

주파수 선택성 페이딩 채널에서 동일채널 간섭신호가 존재하는 경우 VSB 신호의 오류 분석

正會員 李宗烈*, 鄭榮謨**, 李商郁*

An Analysis of Error Probabilities for VSB Signals in the Presence of Cochannel Interference on the Frequency Selective Fading Channel

Jong Youl Lee*, Young Mo Chung**, Sang Uk Lee* *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 주파수 선택성 페이딩 채널과 동일채널 간섭신호가 존재하는 경우에 VSB(vestigial sideband modulation) 신호의 오류를 구하는 새로운 방법을 제안하였다. 수신기는 준 최적 정합 여파기(matched filter) 수신기와 페이딩 채널에서 최적이라고 알려져 있는 MLSE(maximum likelihood sequence estimation) 수신기를 대상으로 하였다. 첫 번째로, 정합 여파기 수신기의 경우에는 다경로 페이딩 채널을 Rayleigh 분포를 갖는 주경로와 가우시안 분포를 가지는 잔여 경로 채널로 분리하는 방법을 사용하여, SER(symbol error rate)을 결정하는 각 확률변수들의 분포를 구하였다. 확률변수는 각각 주경로 및 부경로의 에너지 분포를 의미하며, 각각의 분포를 이용하여 SER을 계산할 수 있다. 다음으로, MLSE 수신기의 경우에는 각 확률변수가 적분의 함수로 표현됨을 관찰하였다. 확률변수의 분포를 구하기 위하여, 적분연산에 포함된 각 요소를 KL(Karhunen-Loeve) 변환을 이용하여 전개하였다. 그리고, 변환된 확률변수들의 분포는 chi-square 분포의 합으로 주어짐을 유도하였다. 마지막으로, 유도된 식을 이용하여 오류를 주파수 선택성 페이딩 채널의 일종인 two-ray 페이딩 채널에서 계산하였다. 수치결과로부터 주파수 선택성 페이딩 채널에서 정합 여파기 수신기의 경우에는 성능이 상당히 저하된 반면, MLSE 수신기의 경우에는 성능저하가 거의 나타나지 않음을 관찰할 수 있었다. 그러나, 동일채널 간섭신호의 환경에서는 정합 여파기 수신기뿐만 아니라, MLSE 수신기에서도 오류가 상당히 크게 증가함을 확인할 수 있었다.

*서울대학교 공과대학 전기공학부
School of Electrical Engineering, Seoul National Univ.

**한성대학교 정보전산학부
School of Information and Computer Eng. Hansung Univ.

論文番號:95165-0502

接受日字:1995年 5月 2日

ABSTRACT

In this paper, a new technique is proposed for obtaining the error probabilities of the VSB(vestigial sideband modulation) signal in the presence of the cochannel interference and frequency-selective fading channel. For the receivers, a suboptimal matched filter receiver and the MLSE(maximum likelihood sequence estimation) receiver, which is known to be optimal on the fading channel, are considered. First, for the matched filter receiver, the distributions of the random variables, which determine the SER(symbol error rate) are obtained by decomposing the multi-path fading channel into Rayleigh distributed main path and Gaussian distributed remained path channels. The random variables mean the energy of the main path and subpath respectively, and SER can be calculated from the distribution of them. Next, for the case of the MLSE receiver, it is found that the random variables are expressed as a function of integrals. In order to obtain the distribution for the random variables, we expanded each element of integrals with the KL(Karhunen-Loeve) transformation. And it is derived that the distributions for the transformed random variables are given by a sum of chi-square distributions. Finally, we calculated the error rate with the derived formula on the two-ray fading channel, which is one of widely used models for the frequency-selective fading channel. From the numerical results, it is found that for the matched filter receiver, performance degradation is significant, while the performance degradation at the MLSE receiver is insignificant on the frequency-selective fading channel. However, in case of cochannel interference environment, the error rate is found to increase significantly both at the matched filter and at the MLSE receiver.

I. 서 론

VSB 방식은 DSBC(double sideband suppressed carrier)와 SSB(single sideband modulation) 방식의 절충 형태로, 한쪽 측대역은 완전히 전송하고, 나머지 한쪽은 저주파 대역의 일부를 전송하는 방식이다. 이와 같은 방법을 통하여 DSBC 방식에 비하여 실제 데이터를 실을 수 있는 기저 대역을 넓게 확보할 수 있으며, 영상정보가 상당히 실려있는 저주파 대역의 정보 손실을 막을 수 있다. GA(Grand Alliance)[1]에서 채택한 지상방송은 위와 같은 장점을 가지고 있는 VSB 변조방식을 기반으로 하여 기존의 TV 채널과 동일한 전송률을 사용하는 동시방송을 채택하고 있다. 이러한 동시방송하에서는 기존의 TV 신호와 HDTV 신호, 또는 HDTV 신호간에 동일채널 간섭이 발생한다.

또한, 실제 HDTV 신호의 전송시 UHF/VHF(ultra high frequency/very high frequency) 주파수 대역을 사용하므로, 도시 지역에서 건축물이나 기타 반사체에 의한 다경로 전송으로 페이딩이 발생한다[2, 3]. 높은 전송률은 다경로 페이딩 채널에서 심한 인접한 심볼간의 간섭(ISI: intersymbol interference)을 야기하게

되고 따라서 수신신호는 심하게 왜곡된다. 이러한 다경로 페이딩 채널 상에서 ISI에 의한 수신신호의 왜곡 현상을 주파수 선택성 페이딩(frequency selective fading)이라 부른다[2, 3]. 주파수 선택성 페이딩은 전력 지연 분포(power delay profile)에 의해서 결정되는 채널의 코히런스 대역폭(coherence bandwidth)에 비해 전송 대역폭이 클 때 채널의 대역 제한 현상에 의해 신호의 왜곡을 가져오는 것이다. 이러한 왜곡은 백색 가우시안 잡음만이 존재하는 채널의 왜곡과 상당히 다른 성질을 가지고 있다.

따라서 주파수 선택성 페이딩 채널에서 이러한 인접한 심볼간의 간섭에 의한 영향을 분석하기 위한 많은 연구 결과가 지금까지 알려져 있다[4, 5, 6]. 또한 페이딩 채널 상에서 동일채널 간섭신호가 존재하는 경우의 오류 분석 방법에도 많은 연구결과가 지금까지 알려져 있다[7, 8]. Rhode[7]는 주파수 비선택성 페이딩 채널에서 동일채널 간섭신호와 인접채널 간섭신호가 존재하는 경우 MSK(minimum shift keying) 신호의 오류를 분석하였다. 또한, Krishnamurthi [8]는 페이딩 채널 상에서 Gray 부호화된 QPSK(quadrature phase shift keying)와 8-PSK(phase shift key-

ing) 신호에 대한 동일채널 간섭신호의 영향 분석 결과를 닫힌 꼴로 제시하였다. 그러나, [7]과 [8]에서는 페이딩 채널이 주파수 비선택성 페이딩 채널로 제한되어 있다는 단점이 있다.

따라서 본 논문에서는 준최적 정합 여파기(matched filter) 수신기와 최적 MLSE 수신기를 대상으로 주파수 비선택성 페이딩 채널에 제한되지 않고, 주파수 선택성 페이딩 채널에도 적용할 수 있는 새로운 방법을 제안한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2절에서는 준최적 정합 여파기 수신기의 구조와 최적 MLSE 수신기의 구조에 관하여 고찰한다. 다음 3절에서는 각각의 수신기를 대상으로 심볼오율을 계산하고, 4절에서는 two-ray 페이딩 채널을 대상으로 3절에서 유도된 식을 적용한다. 5절에서는 해석결과를 분석 고찰하고, 6절에서는 결론을 제시한다.

II. 수신기의 구조

동기식 정합 여파기 수신기는 채널의 영향을 전혀 고려하지 않고 단지 송신부의 신호셋과 관련된 정합 여파기 또는 상관기(correlator)를 이용하여 신호를 검출한다[9]. 따라서 페이딩 채널의 경우에는 수신기의 정합 여파기가 수신된 신호에 정확히 정합 되지 않으므로 최적의 수신기는 아니다. 그러나, 정합 여파기 수신기가 AWGN 채널에서 사용된다면 최적의 수신기가 된다.

전송되는 신호는 M-ary 신호로 $v_0(t), \dots, v_{M-1}(t)$ 로 구성되고, 각 신호의 심볼시간은 T 라고 가정한다. ML(maximum likelihood) 기준[3]에 의하여 준최적의 정합 여파기 수신기는 식 (1)의 likelihood function Λ_i 를 최대로 하는 $v_i(t)$ 를 선택한다[9].

$$\Lambda_i = C \exp \left[-\frac{1}{N_0} \int_0^T |r(t) - v_i(t)|^2 dt \right]. \quad (1)$$

만일 전송되는 신호셋의 에너지가 모두 동일하다면, 식 (1)에서 제시된 likelihood function에 의해 결정 변수 γ_i 는

$$\gamma_i = \operatorname{Re} \int_0^T r \cdot v_i^* dt \quad (2)$$

와 같이 주어진다. 이때, Λ_i 를 최대로 하기 위해서는

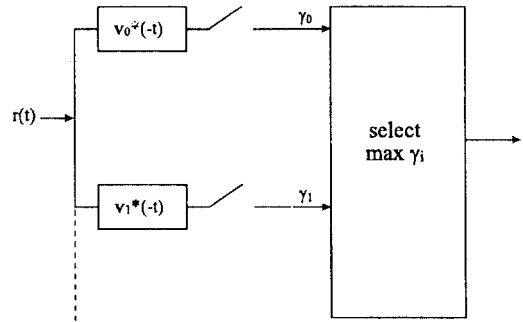


그림 1. 준최적 동기식 정합 여파기 수신기

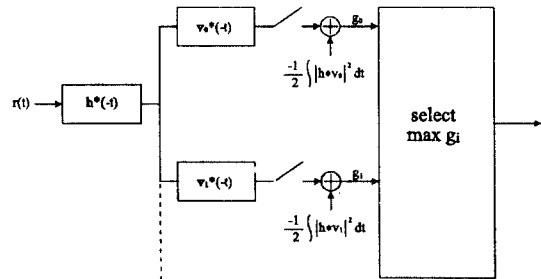


그림 2. 최적 동기식 MLSE 수신기

γ_i 역시 최대가 되어야 한다. 식 (2)를 바탕으로 설계된 준최적 정합 여파기 수신기의 구조가 그림 1에 제시되어 있다.

최적의 동기식 수신기는 채널에 관한 정보를 완벽히 알고 있을 때 구현이 가능하다. 그 이유는 수신기가 ML 기준에서 최적이 되기 위해서는 수신기에서 사용되는 정합 여파기에 필연적으로 채널에 관한 정보가 포함되어야 하기 때문이다. 따라서 이 경우에는 채널의 임펄스 응답 $h(\tau)$ 는 수신부에서 완벽히 알고 있다고 가정한다. ML 기준에 의하여 최적의 MLSE 수신기는 식 (3)에 제시된 likelihood function Λ_i 를 최대로 하는 $v_i(t)$ 를 선택해야 한다.

$$\Lambda_i = C \exp \left[-\frac{1}{N_0} \int_0^T |r(t) - h(\tau) * v_i(t)|^2 dt \right]. \quad (3)$$

Likelihood function Λ_i 에 의해 결정 변수 γ_i 는

$$\gamma_i = Re \int_0^T r(h * v_i)^* dt - \frac{1}{2} \int_0^T |h * v_i|^2 dt \quad (4)$$

와 같이 주어지고, 마찬가지로 A_i 를 최대로 하기 위해서는 γ_i 역시 최대가 되어야 한다. 그림 2에 최적의 MLSE 수신기의 구조가 제시되어 있다.

III. 심볼 오율 분석

3.1 준최적 정합 여파기 수신기

페이딩 채널의 임펄스 응답을 $h(\tau)$, 송신신호를 $v_i(t)$, 동일채널 간섭신호를 $\eta(t)$ 라고 한다면, 수신신호 $r(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다. 단, $v_i(t)$ 와 $\eta(t)$ 가 전송되는 채널 환경은 동일하고, $n(t)$ 는 전력밀도 함수가 $N_0/2$ 인 백색 가우시안 잡음이라고 가정한다.

$$r(t) = h(\tau) * v_i(t) + h(\tau) * \eta(t) + n(t), \quad i = 0, 1. \quad (5)$$

만일 $v_0(t)$ 가 전송되었다고 가정하면, test statistics Γ 는

$$\Gamma = \gamma_0 - \gamma_1 = D_0 D_e + D_0 D_i + N \quad (6)$$

으로 정의할 수 있고, 이때 각각의 성분은 다음과 같다.

$$\left\{ \begin{array}{l} D_0^2 = \frac{1}{2} \int |v_0 - v_1|^2 dt, \\ D_e = \frac{1}{D_0} Re \int (h * v_0)(v_0 - v_1)^* dt, \\ D_i = \frac{1}{D_0} Re \int (h * \eta)(v_0 - v_1)^* dt, \\ N = Re \int n \cdot (v_0 - v_1)^* dt. \end{array} \right. \quad (7)$$

D_0 는 전송신호간의 유클리디안 거리를 의미하고, D_e 는 수신기가 준최적이기 때문에 발생하는 수신단 불일치 효과를 나타낸다[10]. $v_0(t)$ 가 전송된 경우에는 γ_0 의 값이 최대가 되어야 하므로 Γ 가 0 보다 작으면 오류가 발생한다. Γ 는 가우시안이고 N 의 분산은 $2N_0 D_0^2$ 이므로, 오류가 발생할 확률은 다음과 같다.

$$P_e = Q\left(\frac{D_e + D_i}{\sqrt{2N_0}}\right). \quad (8)$$

위 식에서 $Q(\cdot)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{u^2}{2}} du. \quad (9)$$

D_e 와 D_i 는 채널 임펄스 응답인 랜덤 프로세스 $h(\tau)$ 를 포함하고 있으므로 확률변수가 된다. 따라서 평균 오율을 구하기 위해서는 각 확률변수의 분포를 구하여 평균을 취해주어야 한다[11]. $f_{D_e}(x)$ 와 $f_{D_i}(y)$ 를 각각 D_e 와 D_i 의 확률밀도함수(probability density function)라 하면 식 (8)의 평균오율은 다음과 같다.

$$P_e = \iint Q\left(\frac{x+y}{\sqrt{2N_0}}\right) f_{D_e}(x) f_{D_i}(y) dx dy. \quad (10)$$

D_e 와 D_i 의 분포를 구하기 위하여 채널의 임펄스 응답을 다음과 같이 두항으로 나누어 표현한다.

$$h(\tau) = h_0 \delta(\tau) + \tilde{h}(\tau) \quad (11)$$

첫번째 항이 주경로이고, 두번째 항이 주경로를 제외한 부경로이다. 위 식에서 h_0 는 $|h(0)|$ 를 의미하며, 이 경우에는 포락선에 관한 성분만 포함하고 있으므로 Rayleigh 분포를 가진다[11]. 만일 채널의 전력 지연 분포(power delay profile)[3]를 $R_h(\tau)$ 라고 한다면 $h(\tau)$ 의 각 성분에너지는 각각 다음과 같다.

$$\left\{ \begin{array}{l} E[|h_0|^2] = 2R_h(0) = 2R_0, \\ E[|\tilde{h}(\tau)|^2] = 2R_h(\tau), \quad \tau \neq 0. \end{array} \right. \quad (12)$$

식 (11)의 이분화된 채널의 임펄스응답을 이용하면 D_e 는

$$D_e = h_0 D_0 + Re \int \tilde{h}(\tau) k(\tau) d\tau \quad (13)$$

와 같이 표현된다. 이식에서 $k(\tau)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$k(\tau) = \frac{1}{D_0} \int v_0(t-\tau) w^*(t) dt, \quad w(t) = v_0(t) - v_1(t). \quad (14)$$

식 (13)에서 앞항은 주경로에 관련된 성분을 나타내며 뒤항은 가우시안 잡음성분이 된다. 뒤항을 가우시안 잡음으로 취급할 수 있는 이유는 타이밍 복원이

완벽하게 된 경우에 샘플링 된 성분을 제외한 나머지 성분은 채널의 임펄스 응답이 포함되지 않은 정합 여파기의 입장에서 볼 때 가우시안 잡음과 동일하기 때문이다[6]. 또한 D_i 도 다음과 같이 주경로 항과 가우시안 잡음항으로 나눌 수 있다.

$$D_i = \frac{1}{D_0} \operatorname{Re} \int h_0 \eta(t) \cdot w^* dt + \operatorname{Re} \int \tilde{h}(\tau) l(\tau) d\tau. \quad (15)$$

위 식에서 $l(\tau)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$l(\tau) = \frac{1}{D_0} \int \eta(t-\tau) w^*(t) dt. \quad (16)$$

식 (13)과 식 (15)를 이용하면 test statistics Γ 는

$$\Gamma = D_0 \mu + D_0 \lambda + N' \quad (17)$$

와 같이 표현할 수 있고, 이때 각각의 성분은 다음과 같다.

$$\begin{cases} \mu = h_0 D_0, \lambda = \operatorname{Re} \frac{1}{D_0} \int h_0 \eta(t) w^*(t) dt, \\ N' = \operatorname{Re} \left[D_0 \int \tilde{h}(\tau) k(\tau) d\tau \right] + \operatorname{Re} \left[D_0 \int \tilde{h}(\tau) l(\tau) d\tau \right] + N. \end{cases} \quad (18)$$

위식에서 μ 와 λ 는 주경로와 관련된 항으로, Rayleigh 분포의 확률변수이고, N' 는 모든 가우시안 잡음 성분의 합이 된다. N' 의 분산은 각항의 분산의 합과 동일하므로, 전체 잡음의 분산은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} 2N'_0 D_0^2 &= D_0^2 \int R_k(\tau) |k(\tau)|^2 d\tau \\ &+ D_0^2 \int R_l(\tau) |l(\tau)|^2 d\tau + 2N_0 D_0^2. \end{aligned} \quad (19)$$

위식에서 \int 는 τ 가 0인 경우를 제외한 구간에서의 적분을 의미한다. 식 (17)과 식 (19)를 이용하여 식 (10)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{P}_e = \int \int Q\left(\frac{\mu + \lambda}{\sqrt{2N'_0}}\right) f_\mu(\mu) f_\lambda(\lambda) d\mu d\lambda. \quad (20)$$

3.2 최적 MLSE 수신기

식 (4)의 decision variable을 이용하면 test statistics Γ_{ij} 는

$$\begin{aligned} \Gamma_{ij} &= \gamma_i - \gamma_j = D_k^2(i, j) + I_k^2(i, j) + N(i, j) \\ \begin{cases} D_k^2(i, j) = \frac{1}{2} \int |h^* v_i - h^* v_j|^2 dt, \\ I_k^2(i, j) = \operatorname{Re} \int (h^* \eta) \cdot (h^* v_i - h^* v_j)^* dt, \\ N(i, j) = \operatorname{Re} \int n \cdot (h^* v_i - h^* v_j)^* dt \end{cases} \end{aligned} \quad (21)$$

와 같이 구할 수 있다. 위에서 정의된 Γ_{ij} 를 이용하여 M-ary VSB의 오류를 계산하면 다음과 같다. 계산과정은 Appendix에 제시되어 있다.

$$P_e = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} \left\{ 1 - \prod_{j=0, j \neq i}^{M-1} \left[1 - Q\left(\frac{D_k(i, j) + I_k^2(i, j)/D_k(i, j)}{\sqrt{2N_0}}\right) \right] \right\}. \quad (22)$$

$D_k(i, j)$ 와 $I_k^2(i, j)$ 는 채널 임펄스 응답인 랜덤 프로세스 $h(\tau)$ 를 포함하고 있으므로 랜덤 확률변수가 된다. 따라서 평균 오류를 구하기 위해서는 각 확률변수의 분포를 구하여 평균을 취해주어야 한다[11]. 식 (21)로부터 $I_k^2(i, j)$ 는

$$I_k^2(i, j) = \int \int h^*(\tau_1) I_{ij}(\tau_1, \tau_2) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (23)$$

와 같이 전개할 수 있다. 이식에서 $I_{ij}(\tau_1, \tau_2)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$I_{ij}(\tau_1, \tau_2) = \int w_{ij}^*(t - \tau_1) \eta(t - \tau_2) dt, (w_{ij}(t) = v_i(t) - v_j(t)). \quad (24)$$

식 (23)을 $h(\tau)$ 의 정규화된 형태인 $g(\tau)$ 를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_k^2(i, j) &= \int \int g^*(\tau_1) \cdot J_{ij}(\tau_1, \tau_2) \cdot g(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2, \\ g(\tau) &= h(\tau) / \sqrt{2R_k(\tau)}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$J_{ij}(\tau_1, \tau_2) = \sqrt{2 R_h(\tau_1)} \cdot I_{ij}(\tau_1, \tau_2) \cdot \sqrt{2 R_h(\tau_2)}.$$

식 (25)에 제시되어 있는 $I_h^2(i, j)$ 를 간단히 하기 위하여 KL expansion[12]을 이용한다. 선형작용소 L 을

$$L(f)(t) = \int J_{ij}(t, \tau) \cdot f(\tau) d\tau \quad (26)$$

와 같이 정의하면, 선형작용소 L 은 정규작용소가 되고, 다음 식을 만족하는 orthonormal한 고유함수 $\{\phi_m\}$ 과 그에 대응하는 고유치 $\{\zeta_m\}$ 이 존재한다[12].

$$L(\phi_m)(t) = \int J_{ij}(t, \tau) \cdot \phi_m(\tau) d\tau = \zeta_m \phi_m(t). \quad (27)$$

위의 고유함수와 고유치를 이용하여 $g(\tau)$ 를 다음과 같이 전개시킬 수 있다. (x, y)는 x 와 y 의 내적을 의미한다.

$$\begin{cases} g(\tau) = \sum_m i_m \cdot \phi_m(\tau), \\ i_m = (g, \phi_m). \end{cases} \quad (28)$$

식 (28)에서 전개된 $g(\tau)$ 를 이용하면, $I_h^2(i, j)$ 는

$$I_h^2(i, j) = \sum_m \zeta_m |i_m|^2 \quad (29)$$

과 같이 간단히 표현 가능하다. 이때, i_m 은 분산이 1인 비상관성 가우시안 확률변수이고, 따라서 $\zeta_m |i_m|^2$ 의 pdf는

$$f_{\zeta_m |i_m|^2}(x) = \frac{1}{\zeta_m} \exp\left(-\frac{x}{\zeta_m}\right), \quad x \geq 0 \quad (30)$$

과 같이 chi-square 분포로 나타낼 수 있다. 따라서, $I_h^2(i, j)$ 의 pdf는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_{I_h^2(i, j)}(x) &= \sum_m q_m \frac{1}{\zeta_m} \exp\left(-\frac{x}{\zeta_m}\right), \\ q_m &= \prod_{i=0, i \neq m} \frac{\zeta_m}{\zeta_m - \zeta_i}. \end{aligned} \quad (31)$$

마찬가지 방법으로 $h(\tau)$ 의 정규화된 형태인 $g(\tau)$ 를 이용하여 $D_h^2(i, j)$ 를

$$D_h^2(i, j) = \iint g^*(\tau_1) \cdot Z_{ij}(\tau_1, \tau_2) \cdot g(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2$$

$$Z_{ij}(\tau_1, \tau_2) = \sqrt{2 R_h(\tau_1)} \cdot W_{ij}(\tau_1, \tau_2) \cdot \sqrt{2 R_h(\tau_2)} \quad (32)$$

$$W_{ij}(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{2} \int w_{ij}^*(t - \tau_1) w_{ij}(t - \tau_2) dt$$

와 같이 표현할 수 있고, 따라서 $D_h^2(i, j)$ 의 분포는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} f_{D_h^2(i, j)}(x) &= \sum_k p_k \frac{1}{\lambda_k} \exp\left(-\frac{x}{\lambda_k}\right), \\ p_k &= \prod_{i=0, i \neq k} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i}, \quad x \geq 0. \end{aligned} \quad (33)$$

이때, λ_k 는 다음에 정의된 선형작용소 L 의 고유치가 된다.

$$L(f)(t) = \int Z_{ij}(t, \tau) \cdot f(\tau) d\tau \quad (34)$$

식 (33)에 의해서 $D_h^2(i, j)$ 의 분포는 다음과 같이 구할 수 있다[11].

$$\begin{aligned} f_{D_h^2(i, j)}(x) &= \sum_k 2x p_k \frac{1}{\lambda_k} \exp\left(-\frac{x^2}{\lambda_k}\right), \\ p_k &= \prod_{i=0, i \neq k} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i}, \quad x \geq 0. \end{aligned} \quad (35)$$

식 (31)과 식 (35)의 pdf를 이용하여 식 (22)의 평균을 취한 평균오율식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{P}_e &= \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} \left\{ 1 - \prod_{j=0, j \neq i}^{M-1} \right. \\ &\quad \left. \left[1 - \int \int Q\left(\frac{x+y/x}{\sqrt{2N_0}}\right) f_{D_h^2(i, j)}(x) f_{I_h^2(i, j)}(y) dx dy \right] \right\}. \end{aligned} \quad (36)$$

IV. Two-ray 채널상에서 오율 계산

채널의 모델은 two-ray 채널로 전력 지연 분포는

$$R_h(\tau) = R_0 \delta(\tau) + R_1 \delta(\tau - \tau') \quad (37)$$

와 같이 가정한다. R_0 와 R_1 은 각각 주경로와 부경로의 에너지를 의미한다. 식 (37)의 모델에서는 $\tau=0$ 일 때와 $\tau=\tau'$ 일 때만 의미를 가진다. 또한, 신호셋은 M-ary

-7u(t)	-5u(t)	-3u(t)	-u(t)	u(t)	3u(t)	5u(t)	7u(t)
000	001	011	010	110	111	101	100
M = 8							

그림 3. M-ary VSB signal constellation

VSB 신호로 그림 3에 제시된 signal constellation을 가진다. 이때, 성형펄스 $u(t)$ 는 시간 0과 T 사이에서

$\sqrt{\frac{2E_b}{T}}$ 의 크기를 가지는 사각성형펄스로 가정한다.

먼저, 정합 여파기로 수신하는 경우에 오율을 계산한다. 이 경우에는 식 (2)에 제시되어 있는 결정 변수가 각 신호셋의 에너지가 동일한 경우에 적용되므로, 이진 VSB로 한정하여 생각한다. 신호셋의 가정에 따라 식 (18)의 μ 는

$$\mu = h_0 D_0 = 2h_0 \sqrt{E_b} \quad (38)$$

와 같이 계산되고, 따라서 μ 의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f_\mu(\mu) = \frac{(4-\pi)\mu}{4R_0 D_0^2} \exp\left(-\frac{(4-\pi)\mu^2}{8R_0 D_0^2}\right), \quad \mu \geq 0. \quad (39)$$

동일채널 간섭신호 $\eta(t)$ 는 다음과 같이 전송신호 $v_0(t)$ 와 $v_1(t)$ 중 하나의 변형된 형태로 가정한다.

$$\eta(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{I}{C}} \cos\phi v_0(t - \Delta t), \\ \sqrt{\frac{I}{C}} \cos\phi v_1(t - \Delta t). \end{cases} \quad (40)$$

따라서, λ 는

$$\lambda = \pm 2 \cos\phi \sqrt{\frac{I}{C}} \sqrt{E_b} h_0 \quad (41)$$

가 되고, λ 의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f_\lambda(\lambda) = \begin{cases} \frac{(4-\pi)\lambda}{4R_0 D_0^2 I \cos^2\phi / C} \exp\left(-\frac{(4-\pi)\lambda^2}{8R_0 D_0^2 I \cos^2\phi / C}\right), \lambda \geq 0, \\ \frac{(\pi-4)\lambda}{4R_0 D_0^2 I \cos^2\phi / C} \exp\left(-\frac{(4-\pi)\lambda^2}{8R_0 D_0^2 I \cos^2\phi / C}\right), \lambda < 0. \end{cases} \quad (42)$$

또한, 전체 잡음의 분산은 다음과 같이 계산된다.

$$2N'_0 D_0^2 = 4R_1 E_b + 4R_1 E_b \frac{I}{C} \cos^2\phi + 2N_0 D_0^2. \quad (43)$$

따라서, 식 (20)에 제시되어 있는 평균오율 \bar{P}_e 는 식 (39), 식 (42), 식 (43)을 이용하여 구할 수 있다.

다음은 MLSE 수신기를 사용하는 경우에 관하여 살펴본다. 전송 신호셋은 그림 3에 제시된 M-ary VSB 신호로 가정한다. 식 (37)의 채널모델에 의하여 식 (25)는 τ_1, τ_2 가 0과 τ' 의 값에서만 의미를 가지므로, 다음과 같이 2×2 행렬 I_h 로 근사시킬 수 있다. $g(\tau)$ 는 고유치를 계산하는데 영향을 미치지 못하므로, 행렬에서 $g(\tau)$ 성분은 고려하지 않는다.

$$I_h = \begin{bmatrix} \sqrt{2R_0} & 0 \\ 0 & \sqrt{2R_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ij}(0, 0) & I_{ij}(0, \tau') \\ I_{ij}(\tau', 0) & I_{ij}(\tau', \tau') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{2R_0} & 0 \\ 0 & \sqrt{2R_1} \end{bmatrix} \tau'. \quad (44)$$

동일채널 간섭신호 $\eta(t)$ 는 다음과 같이 가정한다.

$$\eta(t) = \sqrt{\frac{I}{C}} \cos\phi v_k(t - \Delta t), \quad k=0, \dots, M-1. \quad (45)$$

이 경우 I_h 는

$$I_h = \begin{bmatrix} 8E_b R_0 & 0 \\ 0 & 8E_b R_1 \end{bmatrix} (i-j)(2k-M+1) \tau' \sqrt{\frac{I}{C}} \cos\phi \quad (46)$$

와 같이 계산되고, 고유치 ζ_m 는 다음과 같다.

$$\zeta_m = \begin{cases} 8E_b R_0 \tau' (2k-M+1) \sqrt{\frac{I}{C}} \cos\phi \\ 8E_b R_1 \tau' (2k-M+1) \sqrt{\frac{I}{C}} \cos\phi \end{cases} \quad (47)$$

마찬가지 방법으로 λ_k 를 구하면 다음과 같다.

$$\lambda_k = \begin{cases} 8E_b R_0 \tau' (2k-M+1) (i-j)^2 \\ 8E_b R_1 \tau' (2k-M+1) (i-j)^2 \end{cases} \quad (48)$$

V. 계산결과 및 고찰

모의실험에 사용한 신호는 2VSB 신호이다. 2VSB 신호는 그림 3에서 제시된 신호셋의 M값을 2로 설정한 신호를 의미한다. 이진 PAM 신호와 다른 점은 PAM 신호는 I채널 및 Q채널에 모두 이진 정보를 실는 반면, 2VSB는 I채널에만 정보를 실는다. 식 (20)과 식 (36)의 적분계산은 trapezoidal 방식을 사용하였으며, $Q(\cdot)$ 의 적분은 20 step, pdf의 평균적분은 100 step의 구간으로 나누어 수행하였다. 그림 4에서 그림 6까지는 정합 여파기로 수신한 경우의 결과가 제시되어 있다. 그림 4에는 주경로와 부경로의 에너지 비를 나타내는 R_0/R_1 의 값이 10dB인 경우에 대하여 전송 신호대 간섭신호의 에너지 비를 나타내는 C/I 값의 변화에 따른 식 (20)의 결과가 제시되어 있다. C/I 가 ∞ 인 경우, 즉 간섭신호가 존재하지 않는 경우에는 18dB 이상의 SNR에서는 주파수 선택성 페이딩의 영향으로 오류의 변화가 거의 나타나지 않음을 볼 수 있다. SNR이 20dB 이상인 경우에는 오류와 irreducible error와의 차이가 약 0.2-0.3 이하로 감소하게 된다. 간섭신호가 존재하는 경우에, 특히 간섭신호의 에너지가 증가할수록 irreducible error로 수렴하는 SNR의 값은 점점 감소하게 된다. 예를 들어, C/I 가 20dB인 경우에는 약 15dB의 SNR, C/I 가 15dB인 경우에는 약 12dB의 SNR 부터 수렴하게 된다. 따라서, 상당히 큰 SNR의 경우에도 주파수 선택성 페이딩과 간섭

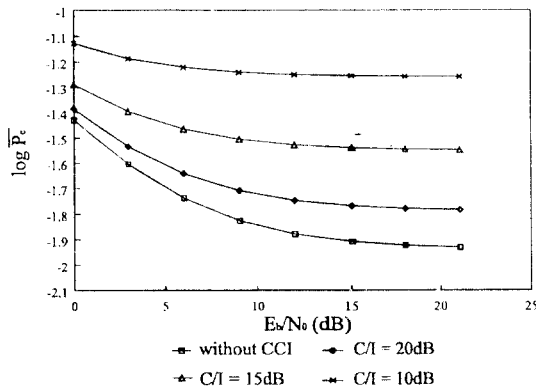


그림 4. 정합 여파기로 수신한 경우 C/I 에 따른 2VSB 신호의 오류 ($R_0/R_1 = 10\text{dB}$)

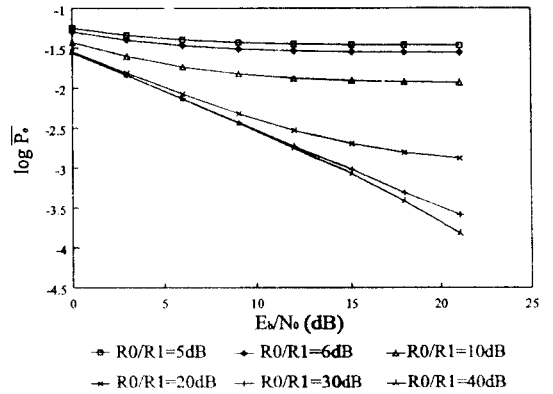


그림 5. 정합 여파기로 수신한 경우 R_0/R_1 에 따른 2VSB 신호의 오류 ($C/I = \infty$)

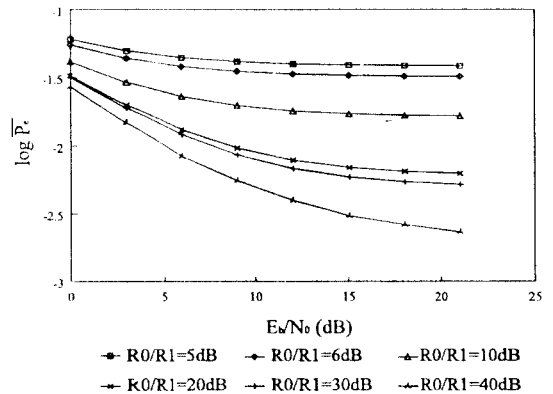


그림 6. 정합 여파기로 수신한 경우 R_0/R_1 에 따른 2VSB 신호의 오류 ($C/I = 20\text{dB}$)

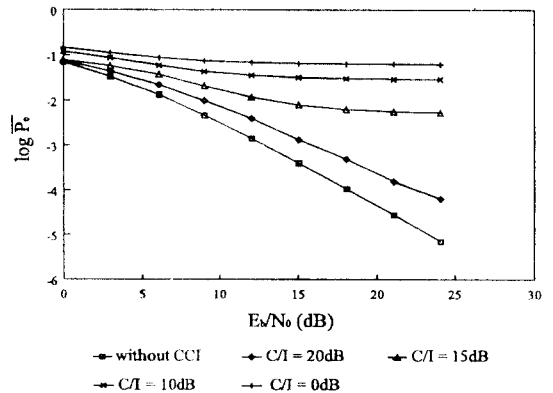


그림 7. MLSE 수신기로 수신한 경우 C/I 에 따른 2VSB 신호의 오류 ($R_0/R_1 = 10\text{dB}$)

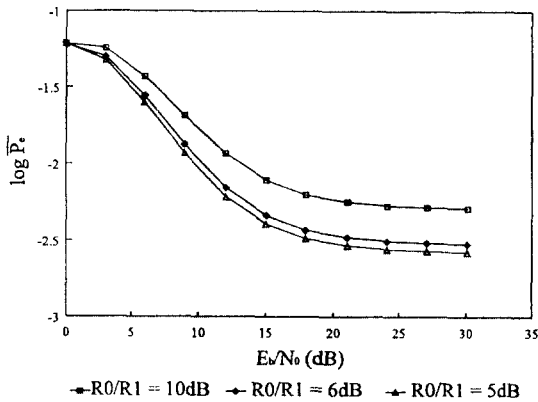


그림 8. MLSE 수신기로 수신한 경우 R_0/R_1 에 따른 2VSB 신호의 오류 ($C/I = 15\text{dB}$)

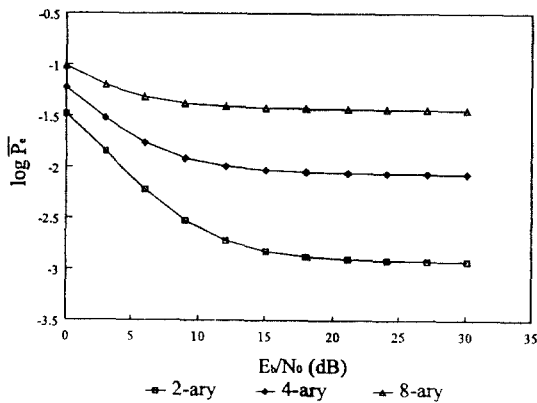


그림 9. MLSE 수신기로 수신한 경우 알파벳의 변화에 따른 오류 ($C/I = 20\text{dB}$)

신호의 영향으로 더이상 줄어들지 않는 높은 오류율을 보이게 된다. 그림 5는 주파수 선택성 페이딩의 영향을 보여주는 그래프이다. R_0/R_1 이 20dB 이하인 경우에는 주파수 선택성 페이딩의 영향으로 인한 오류의 증가로 irreducible error가 존재하나, R_0/R_1 이 30dB 이상이 되면 AWGN 채널과 비슷한 특성을 보이며 페이딩의 영향은 더이상 존재하지 않는다. 그러나, 그림 6에 제시된 바와 같이 C/I 가 어느 정도 레벨(그림에서는 20dB) 이하로 감소하게 되면, R_0/R_1 이 30dB 이상인 상황에서도 irreducible error가 존재한다. 또

한, 그림 5와 그림 6을 비교해보면 $R_0/R_1 = 20\text{dB}$, $C/I = \infty$ 인 경우와 $C/I = 20\text{dB}$, $R_0/R_1 = 40\text{dB}$ 인 경우에 비슷한 오류율을 보이고 있다. R_0/R_1 이 40dB 이상인 경우에는 채널에 의한 왜곡은 거의 없으므로, R_0/R_1 은 ∞ , 즉 AWGN 채널과 동일한 성격을 가진다. 따라서 주파수 선택성 페이딩과 간섭신호의 영향은 전송신호에 간섭신호의 에너지비로 결정되며, 동일한 에너지비에서 두성분의 영향은 거의 비슷하다고 할 수 있다.

그림 7에서 그림 9까지는 MLSE 수신기로 수신한 경우의 결과가 제시되어 있다. 그림 7에는 C/I 값의 변화에 따른 식 (36)의 결과가 제시되어 있다. MLSE는 채널을 정확히 추정한다고 가정하였으므로, C/I 가 ∞ 인 그래프를 통해 볼 때 주파수 선택성 페이딩의 영향은 전혀 받고 있지 않다. 그러나, 간섭신호가 존재하게 되면 오류가 증가하게 되고, C/I 가 15dB 이하로 감소하면 irreducible error가 존재하게 된다. 따라서, R_0/R_1 과 C/I 의 값에 따라 오류가 유사하게 변하는 정합 여파기와는 상당히 다른 성격을 가지게 된다. 그 이유는 MLSE 수신기는 채널을 정확히 추정할 수 있으나 전송신호와 동일한 고전송률을 가진 간섭신호는 실제로 정확히 추정하기가 불가능하기 때문이다. 또한 MLSE 수신기를 사용하는 경우에는 R_0 를 고정시킨 상태에서 R_0/R_1 의 감소에 따라 오히려 오류가 감소하게 되는데, 이 사실은 그림 8을 통하여 확인할 수 있다. 그 이유는 MLSE 수신기의 경우 전송되는 신호와 시간 지연되어 수신된 신호를 모두 이용하여 전송신호를 검출하므로 정합 여파기 수신기와는 달리 시간 지연된 신호가 전송신호의 검출에 도움을 주기 때문이다. 그림 9는 알파벳 수의 증가에 따라 동일한 SNR에서 오류가 증가함을 보이고 있다.

VI. 결 론

본 논문에서는 주파수 선택성 페이딩 채널상에서 동일채널 간섭신호가 존재하는 경우에 M-ary VSB 신호의 오류율을 계산하는 방법에 관하여 살펴보았다. 수신기로는 준최적 정합 여파기 수신기와 최적 MLSE 수신기를 사용하였으며, 대상으로 하는 간섭신호로는 M-ary VSB 신호를 선택하였다. 채널의 모델은 전력 지연 분포가 two-ray 분포인 경우로 가정하였다. 준최적 정합 여파기 수신기를 사용하는 경우에는 오류

의 식에 포함되어 있는 확률변수 D_e 와 D_i 의 분포를 구하기 위하여 채널을 주경로와 부경로로 나누었다. 이때 주경로는 Rayleigh 분포를 갖게 되고, 부경로는 수신기의 측면에서 볼 때 가우시안 잡음으로 인식할 수 있었다. 최적 MLSE 수신기를 사용하는 경우에는 오류의 식에 포함되어 있는 확률변수 D_h 와 I_h^2 의 분포를 구하기 위하여 KL expansion을 사용하였다. 각각은 chi-square 분포의 합의 형태가 되고, KL expansion을 통하여 구한 고유치 값이 분포를 결정하였다. 실제로 고유치를 계산하기 위하여 각 랜덤 확률변수를 행렬로 근사하여 고유치를 구하였으며, two-ray 페이딩 채널의 경우에 각각의 변수는 2×2 형태의 행렬로 표현되었다. Matched 필터로 수신하는 경우에는 주파수 선택성 페이딩의 영향을 상당히 많이 받음을 확인할 수 있었던 반면, MLSE 수신기를 사용하는 경우에는 주파수 선택성 페이딩의 영향을 받지 않았다. 그러나, 두 경우 모두 동일채널 간섭신호가 어느 레벨이상 존재하게 되면 페이딩 현상과는 관계없이 오류가 상당히 증가하는 현상을 보였다.

Appendix

$v_i(t)$ 가 전송된 경우에 $v_j(t)$ 로 잘못 검출될 확률 $P_e(i, j)$ 는 식 (21)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_e(i, j) = Q\left(\frac{D_h(i, j) + I_h^2(i, j)/D_h(i, j)}{\sqrt{2N_0}}\right) \tag{A-1}$$

이 경우 j 는 i 를 제외하고 0에서 $M-1$ 까지의 값을 가질 수 있으므로, 각각의 모든 경우를 고려해야 한다. 즉, 만일 $v_i(t)$ 가 전송되었을 때 심볼을 올바르게 검출하기 위해서는 j 가 i 인 경우를 제외한 모든 Γ_{ij} 의 값이 0보다 커야 한다. 따라서, $v_i(t)$ 가 전송되었을 때 심볼을 올바르게 검출할 확률 P_{ci} 는

$$P_{ci} = P(\Gamma_{i0} > 0, \dots, \Gamma_{i(i-1)} > 0, \Gamma_{i(i+1)} > 0, \dots, \Gamma_{i(M-1)} > 0) \tag{A-2}$$

와 같고, Γ_{ij} 는 서로 독립이므로 P_{ci} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{ci} = P(\Gamma_{i0} > 0) \dots P(\Gamma_{i(i-1)} > 0) P(\Gamma_{i(i+1)} > 0) \dots P(\Gamma_{i(M-1)} > 0)$$

$$= \prod_{j=0, j \neq i}^{M-1} P(\Gamma_{ij} > 0) \tag{A-3}$$

또한, Γ_{ij} 가 0보다 클 확률은 $1 - P_e(i, j)$ 이므로, P_{ci} 는 다음과 같다.

$$P_{ci} = \prod_{j=0, j \neq i}^{M-1} \left[1 - Q\left(\frac{D_h(i, j) + I_h^2(i, j)/D_h(i, j)}{\sqrt{2N_0}}\right)\right] \tag{A-4}$$

따라서, $v_i(t)$ 가 전송되었을 때 오류가 발생할 확률은 $1 - P_{ci}$ 가 되고, i 는 0에서 $M-1$ 까지의 값을 가지므로, i 에 관해서 평균을 취하면 전체 오류는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_e = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} \left\{1 - \prod_{j=0, j \neq i}^{M-1} \left[1 - Q\left(\frac{D_h(i, j) + I_h^2(i, j)/D_h(i, j)}{\sqrt{2N_0}}\right)\right]\right\}. \tag{A-5}$$

참고 문헌

1. Grand Alliance HDTV System Specification, submitted to the ACATS Technical Subgroup, 1994.
2. S.Stein. "Fading channel issues in system engineering schemes," *IEEE J. Select. Areas in Commun.*, vol. SAC-5, pp.68-89, Feb. 1987.
3. J. G. Proakis. *Digital Communications*. McGraw-Hill: New York, NY, 1989.
4. F. D. Garger and M. B. Pursley. "Performance of differentially coherent digital communications over frequency-selective fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 36, pp.21-31, Jan. 1988.
5. F. D. Garger and M. B. Pursley. "Performance of binary FSK communications over frequency-selective fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 36, pp.83-89, Jan. 1988.
6. D. Dzung and W. R. Braun. "Performance of coherent data transmission in frequency-selective Rayleigh fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 41, pp.1335-1341, Sep. 1993.
7. R. B. Rhodes and S. G. Wilson. "MSK-type reception of continuous phase modulation:cochannel

and adjacent channel interference," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-35, pp.185-193, Feb. 1987.

8. R. Krishnamurthi and S. C. Gupta. "The error performance of encoded QPSK and 8-PSK schemes in a fading channel with cochannel interference," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 41. pp.1773-1776, Dec. 1993.

9. J. M. Wozencraft and I. M. Jacobs. *Principle of Communication Engineering*. New York: Wiley, 1965.

10. A. Svensson, C. E. Sundberg, and T. Aulin. "A distance measure for simplified receivers," *Electron. Lett.*, vol. 19. pp.953-954, Nov. 1983.

11. A. Papoulis. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. McGraw-Hill Book Company, 1984.

12. A. W. Naylor and G. R. Sell. *Linear operator theory in engineering and science*. Springer-verlag, 1982.



李宗烈(Jong Youl Lee) 정회원
 1993년 2월:서울대학교 제어계측 공학과 졸업(공학사)
 1995년 2월:서울대학교 제어계측 공학과 졸업(공학석사)
 1995년 3월~현재:서울대학교 제어계측공학과 박사과정

※주관심분야: 디지털 변복조 기법, 동기회로 설계 등

鄭榮謨(Young Mo Chung) 정회원
 현재:한성대학교 정보전산학부 조교수
 한국통신학회 논문지 제21권 제4호 참조

李商郁(Sang Uk Lee) 정회원
 현재:서울대학교 전기공학부 교수
 한국통신학회 논문지 제21권 제4호 참조