

# Undersampling 기법에 의한 AM 및 FM 신호의 디지털 복조기 설계와 특성

正會員 손 태 호\*, 박 종 연\*

## Digital Demodulator Design and Characteristics of AM and FM Signals by Undersampling Scheme

Tae Ho Sohn\*, Chong Yeun Park\* *Regular Members*

### 요 약

디지털 시스템에서 높은 샘플링 주파수는 방대한 데이터의 처리를 요구하므로, 이러한 시스템은 실시간 처리가 어렵다. 본 연구에서는 비선형 에너지-추적 신호 연산기를 사용하여 표본화 주파수를 낮출 수 있는 undersampling 기법에 의해서 4 종류의 AM/FM 복조기들을 설계하여 제안하였다. 특히, 이 시스템들을 조절이 가능한 undersampling 주파수 및 3dB 대역폭이 각각 주어지게 된다. 이 설계된 검파기들을 분석한 결과, 특성 및 오차의 측면에서 유용함을 밝혔다.

### ABSTRACT

As the digital system with high sampling rates is required to process numerous data, it is difficult to realize the real time processing for this system. By using the nonlinear energy tracking signal operator, in this paper four kinds of AM/FM demodulators are proposed and designed by the undersampling scheme of decreasing the sampling rate. Particularly, the undersampling frequency and 3dB bandwidth are controllable of these systems and their conditions are given respectively. Through the analysis of the designed detectors, useful results are obtained in respect to characteristics and errors.

### I. 서 론

일반적으로 AM(Amplitude Modulation) 및 FM

(Frequency Modulation) 신호의 검파는 원하지 않는 측파대 신호(sideband signal)와 잡음 및 DC성분을 제거하는 디지털 필터와 비선형 필터를 통과한 뒤, 디지털 저역통과 필터를 거쳐서 그 출력 신호로부터 우리가 원하는 변조파를 얻게 된다. 이러한 디지털 시스템의 샘플링 주파수는 보통 반송 주파수의 2배 이

\*강원대학교 전기공학과  
論文番號:96398-1223  
接受日字:1996年 12月 23日

상이 요구되므로 처리할 데이터 양이 많아지기 때문에 시스템이 복잡해지며 비효율적이게 된다.

기존 연구에서는 여기에 대한 방법으로 복소(complex) 디지털 샘플링 복조기를 구현했으나 샘플링 주파수를 줄일 수 없는 단점을 가졌다[2]. 그리고 AM과 FM을 복조하기 위해서 “비선형 에너지 추적 신호연산기(Nonlinear Energy Tracking Signal Operator)”[1]를 이용하여 undersampling에 의해 샘플링 주파수를 줄일 수 있는 가능성을 보였으며, 비선형 필터에 대한 수학적 유도 및 분석을 제시하였다[3, 4]. 최근에는 undersampling으로 AM 신호에 대해서 대역통과 샘플링 이론[5]이 만족하는 한 홀수 요소인  $(2n+1)$ 에 의해서 가능함을 보였으며 FM 신호에 대해서는 그 가능성을 시사하였다[6].

본 연구에서는 i) FIR HPF(High-Pass Filter)와 비선형 필터인 quadratic 필터(QF)[7], ii)HPF와 QF 및 FIR LPF(Low-Pass Filter), 및 iii) FIR BPF(Band-Pass Filter)와 QF로 각각 직렬 연결된 undersampling기법에 의한 유용한 4 종류의 AM/FM 디지털 복조기들을 설계하여 제안하였다. 그리고 이 설계된 복조기들에 대하여 AM 및 FM 신호를 비선형 추적 연산기를 사용하여 인접하게 등간격된 4개, 5개 및 9개의 샘플들과 등간격되지 않은 6개의 샘플들을 가지고 undersampling에 의해 정보신호를 검파할 수 있음을 보였다. 또한 이 복조회로들에 대한 특성 및 오차를 해석하고 검토하였다.

## II. AM/FM의 디지털 복조기 설계 및 시뮬레이션

### 2.1. 디지털 복조기의 구조

일반적으로 진폭변조된 신호(AM 신호)는 다음과 같다.

$$x(t) = V_c(1 + m \cdot s(t)) \cdot \cos(2\pi f_c t + \theta) \quad (1)$$

여기에서  $V_c$ : 반송파의 진폭

$m$ : 변조지수(Modulation Index),  $0 < m \leq 1$

$s(t)$ : 변조파(Modulating Wave)

$f_c$ : 반송파(Carrier Wave)

$\theta$ : Constant Phase Offset

식 (1)로부터 AM의 이산 신호  $x(n)$ 은 다음과 같다.

$$x(n) = V_c(1 + m \cdot s(n)) \cdot \cos(\Omega_c n + \theta) \quad (2)$$

여기에서 디지털 반송주파수  $\Omega_c = 2\pi f_c T$  [radian]이며,  $0 \leq \Omega_c \leq \pi$ 이다. 이러한 AM 신호에 대한 에너지 연산기  $\Psi$ 의 단순한 적용을 위해서 등간격된 간단한 3개의 샘플들을 가정하면

$$\begin{aligned} x(n) &= A \cdot \cos(\Omega n + \theta) \\ x(n-3) &= A \cdot \cos(\Omega(n-3) + \theta) \\ x(n+3) &= A \cdot \cos(\Omega(n+3) + \theta) \end{aligned} \quad (3)$$

와 같다. 여기에서  $\Omega$ 는 디지털 주파수이고, 샘플  $x(n-3)$ 과  $x(n+3)$ 의 곱을 정리하면

$$\begin{aligned} x(n-3) \cdot x(n+3) &= A^2 \cos^2(\Omega n + \theta) - A^2 \sin^2(\Omega) \\ &\cdot \left[ \cos^2(\Omega) - \frac{1}{4} \right]^2 \\ &= x^2(n) - A^2 \sin^2(\Omega) \cdot \left[ \cos^2(\Omega) - \frac{1}{4} \right]^2 \end{aligned} \quad (4)$$

이므로, 식 (3)의 3개의 샘플들에 대한 출력에 해당하는 에너지인 비선형 에너지 추적 연산기는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Psi[x(n)] &\equiv \Psi[A \cdot \cos(\Omega n + \theta)] \\ &\equiv x^2(n) - x(n-3) \cdot x(n+3) \\ &= A^2 \sin^2(\Omega) \cdot \left[ \cos^2(\Omega) - \frac{1}{4} \right]^2 \end{aligned} \quad (5)$$

이것을 응용하여 어떤 두 신호들  $a(n)$ 과  $b(n)$ 에 대한 에너지 연산기는 [3]에 의해서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \Psi[a(n) \cdot b(n)] &= a^2(n) \cdot \Psi[b(n)] + b^2(n) \cdot \Psi[a(n)] \\ &\quad - \Psi[a(n)] \cdot \Psi[b(n)] \end{aligned} \quad (6)$$

여기에서 신호파를  $s(n) = \cos(\Omega_m n)$ , 변조지수를  $m$ 이라고 하면, 식 (6)에서  $a(n) = V_c(1 + m \cdot s(n))$  및  $b(n) = \cos(\Omega n + \theta)$ 일 때, 등간격된 3개의 샘플들  $x(n)$ ,  $x(n-3)$  및  $x(n+3)$ 에 대한 에너지 연산기를 적용하면 근사적으로 다음의 결과식을 얻을 수 있다.

$$\Psi [a(n) \cdot b(n)] = x^2(n) - x(n-3) \cdot x(n+3) \quad (7)$$

$$\approx a^2(n) \cdot \sin^2(\Omega) \cdot \left[ \cos^2(\Omega) - \frac{1}{4} \right]^2$$

FM의 경우에 일반적인 이산 신호는 다음과 같다.

$$x(n) = \cos[\Omega_c n + 2\pi k_f \int_0^n s(\tau) d\tau + \theta] \quad (8)$$

$$= \cos[\Omega_c n + \beta \sin(\Omega_m n) + \theta]$$

여기에서  $k_f$ : 주파수 편이계수(Frequency Deviation Constant)

$s(n)$ : FM 신호파(FM Information Signal)

$\beta$ : FM 변조지수(FM Modulating Index),  $0 < \beta \leq 10$

$\Omega_c$ : 이산 반송파(Discrete-time Carrier Frequency)

$\Omega_m$ : 이산 신호파(Discrete-time Message Frequency)

AM에서처럼 3개의 등간격된 샘플들 즉,  $x(n)$ ,  $x(n-3)$  및  $x(n+3)$ 에 의한 식 (8)의 에너지 연산기에 대한 근사적인 결과식은 다음의 식 (9)와 같다.

$$\Psi [x(n)] = \Psi [\cos(\Omega_c n + \beta \sin(\Omega_m n) + \theta)]$$

$$= x^2(n) - x(n-3) \cdot x(n+3) \quad (9)$$

$$\approx \sin^2(D) \cdot \left[ \cos^2(D) - \frac{1}{4} \right]^2$$

여기에서 신호파를  $s(n) = \cos(\Omega_m n)$ 이라할 때  $D = \Omega_c + \beta \Omega_m \cdot s(n)$ 이다.

기존 논문에서는 AM 및 FM 신호로부터 변조파를 등간격된 3개의 샘플들[3], 그리고 AM 신호로부터 등간격된 5개의 샘플들[6]을 가지고 근사적으로 검파가 가능함을 보였다. 본 연구에서는 이산신호  $x(n)$ 이 인접하게 등간격된 4개, 5개와 9개의 샘플들 및 등간격 안된 6개의 샘플들에 의해 AM/FM 복조회로들을 다음과 같이 설계하였다.

$$\Psi_4 [x(n)] = g_4(n) \quad (10a)$$

$$= (x_1 - x_2)^2 - (x_0 - x_1) \cdot (x_2 - x_3)$$

$$\Psi_5 [x(n)] = g_5(n)$$

$$= (x_1 - x_2)^2 - (x_0 - x_1) \cdot (x_2 - x_3) \quad (10b)$$

$$+ (x_2 - x_3)^2 - (x_1 - x_2) \cdot (x_3 - x_4)$$

$$\Psi_9 [x(n)] = g_9(n) \quad (10c)$$

$$= (x_3 - x_4)^2 - (x_0 - x_1) \cdot (x_6 - x_7)$$

$$+ (x_4 - x_5)^2 - (x_1 - x_2) \cdot (x_7 - x_8)$$

$$\Psi_6 [x(n)] = g_6(n) \quad (10d)$$

$$= (x_3 - x_5)^2 - (x_0 - x_2) \cdot (x_6 - x_8)$$

여기에서  $g(n)$ 은 AM 또는 FM 디지털 복조기의 출력신호이고, 변조된 신호  $x_i = x(n-i)$ , ( $i = 0, 1, 2, \dots, 8$ )이며, 이러한 비선형 에너지 추적 신호연산기를 이용하여 AM신호의 진폭 포락선(Amplitude Envelope) 및 FM 신호의 순시 주파수(Instantaneous Frequency)를 근사적으로 추정할 수 있다. 이 식들에 대한 AM/FM의 디지털 복조회로들은 각각 그림 1에 나타내었다.

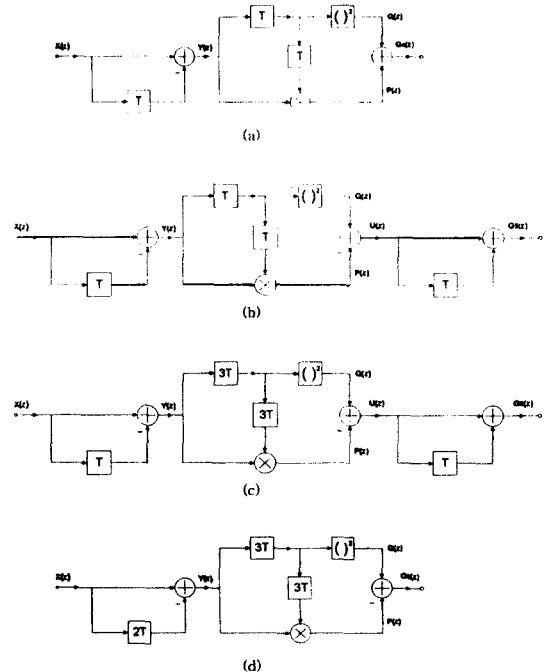


그림 1. 제안된 AM/FM의 디지털 복조기  
 Fig. 1. Proposed digital demodulator of AM/FM  
 (a) HP-Q1 (b) HP-Q1-LP  
 (c) HP-Q3-LP (d) BP-Q3

식 (10a)로부터 그림 1(a)는 prefilter 로써 FIR 고역 통과 필터를, 그리고 비선형 필터(4개의 샘플)로 구성 되고, 식 (10b)에 의한 그림 1(b)는 그림 1(a)의 회로에 다 맨 뒷단에 running sum인 단순한 FIR 저역통과 필터(5개의 샘플)를 직렬 연결한 복조기들을 제안하였다. 또한 그림 1(c)는 그림 1(b)와 비슷한 구조로 식 (10c)로부터 총 9개의 샘플로 구성된 복조기이다. 그림 1(d)는 식 (10d)로부터 FIR 대역통과 필터와 quadratic 필터(6개의 샘플)로 설계된 회로이다.

이렇게 설계된 회로 및 비선형 에너지 추적 신호 연산기를 이용하여 undersampling에 의하여 AM 및 FM 신호들로부터 변조파를 각각 검파하는 과정은 다음과 같다.

### 2.2. AM 디지털 복조기의 표본화 주파수

식 (2)에서의 정보신호를 추정하기 위해서, 이 식을 식 (10a)~(10d)에 각각 적용하여 구한 결과는 다음과 같고 같다.

$$\Psi_4[x(n)] = \Psi[a(n) \cdot \cos(\Omega_c n + \theta)] \quad (11a)$$

$$\approx 2V_c^2 \cdot a^2(n) \cdot \frac{\sin^4(\Omega_c)}{1 + \cos(\Omega_c)}$$

$$\Psi_5[x(n)] \approx 4V_c^2 \cdot a^2(n) \cdot \sin^2(\Omega_c) \cdot [1 - \cos(\Omega_c)] \quad (11b)$$

$$\Psi_9[x(n)] \approx 4V_c^2 \cdot a^2(n) \cdot \frac{\sin^4(\Omega_c)}{1 + \cos(\Omega_c)} \cdot \left[\cos^2(\Omega_c) - \frac{1}{4}\right]^2 \quad (11c)$$

$$\Psi_6[x(n)] \approx 4V_c^2 \cdot a^2(n) \cdot \sin^2(\Omega_c) \cdot \left[\cos^2(\Omega_c) - \frac{1}{4}\right]^2 \quad (11d)$$

여기에서 신호파  $s(n) = \cos(\Omega_m n)$ 이라할 때,  $a(n) = 1 + m \cdot s(n)$ 이며, 이 식에서 디지털 주파수  $\Omega_c = 2\pi f_c T$  [radian]이고, 표본화 시간을  $T = 1/(4f_c)$ 라고하면  $\sin^2(\Omega_c) = 1$  또는  $\sin^2(\Omega_c) \cdot [1 - \cos(\Omega_c)] = 1$ 이 된다. 이것을 만족하는  $\Omega_c$  값은  $\cos(\Omega_c) = 0$ 이므로 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$\Omega_c = \frac{(2n+1)\pi}{2} \quad (n: \text{양의정수}) \quad (12)$$

여기에서  $(2n+1)$ 은 제안된 AM 복조기에서의 undersampling factor이다. 또한 식 (12)로부터  $2\pi f_c T = (2n+1)$

$\pi/2$ 이므로 샘플링 주파수는 식 (13)과 같이 쓸 수 있다.

$$f_s = \frac{1}{T} = \frac{4f_c}{2n+1} \quad (13)$$

식 (2)의 AM파에서 우리가 원하는 변조파  $s(n)$ 은 식 (10) 및 (11)로부터 각각 구할 수 있으며, 그 결과식 들은

$$s_4(n) = \frac{\sqrt{g_3(n)/2} - V_c}{V_c \cdot m} \quad (14a)$$

$$s_5(n) = \frac{\sqrt{g_5(n)} - 2V_c}{2V_c \cdot m} \quad (14b)$$

$$s_9(n) = \frac{\sqrt{g_9(n)} - 2V_c \cdot \left[\cos^2(\Omega_c) - \frac{1}{4}\right] \cdot \sqrt{(1 - \cos(\Omega_c))}}{2V_c \cdot m \cdot \left[\cos^2(\Omega_c) - \frac{1}{4}\right] \cdot \sqrt{(1 - \cos(\Omega_c))}} \quad (14c)$$

$$s_6(n) = \frac{\sqrt{g_6(n)} - 2V_c \cdot \left[\cos^2(\Omega_c) - \frac{1}{4}\right]}{2V_c \cdot m \cdot \left[\cos^2(\Omega_c) - \frac{1}{4}\right]} \quad (14d)$$

와 같이 근사적으로 추정이 가능하게 된다. 그리고 이 필터의 3dB 대역폭(bandwidth)은 전력(에너지)의 비가 1/2로 되는 것이다. 따라서 식 (11a) 및 식 (11b)에서는  $\sin^2(\Omega_c) \cdot [1 - \cos(\Omega_c)] \leq 0.5$ 이며, 마찬가지로 식 (11c)와 식 (11d)의 각각에 대해서 부등식들을 풀면 다음을 얻을 수 있다.

$$\frac{2f_c}{n+0.83} \leq f_s \leq \frac{2f_c}{n+0.37} \quad (15a)$$

$$\frac{2f_c}{n+0.6} \leq f_s \leq \frac{2f_c}{n+0.43} \quad (15b)$$

$$\frac{2f_c}{n+0.58} \leq f_s \leq \frac{2f_c}{n+0.42} \quad (15c)$$

여기에서 full sampling인 경우( $n=0$ )에 식 (13)으로부터 샘플링 주파수는 반송파의 4배임을 알 수 있다.

### 2.3. AM 디지털 복조기의 시뮬레이션

그림 1의 필터들은 잡음 및 DC를 포함한 원하지 않는 측파대 신호를 제거시킨다. 이러한 제안된 복조기의 입력신호로 반송파의 최대크기의 10%에 해당

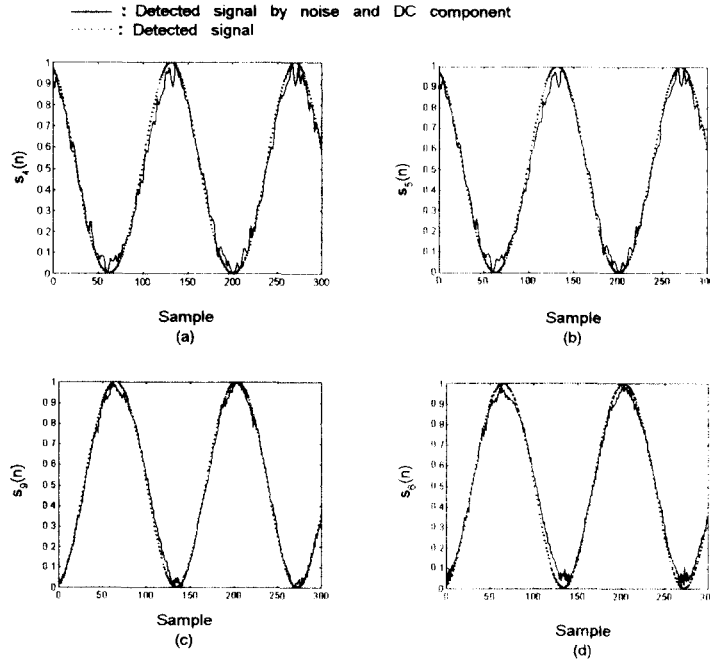


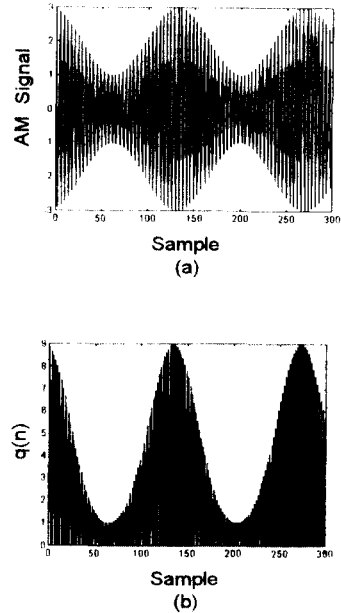
그림 2. AM 디지털 복조기로부터 얻은 검파신호들  
 Fig. 2. Detected signals obtained from digital AM demodulator

- (a) HP-Q1 (b) HP-Q1-LP
- (c) HP-Q3-LP (d) BP-Q3

하는 백색 가우시안 잡음 및 DC 성분을 혼합하였을 경우에, 이것을 통해 검출된 신호파를 50% 변조하여 simulation한 결과는 그림 2와 같다.

이때 변조파는 0.5 KHz일 때이며, 710 KHz의 반송파에  $DC = 4V$ 인 성분을 섞은 것을 입력으로 하였다. 또한  $n = 20$ 의 경우로 샘플링 주파수는 약 69 KHz가 된다. ( $m = 0.5, V_c = 1$ 의 경우임.)

그림 1에서 비선형 필터인 quadratic 필터는 antiphase 성질을 가지며 기본파와 제 2 고조파 성분을 포함한 신호  $q(n)$ 과  $p(n)$ 으로부터 위상을 맞춘 상쇄로 인하여 제 2 고조파가 제거되어 출력신호  $g(n)$ 을 얻게 된다. 이것은 제곱검파로  $s^2(n)$ 을 검파하여 우리가 원하는  $s(n)$ 을 구할 수 있게 된다. 그림 3은 그 예로써 그림 1(d)의 회로에  $x(n)$ 의 AM신호를 인가했을 경우에 비선형 필터의  $p(n)$ ,  $q(n)$  및 복조기 출력  $g_0(n)$ 을 그린 것이다. (여기에서  $n = 20, m = 0.5, V_c = 1, f_c = 710KHz, f_m = 0.5KHz, f_s = 69KHz$  일 때임.)



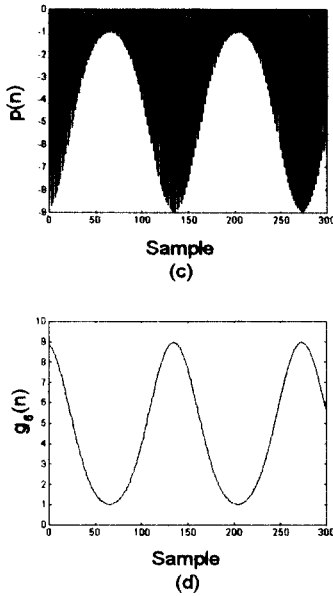


그림 3. 디지털 AM 복조기의 출력신호  
 Fig. 3. Output signal of digital AM demodulator  
 (a) 입력신호  $x(n)$  (b) 신호  $q(n)$   
 (c) 신호  $p(n)$  (d) 복조기의 출력신호

2.4. FM 디지털 복조기의 표본화 주파수

FM 신호로부터 정보신호  $s(n)$ 의 검파는 AM 복조기에서와 비슷한 방법으로 식 (8)을 식 (10a)~(10d)에 각각 대입하여 근사적으로 추정할 수 있다. 이로부터 구한 FM 복조기의 출력 신호들은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Psi_4[x(n)] &= \Psi[\cos(\Omega_c n + \beta \sin(\Omega_m n) + \theta)] \\ &\approx 2 \sin^2(B) \cdot [1 - \cos(B)] \quad (16a) \\ &= \frac{2 \sin^4(B)}{1 + \cos(B)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_5[x(n)] &\approx 4 \sin^2(B) \cdot [1 - \cos(B)] \quad (16b) \\ &= \frac{2 \sin^4(B)}{1 + \cos(B)} \end{aligned}$$

$$\Psi_9[x(n)] \approx 4 [1 - \cos(B)] \cdot \sin^2(B) \cdot \left[ \cos^2(B) - \frac{1}{4} \right]^2 \quad (16c)$$

$$\Psi_6[x(n)] \approx 4 \sin^2(B) \cdot \left[ \cos^2(B) - \frac{1}{4} \right]^2 \quad (16d)$$

여기에서  $B = \Omega_c + \beta \Omega_m \cdot s(n)$ 이며, 식 (16)과 식 (10)

으로부터 식 (8)에서의 정보신호  $s(n)$ 을 근사적으로 검파가 가능하게 된다. 만일 식 (16a)에서 i)  $1 - \cos(B) = 1$ , ii)  $\sin^2(B) = 1$ , iii)  $\sin^4(B) = 1$ , 및 iv)  $1/(1 + \cos(B)) = 1$ 일 경우에 4가지의 FM 변조파로부터 복조된 원래의 신호를 얻을 수 있으며, 그 근사식들은

$$s_{41}(n) = \frac{\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{g_4(n)}{2}}\right) - \Omega_c}{\beta \Omega_m} : \text{HP1-Q1} \quad (17a) \quad (0 \leq g_4(n) \leq 2)$$

$$s_{42}(n) = \frac{\cos^{-1}\left(1 - \frac{g_4(n)}{2}\right) - \Omega_c}{\beta \Omega_m} : \text{HP2-Q1} \quad (17b) \quad (0 \leq g_4(n) \leq 4)$$

$$s_{43}(n) = \frac{\cos^{-1}\left(\frac{2}{g_4(n)} - 1\right) - \Omega_c}{\beta \Omega_m} : \text{HP3-Q1} \quad (17c) \quad (g_4(n) \geq 1)$$

$$s_{44}(n) = \frac{\sin^{-1}\left({}^4\sqrt{\frac{g_4(n)}{2}}\right) - \Omega_c}{\beta \Omega_m} : \text{HP4-Q1} \quad (17d) \quad (0 \leq g_4(n) \leq 2)$$

이며, 또한 같은 방법으로 식 (16b) 및 식 (10b)로부터 FM 신호파를 구하면 식 (17)과 유사한 다음의 4가지의 검파된 신호들을 얻게 된다.

$$s_{51}(n) = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{g_5(n)}{2}\right) - \Omega_c}{\beta \Omega_m} : \text{HP1-Q1-LP} \quad (18a) \quad (0 \leq g_5(n) \leq 4)$$

$$s_{52}(n) = \frac{\cos^{-1}\left(1 - \frac{g_5(n)}{4}\right) - \Omega_c}{\beta \Omega_m} : \text{HP2-Q1-LP} \quad (18b) \quad (0 \leq g_5(n) \leq 8)$$

$$s_{53}(n) = \frac{\cos^{-1}\left(\frac{4}{g_5(n)} - 1\right) - \Omega_c}{\beta \Omega_m} : \text{HP3-Q1-LP} \quad (18c) \quad (g_5(n) \geq 2)$$

$$s_{54}(n) = \frac{\sin^{-1}\left({}^4\sqrt{\frac{g_5(n)}{4}}\right) - \Omega_c}{\beta \Omega_m} : \text{HP4-Q1-LP} \quad (18d) \quad (0 \leq g_5(n) \leq 4)$$

마찬가지로 식 (16c) 및 (16d)는 각각 식 (10c), (10d)에서 검파된 신호를 구할 수 있으며, 그 결과식들은 각각 다음과 같다.

$$s_9(n) = \frac{\cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{g_9(n)}{4} + \frac{1}{4}}\right) - \Omega_c}{\beta\Omega_m} : \text{HP-Q3-LP} \quad (19)$$

(0 ≤ g<sub>9</sub>(n) ≤ 2.25)

$$s_6(n) = \frac{\cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{g_6(n)}{4} + \frac{1}{4}}\right) - \Omega_c}{\beta\Omega_m} : \text{BP-Q3} \quad (19)$$

(0 ≤ g<sub>6</sub>(n) ≤ 2.25)

식 (16)으로부터 식 (17) 및 (18)과 같이 각각 4가지의 검파신호들을 유도하는 과정에서 이것들에 대한 공통적인 해는 cos(B) = 0이므로

$$\Omega_c + \beta\Omega_m \cdot \cos(\Omega_m n) = \frac{(2m+1)\pi}{2} \quad (m: \text{양의정수}) \quad (21)$$

이 된다. 여기에서 Ω<sub>m</sub>n < π/4라면, Taylor 정리로부터 cos(Ω<sub>m</sub>n) ≈ 1이므로, 식 (21)로부터 샘플링 주파수는

$$f_s = \frac{1}{T} = \frac{4(f_c + \beta f_m)}{2m+1} \quad (22)$$

이며, 여기에서 (2m+1)은 제안된 FM 복조기에서의 undersampling factor이다.

제안된 FM 복조기들에서의 3dB 대역폭(bandwidth)은 AM 복조기에서와 비슷한 방법으로 식 (16a) 및 (16b)를 이용하여 풀면

$$\frac{2(f_c + \beta f_m)}{m+0.83} \leq f_s \leq \frac{2(f_c + \beta f_m)}{m+0.37} \quad (23)$$

이다. 또한 B ≈ Ω<sub>c</sub> + βΩ<sub>m</sub>이라고 할 때, 식 (16c) 및 (16d)의 경우는 각각에 대하여 다음의 부등식

$$(1 - \cos(B)) \cdot \sin^2(B) \cdot (\cos^2(B) - 0.25) \leq 0.5$$

$$\sin^2(B) \cdot (\cos^2(B) - 0.25) \leq 0.5$$

으로부터 다음의 관계식을 각각 구할 수 있다.

$$\frac{2(f_c + \beta f_m)}{m+0.6} \leq f_s \leq \frac{2(f_c + \beta f_m)}{m+0.43} \quad (24)$$

$$\frac{2(f_c + \beta f_m)}{m+0.58} \leq f_s \leq \frac{2(f_c + \beta f_m)}{m+0.42} \quad (25)$$

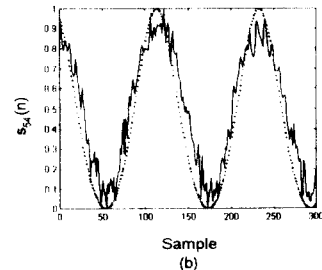
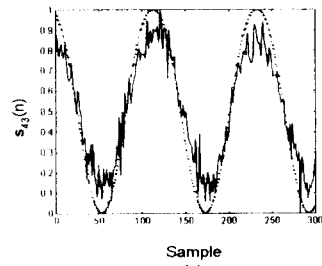
여기에서 full sampling인 경우(m=0)에 f<sub>c</sub> ≫ βf<sub>m</sub>이라면, 식 (22)로부터 샘플링 주파수는 근사적으로 반송주파수의 4배임을 알 수 있다.

### 2.5. FM 디지털 복조기의 시뮬레이션

FM 신호파는 식 (17)~(20)을 이용하여 식 (8)의 FM 신호를 그림 1과 같이 제안된 복조기를 통해 검파하였다. 여기에서 DC성분의 크기는 4로 하고, 백색가우시안 잡음은 최대 반송파 크기의 10%로 하여 입력신호에 혼합하였으며, f<sub>m</sub> = 1 KHz, f<sub>c</sub> = 90 MHz인 경우에 50%(β = 5) 변조하여 simulation한 결과를 그림 4에 나타내었다. 이 경우에 샘플링 주파수는 m = 1500일 때이므로 약 120 KHz이다.

AM에서와 마찬가지로, 제안된 복조기들에서 FM 신호가 quadratic 필터를 통과하게 되면, 제2고조파는 제거되어 우리가 원하는 기본신호를 얻을 수 있다.

— : Detected signal by noise and DC component  
 ..... : Detected signal



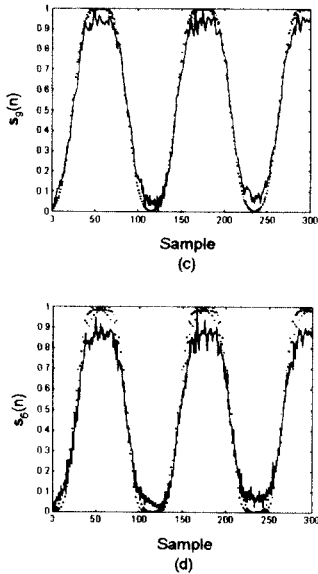


그림 4. 디지털 FM 복조기로부터 얻은 검파신호들  
 Fig. 4. Detected signals obtained from digital FM demodulator  
 (a) HP-Q1 (b) HP-Q1-LP  
 (c) HP-Q3-LP (d) BP-Q3

이 출력신호로부터 식 (17)~(20)을 이용하여 FM 신호로부터 변조파를 근사적으로 검파할 수 있다. 예를 들어 그림 1(a) 회로에서 식 (8)의  $x(n)$ 을 입력으로 하였을 때에  $m=1500$ ,  $f_c=90\text{ MHz}$ , 및  $f_m=1\text{ KHz}$ 인 경우, 50% 변조시 비선형 필터에서의  $q(n)$ ,  $p(n)$  및 출력  $g_s(n)$ 을 그림 5에 도시하였다.

### III. 검파기들의 특성해석

AM 또는 FM의 신호파  $s(n)=\cos(\Omega_m n)$ 과 그림 1에서 제안된 복조회로에서 근사적으로 검파된 변조파의 Error를 RMS(Root Mean Square)로 계산하여 신호의 전력을 1로 가정했을 때, 다음의 식 (26) 및 (27)의 SER(Signal to Error Ratio)을 샘플링 주파수를 변화시켜 수치해석하였다.

$$SER_1 = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \{s(n) - s_d(n)\}^2}} \quad (26)$$

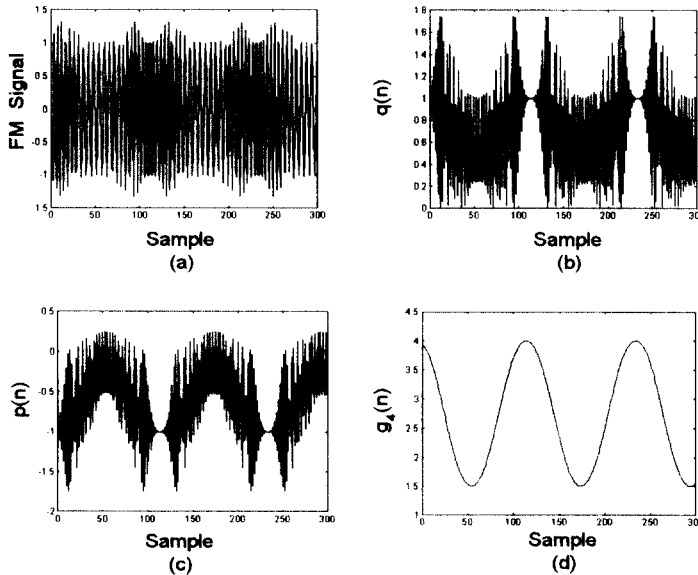


그림 5. 디지털 FM 복조기의 출력신호  
 Fig. 5. Output signal of digital FM demodulator  
 (a) 입력신호  $x(n)$  (b) 신호  $q(n)$   
 (c) 신호  $p(n)$  (d) 복조기의 출력신호



여기에서  $s(n)$ : 변조 신호

$s_d(n)$ :  $\Psi[x(n)]$ 으로부터 구한 검파신호

$x(n)$ : AM 또는 FM 신호

$$SER_2 = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \{s(n) - s_d(n)\}^2}} \quad (27)$$

여기에서  $s_n(n)$ :  $\Psi[x_n(n)]$ 으로부터 구한 검파신호

$x_n(n)$ : AM 또는 FM 신호에 잡음 및 DC성분을 섞은 신호

그리고 기존의 등간격된 5개의 샘플을 사용한 방법과 제안된 복조회로들 즉, 등간격된 4개의 샘플(HP-Q1), 5개의 샘플(HP-Q1-LP), 9개의 샘플(HP-Q3\_LP) 및 등간격되지 않은 6개의 샘플(BP-Q3)로 AM 및 FM 신호를 근사적으로 검파한 신호들에 대하여 각각 오차를 비교하여 나타내었다.

### 3.1. AM 복조기의 SER

제안된 undersampling에 의한 복조시스템의 출력 신호로부터 식 (14)를 이용하여 근사적으로 변조파를 각각 얻을 수 있다. 이렇게 얻은 변조파는 원래의 변조파와의 오차를 비교하는 방법으로 식 (26)을 사용하여 표본화 주파수별로 이 오차를 그림 6(a)에 나타내었다. 여기에서 식 (26)의  $s_d(n)$ 은 식 (14)에서 처럼 AM신호  $x(n)$ 으로부터 제안된 복조기를 통해 검파과정을 거쳐 얻게된 변조파이다. 이 결과로 볼 때, 제안된 방법이 오차가 적어 특성이 우수함을 알 수 있다.

그리고 식 (27)에서  $s_n(n)$ 은 최대 반송파 크기의 20%에 해당하는 백색 가우시안 잡음 및 크기가 4인 DC 성분을 식 (2)의 AM 신호에 혼합한 것을 제안된 복조기들에 입력신호로 하였을 경우에 식 (14)를 사용하여 얻게된 검파신호이다. 비슷한 방법으로 여기에 대한 오차로써 식 (27)을 이용하였으며, 표본화 주파수에 따라 수치해석된 결과를 그림 6(b)에 도시하였다. 이 결과, 제안된 방법이 잡음 및 DC가 섞인 입력에 대해서 신호파를 검파하는 성능이 보다 우수함을 볼 수 있다. 여기에서  $f_c = 710 \text{ KHz}$  및  $f_m = 0.5 \text{ KHz}$ 일 때이며, 50% 변조 ( $m = 0.5$ )한 경우이다.

### 3.2. FM 복조기의 SER

AM 복조기에서와 비슷한 방법으로 undersampling 기법에 의해 설계된 복조기로부터 얻게된 검파신호들, 즉 식 (17)~(20)을 사용하여 식 (26)의 SER을 수치 해석하여 나타내면 그림 7(a)와 같다. 이것은 제안된 방법이 출력신호를 추정하는 오차가 적음을 보여 주며, 그림 7(b)는 백색 가우시안 잡음의 크기를 반송 주파수의 최대크기의 20%로 하였으며,  $f_m = 1 \text{ KHz}$ ,  $f_c = 90 \text{ MHz}$  및  $DC = 4V$ 인 경우에 50% ( $\beta = 5$ ) 변조하여 표본화 주파수별로 수치해석한 결과를 도시하였다. 이 결과로 제안된 undersampling에 의한 복조기들이 우수함을 볼 수 있다. 그림 (c) 및 (d)는 원래의 변조파와 제안된 시스템에서 검파된 변조파의 오차를 식 (17) 및 (18)로부터 각각 식 (27)의 SER을 역시 샘플링 주파수에 따라 구하여 나타낸 결과이다.

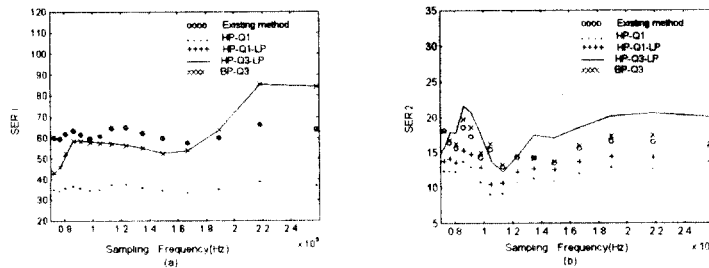


그림 6. Undersampling에 의한 AM 복조기의 SER  
Fig. 6. SER of AM demodulator by undersampling  
(a)  $SER_1$  (b)  $SER_2$

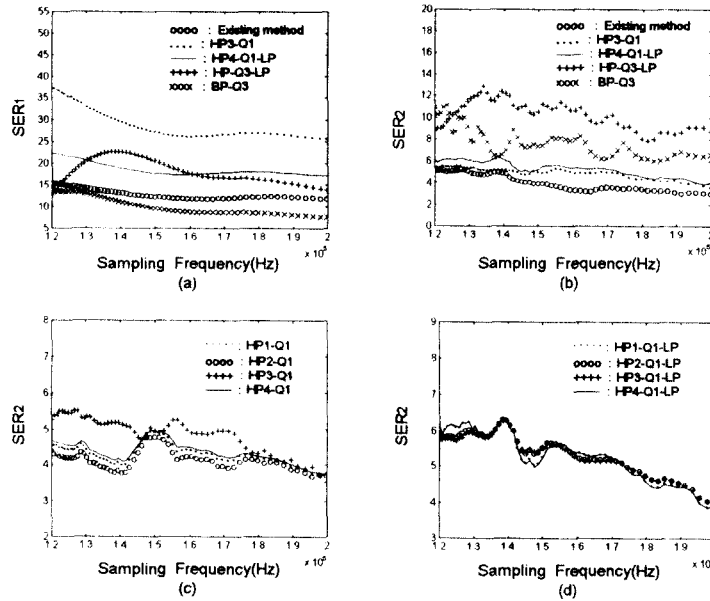


그림 7. Undersampling에 의한 FM 복조기의 SER

Fig. 7. SER of FM demodulator by undersampling

(a)  $SER_1$  (b)  $SER_2$

(c)  $SER_2$ : HP-Q1 (d)  $SER_2$ : HP-Q1-LP

#### IV. 결 론

본 연구에서는 비선형 에너지 추적 신호 연산기를 이용하여 AM 및 FM 디지털 복조기의 undersampling 주파수를 각각 구했으며, i) FIR HPF와 quadratic 필터(QF), ii) HPF와 QF 및 FIR LPF, iii) FIR BPF와 QF로 구성된 단순한 구조를 갖는 유용한 4 종류의 AM/FM 디지털 복조시스템들을 설계하여 제안하였다. 즉, 인접하게 등간격된 4개, 5개 및 9개의 샘플들과 등간격되지 않은 6개의 샘플들을 가지고 AM 또는 FM 신호를 비선형 추적 연산기를 사용하여 undersampling에 의해 정보신호를 검파할 수 있음을 보였다. 특히, 설계된 AM 및 FM 디지털 복조기들을 조절할 수 있는 undersampling 주파수 및 3 dB 대역폭이 각각 주어지게 된다.

입력으로 가우시안 잡음 및 DC 성분을 섞었을 경우에 undersampling 기법에 의해 설계된 AM/FM 디지털 복조시스템들의 특성 및 오차를 해석하여 모의 실험한 결과, 본 연구에서 제안된 AM/FM 디지털 복

조기들이 유용함을 보였다.

#### 참 고 문 헌

1. J. F. Kaiser, "On a Simple Algorithm to Calculate the 'Energy' of a Signal", *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing*, Albuquerque, NM, pp. 381-384, Apr. 1990.
2. T. E. Thiel and C. J. Saulnier, "Simplified Complex Digital Sampling Demodulator", *Electronics Lett.*, Vol. 26, No. 7, pp. 419-421, March, 1990.
3. P. Maragos and J. Kaiser, T. F. Quatieri, "On Amplitude and Frequency Demodulation Using Energy Operators", *IEEE Trans. Sig. Proc.*, Vol. 41, No. 4, pp. 1532-1552, April, 1993.
4. A. C. Bovik and P. Maragos, "Conditions for Positivity of an Energy Operator", *IEEE Trans. Sig. Proc.*, Vol. 42, No. 2, pp. 469-471, Feb. 1994.
5. R. G. Vaughan, N. L. Scott, and D. R. White,

“The Theory of Bandpass Sampling”, IEEE Trans. Signal Process., Vol. 39, No. 9, pp. 1973-1984, Sep. 1991.

6. K. G. Larkin, “Efficient Demodulator for Bandpass Sampled AM Signals”, Electronics, Lett., Vol. 32, No. 2, pp. 101-102, Jan. 1996.

7. B. Picinbono, “Quadratic Filters”, Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech, Signal Process., pp. 298-301, 1982.



손 태 호(Tae-Ho Sohn) 정회원

1960년 1월 2일생

1991년 2월: 강원대학교 전기공학  
학과(공학사)

1993년 2월: 강원대학교 전기공학  
학과(공학석사)

1996년 2월: 강원대학교 전기공학  
학과(박사과정 수료)

※ 관심분야: 디지털 신호처리, 아날로그 및 디지털 통신, 이동통신



박 종 연(Chong-Yeun Park) 정회원

1951년 2월 13일생

1973년: 고려대학교 전자공학과  
(공학사)

1980년: 경북대학교 전자공학과  
(공학석사)

1984년: 경북대학교 전자공학과  
(공학박사)

1973년~1977년: KIST 연구원

1977년~1984년: 울산공과대학 전기 및 전자공학과  
교수

1984년~현재: 강원대학교 전기공학과 교수

1989년~1990년: UCLA 연구교수

※ 관심분야: 디지털 신호처리, A/D 변환기, 무선이동  
통신분야