

결함 센서를 갖는 선형 어레이의 방향 추정을 위한 보정 알고리즘

正會員 김 기 만*, 윤 대 희**

A Compensated Algorithm for Direction-of-Arrival Estimation of the Linear Array with Faulty Sensors

Ki-Man Kim*, Dae-Hee Youn** *Regular Members*

요 약

이 논문에서는 선형 어레이로 구성된 방향 탐지 시스템에서 결함 센서가 발생하였을 경우 발생하는 문제점들을 고찰하고, 시스템의 성능을 개선하기 위한 방법을 제안하였다. 여기서 결함 센서란 센서의 출력이 없거나 정상적으로 동작하는 센서에 비해 그 이득이 크게 감소되어 미세한 출력을 얻는 현상을 의미한다. 결함 센서 발생시에 기존의 방향 탐지 방법들의 성능은 크게 저하된다. 제안된 방법에서는 제한 조건을 만족하면서 공간 스펙트럼 값을 최대화하는 방향으로 보정 벡터값을 구하며, 이 보정 벡터를 이용하여 개선된 성능을 갖는 공간 스펙트럼을 얻는다. 제안된 방법의 성능을 고찰하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.

ABSTRACT

In this paper, some problems that occur from faulty elements in a direction finding system composed of the linear array are studied and the method which improves the performance is proposed. The faulty element means the sensor that has no output or highly reduced gain than other normal sensors. In the presence of faulty elements, the performance of the conventional direction finding methods is degraded. In the proposed method, the correcting vector is calculated by maximizing the spatial spectrum subject to a constraint. The compensated spatial spectrum is obtained by this vector. The computer simulations have been performed to study the performance of the proposed method.

*한국해양대학교 전자공학과
**연세대학교 전자공학과
論文番號: 96334-1029
接受日字: 1996年 10月 29日

I. 서 론

방향 추정 분야는 그동안 위상 배열 레이다로부터 근래 무선 통신(wireless communication)에 이르기까지 많은 연구가 이루어져 왔다[1]. 그 결과 고 분해(high resolution) 능력을 갖는 방법들이 제안되었고, 각 방법들에 대한 성능 분석이 이루어졌다[2, 3, 4, 5]. 그러나 대부분의 경우 이상적인 주변 환경을 가정하고 전개되었기 때문에 실제 상황과 이론치는 상당한 오차가 발생하였고, 이 오차로 인해 성능이 크게 저하되었다. 이러한 오차의 원인으로는 입사되는 신호 사이에 상관 관계가 존재하는 coherent 문제, 전방향성(omnidirectional) 센서들이 불규칙적으로 정해진 위치를 벗어나는 random error 문제, 지향 방향의 불일치로 인한 오차, 그리고 센서중 일부가 충격으로 인해 정상적인 동작을 하지 못하는 결합 센서 문제가 있다.

결합 센서란 여러 원인으로 인해 센서가 출력을 나타내지 않거나 센서가 가정된 방향성을 크게 벗어난 경우를 말한다. Ramsdale 등은 결합 센서를 제외한 나머지 정상적으로 동작하는 센서들 가운데 연속적으로 구성되는 집합으로 부어레이를 만든 뒤 각 부어레이 출력의 합을 평균하는 방법을 제안하였다[10]. 그러나 이 방법은 부어레이를 사용함으로써 결국 어레이의 aperture size를 감소시키는 단점을 갖고 있다. 다른 방법으로 공간 스펙트럼을 계산하는 과정에서 센서 출력의 자기 상관 행렬을 요구하는 경우 이 행렬의 toeplitz 특성을 이용하여 강제적으로 행렬을 toeplitz화 하여 성능을 개선할 수 있다[8]. 그러나 이 방법 역시 공간 스펙트럼상의 일관성이 떨어지게 되는 단점을 지니고 있다.

이 논문에서는 기존의 대표적인 방향 탐지 방법들이 결합 센서가 존재하는 어레이에서 어떻게 동작하는지 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 알아본다. 그리고 이러한 문제를 해결하기 위한 방법을 제안한다. 제안된 방법은 그동안 많은 연구가 이루어져 온 Capon의 방법과 MUSIC 방법에 기반을 두고 있으며, 보정 벡터를 갖는 공간 스펙트럼이 제한 조건을 만족하면서 최대가 되도록 하였다. 제안된 방법의 효율성을 입증하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.

이 논문에서는 N개의 센서로 구성된 선형 어레이(linear array) 시스템을 고려한다. 이때 각 센서 사이의 간격은 입사 신호의 반파장(half-wavelength) 거리를 가지며, K개의 입사 신호들은 모두 협대역인 평면파(plane wave)라고 가정한다. 그리고 어레이에 입사되는 각 신호 사이에는 상관 관계가 존재하지 않는다고 가정한다. 첫번째 센서 위치를 기준으로 할때 임의의 시각 n에서 i번째 센서의 출력은 다음과 같다.

$$x_i(n) = \sum_{m=1}^K s_m(n) a_i(\theta_m) + w_i(n) \quad i=1, 2, \dots, N \quad (1)$$

여기서 $s_m(n)$ 은 m째 입사 신호, $w_i(n)$ 은 i번째 센서에 첨가된 잡음 성분이다. 그리고 θ_m 은 어레이 수직면에 대한 m번째 신호의 입사 방향이고, $a_i(\theta_m)$ 은 아래와 같이 주어지는 i번째 센서에서 m번째 신호의 상대적인 위상 변이(phase shift)이다.

$$a_i(\theta_m) = \exp\left(\frac{j2\pi d(i-1) \sin \theta_m}{\lambda}\right) \quad (2)$$

위에서 d는 이웃한 센서 사이의 간격이며, λ 는 반송(carrier) 신호의 파장이다.

이 논문에서 고려된 기존의 방향 탐지 알고리즘들은 Capon의 방법[3]과 MUSIC 방법[4, 5]이다. 각 방법에서 공간 스펙트럼을 구하는 식들은 다음과 같다.

$$P_{ca}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}(\theta)} \quad (3)$$

$$P_{\mu}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \left(\sum_{k=K+1}^N \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H \right) \mathbf{a}(\theta)} \quad (4)$$

윗 식에서 윗첨자 H는 hermitian을 의미하며, $\hat{\mathbf{R}}$ 는 어레이 출력으로부터 추정된 자기 상관 행렬(autocorrelation matrix)이다. 이중 $\mathbf{v}_k(k=K+1, \dots, N)$ 는 자기 상관 행렬을 고유 분해(eigendecomposition)하였을 때 잡음 부공간에 해당되는 고유 벡터들이다. 그리고 $\mathbf{a}(\theta)$ 는 식 (2)에 주어진 값을 원소로 하는 각 방향에 대한 N차 조향(steering) 벡터이다.

$$\mathbf{a}(\theta) = [\mathbf{a}_1(\theta) \ \mathbf{a}_2(\theta) \ \dots \ \mathbf{a}_N(\theta)]^T \quad (5)$$

결합 센서가 발생하였을 경우 Capon의 방법에서는

II. 신호 모델링

공간 스펙트럼을 계산할 수 없다. 그 이유는 공간 스펙트럼을 계산하는 과정에서 자기 상관 행렬의 역행렬을 요구하기 때문이다. 즉 결함이 발생한 어레이의 자기 상관 행렬은 full rank를 갖지 못하며, 따라서 역행렬을 구할 수 없다.

Ⅲ. 보정 알고리즘

이 절에서는 어레이를 구성하고 있는 센서들 가운데 일부가 결함일 경우 이를 보정하는 방법을 제안한다. 제안된 방법을 기존의 방법중 많은 연구가 이루어진 MUSIC 방법과 Capon 방법에 적용하였다.

Capon 방법이나 MUSIC 방법은 공간 스펙트럼을 구하는 과정에서 자기 상관 행렬을 계산해야 하지만 결함 센서가 있는 경우 추정된 자기 상관 행렬은 full rank를 갖지 못하며, 따라서 역행렬을 구할 수 없거나 고유분해후 얻어진 고유 벡터도 정상치와 다른 값을 나타내게 된다. 이 문제를 해결하기 위해 보정 벡터 c 를 도입한다. 먼저 보정 벡터 c 를 포함하는 MUSIC 공간 스펙트럼은 다음과 같다.

$$P_{cm}(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta) \left(\sum_{k=K+1}^N v_k c^H c v_k^H \right) a(\theta)} \quad (6)$$

각 고유 벡터를 보정하기 위한 벡터 c 는 보정된 MUSIC 공간 스펙트럼이 최대값을 갖도록 구하며, 이는 윗식의 분모항이 최소가 되도록 하는 것과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } & \int_{-1}^1 a^H(r) \left(\sum_{k=K+1}^N v_k c^H c v_k^H \right) a(r) dr \\ & = \text{Minimize } c^H S c \end{aligned} \quad (7)$$

$$S = \sum_{k=K+1}^N \text{diag}(v_k) \left(\int_{-1}^1 a^*(r) a^T(r) dr \right) \text{diag}(v_k) \quad (8)$$

윗식에서 윗첨자 *는 공액복소수를 의미하며, $\text{diag}(v_k)$ 는 고유벡터 v_k 의 원소를 대각항으로 하는 대각 행렬이다. 그리고 변수 r 은 다음과 같은 함수이다.

$$r = \sin(\theta) \quad (9)$$

위의 방법에 있어서 성능을 더욱 개선시키려면 식 (8)

에서 모든 방향에 대하여 적분하지 않고 신호원이 존재 가능한 범위내에서만 적분하면 된다. 결함이 발생한 위치는 알고 있다고 가정하면 다음과 같은 제한 조건을 갖는다.

$$c^H f = N - M \quad (10)$$

M 은 어레이내에 포함된 결함 센서의 수이며, 벡터는 정상적으로 동작하는 센서 위치에는 1, 결함 센서에 대응되는 위치에는 0을 갖는 N 차 벡터이다. 이제 보정 벡터 c 를 구하기 위해서 Lagrange multiplier를 도입한다. Lagrange multiplier를 갖는 비용 함수(cost function) H 를 다음과 같이 정의한다.

$$H = c^H S c + \beta(c^H f - (N - M)) \quad (11)$$

윗식을 보정 벡터 c 에 대해 미분한 뒤 그 결과를 0으로 놓으면 보정 벡터 c 는 다음과 같다.

$$c = -\frac{\beta}{2} S^{-1} f \quad (12)$$

윗식의 양변에 f 를 곱하면 제한 조건으로부터 Lagrange multiplier β 를 구할 수 있고, 보정 벡터 c 는 아래와 같이 얻어진다.

$$c = \frac{(N - M) S^{-1} f}{f^H S^{-1} f} \quad (13)$$

위의 보정 벡터를 이용하면 결함 센서 발생시 보정된 MUSIC 공간 스펙트럼을 얻는다.

Capon의 방법에서는 역행렬의 계산을 요구하지만 결함 센서가 있는 경우 역행렬을 계산할 수 없다. 일반적으로 역행렬과 고유치, 고유벡터 사이의 관계는 다음과 같다.

$$\hat{R}^{-1} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\lambda_k} v_k v_k^H \quad (14)$$

그러나 결함 센서를 갖는 경우 자기 상관 행렬을 고유분해하면 결함 센서 수 만큼 0인 값을 갖는 고유치를 나타낸다. 따라서 이에 대응하는 항들을 제외하고 보정된 역행렬을 구하여 Capon 방법에 적용한다.

$$P_{cc}(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta) \left(\sum_{k=1}^{N-M} \frac{1}{\lambda_k} v_k c^H c v_k^H \right) a(\theta)} \quad (15)$$

IV. 컴퓨터 시뮬레이션 및 결과 고찰

이 절에서는 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안된 방법의 성능을 고찰한다. 반파장 간격으로 배열된 8 개의 센서로 구성되는 선형 어레이를 고려하였으며, 이 어레이에 두 방향으로부터 신호가 입사한다고 가정하였다. 먼저 8개의 센서중 두 번째 센서와 다섯 번째 센서에 결함이 발생하였을 경우 고전적인 방법인 Bartlett 방법과 MUSIC 공간 스펙트럼을 그림 1에 나타내었다. 이때 각 신호의 입사 방향은 어레이의 수직면에 대해 -10° 와 20° 이며, 신호 대 잡음비는 각각 10 dB로 하였다. 그림은 공간 스펙트럼의 분해능력이 크게 저하됨을 나타낸다.

그림 2에는 제안된 방법을 Capon 방법과 MUSIC 방법에 적용한 결과를 기존의 방법인 부어레이 처리 방법과 비교하여 나타내었다. 그림에서 부어레이 처리 방법의 성능에 비교해서 제안된 두 방법 모두 모든 방향의 신호를 추정하고 있음을 볼 수 있다. 이는 부어레이 처리시 정상 동작하는 연속적인 센서군은

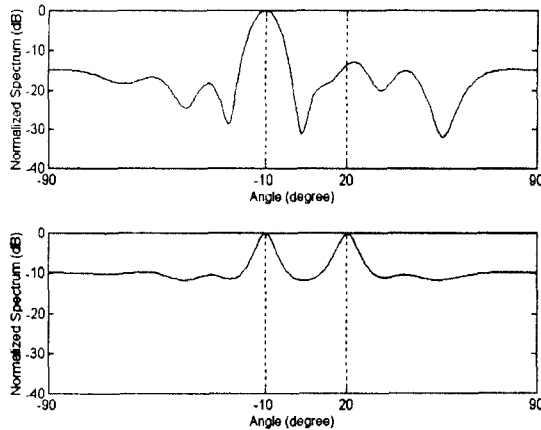


그림 1. 결합 센서가 있는 경우 공간 스펙트럼 (a) Bartlett 방법, (b) MUSIC 방법.
Fig. 1 Spatial spectrum of the linear array with faulty sensors (a) Bartlett method, (b) MUSIC method.

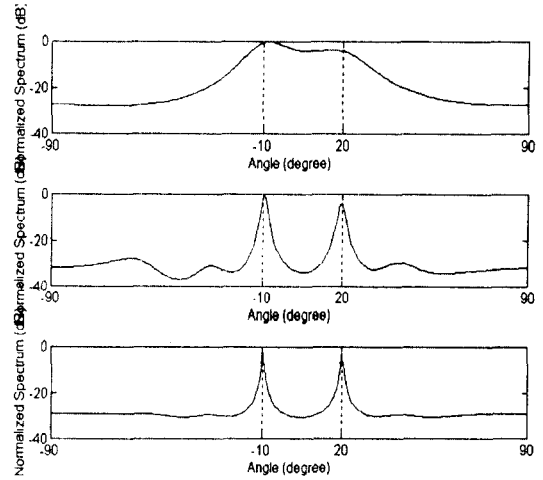


그림 2. 결합 센서가 있는 경우 보정된 공간 스펙트럼 (SNR = 10 dB, 10 dB) (a) 부어레이 처리 방법, (b) Capon 방법, (c) MUSIC 방법.

Fig. 2 Compensated spatial spectrum of the linear array with faulty sensors (SNR = 10 dB, 10 dB) (a) subaperture processing method, (b) Capon's method, (c) MUSIC method.

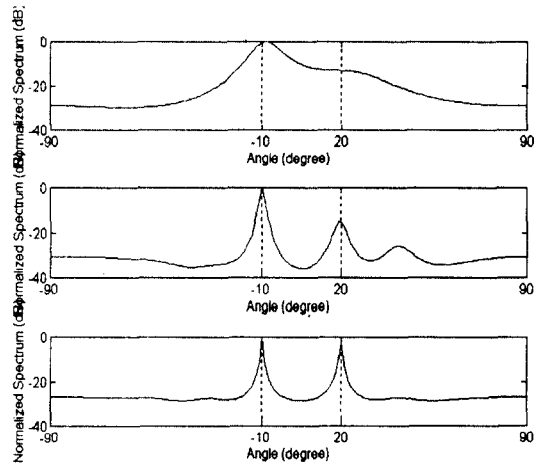


그림 3. 결합 센서가 있는 경우 보정된 공간 스펙트럼 (SNR = 10 dB, 0 dB) (a) 부어레이 처리 방법, (b) Capon 방법, (c) MUSIC 방법.

Fig. 3 Compensated spatial spectrum of the linear array with faulty sensors (SNR = 10 dB, 0 dB) (a) subaperture processing method, (b) Capon's method, (c) MUSIC method.

세 번째와 네 번째 센서로 구성되는 첫 번째 부어레이와 여섯 번째부터 여덟 번째까지 구성되는 두 번째 부어레이로 부터 계산된 공간 스펙트럼의 평균값을 사용한다. 따라서 이로인해 어레이의 aperture 크기가 감소하게 되고 또한 자유도(degrees-of-freedom)를 만족하지 못하게 되어 성능이 저하된다. 그림 3에는 같은 입사 방향에 대하여 신호 대 잡음비를 각각 10 dB, 0 dB로한 결과를 나타내었다. 그림을 보면 제안된 방법은 신호 입사 방향 모두를 찾고 있다.

V. 결 론

이 논문에서는 결합 센서가 발생하였을 경우 이들이 방향 탐지 시스템에 미치는 영향을 고찰하고 문제를 하기 위한 방법을 제안하였다. 결합 센서 발생시 공간 스펙트럼들의 성능은 크게 저하되거나, 아예 공간 스펙트럼을 구할 수 없다. 제안된 방법은 Capon 방법과 MUSIC 알고리즘에 기반을 두었다. 보정 벡터를 포함하는 공간 스펙트럼이 제한 조건하에서 최대화되도록 하는 보정값들을 구하였다. 제안된 방법의 성능을 고찰하기 위해 시뮬레이션을 수행하였으며, 그 결과 기존의 부어레이 처리 기법보다 어레이의 aperture size와 신호 대 잡음비 측면에서 향상된 성능을 나타내었다. 제안된 방법은 비록 Capon 방법이나 MUSIC 알고리즘에 기반을 두었으나 다른 공간 스펙트럼 추정 방법에도 그대로 적용이 가능하다.

참 고 문 헌

1. H. Krim and M. Viberg, "Two Decades of Array Signal Processing Research," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 13, no. 4, pp. 67-94, July 1996.
2. M. S. Bartlett, "Smoothing Periodograms from Time Series with Continuous Spectra," *Nature*, vol. 161, pp. 686-687, 1948.
3. J. Capon, "High-Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis," *Proc. IEEE*, vol. 57, no. 8, pp. 1408-1418, Aug. 1969.
4. R. O. Schmidt, *A Signal Subspace Approach to Multiple Emitter Location and Spectral Estimation*, Ph.D. thesis, Stanford Univ., Stanford, CA, Nov. 1981.

5. R. O. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation," *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, March 1986.
6. T. J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On Spatial Smoothing for Directions of Arrival Estimation of Coherent Signals," *IEEE Trans. on Acoust. Speech Signal Proc.*, vol. 33, no. 4, pp. 806-811, Apr. 1985.
7. A. J. Weiss and B. Friedlander, "Array Shape Calibration using Sources in Unknown Locations-A Maximum Likelihood Approach," *IEEE Trans. on Acoust. Speech Signal Proc.*, vol. 37, no. 12, pp. 1958-1966, Dec. 1989.
8. Y. M. Chen, J. H. Lee, C. C. Yeh, and J. Mar, "Bearing Estimation without Calibration for Randomly Perturbed Arrays," *IEEE Trans. on Signal Proc.*, vol. 39, no. 1, pp. 194-197, Jan. 1991.
9. Y. M. Chen, J. H. Lee, and C. C. Yeh, "Two-dimensional Angle-of-arrival Estimation for Uniform Planar Arrays with Sensor Position Errors," *IEE Proc.*, vol. 140, Pt. F, no. 1, pp. 37-42, Feb. 1993.
10. D. J. Ramsdale and R. A. Howerton, "Effect of Element Failure and Random Errors in Amplitude and Phase on the Sidelobe Level Attainable with a Linear Array," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 68, no. 3, pp. 901-906, Sept. 1980.



김 기 만(Ki-Man Kim) 정회원
 1988년 2월:연세대학교 전자공학과(공학사)
 1990년 8월:연세대학교 전자공학과(공학석사)
 1995년 2월:연세대학교 전자공학과(공학박사)
 1995년 3월~1996년 8월:연세대

학교 의용공학교실 Fellow
 1996년 9월~현재:한국해양대학교 전파공학과 전임 강사
 ※주관심분야:레이다 및 소나 신호처리, 적응 신호처리, 3차원 음향

윤 대 희(Dae-Hee Youn) 정회원
 현재:연세대학교 전자공학과 교수
 한국통신학회 논문지 제20권 제8호 참조