간 상이한 계산량이 필요하다. 우선, Fresnel 홀로그래프의 경우 식(12)를 이용해서 $g_1(u)$ 값을 얻는 과정을 생각해 보자. $H_1(uk/Z)$ 은 $f_1(x)$ 을 푸리에 변환시킨 것이므로 함수 $H_1(\cdot)$ 의 샘플링 간격을 Δ_h 라고 하면 Δ_h 는 $2\pi/2D$ 에 의해 결정된다. 그러므로, $H_1(\cdot)$ 를 $H_1(\beta)$ 라고 하면 β 가 $\beta = 2\pi n/2D(n = 1, 2, \dots, M)$ 인 위치에서 $H_1(\beta)$ 의 함수 값을 알고 있는 것이다. 반면, 홀로그래프 플레이트의 픽셀 간격 Δ_u 는 이미 정해져 있으므로 $u = m\Delta_u(m = 1, 2, \dots, N)$ 즉, β 가 $\beta = m\Delta_u k/Z$ 인 위치에서의 $H_1(\beta)$ 의 함수값이 요구된다. Δ_h 와 $\Delta_u k/Z$ 가 같을 때 즉, $\Delta_u = \lambda Z/2D$ 이면 앞에서 제시한 계산량으로 결과가 얻어지나, 만일, 만약 Z 값이 $2\pi/2D$ 보다 작은 경우에는 $f_1(x)$ 을 푸리에 변환하기에 앞서 zero-padding을 해서 Δ_h 를 작게 함으로써 Δ_h 와 $\Delta_u k/Z$ 를 같게 할 수 있다. 다만 이때는 M 개의 데이터에 FFT를 취한 것이 아니라 zero-padding에 의해서 늘어난 개수에 대해서 FFT를 취해야 하므로 zero-padding을 했을 때 곱셈 및 덧셈의 횟수는 각각 $L \times \xi \times M\log_2(M\xi) + 3N + 2$ 회, $L \times \xi \times M\log_2(M\xi)$ 회가 된다. 여기서, ξ 값은 $2\pi/2\xi D$ 이 $\Delta_u k/Z$ 와 같게 되도록 하는 값이므로 $Z\lambda/2D\Delta_u$ 이 된다. 만약 Z_1 이 작아서 Δ_h 가 $\Delta_u k/Z$ 보다 큰 경우는 알고 있는 β 값의 범위에 비해서 요구되는 β 값의 범위가 크므로 interpolation이나 exterpolution 등을 적용할 수 없게 된다. 하지만, 플레이트의 픽셀 간격 Δ_u 는 식(7)에 의해서 $Z\lambda/2(D+L)$ 보다 작아야 하므로, $\Delta_u k/Z$ 는 $2\pi/2(D+L)$ 보다 작아져서 Δ_h 가 $\Delta_u k/Z$ 보다 커지는 경우는 없다.

한편, angular 스펙트럼을 이용한 방법으로 산란패턴을 계산하는 경우 요구되는 계산량을 조사해 보자. 이 방법을 적용하기 위해서는 식(9)을 만족시키는 Δ_k 값을 먼저 정하여야 하며 이때 정해진 값이 Δ_k 라고 하면, k_u 가 $m\Delta_k(m = 1, 2, \dots, N)$ 인 위치에서의 함수 $F_1(k_u)\exp[jZ\sqrt{k^2 - k_u^2}]$ 값을 찾아야 한다. 함수 $\exp[j\sqrt{k^2 - k_u^2}Z]$ 은 단순히 계산하면 되나 $F_1(k_u)$ 는 f_1

(x)을 푸리에 변환시킨 것이므로 M 개의 샘플로 구성되어 있고 샘플링 간격이 $2\pi/2D$ 인 이산함수이므로 $m\Delta_k$ 의 위치에서의 값을 정하기 위해서 interpolation 과정이 필요하다. Interpolation에 필요한 계산량을 무시한다면 이 경우 요구되는 계산량은 III절에서 제시한 것과 같다. 하지만 interpolation을 하는 데는 부가적인 계산량이 요구될 뿐만 아니라 위상에러가 더해지므로 한가지 조건을 만족하도록 하여 이 문제를 해결할 수 있다. 즉, 만약 Δ_u 가 1차원 물체의 인접한 점광원 사이의 거리 $\Delta_x(\equiv 2D/M)$ 의 정수배라고 하자. 이 경우 $f_1(x)$ 을 x 에 관해서 푸리에 변환하고 $\exp[jZ\sqrt{k^2-k_u^2}]$ 을 곱한 후 다시 역푸리에 변환하게 되면 $g_1(u)$ 함수의 샘플링 간격은 Δ_x 가 되며 Δ_u 의 정수배 위치에 해당하는 값들을 뽑으면 홀로그래프 플레이트에 기록될 산란패턴 값이 된다. $\exp[jZ\sqrt{k^2-k_u^2}]$ 을 곱할 때는 식(4)에 의해서 $k_u=k_x$ 이므로 k_x 값을 넣고서 계산하면 된다. 식(8)과 식(9)에 의해서 Δ_k 값도 식(9)의 부등식을 만족하여야 하는데 Δ_k 값은 $2\pi/2D$ 에 의해 결정되므로 부등식을 만족시키는 것이 불가능하다. 그러므로 $f_1(x)$ 을 푸리에 변환하기에 앞서 zero-padding을 하여 크기를 $2D$ 에서 $2D'$ 로 늘여서 D' 의 크기가

$$D' > D + \frac{\lambda Z}{2\Delta_u} \tag{13}$$

을 만족하도록 한다면, $2\pi/2D'$ 에 의해 결정된 Δ_k 값은 식(9)를 만족시킬 수 있다. 그러므로 $\exp[jZ\sqrt{k^2-k_x^2}]$ 을 계산할 때 k_x 가 $(2\pi/2D')l$ ($l: 1, 2, \dots, MD'/D$)인 위치에서의 함수 값을 구하면 된다.

식(13)에 의해서 D' 이 최소한 $D + \lambda Z/2\Delta_u$ 는 되어야 하므로 zero-padding을 η 배 만큼 해야 한다고 했을 때 η 값은 $1 + \lambda Z/2D\Delta_u$ 이상이 되어야 한다. 그러므로 요구되는 전체 계산량은 곱셈이 $2l \times \eta \times M \log_2(M\eta) + 3M \times \eta + 1$ 회, 덧셈이 $2l \times \eta \times M \log_2(M\eta) + M \times \eta$ 회, $\exp(\cdot)$ 함수 call 및 제곱근이 $M \times \eta$ 회 필요하다. Z 이 큰 경우 즉, $\lambda Z/2\Delta_u D \gg 1$ 인 경우는 Fresnel 홀로그래프에서 요구되는 zero-padding 정도와 비슷해져서 곱셈 및 덧셈의 계산량이 Fresnel 홀로그래프의 2배 가량 된다. Z 이 $2D\Delta_u/\lambda$ 와 비슷하거나 작은 경우는 필요한 곱셈 및 덧셈 계산량이 2배 이상이 되며 Z 이 작아 질수록 Fresnel 홀로그래프에서 요구되는 계산

량보다 점점 더 많아진다. 이상의 결과를 통해 Fresnel 홀로그래프나 제시된 방법 모두는 근사식을 사용하지 않은 ray-tracing 방법에 비해 계산량을 획기적으로 줄이므로 디지털 홀로그래피의 실질적인 응용의 가능성을 제시하고 있으며, 계산량의 관점에서 볼 때 Fresnel 홀로그래프가 제시된 방법보다 반이하의 곱셈 및 덧셈 계산량이 요구되므로 다소 유리하다고 말할 수 있으나 Fresnel 홀로그래프는 근본적으로 Fresnel 근사식에 근거한 것으로 영상 재현시 위상에러를 피할 수 없다. V장에서는 각각의 방법들에 대한 성능분석을 위해 시뮬레이션 결과를 제시하였다.

V. 시뮬레이션에 의한 성능 분석

Angular 스펙트럼을 이용한 방법의 성능을 조사하기 위해서 시뮬레이션에 의해 기존의 ray-tracing 방법 및 Fresnel 홀로그래프 방법과 비교하였다. 이를 위해서 1차원 물체에 대한 HPO 홀로그래프의 산란패턴 값을 각각의 방법으로 계산하였고 시뮬레이션에 의해 얻어진 복원결과를 비교하였다.

1차원 물체는 크기가 0.005m이고 그림 2에서처럼 4개의 피크로 구성된 것으로 모델링하였다. 홀로그래프 플레이트는 크기가 0.005m이고 복소수값을 기록할 수 있다고 가정하였다. 플레이트와 복원된 지점 사이의 거리 Z 을 비교적 가까운 0.05m로 하였으며 플레이트내에 1024개의 픽셀이 존재하도록 하였다. 이때

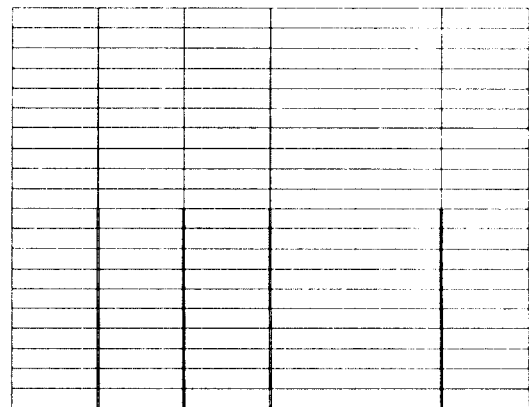


그림 2. 1차원 물체
Fig. 2. Original one-dimensional object

픽셀 간격은 식(7)을 만족시키지 못하는 것 처럼 보이나 식(7)에서 D 값은 실제로 피크들이 모여있는 부분의 크기의 반을 나타내며 여기서는 0.0038m에 해당하는 값이므로 식(7)은 만족된다.

Fresnel 홀로그래프로 계산하는 경우는 앞절에서 정의된 ξ 값이 1.3정도이므로 1.3배까지 zero-padding을 하였다. 제시된 방법으로 회절패턴을 계산하는 경우 식(13)의 조건을 만족시키기 위해 2배 정도의 zero-padding이 필요하였다.

계산은 위크스테이션에서 행하여졌으며, FFT는 IMSL 라이브러리 함수를 이용하였다. 산란패턴을 계산할 때 소요된 시간은 제시된 방법과 Fresnel 홀로그래프 방법에서는 거의 순간적으로 결과가 나왔으며, ray-tracing 방법은 1분 이상이 소요되었다. 따라서, 이상의 간단한 1차원 데이터에 대한 산란패턴계산 실험을 통해서 제시된 방법이 Fresnel 홀로그래프에서와 같이 ray-tracing 방법에 비해 획기적으로 계산량을 감소시킬 수 있음을 확인하였다. 물체가 2차원, 더 나아가 3차원으로 확장됨에 따라 이러한 계산량의 차이는 더욱 벌어지게 된다.

한편, 재현영상의 출력성능을 분석하기 위해서 각각의 방법으로 산란패턴을 계산한 후, 복원과정을 시뮬레이션 하였다. 복원과정은 산란패턴을 계산하는 것의 역과정으로서 식(5)를 이용해서 시뮬레이션 시킬 수 있다. 이때는 산란패턴값을 식(5)의 $f_1(x)$ 에 위

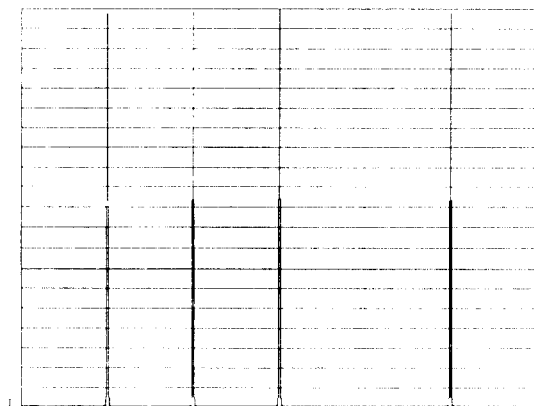


그림 3. Ray-tracing 방법에 의한 복원결과
Fig. 3. Reconstructed results by ray-tracing method

치시키고 ray-tracing 방법으로 산란패턴을 계산했던 것처럼 식(5)의 직분 계산을 행하면 이때 얻어지는 $g_1(u)$ 의 진폭값이 복원 결과가 된다. 1차원 물체에 대한 산란패턴을 ray-tracing 방법으로 계산한 후 복원된 결과가 그림 3에 나타나 있다.

그림 4에서는 홀로그래프 플레이트에 512개의 픽셀이 존재하는 것으로 가정하여 식(7)을 만족시키지 못하게 한 후 ray-tracing 방법을 적용하였다. 식(7)의 부동소수점 ray-tracing 방법처럼 플리에 변환을 사용하지 않더라도 항상 만족되어야 하는 조건임을 알 수 있다.

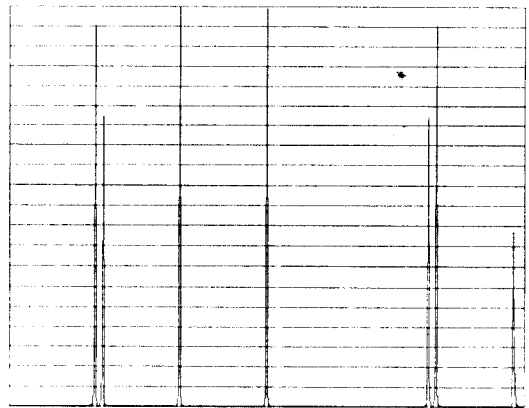


그림 4. 샘플링이 충분하지 않을 때의 복원결과
Fig. 4. Reconstructed results with undersampled data

그림 5는 Fresnel 홀로그래프 방법으로 산란패턴을 계산한 후 복원한 결과로서 피크 값들이 불규칙적으로 변함을 관찰할 수 있다. 그림 6과 그림 7은 angular 스펙트럼을 이용해서 합성된 홀로그래프의 복원 영상이다. 이때 단순히 제시된 알고리즘에 따라 홀로그래프를 합성하고 복원시키면 그림 6에서 처럼 aliasing이 나타난다. 이를 제거하기 위해서는 $f(x, y=Y_1)$ 을 플리에 변환하기 전에 식(13)에서 제시한 조건에 따라 zero-padding을 하므로써 k_w 평면상에서 충분한 샘플링이 얻어지므로 aliasing을 피할 수 있다. 시뮬레이션에 사용된 파라메타 값을 사용하여 식(13)을 계산하게 되면 2배 정도의 zero-padding이면 aliasing을 피할 수 있으며 이때의 결과가 그림 7에 나타나 있다.

앞에서 주어진 파라메타 값으로는 플레이트 및 물

체의 크기에 비해서 Z이 충분히 크지 않으므로 그림 5에서 처럼 Fresnel 근사식에 의한 방법은 이론적 분석결과와 같이 위상에라에 의해 복원 결과가 좋지 않게 나타났다.

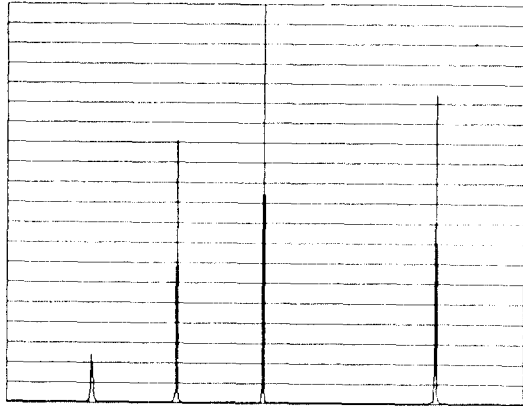


그림 5. Fresnel 홀로그램 방법에 의한 복원결과
Fig. 5. Reconstructed results by Fresnel hologram method

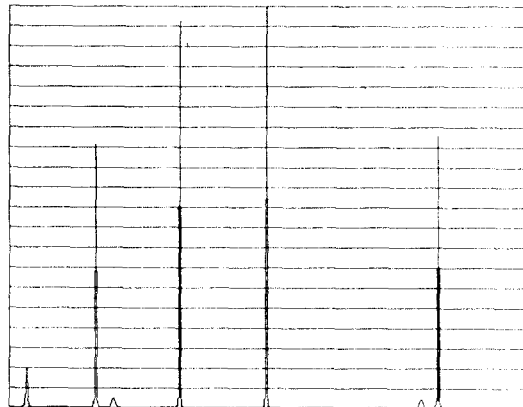


그림 6. Angular 스펙트럼을 이용한 방법에 의한 복원결과 (zero-padding 안한 경우)
Fig. 6. Reconstructed results by angular spectrum-based method (no zero-padding)

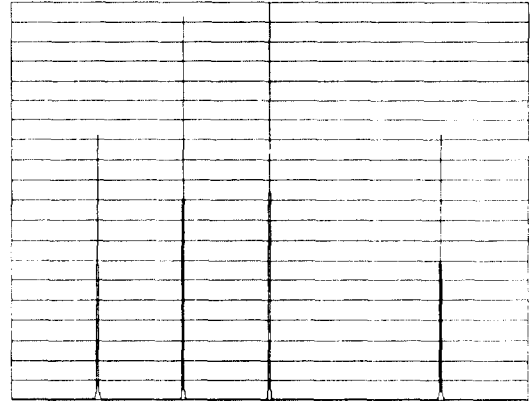


그림 7. Angular 스펙트럼을 이용한 방법에 의한 복원결과 (2배 zero-padding)
Fig. 7. Reconstructed results by angular spectrum-based method (two times zero-padding)

제시된 방법은 Fresnel 홀로그램 방법에 비해서 상당히 ray-tracing 방법의 결과와 유사하다. 다만 중심으로부터 멀리 떨어진 피크 값의 진폭이 감소하였는데 이것은 2배 zero-padding을 하고 푸리에 변환한 것에 기인한다. 왜냐하면, zero-padding을 한 것은 $f(x, y=Y_1)$ 의 함수에 aperture가 2D인 rectangular 윈도우 함수를 곱한것과 같으며 이것은 $F_1(k_x)$ 함수 대신 $F_1(k_x) \cdot \sin(k_x D)/k_x$ 을 사용한 것이므로 진폭의 감쇄현상이 나타난 것이다.

V. 결 론

본 논문에서 2차원 단층 영상으로 구성된 3차원 영상의 합성을 위해서 각 2차원 단층영상이 제공하는 산란패턴을 효과적으로 계산하는 방법을 제시하였다. 특히, 계산시간을 획기적으로 단축시킬 수 있는 HPO 홀로그램을 합성함에 있어서 기존의 Fresnel 방법 및 근사식을 이용하지 않은 ray-tracing 방법과 비교하였다. 제시된 방법은 구면파를 angular 스펙트럼을 이용해서 전개한 후 알고리즘을 유도한 것으로서 근사식을 포함하고 있지 않으므로 Fresnel 홀로그램 방법에 비해서 복원결과가 상당히 우수했다. 각각의 방법에 대한 시뮬레이션 결과뿐만 아니라, 각 방법을 실행시

