

# 다중 심볼 비선형 연속 위상 주파수 천이 변조

正會員 주 판 유\*, 송 명 규\*\*, 홍 성 권\*, 강 성 진\*, 강 창 언\*

## Multiple-symbol Nonlinear Continuous Phase Frequency Shift Keying

P. Y. Jou\*, M. K. Song\*\*, S. K. Hong\*, S. J. Kang\*, C. E. Kang\*\* *Regular Members*

### 요 약

본 논문에서 해석적인 방법으로 구성된 비선형 심볼 연속 위상 주파수 천이 변조(nonlinear-symbol continuous phase frequency shift keying: NCPFSK) 기법은 일종의 위상상태수가 시분변인 다중-변조지수 연속위상변조(multi-h continuous phase modulation: MHCPM) 방식이다. 이러한 시스템은 전송심볼 및 위상상태를 비선형 심볼 매핑시켜 얻어진 위상함수를 통하여 신호파형에 사상시킨다. 제안된 NCPFSK 변조기법은 변조지수  $h=1/2$ 인 이진 CPFSK 기법과 비교해서 근사적으로 같은 스펙트럼을 가지며 유클리드 거리를 증가시킬 수 있다. 본 논문은 NCPFSK 신호의 비선형 변조 기법을 새로운 비선형 매핑 함수로서 구현하고, 이와 함께 비선형 다중 심볼 CPFSK 기법을 제안하여 AWGN 채널환경에서 유클리드 거리 및 비트 오류율 비교 분석하였다.

### ABSTRACT

In this paper, it is called nonlinear-symbol CPFSK(NCPFSK) which is modulated by the nonlinear function of information carrying phase function within all symbol interval produce time invariant trellis structure. In general, the bit error probability performance of CPFSK modulation scheme within given signal constellation is determined from the number of memory elements of continuous phase encoder, i. e. number of state.

In this paper the number of state of analytically designed NCPFSK is time invariant. And the nonlinear symbol mapping function of the proposed modulation produces the nonlinear symbol and the phase state of the modulation for updating the phase function of NCPFSK. It is shown in this paper nonlinear symbol CPFSK with multiple TCM to make further improvements in  $d_{\min}^2$ , and analyze BER performance in AWGN channel environments.

### I. 서 론

이동체를 위한 정보통신의 필요성이 급증함에 따라 효율적인 주파수 대역의 활용을 위한 변복조 방식의 개발이 중요한 연구 과제로 등장하고 있다. 정진폭 디지털 변조방식은 정보를 담고 있는 위상을 연속적으로 변화시켜주기 때문에 측대역이 감소 되며 필요한

\*연세대학교 전자정보통신 연구소

\*\*남서울대학교 정보통신 공학과

論文番號: 96086-0311

接受日字: 1996年 3月 11日

주파수 대역이 감소한다[1][2]. 이러한 변조 방식을 연속 위상 변조(continuous phase modulation: CPM)라고 한다. CPM 변조 방식은 트렐리스 부호화 변조(trellis-coded modulation: TCM) 방식이 부호화기(encoder)와 신호사상기(signal mapper)로 설명될 수 있듯이 같은 방식으로 분할하여 표현된다[3].

컨벌루션 부호기의 기억소자의 수를 증가시키므로써 보다 향상된 성능의 컨벌루션 부호결합 변조 시스템의 설계가 가능하다. 그러나 차수 값이 커지게 되면 부호화 이득의 증가폭은 현저하게 감소한다. 따라서 신호 성운(constellation)에 변화를 주어 부호화 이득을 얻는다. 이러한 이유로 다공간 신호 성운 컨벌루션 부호화 방식[4][5], 혹은 다중 트렐리스 부호화 방식이 개발되었다[6].

일반적으로 연속위상변조 신호는 위상연속성으로부터 상속된 여러 가지 특성으로 인해 다른 디지털 변조 기법에 비해서 주목을 받고 있다. 연속위상변조의 위상 연속성은 스펙트럼 특성을 향상시키고, 변조기에 이전 비트 성분을 갖고 있기 때문에 additive white Gaussian noise(AWGN) 환경 하에서 최대 확률론적 심볼 검출 기법인 maximum likelihood sequence detection(MLSD) 기법을 수신단에서 이용할 수 있다[7][8].

비선형심볼 연속위상주파수천이변조(NCPFASK) 신호는 다음 식과 같은 일반적인 multi-h CPM 형태를 갖는다[9][10].

$$x(t, \alpha) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \cos(2\pi f_c t + \phi(t, \alpha)),$$

$$\phi(t, \alpha) = 2\pi h_n a_n \int_{nT}^t \frac{(t-nT)}{2T} dt + \phi_n, \quad (1)$$

여기서,  $nT \leq t \leq (n+1)T$ ,  $E_b$ 는 비트에너지,  $T$ 는 비트폭,  $f_c$ 는 반송파 주파수이고,  $n$ 번째 구간에서 변조지수  $h_n = l_n/q$ 은 일반적으로 유리값을 가지며  $l_n$ 과  $q$ 는 각각 서로소인 정수로 주어지며,  $\alpha$ 는 정보열,  $a_n$ 은  $n$ 번째 정보 심볼을 나타낸다. 위상상태수  $N_b$ 는 다음 식에서 와 같이  $l_n$ 과  $q$ 의 조합에 따라서 정해진다. 총 상태수  $N$ 는 다음 식과 같이  $L$ 개의 부분응답 심볼상태수와 위상상태수  $N_b$ 의 곱으로 주어진다.

$$N_b = \begin{cases} q & \text{모든 } l_n \text{들이양수} \\ 2q & \text{그외의 경우} \end{cases}$$

$$N = 2^{(L-1)} N_b \quad (2)$$

AWGN 환경에서 NCPFASK 신호의 근사오차확률은 일반적인 연속위상변조 신호와 같이 다음 식과 같다[1][2].

$$P_e \approx Q \left( \sqrt{\frac{d_{\min}^2 E_b}{N_0}} \right) \quad (3)$$

여기서,  $d_{\min}^2$ 은 모든 오차경로쌍들(error path pairs)을 고려하여 정규화한 최소 유클리드 거리이며, 다음 식과 같이 주어지는  $d_{\min}^2$ 을 증가시켜 줌으로 CPFASK 변조기법의 성능은 향상된다[1][2][10]. 그리고  $N_R$ 은 최소거리를 주는 오차경로쌍의 길이로 한다.

$$d_{\min}^2 = \frac{1}{T} \min_{\alpha, \beta} \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^{N_R T} [1 - \cos\phi(t, \alpha) - \cos\phi(t, \beta)] dt \quad (4)$$

본 논문의 구성은 2절에서 NCPFASK 변조기법을 해석적인 방법[9][11]으로 구성한 비선형 연속위상부호기(nonlinear continuous phase encoder: NCPE)와 신호사상(signal mapping)변조기로 분리할 수 있도록 설계한다. 그리고 3절에서 신호의 비트오차확률을 향상시키기 위해 다중 심볼 부호의 개념을 도입하여 다중심볼 연속위상부호기 구조인  $K$ -심볼 연속위상부호기( $K$ -symbol continuous phase encoder:  $K$ -CPE)와 신호사상(signal mapping)변조기로 다중심볼 NCPFASK를 분할(decomposition) 설계하는 방안을 제안한다[12]. 4절에서 NCPFASK 시스템과 부호율이 1/2과 2/3인 즉, 다중화차수  $K=2, 3$ 인 다중심볼 NCPFASK 시스템에 대해서 비트 오차 확률을 분석한다. 마지막으로 5절에서 결론을 맺는다.

## II. 비선형 심볼 매핑을 통한 NCPFASK 신호의 구현

NCPFASK의 위상부호화는 finite state machine(FSM) 방법 외에 해석적 방법으로 표현할 수 있다. [11]에서 변조기로부터 출력되는 심볼을 부호기 입력 비트의 곱들의 합으로 급수 전개하여 표현하는 새로운 해석

적 표현을 제시하였다. 이 방법은 일반적인 트렐리스 부호를 설계하는데 수행되는 두 단계의 과정을 한 단계로 결합할 수 있다. 이러한 형태의 변조기는 일반적으로 그림 1과 같은 블록도를 갖는다.

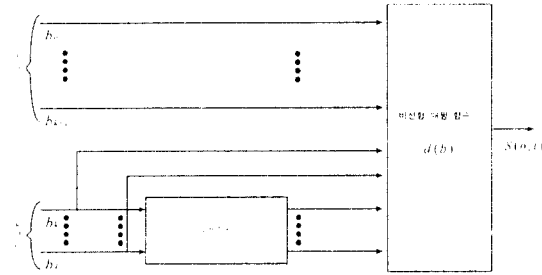


그림 1. 일반적인 부호 결합 변조기의 구성도  
Fig. 1 General code combined modulation diagram.

NCPFSK 신호는 주어진 상태수  $N$ 에 대해서 구속장  $C$ 를 최대화하는 변조 기법이다. 상태수  $N$ 에서 구속장은 다음 식으로 주어진다[9].

$$C_m = 1 + \log_2 N = 1 + k \quad (5)$$

변조 지수가 1/2인 CPFSK에 [11]과 같은 해석적으로 표현된 비선형 트렐리스 부호화 기법을 적용한다. 이러한 NCPFSK 신호의 위상 함수는  $j$ 비트의 데이터 비트와 이전  $k$  비트, 모두  $i$ 개의 비트의 비선형 함수로써 다음 식으로 주어진다.

$$\phi_n(\alpha) = d(\alpha) = d(a_k, a_{k-1}, \dots, a_1, a_j, a_{j-1}, \dots, a_1), \quad a \in \pm 1 \quad (6)$$

여기서  $i$ 개의 이전 정보 심볼이 NCPFSK의 심볼과 위상상태를 결정해준다. 위 식은  $i = k + j$ 개의 이전 변수들의 함수이고, 다음 식과 같이 정보열  $\alpha$ 의 각 심볼의 곱의 함수로 주어진다.

$$d(\alpha) = d_0 + \sum_{i=1}^n d_i a_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n d_{ij} a_i a_j + \dots + d_{1\dots n} a_1 a_2 \dots a_n \quad (7)$$

위 식에서 비선형 심볼 매핑 계수(nonlinear symbol mapping coefficients)  $d_{1\dots m}$ 는  $N_f = 2^m$ 개가 존재하며, 이와 같은 비선형 심볼 매핑 함수  $d(\alpha)$ 의 비선형 매핑 계수(nonlinear mapping coefficients)는  $d = (d_0, d_1, \dots, d_{1\dots m}, \dots, d_{1\dots i})$ 와 같은 벡터로 표현할 수 있다.

이러한 이진 NCPFSK는 비선형 부호화된 N-ary 심볼  $u_n$ 으로 표현할 수 있으며,  $u$ 는 부호화된 심볼  $u_n \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ 의 부호열이며, 변조지수는  $h = 1/N$ 으로 정의한다.

$$s(\alpha, t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \cos(2\pi f_1 t + \Psi(u, t)) \quad (8)$$

$$\Psi(u, t) = \phi(d(\alpha), t) + \frac{\pi h(M-1)t}{T}, \quad f_1 = f_0 - \frac{h}{2T},$$

$$\Psi(u, t) = 2\pi h \left\{ u_n \cdot \frac{(t-nT)}{T} + V_n \right\},$$

$$V_n = \sum_{i=-\infty}^{n-1} u_i, \quad u_n = d(a_n, \dots, a_1), \quad nT \leq t < (n+1)T. \quad (9)$$

또한, 물리적 위상 함수  $\bar{\Psi}(u, \tau + nT)$ 는  $(0, 2\pi)$ 의 구간에서 변화한다. 즉, 물리적으로  $2\pi$  위상차는 같은 위상을 의미한다. 따라서 다음 식과 같이 물리적 위상 함수(physical tilted phase)를 정의한다.

$$\bar{\Psi}(u, \tau + nT) = [\bar{\Psi}(u, \tau + nT)]_{Mod_{2\pi}}, \quad 0 \leq \tau \leq T \quad (10)$$

여기서 위상상태를 나타내는 변수  $V_n$ 을 도입하여 다음 식과 같이 정의한다.

$$V_n = \left[ \sum_{i=0}^{n-1} u_i \right]_{Mod_n} \quad (11)$$

비선형 매핑한 부호심볼  $u_n$ 과 현재의 상태  $V_n$ 으로 구성된 벡터 기호는 다음 식과 같이 정의하며, 이진 심볼  $a_n \in \{\pm 1\}$ 을  $b_n \in \{0, 1\}$ 으로 변환한 입력으로 다음과 같이 비선형 심볼 위상 함수를 정의한다.

$$\begin{aligned} \Psi(t, u_n) &= 2\pi h \left( \frac{u_n(t-nT)}{T} + V_n \right) \\ &= 2\pi h \left( \frac{[u_n]_{mod_n}(t-nT)}{T} + [V_n]_{Mod_n} \right) \end{aligned} \quad (12-a)$$

$$u_n = b_1 \dots b_i d_{1\dots i} + \sum_{\substack{l, m=1 \dots i \\ l \neq m}} b_l \dots b_m d_{1\dots d_m} \dots + b_1 d_1 + d_0 \quad (12-b)$$

$$V_{n+1} = [V_n + u_n]_{Mod N} \quad (12-c)$$

$$b_i = \begin{cases} 0 & \text{for } a_i = -1, \\ 1 & \text{for } a_i = +1 \end{cases} \quad (12-d)$$

여기서,  $u_n$ 과  $V_n$ 은 각각 modular N 공간에서 정의되며,  $X_n$ 은  $n$ 번째 심볼 구간에서 MM 변조기의 입력 벡터이다. 그림 2와 같이 NCPFSK 변조기를 구성되며 비선형 심볼 위상 부호기(NCPE)와 선형 변조상기(LMM)로 합성된다.

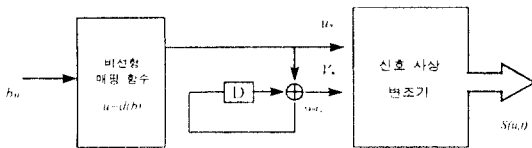


그림 2. 제안된 비선형 심볼 CPFSK의 분할  
Fig. 2 Decomposition of the proposed NCPFSK

입력 이진 심볼인 NCPFSK이며 첫 번째 기법은 상태수  $N=4$ 인 경우  $h=1/4$ 이고 4개의 위상상태와 4진 부호심볼로 구성된다. 두 번째 기법은  $N=8$ 인 경우  $h=1/8$ 이고 8개의 위상상태와 8진 부호심볼로 구성된다. 상태수가  $N=16$ 인 경우  $h=1/16$ 이고 16개의 위상상태와 16진 부호심볼로 구성된다. 여기서, 비선형 매핑 계수  $d$ 는 4절에서 보인 표 1의 계수 값과 같이 결정한다.

이와 같은 NCPFSK 변조 시스템은 기존의 CPFSK (MSK)와 거의 같은 전력 스펙트럼 밀도를 갖으며 오차확률 측면에서 성능향상을 얻을 수 있다. 그림 3은 각 NCPFSK 변조방식의 근사 전력 스펙트럼 밀도를  $h=1/2$  CPFSK 변조(MSK)와 함께 표시하여 비교하였으며, 그림에서 보아 알 수 있듯이 MSK의 경우와 비교해서 근사적으로 같은 크기의 부엽을 가짐을 알 수 있으며 주엽의 넓이는 거의 유사함을 보이고 있다. 이에 대한 비교를 그림 3에 보였으며, 99% 대역폭은

CPFSK는 1.2이고, NCPFSK 변조 시스템은 각각 1.256, 1.326, 1.526이다.

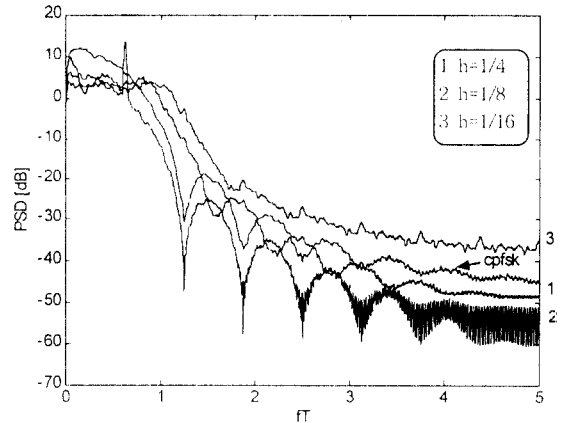
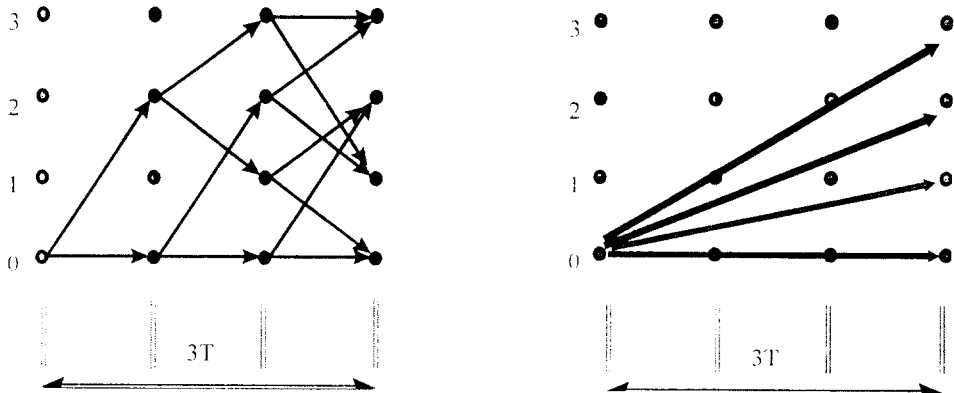


그림 3. 다중 심볼 NCPFSK의 전력 스펙트럼 밀도  
Fig. 3 Power spectral density of multiple symbol NCPFSK

### Ⅲ. 다중 심볼 NCPFSK의 설계

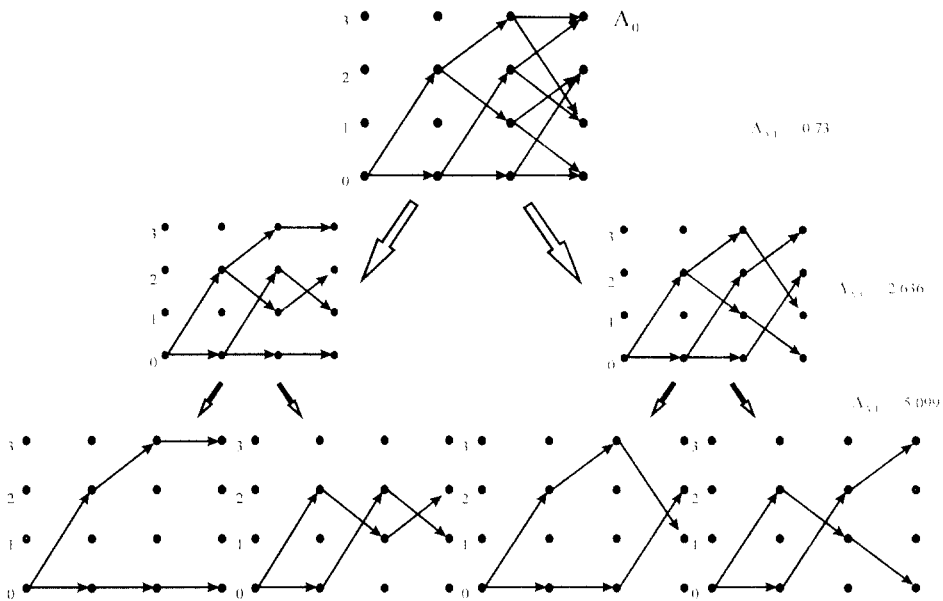
앞서 설명한 비선형 연속 위상 부호기와 신호사상기로 구성된 NCPFSK 변조는 같은 대역폭을 기준으로  $d_{min}^2$ 을 최대화해주는 트렐리스 부호화 연속위상변조방식이며, 주파수 특성은 MSK와 근사적으로 같다. 여기에 부호이득을 더 얻기 위한 방법으로 다중 심볼 개념을 도입하여 성능향상을 얻을 수 있다. 그림 4은 상태수  $N=4$ 이고 변조지수가  $h=1/N$ 인 NCPFSK의 위상상태 변환을 구현하는 비선형 연속위상부호기의 트렐리스 구조를 보여주고 있다. 이 트렐리스 구조를 이용하여 다중심볼 NCPFSK의 신호의 트렐리스 상태 변환을 실현하는 다중 심볼부호기(multiple-symbol encoder)와 다중심볼 신호사상기(multiple symbol mapper)를 구성한다. 그림 4-a에서 K개의 시간 구간을 결합하여 K 시간 구간 동안의 상태 변환을 나타내는 트렐리스 구조는 그림 4-b와 같이 나타난다.

그림 4-b에서 영 상태에서 임의의 상태로  $2^{K-2}$ 개의 가지(branch)로 이루어진 병렬 천이를 뜻한다. 따라서 선형 부호기의 각 상태에서  $2^{K-1}$ 개의 가지가 나가게되며 이는 2개의 묶음을 이루게 된다. 각 묶음은



(a) NCPFSK의 트렐리스 구조

(b) 3-NCPFSK의 트렐리스 구조



(c) 부호율이 2/3이고, K=3인 다중 심볼 트렐리스의 집합 분할

그림 4. 제안된 시스템의 트렐리스 구조

(a) NCPFSK의 트렐리스 구조

(b) 3-NCPFSK의 트렐리스 구조

(c) 부호율이 2/3이고, K=3인 다중심볼 트렐리스의 집합 분할

Fig. 4 The trellis diagram of proposed system

(a) Trellis diagram of  $M=2$   $h=1/2$  NCPFSK

(b) Trellis diagram of  $K=3$  multiple-symbol NCPFSK

(c) Set partitioning of  $K=3$  multiple-symbol NCPFSK

$2^K-2$ 개의 병렬가지(parallel branch)를 나타낸다. 그리고 각 가지를 나타내기 위해  $K+1$ 차원의 벡터  $Y_m = (u_{m,0}, u_{m,1}, \dots, u_{m,K-1}, V_m)$ 을 도입한다. 이 벡터의 각 원소는 집합  $\{0, 1, 2, \dots, N-1\}$ 의 구성원으로 이루어진다. 이 벡터  $Y_m$ 은  $KT$ 초 동안의 다중 심볼 신호라고 정의할 수 있다.

그림 5는 부호율  $n/n+1$ 인 선형 위상 부호기와 다중 심볼 변조 사상기로 이루어진 다중 심볼 NCPFSK의 변조기의 구성을 보여주고 있다.  $K$ 신호 구간동안의 위상변화를 나타내기 위하여 다음 식과 같이  $\bar{\Psi}_N(\tau + mT_N)$ 을 정의한다.

$$\bar{\Psi}_N(\tau + mT_N) = \begin{cases} [2\pi h V_m + 2\pi h u_{m,0}]_{\text{Mod } 2\pi}, & 0 < \tau \leq T \\ [2\pi h V_m + \sum_{k=0}^{i-1} 2\pi h u_{m,k}]_{\text{Mod } 2\pi}, & iT < \tau < (i+1)T, \\ i = 1, 2, 3, \dots, K-1. \end{cases} \quad (13)$$

여기서,  $m = [n/K]$ ,  $T_K = KT$ ,  $[x]$ 은  $x$ 보다 크지 않은 최대 정수를 나타낸다.  $Y_m$ 은  $mKT$ 에서의 상태와  $mKT$ 에서  $((m+1)K-1)T$ 까지의 입력 신호로 구성되며 다음 식과 같다.

$$Y_m = (V_m, u_{m,0}, u_{m,1}, \dots, u_{m,K-1}), \\ V_m, u_{m,0}, \dots, u_{m,K-1} \in \{0, 1, \dots, N-1\} \quad (14)$$

그림 5에서 볼 수 있듯이 다음 상태  $V_{m+1}$ 은 벡터  $Y_m$ 에 의해 결정된다. 그림 5-a의 궤환 부호화기는 다

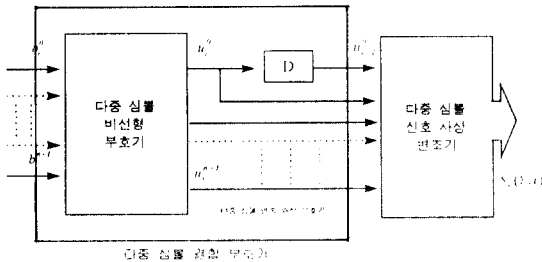


그림 5. 비선형 다중 심볼 CPFSK의 블록도  
Fig. 5 Block diagram of nonlinear multiple symbol CPFSK

중화 차수  $K=3$ 일 때 상태 변환을 실현시키며 이 상태 변환은 그림 4-b의 트렐리스를 이용하여 나타낼 수 있다.

콘볼루션 부호기의 출력을 직렬 신호였던  $u_{m,0}, u_{m,1}, u_{m,2}$ 에 병렬로 입력하여 시간  $3mT$ 에서 비선형 3차 다중 심볼 위상 부호기의 입력으로 주어진다. 다중 변조 사상기에서는 부호기 출력신호  $Y_m$ 에 따라 파형이 전송된다. 따라서 송신 신호는 다음과 같다.

$$s(\tau + mT_K, Y_m) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \cos(2\pi f_1(\tau + mT_K) + \bar{\Psi}_N(\tau + mT_K, Y_m) + \psi_0), \quad 0 < \tau \leq T_K \quad (15)$$

다중 심볼 변조 사상기는  $Y_m$ 에 따라  $2^K$ 개의 서로 다른 파형을 송신한다. 즉, 각 상태  $V_m$ 에서 입력 신호 벡터  $Y_m$ 에 따라  $2^{K-1}$ 개의 서로 다른 변조 파형을 송신하는 것이다.

동기 복조 검출(coherent detection)방식으로 비트오차확률을 추정하기 위해서 신호 공간에서의 유클리드 거리를 계산한다. 신호의 시간 구간  $(nT, (n+1)T)$ 에서 NCPFSK 신호 a와 b 사이의 정규 유클리드 거리  $d^2(s_a, s_b)$ 는 다음 식과 같이 계산할 수 있다.

$$d_{a,b}^2 = \begin{cases} 2(1 - \frac{\sin \Delta\Psi_{n+1} - \sin \Delta\Psi_n}{\Delta\Psi_{n+1} - \Delta\Psi_n}), & \text{if } \Delta\Psi_{n+1} \neq \Delta\Psi_n \\ 2(1 - \cos \Delta\Psi_n), & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (16)$$

위식에서  $\Delta\Psi_n$ 은 시간  $nT$ 에서의 두 신호간의 위상 차이를 나타낸다.  $K$  심볼 구간동안의 정규화 자승 유클리드 거리(normalized squared Euclidean distance: NSED)는 신호구간의 NSED의 합으로 정의될 수 있다. 따라서 벡터  $Y_{m,a}$ 와  $Y_{m,b}$ 에 대응하는 시간구간  $(mT, (m+1)T)$ 의 파형의 NSED는 위식을 이용하여  $\Delta T_m = Y_{m,a} - Y_{m,b}$ 의 함수로 다음 식과 같이 표현될 수 있다.

$$d_m^2(\Delta T_m) = \sum_{k=0}^{K-1} d_{m,k}^2(\Delta T_m) \quad (17)$$

여기서,

$$d_{m,i}^2(\Delta T_m) = \begin{cases} 2\left(1 - \frac{\sin \pi h(\Delta V_m + \sum_{k=0}^i \pi h \Delta U_{m,k}) - \sin \pi h(\Delta V_m + \sum_{k=0}^{i-1} \pi h \Delta U_{m,k})}{\pi h \Delta U_{m,i}}\right), & \text{if } \Delta U_{m,i} \neq 0, \\ 2(1 - \cos \pi h(\Delta V_m + \sum_{k=0}^i \Delta U_{m,k})), & \text{if } \Delta U_{m,i} = 0. \end{cases} \quad (18)$$

여기서,  $d_{m,i}^2$ 는 계산하고자 하는 두 출력 파형의 시간 구간  $[(mK + i)T, (mK + i + 1)T]$ 에서의 NSED를 나타낸다.

최적의 트렐리스 부호기의 설계를 위하여 집합분할 방법과 컴퓨터 부호탐색방법을 이용한다. 그림 4-c에 다중화 차수  $K=3$ 인 다중심볼 CPE의 트렐리스 구조 중 영(zero)상태에서 출발하는 8개의 가지에 해당하는 위상 트렐리스들의 집합분할을 보여주고 있다. 도식을 편리하게 표시하기 위하여 각 파형은 그림 4-a에서와 같이 시간  $mT_K$ 에서의 상태, 시간  $mT_K + T$ 에서의 상태, 그리고 시간  $(m+1)T_K$ 의 상태를 연결하는 선으로 표시하고 있다. 각 집합을 나타내기 위해서는 카테시안 곱을 이용하며 각 원소는 벡터  $T_m$ 을 의미한다. 레벨 1의  $A_i$ 는 상태  $i$ 를 출발하는 8개의 파형을 나타낸다.  $A_i$ 는 크기가 4, 2인 집합으로 각 레벨의 집합이 가지는 파형들 사이의 최소 유클리드 거리가 최대가 되도록 연속적으로 분할된다. 그림 4-c는  $i=0$ 인 예이고,  $\Delta_x^j$ 는 레벨  $j$  집합이 가지는 최소 유클리드 거리이다.

그림 4-b의 다중화 차수 3인 다중심볼 CPE는 3개의 2진 입력을 가지고 있다. 따라서 다중심볼 CPE의 앞단에 부호율 2/3인 트렐리스 부호화기의 설계가 가능하며, 이를 케환 부호화기의 형태로 설계한다. 따라서 이 케환 트렐리스 부호화기의 입출력 관계식을 다항식으로 표현하면  $z^1(D) = x^1(D)$ 이고 패리티에 해당하는  $z^0(D)$ 는  $z^0(D)$ 와  $x^1(D)$ 의 함수로써 표현된다. 즉, 케환 부호화기의 다항식은 다음 식과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} H^0(D) &= 0_v^0 D^v + h_{v-1}^0 D^{v-1} + \dots, h_1^0 + 1, \\ H^1(D) &= h_v^1 D^v + h_{v-1}^1 D^{v-1} + \dots, h_1^1 + 0, \\ H^j(D) &= h_v^j D^v + h_{v-1}^j D^{v-1} + \dots, h_1^j + 0, \end{aligned} \quad \text{for } j=2, 3, \dots, k. \quad (19)$$

그림 6는 병렬로 연결된 케환 부호기와 2 심볼 CPE의 결합 부호기를 보여주고 있다. 이 부호기의 전체 기억소자수는  $N_s = v + \log_2 N$ 이다. 위식에서 부호기  $H$ 의 계수들은 부호탐색방법으로 찾아낼 수 있다. 케환 부호기는 이진 컨벌루션 부호기이므로 계수값을 0 또는 1로 준다.

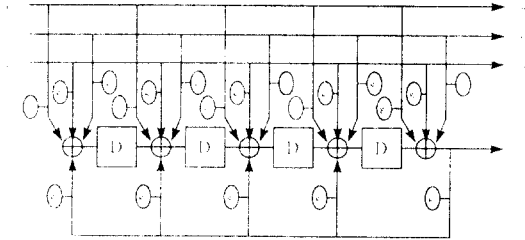


그림 6. 채널 부호기의 구성도  
Fig. 6 The convolutional channel encoder

#### IV. 결과 및 성능평가

앞서 설명한 비선형 연속위상 부호기를 이용하여 설계한 NCPFSK와 다중 트렐리스 부호를 적용하여 설계한 다중심볼 NCPFSK 변조 기법을 AWGN 환경 하에서 비트오차 성능을 비교하기 위해 실험을 하였다. 수신단에서 비터비 복호기는 위에서 설계한 트렐리스 부호기의 트렐리스 구조에 의해 결정된다. 비터비 복호기의 상태수는 표 2의  $N$ 의 값으로부터 결정되며, 각 가지에 지정되는 값은 수신파형과 그 가지에 해당하는 송출파형의  $(mT_K, (m+1)T_K]$ 시간에서 상관관계를 구하여 결정한다. 그리고 비터비 복호기의 검출지연 시간은 결합 부호기의 구성장의 5배로 정해지고 각 심볼은 8샘플로 주어 비터비 복호기를 설계한다.

또한, 표 1에서 앞서 경험적 부호 탐색 방법으로 구성한 3 종류의 NCPFSK의 유클리드 거리를 비교한다. 표 1에서 보면 기법 1은 위상 상태수가  $N_p=4$ ,  $h=1/4$ , 기법 2는 위상상태수  $N_p=8$ ,  $h=1/8$ , 기법 3은 위상상태수  $N_p=16$ ,  $h=1/16$ 인 NCPFSK 변조이다. 각 경우에 해당하는 비선형 매핑 계수는 벡터  $d$ 로 표시한다. 각 경우에 최소거리는  $d_{\min}^2 = 3.000$ ,  $d_{\min}^2 = 3.902$ ,  $d_{\min}^2 = 4.478$ 이며, 상태수가 증가함에 따라서 성

능의 상대적인 증가폭과 99% 대역폭을 MSK의 경우를 기준으로 비교하였다.

주어진 채널 부호기의 구속장  $v=4$ 에서 설계 가능한 최적 결합부호화기는 이 부호화기를 표현하는 트렐리스 구조와 결합한 변조 시스템 결합 트렐리스의 최소 거리( $d_{min}^2$ )가 최대가 되는 것을 뜻한다. 이 결과는 표 2에 나타내었으며, 표 2는 이진 컨벌루션 부호기와 결합된 다중 심볼 비선형 CPFSK 변조 기법을 보여주고 있으며, 각각 해당하는 다중부호화 하지 않은 NCPFSK 변조에 대한 부호 이득을 표시하고 있다.

표 1. NCPFSK의 최소거리 및 비선형 매핑 계수  
Table 1. The minimum distance and nonlinear mapping coefficients of the NCPFSK

기법	M	N	C	$d_{min}^2$	$N_R$	MSK에 대한 이득	99% 대역폭
1	2	4	3	3	6	1.761	1.256
	$f_1=3, f_2=3, f_3=2.$						
2	2	8	4	3.902	18	2.903	1.326
	$f_1=4, f_2=6, f_3=7, f_4=5, f_{24}=4.$						
3	2	16	5	4.478	16	3.502	1.526
	$f_1=8, f_2=12, f_3=14, f_4=15, f_5=11, f_{25}=8.$						

표 2. 다중심볼 NCPFSK 신호의 유클리드 거리  
Table 2. Minimum distance of multiple-symbol NCPFSK signal

기법	M	K	N	$d_{min}^2$	$N_R$	다중 부호화 하지 않은 변조에 대한 이득
1a	2	2	4	3.267	6	2.135
1b	2	3	4	4.266	8	3.293
2a	2	2	8	5.619	18	4.487
2b	2	3	8	5.967	20	4.747
3a	2	2	16	6.266	16	4.959
3b	2	3	16	6.619	22	5.197

그림 7에서 NCPFSK 변조기법은 AWGN 환경하에서 비트오차 확률을 추정한 것이며, 그림 8, 그림 9는 각각 부호율이 1/2, 2/3이고 다중화 차수  $K=2, 3$ 인 다중심볼 부호결합 NCPFSK 변조방식에 대해 비트오차 확률을 추정한 것이다. 다중 심볼 변조가 부호화 하지 않은 시스템에 대하여 2~5dB의 부호이득을 주는 것을 알 수 있다. 이들 중에서 대부분의 경우

는 컨벌루션 부호기의 차수를 증가시켜도 유클리드 거리의 변화가 거의 없었으며 2b와 3a 기법에서는 표 3과 같은 만족할 만한 결과를 얻었다.

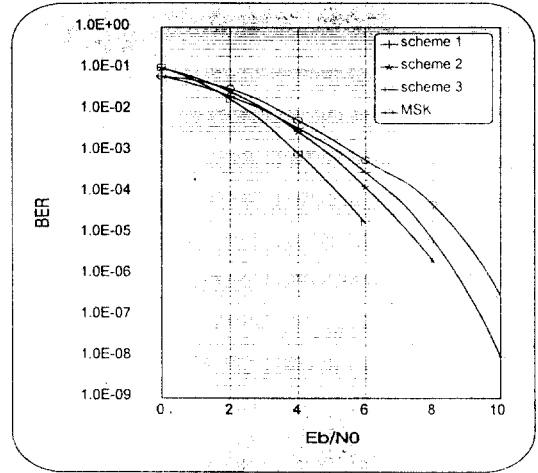


그림 7. NCPFSK의 비트오차 확률  
Fig. 7 Bit error rate of the NCPFSK

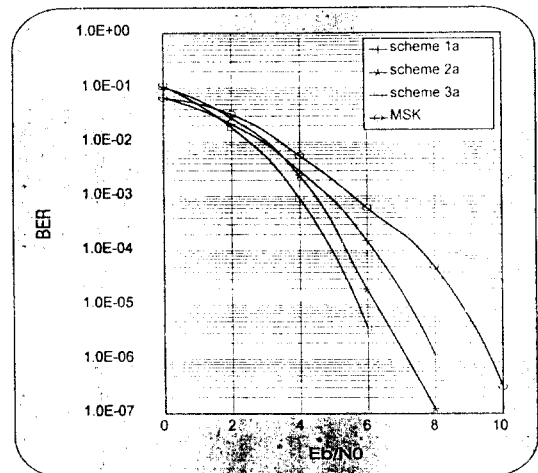


그림 8. 부호율이 1/2이고 다중차수가 2인 다중심볼 NCPFSK의 비트오차 확률  
Fig. 8 Bit error rate of the rate-1/2 K=2 multiple-symbol NCPFSK



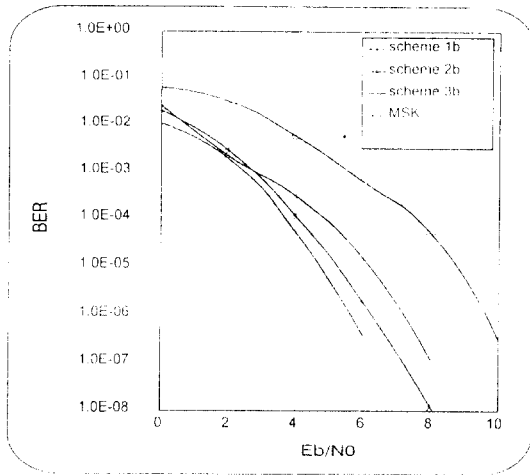


그림 9. 부호율이 2/3이고 다중화 차수 K=3인 다중 심볼 NCPFSK의 비트오차 확률

Fig. 9 Bit error rate of the rate-2/3 K=3 multiple-symbol NCPFSK

표 3. 구성장애에 따른 다중심볼 NCPFSK 신호의 특징

Table 3. Characteristics of nonlinear multiple symbol CPFSK signal

기법	K	$v$	부호계수	$d_{min}^2$	$N_R$
2b	3	1	(2, 3, 3)	4.157	6
2b	3	2	(3, 3, 5)	4.831	8
2b	3	3	(6, 5, 8)	5.319	11
2b	3	4	(2, 9, 11)	5.967	20
3a	2	1	(1, 3)	3.607	20
3a	2	2	(3, 5)	5.353	24
3a	2	3	(4, 13)	5.833	30
3a	2	4	(13, 3)	6.266	35

### V. 결 론

본 논문에서 이진 NCPFSK는 입력 정보  $b$ 를 비선형 매핑한 심볼  $u_i$ 과 현재 상태  $V_i$  및 다음 상태를 결정하며, 일정한 변조지수와 일정한 상태집합에서 비선형 매핑을 통하여 정보를 전송하는 연속위상변조 기법이다. 비선형 신호 집합을 구하는 방식에 있어서 경험적인 탐색방법을 사용하고 있으므로 체계적인 신호 집합의 설계와 최적화된 부호화기의 구성에 어려운 점이 있지만, NCPFSK 변조 기법의 경우 각 부

호계수 값이  $N$ -ary로 제한되므로 비선형 부호의 탐색에 있어서 복잡성을 줄여 준다.

본 논문에서는 최적의 성능 즉 가장 큰  $d_{min}^2$  값을 가지는 결합 부호기를 찾기 위한 방법으로 NCPFSK 변조의 비선형 부호화 부분과 선형 변조 부분을 분리하여 상태수  $N$ 이고 변조지수  $k$ 로 정해지는 시분변 변조 트렐리스 구조를 제안하였다. 이 시스템은 상태수  $N$ 으로 구성되는 트렐리스 부호와 체계적인 결합으로 효과적인 성능의 향상을 얻을 수 있으며, 시스템을 해석적으로 설명할 수 있으므로 보편적인 신호 집합을 갖는 부호/변조기 설계가 가능하다. 이와 함께 도입한 다중 심볼 기법은 부호화 하지 않은 변조 신호의  $d_{min}^2$ 을 더욱 증가시키며 비트오차확률 성능의 향상을 얻을 수 있다.

향후 과제로는 부호율을 높이기 위해  $M$ -ary NCPFSK 및 다중심볼  $M$ -ary NCPFSK에 대한 연구가 필요하며, 이러한 경우에 스펙트럼 효율을 높일 수 있다. 이와 함께 이동통신 환경하에서 성능분석도 요구되며, 각 시스템이 갖는 스펙트럼을 분석하는 것도 연구의 대상이다.

### 참 고 문 헌

1. Aulin T. Sundburg C.E., "Continuous Phase Modulation-Part-I: Full response signaling," IEEE Trans. on Comm., vol.COM-29, pp. 196~209, Mar. 1981.
2. Aulin T. Sundburg C.E., "Continuous Phase Modulation-Part-II: Partial response signaling," IEEE Trans. on Comm., vol.COM-29, pp. 210~225, Mar. 1981.
3. Harry Leib, Subbarayan Pasupathy "Error-Control Properties of Minimum Shift Keying," IEEE Communication Magazine pp. 52~61, Jan. 1993.
4. Steven S. Pietrobon, Robert H. Deng, Alain Lafanechere, Gottfried Ungerboeck and Daniel Jr. Costello, "Trellis Coded Multidimensional Phase Modulation," IEEE Trans. on Information Theory, vol. 36 pp. 63~89, Jan. 1990.
5. Lee-Fang Wei, "Trellis Coded Modulation with Multidimensional Constellation," IEEE Trans. on In-

formation Theory, vol. 33, pp. 483~501, Jul. 1987.

6. D. Divsalar and M. K. Simon, "Multiple Trellis Coded Modulation(MTCM)," IEEE Trans. on Comm., vol. 33, pp. 410~419, Apr. 1988.

7. Premji A. and Taylor D.P., "Receiver Structure for multi-h signalling formats," IEEE Trans. on Comm., vol.COM-35, pp. 439~451, Apr. 1987.

8. J.B.Anderson, T. Aulin and Sundburg C.E., *Digital Phase Modulation*, New York: Plenum Press, 1986.

9. Boxio Rimoldi, "Design of coded CPFSK Modulation system for Bandwidth Energy Efficiency," IEEE Trans. on comm. vol. 37, pp. 897~905, Sept. 1989.

10. J. P. Fonseka, "Nonlinear continuous phase frequency shift keying," IEEE Trans. on comm. vol. COM-39, no. 10, pp. 1473~1481.

11. Michael G. Mulligan and Stephan G. Wilson, "An Improved Algorithm for Evaluating Trellis Phase codes," IEEE Trans. on Information Theory, vol.IT-30, no. 6, pp. 846~851. Nov. 1984.

12. Robert Calerbank and James E. Mazo, "A New Description of Trellis Codes," IEEE Trans. on Information Theory, vol.IT-30, no. 6, pp. 784~791. Nov. 1984.



**주 판 유(Pan Yuh Jou) 정회원**  
 1988년~1992년: 연세대학교 전자공학과 공학사  
 1992년~1994년: 연세대학교 전자공학과 공학석사  
 1994년~현재: 연세대학교 전자공학과 박사과정  
 1994년~현재: 연세대학교 전자정보통신 연구소 연구원

**송 명 규(Myung Kyu Song)**

정회원

1983년~1987년: 연세대학교 전자공학과 공학사  
 1987년~1989년: 연세대학교 전자공학과 공학석사  
 1992년~1996년: 연세대학교 전자공학과 박사과정  
 1996년~현재: 남서울대학교 정보통신 공학과



**홍 성 권(Sung Kwon Hong) 정회원**

1988년~1992년: 연세대학교 전자공학과 공학사  
 1992년~1994년: 연세대학교 전자공학과 공학석사  
 1994년~현재: 연세대학교 전자공학과 박사과정

1992년~현재: 연세대학교 전자정보통신 연구소 연구원

**강 성 진(Sung Jin Kang)**

정회원

1988년~1992년: 연세대학교 전자공학과 공학사  
 1992년~1994년: 연세대학교 전자공학과 공학석사  
 1992년~현재: 연세대학교 전자정보통신 연구소 연구원  
 1994년~현재: 연세대학교 전자공학과 박사과정

**강 창 언(Chang Eon Kang)**

정회원

1956년~1960년: 연세대학교 전기공학과 공학사  
 1963년~1965년: 연세대학교 전기공학과 공학석사  
 1967년~1969년: 미시간 주립대 대학원 전자공학과 공학석사  
 1969년~1973년: 미시간 주립대 대학원 전자공학과 공학박사

1973년~1981년: 노던 일리노이 대학교 전자공학과 조교수, 부교수

1981년~현재: 연세대학교 전자공학과 교수  
 1989년~1990년: 한국통신학회 회장  
 1992년~현재: 연세대학교 전자정보통신연구소 소장  
 1991년~현재: 한국통신학회 명예회장