

# 스택필터의 특성과 윤곽선 검출에 관한 연구

正會員 유 지 상\*

## Properties of Stack Filter and Edge Detector

JiSang Yoo\* *Regular Member*

※이 연구는 1995년도 한림대학교 지원 학술연구조성비에 의하여 연구되었음

### 요 약

스택필터를 이용하여 잡음이 있는 영상에서 효율적으로 윤곽선을 검출하기 위한 추정값 차이기법(Difference of Estimates, DoE)이 소개된 바 있다. 이 기법에서는 잡음이 없는 원 영상의 불림 영상(dilated version)과 녹임영상(eroded version)을 추정하기 위하여 잡음이 있는 영상에 두개의 스택필터를 각각 적용하였다. 추정값 차이를 문턱값으로 이진 영상(binary image)으로 만들면 주어진 영상에서의 윤곽선 맵을 얻을 수 있다. 기존의 추정값 차이기법에서는 두 종류의 스택필터를 설계해야 하는 문제점이 있는데 이 논문에서는 영상 데이터에 대칭성을 부여하여 하나의 스택필터만 설계하도록 추정값 차이기법의 구조를 개선하였다. 이 기법에서 사용되는 스택필터는 서로 dual이며 따라서 하나의 스택필터만 설계하면 하나의 설계된 스택필터의 dual 필터를 이용하면 된다. 또한 스택필터의 설계시 사용된 대칭성 때문에 통계학적으로 bias가 없는 추정값을 얻을 수 있다. 이 새로운 기법을 대칭추정값 차이기법(Symmetric Difference of Estimates, SDoE)이라고 한다.

### ABSTRACT

The theory of optimal stack filtering has been used in difference of estimates(DoE) approach to the detection of intensity edges in noisy images. In this approach, stack filters are applied to a noisy image to obtain local estimates of the dilated and eroded versions of the noise-free image. Thresholding the difference between these two estimates produces the estimated edge map. In this paper, the DoE approach is modified by imposing a symmetry condition of the data used to train the two stack filters. Under this condition, the stack filters obtained are duals of each other. Only one filter must therefore be trained; the other is simply its dual. They also produce statistically unbiased estimates. This new technique is called the Symmetric Difference of Estimates (SDoE) approach.

\*한림대학교 전자공학과  
 論文番號:96126-0416  
 接受日字:1996年 4月 16日

## I. 서론

그 중요성 때문에 영상의 윤곽선(edge) 검출을 위해 많은 기법들이 제안되었으나 잡음으로 왜곡된 영상에서의 윤곽선 검출은 아직도 난제로 남아 있다. 잡음의 형태에 따라 윤곽선 검출기의 구조가 다르게 설계되므로 다양한 형태의 잡음에 대해 동시에 효과적으로 적용할 수 있는 검출기를 설계하는 것은 매우 어렵다.

이 문제를 해결하기 위하여 견실성(robustness)을 가지는 추정값 차이(Difference of Estimates, DoE) 기법이 제안된 바 있다[1]. 이 기법에서는 윤곽선 검출의 문제를 추정론의 관점에서 보았으며 추정값을 구하기 위하여 비선형 디지털 필터인 스택필터를 이용하였다. 스택필터의 분포 견실성과 세부영상의 우수한 보존성 때문에 잡음으로 왜곡된 영상에서 매우 효율적으로 윤곽선을 검출할 수 있었다. DoE 기법에서는 원영상의 불릿영상(dilated version)과 녹인영상(eroded version)을 추정하기 위하여 두개의 스택필터를 왜곡된 입력 영상에 적용한다. 결과로서 얻어지는 추정 영상의 차이는 주어진 육소영역 안에서의 최대 기울기의 절대값을 의미하게 되며 영상에서의 윤곽선 맵은 바로 이 차이 영상에 분턱값을 직접하게 이용하여 얻을 수 있다[1].

이 논문에서는 추정값 차이기법의 구조를 개선한 대칭추정값 차이기법(Symmetric Difference of Estimates: SDoE)이라고 불리는 새로운 검출기를 제안하고자 한다. SDoE 기법에서는 스택필터를 설계하는데 필요한 훈련 영상 데이터에 대칭성을 부여하여 설계된 두개의 스택필터가 서로 dual이 되도록 하며 결과로서 통계학적으로 bias가 없는 추정값을 얻을 수 있다. 또한 한개의 스택필터만 설계하도록 하는 구조적 이점을 가진다. DoE 기법이 기존의 여러 윤곽선 검출 기법과 비교하여 매우 효과적으로 동작하는 것은 잘 알려진 [1]에서 이미 검증이 되었다. 이 논문에서 제안된 SDoE 기법은 DoE 기법의 매우 효과적인 윤곽선 검출의 성능을 가지면서 동시에 그 구조를 개선한 것이라고 할 수 있다.

## II. 스택필터(Stack Filter)

### 2.1 스택필터의 특성

스택필터는 비선형 디지털 필터의 한 종류로 분턱값 분해로 알려진 약중첩 특성과 스택킹 특성이라고 불리는 순차 특성을 가지고 있다[2, 3]. 중간값필터를 포함하는 모든 종류의 순차중첩필터와 이진원소소 (flat structure element)를 가지는 모든 종류의 형태학적 필터도 스택필터의 일종이다. 스택필터는 특히 중격성잡음의 상황에서 기존의 선형필터보다 매우 우수한 성능을 가지고 있다[2].

스택필터의 동작적 특성을 정의하기 위하여 먼저 분턱값 분해에 대해 설명하고자 한다. 모든 영상이 2차원 격자점  $S$ 에서 정의된 값들을 취하고 각각의 격자점을  $x \in S$ 로 표시한다. 이때 0에서  $M$ 사이의 실수 명암도(grey level) 레벨들로 이루어진 영상을 다음과 같이 이진영상의 집으로 표시할 수 있다.

$$X(s) = \sum_{l=1}^M x(s, l).$$

여기서 이진영상  $x(s, l)$ 는  $l$  레벨에서의 분턱값을 이용하여 원 영상  $X(s)$ 에서 다음과 같이 구한다.

$$x(s, l) = \begin{cases} 1, & X(s) \geq l \\ 0, & X(s) < l \end{cases}.$$

또한 격자점  $s$ 에서  $l$  수평의 집합  $s + \tau, \tau \in H^1$ 에 위치하는 픽셀로 구성되는 매터  $H_X^l(s)$ 를 육소영역으로 정의한다. 예를 들어,  $H^1$ 가  $2 \times 2$  크기의 정사각형이고 집  $s = (s_1, s_2)$ 가 정사각형의 왼쪽 위에 위치하게 되면,

$$H_X^l(s_1, s_2) = [X((s_1, s_2)), X((s_1 + 1, s_2)), X((s_1, s_2 - 1)), X((s_1 + 1, s_2 - 1))]$$

이 된다. 이때 격자점  $s$ 에 위치하는 육소영역  $H_X^l$ 를 분턱값 분해하면 다음과 같다.

$$W_X(s) = \sum_{l=1}^M w_X(s, l).$$

여기서  $w_X(s, l)$ 는  $l$  레벨에서의 이진영상  $x(s, l)$ 의 이진육소영역 매터가 된다.

분턱값 분해특성으로 이진영상에서의 스택필터  $S_f(\cdot)$ 의 동작은 대응하는 정부불함수(positive Boolean function)  $f(\cdot)$ 의 동작과 관계되며 따라서 정부불함수가 주어지면 하나의 스택필터가 정의된다. 예를 들어 스택필터가 중간값필터로 주어지면 대응되는 정

부울함수는 주논리(majority logic) 동작을 갖게 된다.

위에서 주어진 식들을 이용하여 스택필터의 분턱값 분해특성과 스택킹특성을 정의하면 다음과 같다.

정의 1. 분턱값 분해특성:

$$\begin{aligned} S_f(W_X(s)) &= S_f\left(\sum_{l=1}^M w_X(s, l)\right) \\ &= \sum_{l=1}^M S_f(w_X(s, l)) \\ &= \sum_{l=1}^M f(w_X(s, l)). \end{aligned}$$

정의 2. 스택킹 특성: 만약  $w_X(s, l)$ 를 입력으로 갖는 부울함수  $f$ 의 결과가 1이라면,  $k \leq l$ 인 모든  $k$ 에 대해  $w_X(s, k)$ 를 입력으로 갖는 부울함수  $f$ 의 결과도 역시 1이다. 식으로 나타내면  $k \leq l$ 를 만족하는 모든  $k$ 에 대하여

$$f(w_X(s, l)) \geq f(w_X(s, k))$$

을 만족한다.

스택킹 특성을 가지는 모든 부울함수는 정부울함수가 된다[4].  $N$ 개의 변수를 가지는 모든 부울함수는  $2^N$ 개의 원소로 된 결정벡터(decision vector)  $D$ ,  $D = (d_1, d_2, \dots, d_N)$ 로서 표현될 수 있으며 이때  $d_i = f(x_i)$ 이고  $x_i$ 는  $N$ 개의 원소를 가지는 이진벡터로서 부울함수  $f$ 의 입력이 된다. 따라서 최적의 스택필터를 설계하는 것은 상응하는 정부울함수를 찾는 것과 같고, 결국 정부울함수의 결정벡터를 찾아내면 된다. 다음 장에서 소개된 스택필터의 적용형 설계기법에서는 대응되는 정부울함수의 최적 결정벡터를 찾게 된다.

스택필터의 dual은 상응하는 정부울함수의 dual로서 정의된다. 다음에는 부울함수의 duality를 정의하고 있다.

정의 3. 어떤 부울함수  $f(a)$ 의 dual을  $f^d(a)$ 라고 표시하고 다음과 같이 정의한다.

$$f^d(a) = \overline{\overline{f(a)}}$$

여기서  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ 는 이진벡터이고  $\overline{\overline{f}}$ 와  $\overline{a}$ 는  $f$

와  $a$ 의 역(inversion)이다.

만약 어떤 부울함수  $f$ 가 정함수이면 이 함수의 dual 함수,  $f^d$  역시 정함수가 된다. 이것은 스택필터가 정부울함수에 의해 정의되면 그 부울함수의 dual 역시 스택필터를 정의함을 의미한다.

정의 4. 스택필터  $S_f$ 의 듀얼 스택필터는  $S_f^d$ 로 표시되고 함수  $f$ 의 dual 함수  $f^d$ 로서 정의된다.

예를들면 최대값필터의 dual은 최소값필터가 되고 중간값필터의 dual은 중간값필터가 된다. 즉 중간값필터는 self-dual이다.

## 2.2 스택필터와 Dual 스택필터의 통계학적 특성

스택필터와 dual 스택필터의 출력에 대한 분포함수를 계산함으로써 이들 필터간의 통계학적 대칭성을 살펴볼 수 있다. 스택필터의 출력에 대한 분포함수는 참고문헌 [2]와 [5]에서 이미 보인 바 있다. 여기서 입력 영상을 분포함수  $F_X$ 를 갖는 i.i.d. 불규칙 변수이고 출력영상은 명암도의 해상도가 매우 높다면 연속이라는 가정을 할 수 있다[2, 5]. 영상  $X(s)$ 를 입력으로 갖는 스택필터  $S_f$ 의 출력 영상을  $Z(s)$ 라고 하면,

$$\begin{aligned} Z(s) &= S_f(X(s)) \\ &= \max\{l \mid f(x(s_1, l), \dots, x(s_N, l)) = 1\} \end{aligned}$$

이 된다. 여기서  $f$ 는 스택필터  $S_f$ 를 정의하는 정부울함수이고  $l$ 은 분턱값 레벨이고  $N$ 은 국소영역의 픽셀수를 나타낸다. 이때 스택필터  $S_f$ 의 출력분포함수는 다음과 같이 주어진다[5].

$$\begin{aligned} F_Z(z) &= P\{Z \leq z\} \\ &= P\{f(x(s_1, z), \dots, x(s_N, z)) = 0\} \\ &= P\{(x(s_1, z), \dots, x(s_N, z)) \in f^{-1}(0)\} \\ &= \sum_{a \in f^{-1}(0)} (1 - F_X(z))^{T(a)} F_X^{\overline{\overline{T(a)}}}(z) \\ &= \sum_{a \in \{0, 1\}^N} \overline{\overline{f(a)}} (1 - F_X(z))^{T(a)} F_X^{\overline{\overline{T(a)}}}(z). \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $a$ 는 이진국소영역 벡터의 하나이고  $T(a)$ 는  $a$  벡터에 존재하는 1의 개수이다. Dual 스택필터  $S_f^d$ 의 출력 분포함수는 식 (1)에서 부울함수  $f$  대신에 dual

함수  $f^d$ 를 이용하면 쉽게 구할 수 있다. Dual 스택필터의 출력영상을  $Y(s)$ 라고 하면

$$Y(s) = S_f^d(X(s)) = \max\{l \mid f^d(x(s_1, l), \dots, x(s_N, l)) = 1\}$$

가 되고 이때 출력의 분포함수는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_Y(y) &= P\{Y < y\} \\ &= P\{f^d(x(s_1, y), \dots, x(s_N, y)) = 0\} \\ &= P\{f(\bar{x}(s_1, y), \dots, \bar{x}(s_N, y)) = 1\} \\ &= P\{\bar{x}(s_1, y), \dots, \bar{x}(s_N, y) \in f^{-1}(1)\} \\ &= \sum_{a \in f^{-1}(1)} (1 - F_X(y))^{T(a)} F_X(y)^{T(a)} \\ &= \sum_{a \in \{0, 1\}^N} f(a) (1 - F_X(y))^{T(a)} F_X(y)^{T(a)}. \end{aligned} \quad (2)$$

스택필터와 dual 스택필터는 다음과 같은 통계학적 관계를 갖는다.

정리 1. 스택필터의 입력영상  $X$ 가 분포함수  $F_X$ 를 갖는 i.i.d. 불규칙변수라고 가정하자. 만약  $x_1$ 과  $x_2$ 에 대하여  $F_X(x_1) = 1 - F_X(x_2)$ 이라면  $F_Z(x_1) = 1 - F_Y(x_2)$ 를 만족한다. 여기서  $Z$ 와  $Y$ 는 스택필터  $S_f$ 와  $S_f$ 의 dual 스택필터의 출력이고  $F_Z(\cdot)$ 와  $F_Y(\cdot)$ 는  $Z$ 와  $Y$ 의 분포함수이다.

(증명) 식 (1)과 (2)를 가지고  $F_X(x_1) = 1 - F_X(x_2)$ 라는 사실을 이용하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} F_Z(x_1) + F_Y(x_2) &= \sum_{a \in \{0, 1\}^N} f(a) (1 - F_X(x_1))^{T(a)} F_X(x_1)^{T(a)} \\ &\quad + \sum_{a \in \{0, 1\}^N} f(a) (1 - F_X(x_2))^{T(a)} F_X(x_2)^{T(a)} \\ &= \sum_{a \in \{0, 1\}^N} [f(a) (1 - F_X(x_1))^{T(a)} F_X(x_1)^{T(a)} \\ &\quad + f(a) F_X(x_1)^{T(a)} (1 - F_X(x_1))^{T(a)}] \\ &= \sum_{a \in \{0, 1\}^N} [f(a) + f(a)] [F_X(x_1)^{T(a)} (1 - F_X(x_1))^{T(a)}] \\ &= 1. \end{aligned}$$

□

정리 1로부터 입력이 기대값을 대칭축으로 하는 대칭 밀도함수를 가진 때 스택필터와 dual 스택필터의 출력 밀도함수는 서로 대칭이라는 사실을 알 수 있다.



그림 1. 입력이 평균값 0의 정규분포를 가질 때 최대, 최소값필터의 밀도함수.

Fig 1. The density functions of the max and min filters when the input density is normal with zero mean.

예를 들면 국소영역의 크기가 3인 최대값필터를 생각해 보자. 만약  $(a_1, a_2, a_3)$ 가 이진국소영역이라고 하면 최대값필터를 정의하는 정부울함수는  $a_1 + a_2 + a_3$ 가 된다. 식 (1)로부터 최대값필터의 분포함수는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_Z(z) = (F_X(z))^3.$$

여기서  $Z$ 는 최대값필터의 출력을 나타낸다. 최대값필터의 dual이 최소값필터이고 상응하는 정부울함수가  $a_1 a_2 a_3 = (a_1 + a_2 + a_3)^d$ 라는 것을 상기하면 식 (2)로부터 최소값필터의 분포함수는 다음과 같다.

$$F_Y(y) = 1 - (1 - F_X(y))^3.$$

여기서  $Y$ 는 최소값필터의 출력이다. 그러므로 만약  $F_X(x_1) + F_X(x_2) = 1$ 이라면

$$F_Z(x_1) + F_Y(x_2) = (F_X(x_1))^3 + [1 - (1 - F_X(x_2))^3] = 1$$

이 된다. 입력의 밀도함수가 평균값 0의 정규분포함수일 때 최대, 최소값필터의 출력 밀도함수를 그림 1에 나타내었다. 그림에서 최대값필터의 출력 밀도함수와 최소값필터의 출력 밀도함수가 서로 대칭임을

쉽게 알 수 있다.

### III. 최적 스택필터와 Duality

#### 3.1 최적 스택필터(Optimal Stack Filter)

이 절에서는 최적 스택필터를 설명하고자 한다[6]. 그림 2에 최적 적응형 설계기법의 구조도를 보았다.

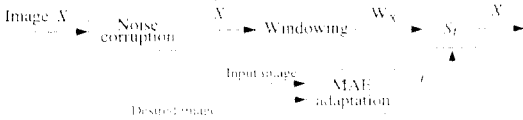


그림 2. 적응형 기법을 이용한 최적 스택필터의 설계 구조도.  
Fig 2. Block diagram of the adaptive stack filtering algorithm.

영상처리에서 최적의 스택필터를 설계하는 기준은 스택필터의 출력영상과 원하는 영상간의 평균 절대 오차를 최소화하는 것으로 하였다.  $W_{\tilde{x}}$ 와  $X(s)$ 가 결합정적 불규칙 확률과정(jointly stationary random process)이라면 최적의 기준이 되는 평균절대오차는 다음과 같이 주어진다.

$$MAE_f = E\{|S_f(W_{\tilde{x}}(s)) - X(s)|\} \\ = \sum_{l=1}^M E\{|f(w_{\tilde{x}}(s, l)) - x(s, l)|\}. \quad (3)$$

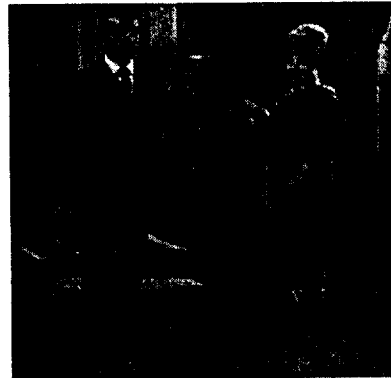
여기서  $X$ 는 원하는 영상이고  $\tilde{x}$ 는 원영상  $X$ 가 잡음 등으로 왜곡되어 얻어지는 영상이다. 식 (3)에서 보면 최적의 스택필터를 설계하는 문제는 문턱값 분해특성때문에 단순히 대응하는 정부울함수를 설계하는 문제로 단순화된다.

#### 3.2 스택필터의 Duality

DoE 기법에서는 두개의 최적 스택필터가 훈련에 의해서 적응 설계된다. 하나는 잡음이 없는 원영상의 불림영상 추정값을 위하여 설계되고 다른 하나는 녹입영상 추정값을 위하여 설계된다[1]. 스택필터  $S_{f_1}$ 가 최적의 불림영상 추정값을 출력하기 위하여 설계되었다고 가정하자. 만약 스택필터  $S_{f_2}$ 의 dual 스택필터가 녹입영상의 최적 추정값을 출력할 수 있다면 DoE 기법에서 하나의 스택필터만 설계하면 된다. 이를 위

하여 이 논문에서는 훈련 데이터로 사용된 영상에 통계적 대칭성을 부여하였다. 훈련영상의 대칭성을 정의하기 위하여 먼저  $A_N = \{a_i : i = 1, 2, \dots, 2^N\}$ 이 원소  $N$ 개의 이진벡터  $2^N$ 개로 구성된 집합이고 격자점  $s$ 와 레벨  $l$ 에서 이진국소영역 벡터  $w_N(s, l)$ 가 집합  $A_N$ 에 포함된다고 가정하자. 또한 영상  $X$ 에 이진벡터  $a_i$ 가 발생하는 빈도수를  $O_X(a_i)$ 라고 정의하자.

정의 5. 주어진 영상  $X$ 가 대칭성을 가질 필요충분조건은 모든  $i$ 에 대하여  $O_X(a_i) = O_X(\bar{a}_i)$ 을 만족하는 것이다. 여기서  $\bar{a}_i$ 는 벡터  $a_i$ 의 각 원소에 보수(complement)를 취함으로써 얻어진다.



(a)



(b)

그림 3. (a) 크기  $256 \times 256$ , 명암도 256의 Couple 영상. (b) (a)의 역(inverse).

Fig 3. (a)  $256 \times 256$  natural image Couple with 256 gray-level. (b) The inverse of (a).

대부분의 영상이 위에서 정의된 대칭성을 갖고 있지 않지만 적응형 설계기법에서 훈련영상에 대칭성을 부여하는 것은 어렵지 않다. 그림 3(a)에 보인 크기  $256 \times 256$ 인 Couple 영상과 (b)에 보인 역영상(256의 보수를 취하여 인음)의 합집함으로 이루어진 영상은 위에서 정의한 대칭성을 갖게 된다.

최적의 스택필터를 설계하는 방법을 설명하면 다음과 같다. 먼저 영상  $Y(s)$ 을 스택필터  $S_K$ 가 잡음이 없는 원영상  $X(s)$ 을 입력으로 하였을 때 얻어지는 출력이라고 가정하면 최적의 스택필터는 다음 식을 통해서 얻을 수 있다[6].

$$\begin{aligned} MAE_{f_{opt}} &= \min_f \{ E\{|S_f(W_{\tilde{X}}(s)) - Y(s)|\} \} \\ &= \min_f \left[ \sum_{l=1}^M E\{|f(w_{\tilde{X}}(s, l)) - y(s, l)|\} \right] \\ &= \min_f \left[ \sum_{l=1}^M E\{|f(w_{\tilde{X}}(s, l)) - g(w_X(s, l))|\} \right] \end{aligned}$$

여기서  $\tilde{X}(s)$ 는 영상  $X(s)$ 가 잡음 등으로 인하여 왜곡된 영상이고  $y(s, l)$ 은 영상  $Y(s)$ 를 레벨  $l$ 에서 문턱값 분해하여 얻어지는 이진영상이다. 이때 스택필터  $S_{f_{opt}}$ 는  $S_K(X)$ 를 추정하기 위한 최적의 필터가 되고 따라서  $f_{opt}$ 는  $g(x)$ 를 추정하기 위한 최적의 정부울함수가 된다.

정리 2. 만약  $S_K(X)$ 를 추정하기 위한 최적 스택필터  $S_{f_{opt}}$ 의 설계를 위하여 대칭성이 있는 영상 훈련데이터로 사용하였다면 dual 스택필터  $S_{f_{opt}}^d$ 는  $S_K^d(X)$ 를 추정하기 위한 최적 스택필터가 된다.

(증명) 정의 5를 만족하도록 대칭영상  $X$ 와  $\tilde{X}$ 을 만든다. 만약  $T$ 를 영상  $X$ 와  $\tilde{X}$ 의 격자들로 정의하면  $T$ 는 원영상의 격자를  $P$ 와 각 픽셀의 값에 256의 보수를 취하여 얻은 역영상의 격자들  $Q$ 의 합집함으로 이루어진다. 즉  $T = PUQ$ 가 된다. 또한 각 픽셀은 0부터  $M$ 까지의  $M+1$ 개의 정수값을 가지며 스택필터  $S_{f_{opt}}$ 의 국소영역은  $W$ , 스택필터  $S_K$ 의 국소영역은  $V$ 로 표시하기로 하자.  $f_{opt}$ 이  $g(\cdot)$ 의 최적 추정값 부울함수이고 임의의 부울함수  $h$ 와  $k$  그리고 이들의 역함수  $\bar{h}$ 와  $\bar{k}$ 에 대하여 항상  $|h-k| = |\bar{h}-\bar{k}|$ 를 만족하기 때문에 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sum_{s \in T} \sum_{l=1}^M |f_{opt}(w_{\tilde{X}}(s, l)) - g(v_X(s, l))| \\ &= \sum_{s \in T} \sum_{l=1}^M |f_{opt}(w_{\tilde{X}}(s, l)) - \bar{g}(v_X(s, l))| \\ &= \sum_{s \in P} \sum_{l=1}^M |f_{opt}(w_{\tilde{X}}(s, l)) - g(v_X(s, l))| \\ &+ \sum_{s \in Q} \sum_{l=1}^M |f_{opt}(w_{\tilde{X}}(s, l)) - g(v_X(s, l))|. \end{aligned}$$

여기서  $x(s, l)$ 과  $\tilde{x}(s, l)$ 는 각각 영상  $X(s)$ 와  $\tilde{X}(s)$ 로부터 얻어진 이진영상이다. 영상  $X$ 와  $\tilde{X}$ 가 대칭적이기 때문에 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sum_{s \in Q} \sum_{l=1}^M |f_{opt}(w_{\tilde{X}}(s, l)) - g(v_X(s, l))| \\ &+ \sum_{s \in P} \sum_{l=1}^M |f_{opt}(w_{\tilde{X}}(s, l)) - g(v_X(s, l))| \\ &= \sum_{s \in T} \sum_{l=1}^M |f_{opt}(w_{\tilde{X}}(s, l)) - g(v_X(s, l))| \\ &= \sum_{s \in T} \sum_{l=1}^M |f_{opt}^d(w_{\tilde{X}}(s, l)) - g^d(v_X(s, l))|. \end{aligned}$$

따라서 만약  $f_{opt}$ 가 함수  $g$ 의 출력에 대한 최적 추정값 필터라면 dual 함수  $f_{opt}^d$ 는  $g^d$ 의 출력에 대한 최적 추정값 필터가 된다. □

추가정리 1. 만약 스택필터  $S_{f_{opt}}$ 와  $S_K$  출력간의 총절대오차는  $S_{f_{opt}}^d$ 과  $S_K^d$  출력간의 총절대오차와 같다.

#### IV. 대칭추정값 차이기법(Symmetric Difference of Estimates Operator)

추정값 차이기법(Difference of Estimates operator, DoE)은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} DoE_{\tilde{X}}(s) &= S_{f_{opt}}(W_{\tilde{X}}(s)) - S_f(W_{\tilde{X}}(s)) \\ &= \sum_{l=1}^M \{ f_{opt} w_{\tilde{X}}(s, l) - f_l w_{\tilde{X}}(s, l) \}. \end{aligned}$$

여기서  $W$ 는 스택필터에서 사용된 국소영역을 나타낸다. 잡음이 없는 원영상의 불림영상과 녹위 영상의 차이를  $D_X$ 라고 하면 스택필터  $S_{f_{opt}}$ 와  $S_f$ 는  $D_X$ 의 최적 추정값  $DoE_{\tilde{X}}$ 를 얻기 위하여 설계된다.  $D_X$ 는  $2 \times 2$  크기의 국소영역 안에서 모든 방향을 고려한 최대의 기울기값으로 정의된다. 최종적으로 영상의 유클리드

$DoE_{\bar{x}}$ 영상을 적절한 문턱값을 이용하여 이진영상을 얻음으로써 구할 수 있다.

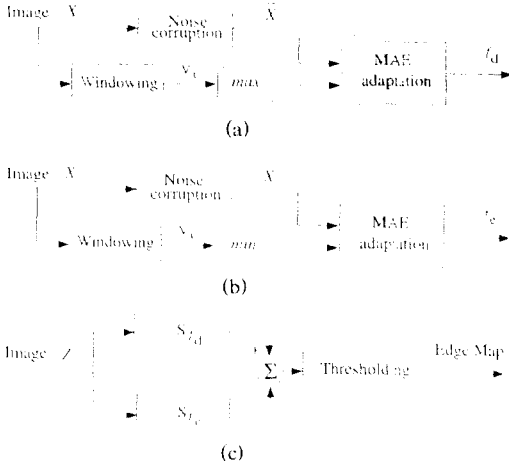


그림 4. (a) (b) 불림과 녹임동작을 위한 스택필터의 설계구조도. (c) DoE 윤곽선 검출기의 구조도. 영상 Z는 임의의 영상을 나타냄.

Fig 4. (a) (b) The data flow for training stack filters to serve the role of max(dilation and min(erosion). (c) The structure of the DoE operator. Image Z may be an arbitrary observed image.

차이영상을 얻기 위한 함수는 스택킹 특성을 배제함으로 최적의 스택필터 설계기법을 그대로 사용하지 못하고 다음과 같이 총절대오차의 범위를 한정하여야 한다.

$$\begin{aligned}
 E_{DoE}(f_d, f_e) &= \sum_{s \in S} |DoE_{\bar{x}}(s) - D_X(s)| \\
 &= \sum_{s \in S} | |S_{f_d}(W_{\bar{x}}(s)) - S_{f_e}(W_{\bar{x}}(s))| \\
 &\quad - [\max V_X(s) - \min V_X(s)] | \\
 &\leq \sum_{s \in S} |S_{f_d}(W_{\bar{x}}(s)) - \max\{V_X(s)\}| \\
 &\quad + |S_{f_e}(W_{\bar{x}}(s)) - \max V_X(s)|.
 \end{aligned} \tag{4}$$

여기서  $W$ 는 설계하려는 스택필터의 국소영역이고,  $V$ 는 불림(max)과 녹임(min)에서 사용되는  $2 \times 2$  정사각형의 국소영역을 나타낸다. 적응형기법을 이용하여 식 (4)의 마지막 줄에 있는 두 항을 최소화하는 최적의 스택필터를 설계한다. 결과로서 두개의 정부울 함수  $f_d$ 와  $f_e$ 를 얻을 수 있으며 이에 대응되는 두개의

스택필터가 그림 4(c)에 보인 추정값 차이기법에 사용된다.

이 논문에서는 두개의 스택필터를 설계하여야 하는 문제점을 해소하고자 3장의 2절에서 설명한 스택필터의 duality을 이용하였다. Duality를 이용하여 추정값 차이기법에서 하나의 스택필터만 설계하고자 하는 것이다. 즉 최적의 불림(녹임) 추정값을 위한 스택필터를 설계하고 설계된 필터의 dual을 이용하여 최적의 녹임(불림) 추정값을 구한다. 제안된 새로운 기법을 대칭추정값 차이기법(Symmetric DoE: SDoE)라고 부르기로 한다.

SDoE 기법의 장점은 하나의 스택필터만 설계하면 된다는 것 이외에도 설계된 스택필터가 훈련영상의 대칭성 때문에 통계학적으로 bias되지 않은 추정값을 출력한다는 것이다. 추가정리 1를 이용하면 식 (4)의 총절대오차를 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E_{SDoE}(f_d) &\leq 2 \sum_{s \in S} |S_{f_e}(W_{\bar{x}}(s)) - \max V_X(s)| \\
 &= 2 \sum_{s \in S} |S_{f_e}^d(W_{\bar{x}}(s)) - \min V_X(s)|.
 \end{aligned} \tag{5}$$

식 (5)에서 스택필터  $S_{f_e}$ 는 최적의 불림 추정값을 위하여 설계되고 dual 스택필터  $S_{f_e}^d$ 는 최적의 녹임 추정값을 위하여 사용된다. 그림 5에 대칭추정값 차이기법을 보였다.

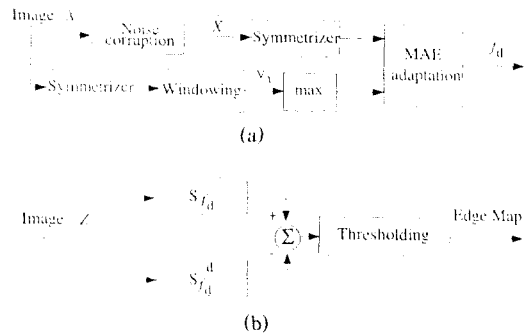


그림 5. (a) 최적의 불림 추정값을 위한 스택필터의 설계도. (b) SDoE 기법의 구조도. 그림에서 대칭기(symmetrizer)는 대칭영상을 만들기 위해 사용됨.

Fig 5. (a) The data flow for training stack filter to estimate the maximum. (b) The structure of the SDoE operator. The symmetrizer is used to generate symmetric training images.

### V. 결 론

이 논문에서는 대칭추정값 차이(Symmetric Difference of Estimates, SDoE) 윤곽선 검출기법을 제안하였다. 이미 소개된 추정값 차이기법의 구조를 개선하기 위하여 대칭영상을 정의하였고 대칭영상을 이용하여 스택필터를 설계함으로써 설계된 스택필터와 dual 스택필터를 이용하여 주어진 국소영역 안에서의 최적의 최대 기울기를 추정한다. SDoE는 통계적으로 bias가 없는 추정값을 출력한다. SDoE 기법에서 설계된 스택필터는 불림이나 녹입의 최적 추정값을 출력하는 동시에 잡음을 최대한으로 줄이는 역할을 한다.

### 참 고 문 헌

1. J. Yoo, C. A. Bouman, E. J. Delp, E. J. Coyle, "The nonlinear prefiltering and difference of estimates approaches to edge detection: application of stack filters," *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, vol. 55, pp. 140-159, March 1993.
2. P. D. Wendt, E. J. Coyle, and N. C. Gallagher, Jr., "Stack filters," *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing*, vol. 34, pp. 898-911, Aug. 1986.
3. J. P. Fitch, E. J. Coyle, and N. C. Gallagher, Jr., "Median filtering by threshold decomposition," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 32, pp. 1183-1188, Dec. 1984.
4. E. N. Gilbert, "Lattice-theoretic properties of frontal switching functions," *J. Math Phys.*, vol. 33, pp. 57-67, Apr. 1954.
5. O. Yli-Harja, J. Astoal and Y. Neuvo, "Analysis of the properties of median and weighted median filters using threshold logic and stack filter representation," *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing*, vol. 39, pp. 395-410, Feb. 1991.
6. J. -H. Lin, T. M. Sellke, and E. J. Coyle, "Adaptive stack filtering under the mean absolute error criterion," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 38, pp. 938-954, 1990.



유 지 상(JiSang Yoo) 정회원  
1985년: 서울대학교(공학사-전자공학)

1987년: 서울대학교(공학석사-전자공학)

1993년: 미국 피닉스대학교(공학박사-전자공학)

1993년~1994년: 현대전자산업(주) 선임연구원

1994년~현재: 한림대학교 전자공학과 조교수

※주관심분야: 영상신호처리, 비선형신호처리, 영상통신