

# 다경로 페이딩 채널에서 OFDM의 성능분석

正會員 정 영 모\*, 이 상 옥\*\*

## Performance Analysis of OFDM on the Multi-path Fading Channel

Young Mo Chung\*, Sang Uk Lee\*\* *Regular Members*

※이 논문은 1995년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음.

### 요 약

이 논문에서는 다경로 전송 페이딩 환경에서 직교주파수분할다중화(orthogonal frequency division multiplexing :OFDM)의 심볼 오류 발생확률을 해석적으로 얻었다. 분석에서 보호구간이 없는 OFDM 신호와 보호구간이 있는 신호를 고려하였으며, 다경로 전송 채널은 two-ray 페이딩 모형을 사용하였다. 해석결과, 보호구간이 없거나 보호구간이 지연시간의 길이보다 짧은 경우에 주변 부채널들의 간섭신호가 심볼 오류율을 증가시킨다는 것을 알았다. 또한 주변 부채널들의 간섭은 정규확률변수로 표현되며, 이의 분산은 부채널의 위치 및 부채널의 수에 의존한다는 것도 밝혔다. 마지막으로 간섭신호의 분산은 신호 전력의 증가에 따라 역시 증가하게 되어, 보호구간의 길이가 충분하지 않은 OFDM 에서는 높은 신호대 잡음비에서도 줄어들지 않는 오류가 발생함을 확인하였다.

### ABSTRACT

In this paper, the symbol error probability for orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) in the multi-path fading environment is obtained analytically. In the analysis, OFDM signals with and without the guard interval are considered, and the two-ray fading model is used for the multi-path fading channel. From the analysis results, it is found that the adjacent subchannel interference increases the symbol error rate when the guard interval is not employed or shorter than the length of the delay. It is also shown that the adjacent subchannel interference is a Gaussian random variable and its variance depends on the subchannel location and the number of subchannels.

\*한성대학교 정보전산학부  
School of Information and Computer Engineering, Hansung University

\*\*서울대학교 전기공학부  
School of Electrical Engineering, Seoul National University  
論文番號:96196-0710  
接受日字:1996년 7월 10일

Finally, it is found that the variance of the subchannel interference also increases as the power of the signal increases for the OFDM with insufficient guard interval, yielding an irreducible error at high signal to noise ratio.

## I. 서 론

현재 디지털 방식의 HDTV 전송방식은 기존의 TV 방송용으로 할당된 VHF/UHF 대의 채널을 이용하는 지상동시 방송방식을 채택하고 있다[1, 2]. 그러므로 HDTV 시스템에 사용되는 전송기법은 지상동시 방송의 환경으로 말미암아 다음의 조건들을 만족시켜야 한다. 첫째, 지상동시방송 환경에서 사용가능한 대역폭은 6-8 MHz의 상대적으로 좁은 대역이므로 수십 Mbps의 데이터가 전송되기 위해서는 변조기법의 대역 효율이 높아야 한다. 다음으로 VHF/UHF 대의 신호는 직진성이 강하므로 주변 건축물이나 구조물 등에 의하여 다경로 전송현상이 발생한다. 따라서 사용되는 변조기법은 다경로 전송에 강인할 필요가 있다. 마지막으로 지상 동시 방송방식에서는 기존의 아날로그 TV 신호에 의한 동일채널과의 간섭이 필연적으로 발생하므로, 서로의 영향을 최소화할 수 있어야 한다.

이러한 조건들로 말미암아 16QAM 및 4-VSB 등이 미주 지역의 변조기법으로 검토되어 왔으며, 최근 GA (Grand Alliance)에 의하여 8-VSB 가 표준으로 확정된 바 있다[1]. 한편 유럽 여러 나라에서는 디지털 HDTV의 변조기법으로서 직교주파수분할다중화(orthogonal frequency division multiplexing: OFDM)를 고려하고 있다[2]. OFDM에서는 정보를 가진 직렬형태의 데이터를 블록단위의 병렬 데이터로 변환한 다음, 각각의 데이터를 주파수가 각기 다른 부반송파로 변조한다. 그러므로 OFDM에서 각각의 병렬 데이터가 가지는 심볼 시간은 직렬 데이터가 가지는 심볼시간에 비하여 상당히 증가하게 되며, 이러한 긴 심볼시간은 다경로 전송에 의한 페이딩에 상당한 강인성을 가질 수 있게 한다. 그리고 OFDM의 다경로 전송에 대한 강인성은 심볼과 심볼 사이에 보호구간을 넣어줌으로써 더욱 향상될 수 있다[3].

OFDM의 응용분야는 디지털 HDTV의 전송기법 뿐만 아니라 이동체를 주 대상으로 하는 DAB(digital audio broadcasting)의 전송기법에도 유망하다. 최근 유럽 지역에서는 DAB의 표준 전송기법으로 OFDM

이 채택된 바 있으며[4], 일본 지역에서도 DAB 및 디지털 HDTV의 응용을 목적으로 하여 OFDM의 연구가 활발히 진행되고 있다.

OFDM 기법은 주로 위상 및 진폭에 정보를 실는 QAM 변조기법과 많이 사용되고 있다. 동기식 복조를 할 경우 백색가산 정규잡음(additive white Gaussian noise: AWGN) 환경에서 성능은 단일 반송파를 이용한 경우의 성능과 동일하다. 그러나 이동통신 및 HDTV 채널 등과 같은 다경로 전송환경에서의 성능은 기존의 단일 반송파 변조기법의 성능과 비교하였을 때 상당히 달라진다. Cimini[5]는 파일럿 신호를 이용할 경우 OFDM은 이동통신 환경에서 상당한 성능 개선을 이룰 수 있다는 것을 보였다. 그리고 Sari[4]는 이동통신 환경에서 OFDM의 성능을 컴퓨터 모의실험을 통하여 분석한 바 있고, Couasnon[2]는 HDTV 환경에서의 성능을 현장실험을 통하여 제시하였다. 그리고 최근에 Santella[6]는 단일경로 시간선택성 페이딩 환경에서 OFDM의 성능을 해석적인 방법으로 분석하였다.

이 논문에서는 다경로 전송 환경에서 OFDM의 성능을 보호구간이 없는 경우와 있는 경우로 구분하여 해석적으로 분석하며, 수치적인 결과를 제시한다. 또한 이 논문에서는 다경로 전송으로 인한 인접심볼간의 간섭(intersymbol interference: ISI) 및 인접채널간의 간섭(interchannel interference: ICI)에 대한 정량적인 분석도 수행한다. 다경로 전송채널의 모델로는 two-ray 페이딩 모델[7]을 사용하며, 복조는 동기식 복조를 가정하였다.

## II. OFDM 신호 및 채널 모델

그림 1에 OFDM 신호를 생성하는 변조기의 블록 선도를 제시하였다. 먼저  $N$  개의 직렬 데이터 블록이 입력되면, 병렬 형태의 데이터로 변환된다. 병렬 형태로 변환된 데이터는 각기 다른 부반송파로 변조되며, 각각의 부반송파로 변조되는 심볼의 주기는 이전 직렬 데이터 심볼 주기의  $1/N$ 이 된다. 서로 다른 부반

송파로 변조된 신호는 더해진 다음, 반송파 신호와 곱하여져 수신측으로 전송된다. 그림 1에서 발생된 OFDM 신호를 복소 저역통과 신호 형식으로 표시하면 다음과 같다.

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{A}{\sqrt{T}} a_{n,i} e^{j2\pi f_i t} g(t-nT_s) \quad (1)$$

여기서  $A$ 는 신호의 전력을 결정하는 상수이고,  $T_s$ 는 심볼의 주기이다. 그리고  $g(t)$ 는 펄스 성형함수로서  $T_g$ 를 OFDM의 보호구간이라 할 때 다음과 같다.

$$g(t) = \begin{cases} 1, & T_g \leq t < T_s \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

심볼 주기에서 보호구간을 제외한 시간을 유효 심볼시간이라 하며, 유효 심볼시간  $T = T_s - T_g$ 의 관계를 가진다. 그리고  $f_i$ 는  $N$ 개의 부채널 가운데  $i$ 번째 채널의 부반송파 주파수이며, 단위 유효 심볼기간에서 상호직교성을 가져야 하므로  $f_i = i/T$ 의 조건을 만족시킨다[5]. 다음으로  $a_{n,i}$ 는  $n$ 번째 신호구간에서 부채널  $i$ 로 전송되는 심볼을 나타낸다.

이제 식 (1)의 OFDM 신호가 다경로 전송채널을 통과한다. 다경로 전송채널의 모델로 정규, 단면 지수분포 및 two-ray 모델[8] 등이 제안되고 있다. 이 가운데서 two-ray 모델은 구조가 간단하나, VHF/UHF 대의 다경로 전송 환경에서 비교적 정확한 모델로 알려져 있어[7, 9] 현재 많이 사용되고 있다. 이 논문에서도

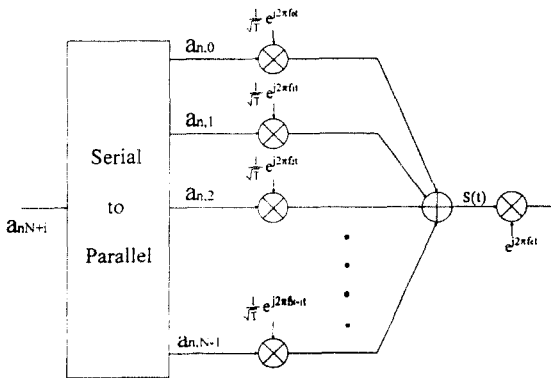


그림 1. OFDM 송신기의 블록선도  
Fig. 1 Blockdiagram for OFDM transmitter.

two-ray 모델을 다경로 전송채널의 모델로 사용한다. Two-ray 전송채널의 임펄스 응답은 다음과 같다[7].

$$h(t) = \delta(t) + b\delta(t-\tau) \quad (3)$$

여기서  $b$ 는 지연신호의 감쇠상수이며  $b < 1$ 이라고 가정한다. 그리고  $\tau$ 는 지연시간으로, 심볼 신호구간  $T_s$ 보다 크지 않다고 가정한다. 이러한 다경로 전송채널을 통과한 수신신호  $r(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$r(t) = s(t) + bs(t-\tau) + n(t) \quad (4)$$

여기서  $n(t)$ 는 평균이 0이고, 양면 전력 밀도가  $N_0/2$ 인 복소백색 정규잡음이다.

### III. 보호구간이 없는 경우 OFDM의 오류확률 해석

그림 2에 상관기 및 적분기를 사용한 동기식 OFDM 수신기의 블록선도를 제시하였다. 식 (4)에서 잡음을 제외한 수신신호를 편의상  $y(t)$ 라 하면 다음과 같이 표현된다.

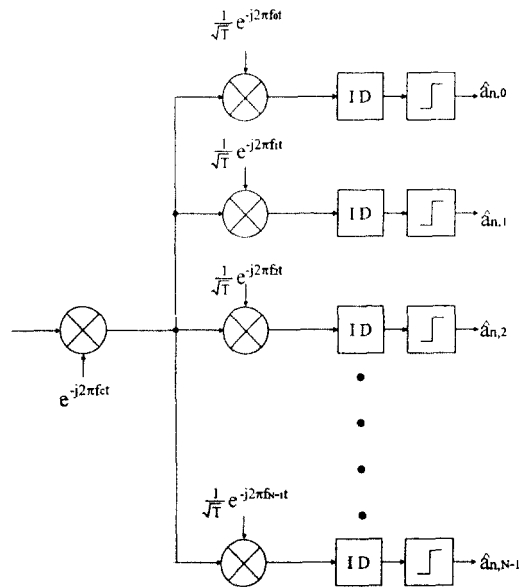


그림 2. OFDM 수신기의 블록선도  
Fig. 2 Blockdiagram for OFDM receiver.

$$y(t) = \frac{A}{\sqrt{T}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{N-1} a_{n,i} e^{j2\pi f_i t} g(t-nT_s) + \frac{A}{\sqrt{T}} b e^{-j2\pi f_c \tau} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{N-1} a_{n,i} e^{j2\pi f_i (t-\tau)} g(t-\tau-nT_s) \quad (5)$$

여기서  $f_c$ 는 반송파의 주파수이다. 이 신호가 수신기에 서 상관기, 적분 및 표본화 과정을 거친 뒤 심볼로 검출된다. 보호구간이 없는 경우는 식 (2)에서  $T_g=0$ 이므로 유효심볼 구간이 곧 심볼시간이 된다. 곧,  $T=T_s$ 의 관계를 만족시킨다. 보호구간이 없는 임의의 시간 구간  $nT \leq t < (n+1)T$ 에서  $k$  번째의 부채널에서 검출되는 심볼  $\hat{a}_{n,k}$ 는 다음과 같다.

$$\hat{a}_{n,k} = Aa_{n,k} + u_k \quad (6)$$

여기서  $Aa_{n,k}$ 는 지연이 없는 직접파에 의한 성분이고,  $u_k$ 는 지연신호에 의한 성분이다. 지연신호 성분 가운데서  $i=k$ 일 때의 값을  $u_{k,\alpha}$ 라하고,  $i \neq k$ 일 때 모두 더한 값을  $\Lambda$ 라 하면, 먼저  $u_{k,\alpha}$ 는 다음과 같다.

$$u_{k,\alpha} = Aa_{n-1,k} b e^{-j2\pi(f_c+f_s)\tau} \frac{\tau}{T} + Aa_{n,k} b e^{-j2\pi(f_c+f_s)\tau} \frac{T-\tau}{T} \quad (7)$$

그리고  $\Lambda$ 의 값은 다음과 같다.

$$\Lambda = A \sum_{i=0, i \neq k}^{N-1} a_{n-1,i} b e^{-j2\pi(f_c+f_s)\tau} \frac{-j}{2\pi(i-k)} \cdot \left( e^{\frac{j2\pi(i-k)\tau}{T}} - 1 \right) + A \sum_{i=0, i \neq k}^{N-1} a_{n,i} b e^{-j2\pi(f_c+f_s)\tau} \frac{-j}{2\pi(i-k)} \cdot \left( 1 - e^{\frac{j2\pi(i-k)\tau}{T}} \right) \quad (8)$$

이와 같이 다경로 전송이 발생할 경우 결정기의 입력은 직접파에 의한 성분이외에 지연파에 의한 성분이 부가되어짐을 알 수 있다. 그리고 지연파에 의한 성분은 다시 4 개의 성격을 달리하는 성분으로 이루어

어짐을 관찰할 수 있다. 곧, 동일 부채널 신호에 의한 것 2 개와 나머지 부채널에 의한 성분 2 개로 나뉜다. 동일 부채널 신호에 의한 성분 2 개는 인접 신호 구간에 의한 성분과 현재 구간에 의한 성분으로 이루어지며, 나머지 부채널에 의한 성분도 마찬가지로 인접 신호 구간에 의한 것과 현재 신호 구간에 의한 것으로 이루어진다. 특히 동일 부채널 신호에 의한 성분은 기존의 단일 반송파 변조기법인 QAM, PSK 등에서 얻어지는 것과 동일한 형태를 가지나, 식 (8)과 같이 주어지는 나머지 부채널에 의한 성분은 OFDM 신호에서만 나타나는 것이다.

이제, 부채널  $k$ 의 결정기 입력신호를  $S$ 라 하면 다음과 같다.

$$S = Aa_{n,k} + u_{k,\alpha} + \Lambda + M \quad (9)$$

여기서  $M$ 은 백색정규잡음이 상관기 및 적분기를 통과한 잡음항으로 평균이 0이며, 분산  $\sigma_M^2 = N_0/2$ 인 정규 확률변수이다. 부채널  $k$ 에서 발생할 검출오류의 확률은 동상가지 또는 직각가지에서 발생할 오류의 확률과 동일하므로 편의상 동상가지에서의 오류발생 확률을 얻는다. 동상채널에서  $-1$ 을 전송하였을 때 오류가 발생하는 경우는  $Re\{Aa_{n,k} + u_{k,\alpha} + \Lambda + M\} > 0$ 일 때이다. 여기서  $\Lambda$  항은  $[(n-1)T, nT]$  구간에서 발생한  $N-1$  개의 심볼 및  $[nT, (n+1)T]$  구간에서 발생한  $N-1$  개의 심볼이 더하여진 것임을 알 수 있다. 각각의 심볼은 심볼의 알파벳 가운데 하나를 동일한 확률로 발생하고 또한 서로 독립이다. 일반적으로 HDTV 시스템에서 사용하는 OFDM에서는 부채널의 수가 수백에서 수천 정도이므로  $\Lambda$ 는 정규 분포를 가진다고 근사화할 수 있다.  $\Lambda$ 의 평균값은 0이며,  $a_{n-1,i}$ 와  $a_{n-1,j}$ ,  $a_{n,i}$ 와  $a_{n,j}$  그리고  $a_{n-1,i}$ 와  $a_{n,j}$ 는  $i \neq j$ 인 경우에 각각 서로 독립인 성질을 이용하여  $\Lambda$ 의 분산을 구하면 다음과 같다.

$$\sigma_\Lambda^2 = \frac{(Ab)^2}{2} \sum_{i=0, i \neq k}^{N-1} E[|a_{n-1,i}|^2] \frac{1}{4\pi^2(i-k)^2} \cdot \left[ 2 - 2 \cos \left( \frac{2\pi(i-k)\tau}{T} \right) \right] + \frac{(Ab)^2}{2} \sum_{i=0, i \neq k}^{N-1} E[|a_{n,i}|^2] \frac{1}{4\pi^2(i-k)^2} \cdot$$

$$\left| 2 - 2 \cos \left( \frac{2\pi(i-k)\tau}{T} \right) \right| \quad (10)$$

그런데 4QAM에서  $E[|a_{n-1,i}|^2] = E[|a_{n,i}|^2] = 2$ 이므로, 식 (10)은 다음과 같이 간략화 된다.

$$\sigma_\lambda^2 = \frac{(Ab)^2}{\pi^2} \sum_{i=0, i \neq k}^{N-1} \frac{1}{(i-k)^2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi(i-k)\tau}{T} \right) \right] \quad (11)$$

분산  $\sigma_\lambda^2$ 은  $\Lambda$ 의 실수부 및 허수부의 분산인  $\sigma_\lambda^2$ , 및  $\sigma_{\lambda_i}^2$ 의 값과 동일함을 쉽게 증명할 수 있다. 한편  $\Lambda$ 와  $M$ 은 각각 정규 분포를 가지며, 이들은 서로 독립이다. 따라서 이 두 확률변수의 합을  $\Gamma$ 라 하면 평균은 0이고, 분산  $\sigma_\Gamma^2 = \sigma_\lambda^2 + \sigma_M^2$ 인 정규 확률변수가 된다.

이제 검출 오류확률을 얻기 위하여,  $Re\{Aa_{n,k} + u_{k,\alpha}\}$  값을 계산한다.

$$\begin{aligned} Re\{Aa_{n,k} + u_{k,\alpha}\} &= Aa'_{n,k} + Ab \left\{ a'_{n-1,k} \frac{\tau}{T} \cos \phi \right. \\ &\quad + a'_{n-1,k} \frac{\tau}{T} \sin \phi + a'_{n,k} \frac{T-\tau}{T} \cos \phi \\ &\quad \left. + a'_{n,k} \frac{T-\tau}{T} \sin \phi \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

여기서  $a'_{n-1,k}$ ,  $a'_{n,k}$ ,  $a'_{n-1,k}$  및  $a'_{n,k}$ 는  $a_{n-1,k}$ 와  $a_{n,k}$ 의 실수부 및 허수부를 각각 나타낸다. 그리고  $\phi = -2\pi(f_c + f_b)\tau$ 로 반송파 주파수, 부반송파 주파수 및 지연 시간에 의존하는 위상값이다. 일반적으로  $f_c \gg 1/\tau$ 이므로 지연시간의 작은 변화에도  $\phi$ 의 값은 크게 변할 수 있다. 따라서 이 논문에서는 [7]에서의 접근 방법과 동일하게  $\phi$ 를  $[0, 2\pi]$  범위에서 균일 분포를 가지는 확률변수로 가정한다. 한편 식 (12)에서  $Re\{Aa_{n,k} + u_{k,\alpha}\}$  항은  $a_{n,k}$  심볼에 의존할 뿐 아니라  $a_{n-1,k}$ 의 실수부 및 허수부에도 의존함을 알 수 있다. 따라서 검출 오류발생확률은 먼저 각 심볼에 대한 조건부 확률을 계산한 다음, 이들의 평균으로 얻을 수 있다.  $\alpha_i \in \{\pm 1 \pm j\}$ ,  $\beta_j \in \{\pm j\}$ 라 하면  $\{a_{n-1,k} = \alpha_i, a_{n,k} = -1 + \beta_j\}$ 의 확률은  $1/8$ 이다. 따라서 동상가지에서의 검출오류가 발생할 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Pr(Re\{S\} > 0 | a'_{n,k} = -1) &= \sum_i \sum_j \frac{1}{8} \cdot \\ \Pr(Re\{S\} > 0 | a_{n-1,k} = \alpha_i, a_{n,k} = -1 + \beta_j) & \quad (13) \end{aligned}$$

따라서 하나의 가지에서 검출오류가 발생할 확률은 이들 조건부 확률을 위상  $\phi$ 에 대하여 평균과정을 취한 값으로 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sum_i \sum_j \frac{1}{8} Q \cdot \\ &\quad \left( \frac{A - Ab \left( a'_i \frac{\tau}{T} \cos \phi + a'_i \frac{\tau}{T} \sin \phi - \frac{T-\tau}{T} \cos \phi + \beta'_i \frac{T-\tau}{T} \sin \phi \right)}{\sigma_\Gamma} \right) \\ &\quad d\phi \quad (14) \end{aligned}$$

여기서  $\alpha'_i$ ,  $\alpha'_i$ 는  $\alpha_i$ 의 실수부 및 허수부를 각각 나타내며,  $\beta'_i$ 는  $\beta_j$ 의 허수부를 나타낸다. 마지막으로 4QAM에서 심볼 오류발생확률은 하나의 가지에서 계산한 오류확률로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$P_s = 1 - (1 - P_e)^2 \quad (15)$$

#### IV. 보호구간이 있는 경우 OFDM의 오류확률 해석

보호구간이 있는 경우는 적분기에서 적분구간이 지연신호에 의한 영향을 줄일 목적으로  $[nT_s, (n+1)T_s]$  대신  $[nT_s + T_g, (n+1)T_s]$ 로 된다. 임의의 시간구간  $nT_s \leq t < (n+1)T_s$ 에서 상관기 및 적분기를 통과한  $k$  번째 부채널에서 검출되는 심볼은 식 (6)의 형태로 표현되며, 지연신호에 의한 성분인  $u_k$ 는 지연시간  $\tau$ 와 보호구간의 길이  $T_g$ 에 따라 얻어지는 값이 다르다.

##### 4.1 보호구간의 길이가 지연시간보다 큰 경우

보호구간의 길이가 지연시간의 길이보다 큰 경우에 인접 부채널에 의한 신호성분은 상관기 및 적분기를 통과하면 모두 0이 된다. 따라서 식 (6)의  $u_k$  값은 다음과 같다.

$$u_k = Ab(a'_{n,k} \cos \phi + a'_{n,k} \sin \phi) - jAb(a'_{n,k} \sin \phi + a'_{n,k} \cos \phi) \quad (16)$$

식 (16)에서 알 수 있듯이,  $u_k$ 의 실수부는  $a_{n,k}$ 의 실수값뿐 아니라 허수부의 값에도 영향을 받는다. 심볼의 허수값을  $\beta_1 = j$ ,  $\beta_2 = -j$ 라고 하면, 각각의  $\beta_j$ 가

발생할 확률은 심볼의 실수부에는 무관하고 1/2로 동일하다. 그러면 동상가지에서 발생할 검출오류확률은 다음과 같다.

$$\Pr\{Re\{\hat{a}_{n,k}\}=1|a_{n,k}=-1\} = \sum_j \frac{1}{2} \Pr\{Re\{S\}>0|a_{n,k}=-1+\beta_j\} \quad (17)$$

따라서 하나의 가지에서 검출오류가 발생할 확률은 다음과 같다.

$$P_e = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{1}{2} Q\left(\frac{A+Ab\cos\phi+Absin\phi}{\sigma_M}\right) + \frac{1}{2} Q\left(\frac{A+Ab\cos\phi-Absin\phi}{\sigma_M}\right) \right\} d\phi \quad (18)$$

#### 4.2 보호구간의 길이가 지연시간보다 작은 경우

보호구간의 길이가 지연시간의 길이보다 작은 경우에 식 (6)의  $u_k$ 는 앞 3절에서 유도한 경우와 같이, 동일 부채널 신호에 의한 2 개의 항과 나머지 부채널 신호에 의한 성분 2 개로 구성이 된다. 동일 부채널 신호에 의한 성분  $u_{k,\alpha}$ 는 다음과 같다.

$$u_{k,\alpha} = Aa_{n-1,k} be^{-j2\pi(f_c+f_s)\tau} \frac{\tau-T_g}{T} + Aa_{n,k} be^{-j2\pi(f_c+f_s)\tau} \frac{T-\tau+T_g}{T} \quad (19)$$

그리고 나머지 부채널 신호에 의한 성분은 보호구간이 지연시간보다 큰 경우에서와 같이 0의 값을 가지는 것이 아니라, 다음과 같이 주어진다.

$$A = A \sum_{i=0, i \neq k}^{N-1} a_{n-1,i} be^{-j2\pi(f_c+f_s)\tau} \frac{-j}{2\pi(i-k)} \cdot \left[ e^{\frac{j2\pi(i-k)nT_g}{T}} \left( e^{\frac{j2\pi(i-k)\tau}{T}} - e^{\frac{j2\pi(i-k)T_g}{T}} \right) \right] + A \sum_{i=0, i \neq k}^{N-1} a_{n,i} be^{-j2\pi(f_c+f_s)\tau} \frac{-j}{2\pi(i-k)} \cdot \left[ e^{\frac{j2\pi(i-k)nT_g}{T}} \left( e^{\frac{j2\pi(i-k)\tau}{T}} - e^{\frac{j2\pi(i-k)T_g}{T}} \right) \right] \quad (20)$$

여기서  $A$ 는 정규분포를 가지는 확률변수이며, 평균값은 0이고 분산은 다음과 같이 유도된다.

$$\sigma_A^2 = \frac{(Ab)^2}{2} \sum_{i=0, i \neq k}^{N-1} E[|a_{n-1,i}|^2] \frac{1}{4\pi^2(i-k)^2} \cdot \left[ 2-2\cos\left(2\pi(i-k) \frac{\tau-T_g}{T}\right) \right] + \frac{(Ab)^2}{2} \sum_{i=0, i \neq k}^{N-1} E[|a_{n,i}|^2] \frac{1}{4\pi^2(i-k)^2} \cdot \left[ 2-2\cos\left(2\pi(i-k) \frac{T_g-\tau}{T}\right) \right] \quad (21)$$

그런데 4QAM에서 식 (21)은 다음과 같이 간략화 된다.

$$\sigma_A^2 = \frac{(Ab)^2}{\pi^2} \sum_{i=0, i \neq k}^{N-1} \frac{1}{(i-k)^2} \left[ 1-\cos\left(2\pi(i-k) \frac{\tau-T_g}{T}\right) \right] \quad (22)$$

따라서 하나의 가지에서 발생하는 오류의 확률은 앞 3절의 식 (12)에서 식 (14)까지의 과정과 동일한 방법으로 계산하면 다음과 같다.

$$P_e = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sum_i \sum_j \frac{1}{8} Q \cdot \left[ \frac{A-Ab \left( a_i' \frac{\tau-T_g}{T} \cos\phi + a_i' \frac{\tau-T_g}{T} \sin\phi - \frac{T-(\tau-T_g)}{T} \cos\phi + \beta_j \frac{T-(\tau-T_g)}{T} \sin\phi \right)}{\sigma_T} \right] d\phi \quad (23)$$

마지막으로 식 (18) 및 식 (23)의 오류확률로부터 심볼 오류율은 식 (15)로부터 얻을 수 있다.

## V. 결과 및 검토

심볼 오류확률을 구하는데는  $Q$  함수의 적분이 필요하다.  $Q$  함수는 14 차의 GQR(Gaussian quadrature rule)을 사용하여 계산하였으며, 위상에 대한 적분은 간격이  $10^{-2}$ 인 사다리꼴 공식을 이용하였다. 보호구간이 없는 경우 검출 오류율은 식 (14)와 같이 주어진다.

다. 여기서  $Q$  함수의 분모에  $\sigma_M$  외에  $\sigma_A$ 의 항이 포함된다.  $A$ 는 인접채널과의 간섭에 의하여 발생된 항으로  $A$  값이 커지면 오류확률도 증가한다.  $A$ 의 분산  $\sigma_A^2$ 는 부채널의 위치  $k$  및 정규화된 지연시간  $\tau/T$ , 그리고 OFDM의 전체 부채널 수에 의하여 결정된다. 그림 3에 부채널의 위치  $k$ 에 따른  $\sigma_A^2/(Ab)^2$ 의 값을 제시하였다. 여기서  $\sigma_A^2/(Ab)^2$ 는 ICI의 크기  $\sigma_A^2$ 를 신호의 전력 및 감쇠상수의 크기에 대하여 정규화한 값이다. 그림에서 세로축은 dB 단위로 표시한 것으로 곡선이 위에 있을 수록 ICI가 큰 것을 의미한다. 부채널의 위치가 중앙 부위에 있을 경우에는 주변 채널에서의 ICI 값과 거의 차이가 없으나, 주변 부분에서의 ICI는 중심 부분에서 나타나는 값보다 최고 약 3 dB 정도 작아짐을 관찰할 수 있다. 그리고 정규화된 지연  $\tau/T$ 가 커질수록 ICI도 커지며,  $\tau/T$ 가 0.1인 경우는 0.05인 경우와 비교하여 약 2.8 dB 정도 ICI가 더 큰 것을 알 수 있다. 다음 그림 4에는 정규화된 지연시간에 따른 ICI의 변화를 제시하였다. 여기서 부채널의 수는 512 및 1024로 하였으며, 부채널의 위치는 255 및 511을 선택하였다. 지연시간은 0.001에서 0.5의 범위에서 변화시켰다. 지연시간의 변화는 ICI의 값에 큰 변화를 초래하며, 지연시간의 변화에 따라 최고 약 27 dB 정도의 변화폭을 가짐을 알 수 있다. 그리고 그림 4에서 관찰되는 특이한 사실은 부채널 수  $N$ 에는 거의 무관하게 ICI 값이 결정된다는 것이다. 부채널의 수와 ICI 값과의 상관관계를 조사한 결과, 부채널

수가 약 64 이상이 되면 ICI의 값에는 거의 변화가 없다는 것을 확인하였다.

그림 5에는 보호구간의 길이가 지연시간보다 큰 경우 심볼 오류율을 제시하였다. 지연 신호에서 감쇠상수  $b$ 는 0.5, 0.1, 0.05 및 0.01의 네가지 경우로 하였으며, 비교의 목적으로 AWGN 환경에서의 결과도 함께 제시하였다. 지연신호의 감쇠상수가 0.1 보다 작은 경우 다경로 전송으로 인한 OFDM의 성능저하는 그리 크지 않다. 특히  $b=0.01$ 인 경우 성능저하는 거의 없음을 알 수 있다. 그러나,  $b=0.5$ 인 경우의 성능저하치는 매우 크며,  $P_s=10^{-10}$ 에서 약 10 dB의 전력 손실이 있음을 관찰할 수 있다.

한편 보호구간의 길이가 지연시간보다 작은 경우 오류확률은 식 (23)에 의하여 결정된다. 이 식에서  $Q$  함수내의 분자는  $(\tau-T_g)/T$  값에 의하여 결정된다. 이 결과를 보호구간이 없는 경우의 오류확률인 식 (14)와 비교하면 정규화된 지연값  $\tau/T$ 가  $(\tau-T_g)/T$ 로 대체되었음을 관찰할 수 있다. 이러한 관계는 식 (22)와 식 (11)에 제시된  $\sigma_A^2$ 에서도 마찬가지로 성립한다. 정규화된 지연값은 그림 4의 결과에서 관찰할 수 있듯이 ICI의 값을 결정한다. 곧, 정규화된 지연값이 크면 ICI의 값도 증가하여 검출성능은 떨어진다. 그러나 보호구간이 있는 경우에는 지연시간이 보호구간의 길이보다 크더라도 정규화된 보호구간의 값만큼 ICI를 줄이는 효과가 있음을 알 수 있다.

마지막으로 그림 6에는 보호구간이 없는 경우와 보

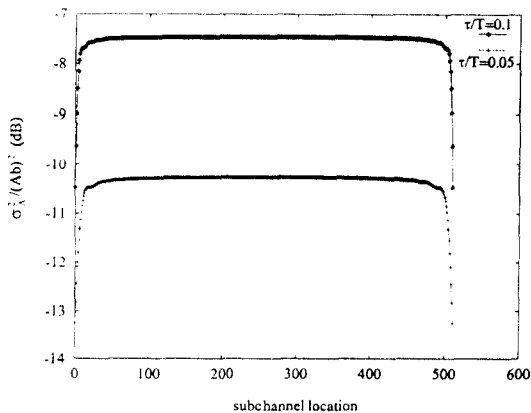


그림 3. 부채널의 위치와 ICI 값과의 관계  
Fig. 3 Relation between subchannel location and ICI value.

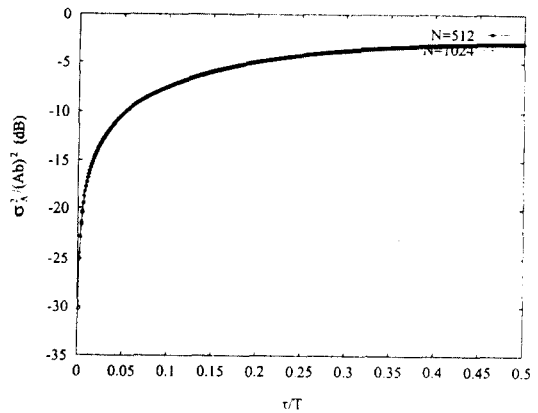


그림 4. 정규화된 지연시간과 ICI 값과의 관계  
Fig. 4 Relation between normalized delay and ICI value.

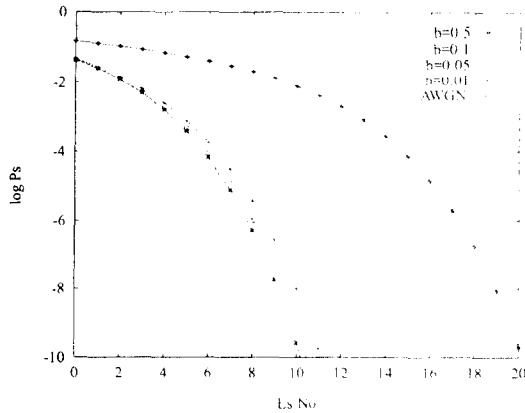


그림 5. 보호구간이 있을 때 OFDM의 심볼 오류율  
Fig. 5 Symbol error rate for OFDM when guard interval employed.

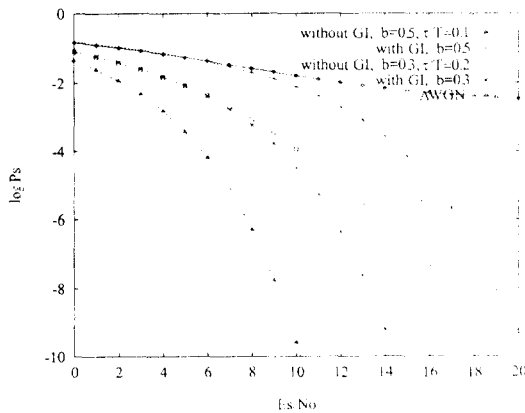


그림 6. 보호구간이 없는 경우와 있는 경우 OFDM 신호의 심볼 오류율 비교  
Fig. 6 Symbol error rate comparison for OFDM signal with and without guard interval.

호구간이 있는 경우의 OFDM 성능을 비교하여 제시하였다. 앞에서 고찰한 바와 같이 보호구간의 길이가 지연시간보다 작은 경우는 보호구간이 없는 경우의 정규화된 지연값을 정규화된 보호구간의 길이로 줄인 결과와 동일하다. 따라서 이 그림에서 보호구간의 길이는 지연시간보다 큰 경우를 고려하였다. 감쇠상수  $b=0.3$ 에서 보호구간이 없는 경우와 있는 경우를 비교하면, 신호대 잡음비가 작은 8 dB 이하에서는 오류확률이 거의 비슷하나 그 이상에서는 오류율의 차이가 크다. 특히 보호구간이 있는 경우에는  $E_s/N_0=$

14.4 dB에서  $P_s=10^{-10}$ 에 도달하게 되나, 보호구간이 없는 경우  $P_s$ 는  $E_s/N_0$ 가 증가하더라도 오류율이 완만하게 감소하여 결국  $E_s/N_0=20$  dB에서도  $P_s=10^{-10}$ 에 도달하지 못한다. 보호구간이 있는 경우에는 비록 오류율의 감소속도가 완만하기는 하지만 신호대 잡음비가 증가함에 따라서 오류율은 줄어든다. 그러나 보호구간이 없는 경우에는 ICI에 의하여 신호대 잡음비가 증가하더라도  $10^{-2.46}$  이하로는 오류율이 줄지 않음을 알 수 있다.

## VI. 결 론

이 논문에서는 다경로 전송 페이딩 환경에서 OFDM의 심볼 오류발생확률을 해석적으로 얻었다. 대상으로한 OFDM 신호는 보호구간이 존재하는 경우와 그렇지 않은 경우로 나뉘어서 분석되었다. 보호구간이 없는 경우에는 주변 부채널들의 간섭신호가 정규 잡음의 형태로 검출에 영향을 미치는 것을 분석을 통하여 확인하였으며, ICI의 크기는 부채널의 위치 및 부채널의 수에 의하여 영향을 받음을 수식을 통하여 유도하였다. 그리고 보호구간이 있는 경우에는 보호구간의 길이에 따라 ICI의 크기가 결정됨을 확인하였으며, 보호구간의 길이가 지연시간보다 큰 경우에는 ICI의 영향은 없었다. 그러나 보호구간의 길이가 지연시간보다 작은 경우에는 ICI의 영향을 받으며, 보호구간이 없는 경우와 비교하여 정규화된 보호구간의 값만큼 ICI의 크기가 감소한다는 결과를 얻었다. 마지막으로, ICI의 분산값은 신호 전력의 증가에 따라 역시 증가하는 특성을 확인하였다. 이러한 ICI의 성질로 인하여 신호대 전력비가 증가하더라도 ICI가 검출 오류율에 미치는 영향이 감소하지 않으며, 수치적인 실험결과에서도 보호구간의 길이가 충분하지 않은 OFDM에서는 신호대 잡음비가 커지더라도 줄지 않는 오류가 존재한다는 것을 확인할 수 있었다.

## 참 고 문 헌

1. Grand Alliance HDTV System Specification, submitted to the ACATS Technical Subgroup, Feb. 1994.
2. T. de Couasnon, R. Monnier, and J. B. Rault, "OFDM for digital TV broadcasting," *Signal Proces-*



ing, vol. 39, pp. 1-32, Jan. 1994.

3. T. de Couasnon, L. Danilenko, F. J. in der Smiten, and U. E. Kraus, "Results of the first digital terrestrial television broadcasting field-test in Germany," *IEEE Trans. Consumer Electronics*, vol. 39, pp. 668-675, Aug. 1993.
4. H. Sari, G. Karam, and I. Jeanclaude, "An analysis of orthogonal frequency-division multiplexing for mobile radio applications," *Proc. VTC'94*, Stockholm, Sweden, pp. 1635-1639, June 1994.
5. L. J. Cimini, Jr., "Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 33, pp. 665-675, July 1985.
6. G. Santella, "Bit error rate performance of M-QAM orthogonal multicarrier modulation in presence of time-selective multipath fading," *Proc. ICC'95*, Seattle, WA, pp. 1683-1688, June 1995.
7. N. A. B. Svensson, "On optimum and suboptimum coherent detection of continuous phase modulation on a two-ray multipath fading channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 35, pp. 1041-1049, Oct. 1987.
8. J. C.-I. Chuang, "The effects of time delay spread on portable radio communications with digital modulation," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 5, pp. 879-889, June 1987.
9. P. A. Bello, "Characterization of randomly time-variant linear channels," *IEEE Trans. Commun. Systems*, vol. 11 pp. 360-393, Dec. 1963.



鄭榮謨(Young Mo Chung)정회원

1964년 2월 15일생

1986년 2월:서울대학교 제어계측공학과 졸업(공학사)

1988년 2월:서울대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학석사)

1993년 2월:서울대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학박사)

1992년 4월~1994년 1월:서울대학교 제어계측공학과 조교

1994년 1월~1995년 2월:서울대학교 제어계측신기술 연구센터 연구원

1995년 3월~현재:한성대학교 정보전산학부 조교수  
주관심분야:이동통신, 디지털 HDTV 및 DAB 등의 전송기술

李商郁(Sang Uk Lee)

정회원

현재:서울대학교 전기공학부 교수

한국통신학회논문지 제20권 11호 참조