

# 다중 전송선의 시간 해석을 위한 Implicit FDTD 기법과 등가 회로 모델

正會員 李 相 興\*, 李 起 煥\*, 李 成 宰\*

## Implicit FDTD Method for the Time Domain Analysis of Multiconductor Transmission Lines and its Equivalent Circuit Model

Sang Heung Lee\*, Ki Jun Lee\*, Song Jae Lee\* *Regular Members*

※이 논문은 한국표준과학연구원 및 한국과학재단의 전자패키징 연구센터의 지원을 받았습니다.

### 요 약

다중 전송선에서의 전자기적 결합 현상을 이해하는 것은 EMC (ElectroMagnetic Coupling) 연구에 있어 매우 중요하다. 최근에, 다중 전송선의 시간 해석을 위한 여러 가지 해석 방법들이 연구되고 있는데, 그 중에서 FDTD (Finite Difference Time Domain) 방법은 중요한 해석 방법 중의 하나이다. 본 논문에서는 기존의 FDTD 방법에서 사용하고 있는 explicit numerical approximation 대신에, implicit numerical approximation에 근거한 새로운 FDTD 방법을 제안한다. 제안된 implicit FDTD 알고리즘은 등가 회로 모델로 표현되어 다중 전송선의 source 및 load 단에 임의의 회로가 연결된 경우에 대하여서도 큰 변화없이 쉽게 적용 할 수 있으며, 기존의 FDTD 방법에 비하여 알고리즘의 일반성과 강인성 (robustness) 면에서 우수한 것으로 판단된다.

### ABSTRACT

The understanding of the electromagnetic couplings in MTL (multi-conductor transmission lines) is very important in EMC studies. The FDTD (finite difference time domain) method is one of the important techniques for analyzing MTL in the time domain. We proposed a new FDTD method based on the implicit difference approximation, instead of the explicit approximation in the conventional FDTD method. The circuit model is

derived and generalized to easily accommodate arbitrary circuits at both the source and load termination. The proposed implicit FDTD method is thought to be superior to the conventional FDTD method in terms of generality and robustness of the algorithm.

## I. 서 론

최근 전자 산업이 크게 발달함에 따라서, 전자기기의 디지털화, 고속화, 소형화, 고집적화 및 저전력화 현상이 크게 나타나고 있다. 이에 따라, 인접하고 있는 전자기기를 사이에서, 기기 내부의 밀집되어 있는 부품들 사이에서, 전자기기와 외부 전자파 사이에서, 또는 부품의 내부에서의 전자기적 결합 (electromagnetic coupling) 현상이 발생하여, 결국 전자기기의 정보 손실 및 오동작 사해가 빈번하게 나타나게 되었다. 한편, 이상의 현상은 고집적 회로 (VLSI)의 내부에서는 interconnection 문제로서 관찰할 수 있다.

전자기적 결합 현상으로 인한 전자기기 또는 부품들 사이의 상호 간섭 문제는 다양한 형태 및 환경 속에서 발생하지만, 보통 전송선 (transmission line)들 사이의 결합 현상으로 문제를 단순화하여 생각하게 된다. 실제로 많은 기기들에서 상호 간섭 현상이 심각하게 발생하는 부분은 신호가 전달되는 경로 (path)라 할 수 있는 전송선이다. 뿐만 아니라 전송선에서의 결합 현상을 이해하는 것은 다른 복잡한 환경 속에서 발생하는 비슷한 문제점들을 이해할 수 있는 기초가 된다는 점에서 매우 중요한 의미를 갖는다. 전송선에서 발생하는 전자기적 결합 현상은 신호의 지연, 신호의 왜곡, 상호 간섭 (crosstalk) 등으로 나타난다.

전송선의 주파수 해석 (frequency domain analysis)은 이론적으로 잘 확립되어 있으며, 그 해석 방법도 비교적 쉽다. 그러나, 전송선의 시간 해석 (time domain analysis)은 이론적으로 매우 어려우며, 현재에도 정확하고 일반적인 해석 방법을 확립하기 위한 많은 연구가 진행되고 있다. 전송선의 시간 해석에서 고려하여야 할 점들은 빠르고 정확한 해석과 함께 단일 전송선에서 다중 전송선으로의 확장, 손실 전송선의 해석, skin effect에 의한 전송선 변수들의 주파수 종속성, 다양하고 대규모인 비선형 외부 회로의 처리 등이 있다. 현재, 널리 알려진 전송선의 시간 해석 방법으로는 RLCG 등가 회로의 사용, FDTD (Finite

Difference Time Domain), AWE (Asymptotic Waveform Evaluation), Time Domain to Frequency Domain Transformation, Two port Characterization 등의 여러 가지 방법들이 제안되어 있는데, 이상의 방법들은 과도한 계산 시간의 소요, 해의 부정확성, 제한된 적용 범위 등의 많은 문제점들을 내포하고 있다 [1-10].

전송선의 해석 방법들 중에서 FDTD 방법[2]은 그 단순성 때문에 널리 사용되고 있지만, explicit numerical approximation에 기초함으로써 일반적으로 implicit numerical approximation에 의한 방법 보다는 해의 정확성과 안정성에 문제가 발생할 수 있다. 또한, 기존에 발표된 대부분의 FDTD 기법이 등가적인 회로 모델을 고려하지 않고 있기 때문에 비선형 소자들을 포함하는 대규모 외부 회로가 전송선과 연결되었을 경우에는 지나치게 작은 크기의 mesh 형성이 요구되어 많은 해석 시간이 소모되고, 고정된 시간격을 사용함으로써 외부 회로 해석의 효율성을 저해하고, 외부 회로의 내용이 변경될 때마다 시뮬레이션 프로그램의 많은 부분을 수정하여야 하는 불편이 있다.

본 논문에서는 기존의 FDTD 기법을 변형하여 전류 노드와 전압 노드를 동일한 위치에서 동시에 정의하여 계산하는 implicit FDTD 알고리즘을 제안한다. 이 제안된 implicit FDTD 알고리즘은 등가 회로 모델로 표현되어, 전송선의 외부와 내부를 분리, 해석할 수 있게 하였으며, 해석의 시간격과 전송선의 mesh 크기를 분리, 운용할 수 있으며, 전송선의 source 및 load 단에 비선형 소자를 포함한 임의의 회로가 연결될 경우에 대하여도 큰 변화 없이 쉽게 적용이 가능하다. 뿐만 아니라, SPICE[11]와 같이 널리 사용되고 있는 회로 해석용 package 프로그램에 제안된 implicit FDTD 등가 회로 모델을 추가하여 전송선 회로를 해석할 수 있는 장점이 있다.

제 2장에서는 단일 전송선 (two conductor lines; single dimension)의 경우에 대하여 implicit FDTD 알고리즘을 설명하고 그 개념을 다중 전송선 (MTL; Multiconductor Transmission Line; multi-dimension)

으로 확장한다. 제 3장에서는 제 2장에서 설명한 알고리즘을 바탕으로 개발된 전송선 해석용 프로그램을 이용하여 전형적인 전송선 구조에서의 전자기적 결합 현상을 해석하고, 제 4장에서 결론을 맺는다.

## II. MTL 해석을 위한 Implicit FDTD기법의 등가 회로 모델

이 장에서는 시간 영역에서의 MTL (Multiconductor Transmission Line) 해석을 위한 방법으로서, implicit numerical approximation을 기초로 하여 새롭게 제안하는 implicit FDTD (Finite Difference Time Domain) 방법에 대하여 구체적으로 설명하고자 한다.

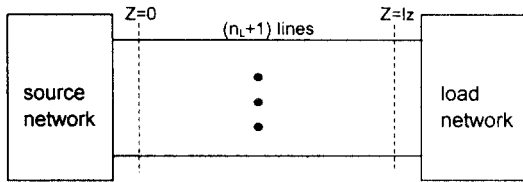


그림 1. 전송선 시스템.  
Fig. 1. MTL system.

그림 1은 해석하고자 하는 MTL 시스템의 일반적인 구조이다. 다중 전송선은 접지선을 포함하여  $(n_L + 1)$  개의 도체로 구성되며, 길이는  $l_z$ 이다. 길이 축의 변수를  $z$  (위치 변수)라 할 때, source end의 위치를 0으로 하고 load end의 위치를  $l_z$ 라 하자. 그림 1에서 source 회로와 load 회로는 선형 및 비선형 성질을 포함하는 임의의 회로 소자와 임의의 회로 구조를 가진다. 일반적으로  $(n_L + 1)$  개의 도체로 구성된 MTL의 해석은 다음의 MTL 방정식으로부터 출발한다 [1].

$$\frac{\partial V(z, t)}{\partial z} + L \frac{\partial I(z, t)}{\partial t} + RI(z, t) = V_F(z, t) \quad (1a)$$

$$\frac{\partial I(z, t)}{\partial z} + C \frac{\partial V(z, t)}{\partial t} + GV(z, t) = I_F(z, t) \quad (1b)$$

식 (1)에서  $z$ 와  $t$ 는 각각 위치 변수와 시간 변수를 의미한다.  $V(z, t)$ 와  $I(z, t)$ 는 각각 차원이  $n_L$ 인 line 분산 전압 벡터와 line 분산 전류 벡터를 나타내며,  $V_F(z, t)$ 와  $I_F(z, t)$ 는 각각 MTL을 향해 외부로부터 입사

하는 전자파에 의하여 주어지는 등가 분산 전압원 벡터와 등가 분산 전류원 벡터를 의미한다. 변수 행렬  $L, C, R$ , 및  $G$ 는 모두 MTL의 구체적 구조에 의해 결정되며, 각각 단위 길이 당 인덕턴스[H/m], 커패시턴스[F/m], 저항[Ω/m], 및 컨덕턴스[mho/m] 행렬이다. 일반적으로, 변수 행렬들은 skin effect에 의한 주파수 종속성을 가지고 있다. 본 논문에서는 해석의 복잡성을 피하기 위하여 변수 행렬들의 주파수 종속성을 고려하지 않지만, 기존의 FDTD 방법이 변수 행렬들의 주파수 종속성을 고려할 수 있는 것까 마찬가지로 본 논문에서 제안하는 implicit FDTD 방법도 변수 행렬들의 주파수 종속성을 고려할 수 있다.

### 1. 단일 전송선 (Two conductor lines : $n_L = 1$ )

다중 전송선 (MTL :  $n_L > 1$ )에 대한 implicit FDTD 기법을 설명하기 전에, 우선 기본 개념을 이해하기 위하여 단일 전송선 ( $n_L = 1$ )에 대한 implicit FDTD 기법을 설명하여 보자.

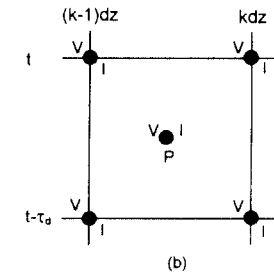
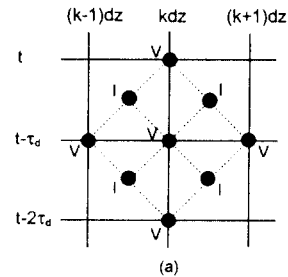


그림 2. FDTD mesh. (a) 기존의 모형. (b) 제안된 모형.  
Fig. 2. FDTD mesh. (a) conventional explicit FDTD mesh. (b) proposed implicit FDTD mesh.

그림 2는 기존의 explicit FDTD 기법과 제안된 implicit FDTD 기법에서 사용하고 있는 mesh 변수들의 정의 방법에서의 차이를 보여주고 있다. 두 방법들은 모두 공통으로 시간 축과 거리 축을 나누어 mesh를 형성한다 (finite discretization). 즉, 하나의 mesh는 거리 축 방향으로  $d_z (=l_z/n_z, l_z$ : 전송선의 길이,  $n_z$ : line segment의 수), 시간 축 방향으로  $\tau_d$  만큼의 크기를 가진다. 기존의 explicit FDTD 기법에서는 그림 2(a)에서 보인 바와 같이, 전류 노드와 전압 노드를 각각 거리 축  $z$ 와 시간 축  $t$  방향에 대해서  $1/2$  구간 만큼의 간격을 두고 서로 교차적으로 (interlaced) 정의한다. 이에 반하여, 본 논문에서 제안하는 implicit FDTD 기법에서는 그림 2(b)에서 보인 바와 같이 전류 노드와 전압 노드를 동일한 위치에서 동시에 정의한다. 시간 축 방향으로 mesh의 크기  $\tau_d$ 는 전송선의 고유 변수로서 거리 축 구간  $dz$ 를 통과하는 MTL의 characteristic time delay라고 할 수 있는데, 일반적으로  $\tau_d$ 는 MTL의 고유 상수이다.

이제, implicit FDTD 모델을 유도하기 위하여, mesh의 중앙에 위치하는 점  $P(kdz-dz/2, t-\tau_d/2)$ 에서 MTL 방정식 (1)을 생각하자. Central difference에 의한 finite difference approximation을 사용하면, 점 P에서의 전압  $V_p$ 는 4개의 인접 노드 전압들에 의하여 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$V_p = [V^k(t) + V^{k-1}(t) + V^k(t-\tau_d) + V^{k-1}(t-\tau_d)]/4 \quad (2a)$$

$$\frac{\partial V_p}{\partial z} = [V^k(t) - V^{k-1}(t) + V^k(t-\tau_d) - V^{k-1}(t-\tau_d)]/(2dz) \quad (2b)$$

$$\frac{\partial V_p}{\partial t} = [V^k(t) + V^{k-1}(t) - V^k(t-\tau_d) - V^{k-1}(t-\tau_d)]/(2\tau_d) \quad (2c)$$

마찬가지로, 점 P에서의 전류  $I_p$ 도 4개의 인접 노드 전류들에 의하여 다음과 같이 근사화 된다.

$$I_p = [I^k(t) + I^{k-1}(t) + I^k(t-\tau_d) + I^{k-1}(t-\tau_d)]/4 \quad (3a)$$

$$\frac{\partial I_p}{\partial z} = [I^k(t) - I^{k-1}(t) + I^k(t-\tau_d) - I^{k-1}(t-\tau_d)]/(2dz) \quad (3b)$$

$$\frac{\partial I_p}{\partial t} = [I^k(t) + I^{k-1}(t) - I^k(t-\tau_d) - I^{k-1}(t-\tau_d)]/(2\tau_d) \quad (3c)$$

기호 사용의 단순화를 위해 거리 축 변수  $z$ 를  $dz$ 로 정

규화하여 위 첨자 변수  $k$ 로 표시하였다. 이와 같이 얻은 전압과 전류에 대한 근사식을 MTL 방정식 (1)에 대입한 후, 그 결과를 Norton Form으로 정리하면 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -I^k(t) \\ +I^{k-1}(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (Y_C + Z_C^{-1})(Y_C - Z_C^{-1}) \\ (Y_C - Z_C^{-1})(Y_C + Z_C^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^k(t) \\ V^{k-1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_R^k \\ S_L^k \end{bmatrix} \quad (4a)$$

$$\begin{bmatrix} S_R^k \\ S_L^k \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} +(Z_C^{-1} - Y_D) - (Z_C^{-1} + Y_D) \\ -(Z_C^{-1} + Y_D) + (Z_C^{-1} - Y_D) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^k(t-\tau_d) \\ V^{k-1}(t-\tau_d) \end{bmatrix} + Z_C^{-1} \begin{bmatrix} +R \cdot dz/2 - L \cdot dz/\tau_d \\ +L \cdot dz/\tau_d - R \cdot dz/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^k(t-\tau_d) \\ I^{k-1}(t-\tau_d) \end{bmatrix} + dz \cdot Z_C^{-1} \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_F^{k-1/2}(t-\tau_d/2) \\ I_F^{k-1/2}(t-\tau_d/2) \end{bmatrix} \quad (4b)$$

$$Z_C = L \cdot dz/\tau_d + R \cdot dz/2 \quad Y_C = C \cdot dz/\tau_d + G \cdot dz/2 \quad (5a)$$

$$Z_D = L \cdot dz/\tau_d - R \cdot dz/2 \quad Y_D = C \cdot dz/\tau_d - G \cdot dz/2 \quad (5b)$$

위의 식에서  $S_R^k$ 과  $S_L^k$ 는 각각  $(t-\tau_d)$ 와  $(t-\tau_d/2)$  시점에서의 전압, 전류 값들에 의하여 표현된다. 현재의 시간  $t$ 를 기준으로 생각한다면,  $S_R^k$ 과  $S_L^k$ 는 이미 이전에 계산된 값 또는 계산된 값들로부터 예측 가능하기 때문에 상수 값으로 간주할 수 있다. 따라서, 전류 차원의 값을 갖는  $S_R^k$ 과  $S_L^k$ 를 회로 모델로 나타내면 constant current source로 등가화 시킬 수 있게 된다. 이에 대한 회로 모델은 그림 3에서 보여준다.

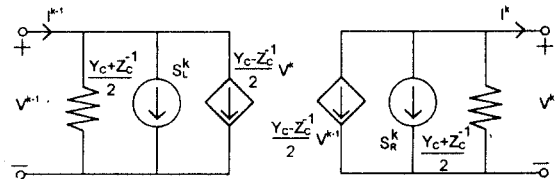


그림 3. Coupled implicit FDTD 경우의 k번째 mesh에서의 등가 회로 모델.

Fig. 3. Equivalent circuit model at k-th mesh in the coupled implicit FDTD.

식(4a)에서 보면, 우변 행렬의 off-diagonal항

$\frac{(Y_C - Z_C^{-1})}{2}$  로 인하여 (k-1) 번째 노드와 k 번째 노드

는 시간 t에서 서로 연결(coupling) 되어 있음을 알 수 있다. 이상의 관점에서 식 (4)를 coupled implicit FDTD 방정식이라고 하자. 만일,  $Y_C = Z_C^{-1}$ 의 조건이 만족되면 off-diagonal 항  $\frac{(Y_C - Z_C^{-1})}{2}$  이 영이 되고,

(k-1) 번째 노드와 k 번째 노드는 서로 decoupling 된다.  $Y_C = Z_C^{-1}$ 의 조건으로부터 다음과 같은 decoupling 조건을 얻어낼 수 있다.

$$n_z > \frac{l_z}{2} \sqrt{RG} \quad (6)$$

$$\tau_d = \frac{\sqrt{LC} \cdot dz}{\sqrt{1 + \frac{(CR-LG)^2}{4^2} \cdot \frac{dz^2}{LC} - \frac{(CR+LG)}{4} \frac{dz}{\sqrt{LC}}}} \quad (7)$$

즉, 식 (6)와 식 (7)이 만족되도록 시뮬레이션 변수  $n_z$  와  $\tau_d$ 를 설정하면 decoupling 조건  $Y_C = Z_C^{-1}$ 이 만족된다. 여기서,  $n_z$ 는 전송선의 길이를 등가적으로 나누는 segment (즉, mesh)의 수가 되며,  $\tau_d$ 는 전송선 신호가 한 segment를 통과하는데 소요되는 시간 즉, characteristic time delay로 생각할 수 있다. 또한, 식 (5)에서의  $Y_C$ 와  $Z_C$ 는 각각 전송선의 특성 어드미턴스와 임피던스로 간주할 수 있다.  $Y_C = Z_C^{-1}$ 가 만족되는 조건 하에서 식 (4)를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} -I^k(t) \\ +I^{k-1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_C & 0 \\ 0 & Y_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^k(t) \\ V^{k-1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_R^k \\ S_L^k \end{bmatrix} \quad (8a)$$

$$\begin{bmatrix} S_R^k \\ S_L^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +G \cdot dz/2 & -C \cdot dz/\tau_d \\ -C \cdot dz/\tau_d & +G \cdot dz/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^k(t-\tau_d) \\ V^{k-1}(t-\tau_d) \end{bmatrix} + Y_C \begin{bmatrix} +R \cdot dz/2 & -L \cdot dz/\tau_d \\ +L \cdot dz/\tau_d & -R \cdot dz/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^k(t-\tau_d) \\ I^{k-1}(t-\tau_d) \end{bmatrix} + dz \cdot Y_C \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix} V_F^{k-1/2}(t-\tau_d/2) + dz \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} I_F^{k-1/2}(t-\tau_d/2) \quad (8b)$$

예상한 바와 같이 식 (8a)에서는 우변 행렬이 대각선 행렬이 되며, k 번째 노드와 (k-1) 번째 노드는 식 (8b)에서 나타나는 과거의 정보들에 의하여서만 서로 연관되어 있다. 즉, 식 (8)은 현재의 시간 관점에서

decoupling되고, 식 (4)와 비교하여 식 (8)을 decoupled implicit FDTD 방정식이라고 하자. 식 (8)을 등가 회로 모델로 표현하면 그림 4와 같다. 식 (8) 또는 그림 4는 k 번째 mesh에 대한 implicit FDTD 모델이다. 이를 이용하여 전송선 시스템 해석을 위한 모든 mesh를 고려한 회로 모델을 표현하면 그림 5와 같이 표현된다.

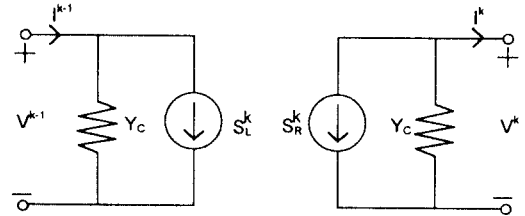


그림 4. Decoupled implicit FDTD 경우의 k 번째 mesh에서의 등가 회로 모델.  
Fig. 4. Equivalent circuit model at k-th mesh in the decoupled implicit FDTD.

그림 5에서 보면, source 회로와 load 회로에 연결된 부분 ( $k=0$ 와  $k=n_z$ 에서의 전압과 전류)는 전체 시스템의 관점에서 해석을 수행하고, 전송선 내부의 전압과 전류는 자체적으로 해석한다. 따라서, 새로운 시간 t가 주어지면, 전체 MTL 시스템의 해석 과정은 다음과 같다.

- (1) 시간 t에서의  $S_L^k, S_R^k (k=1, \dots, n_z)$  값들을 과거의 정보에서부터 구한다.
- (2) 내부의 전압과 전류 ( $V^k(t), I^k(t); k=1, \dots, (n_z-1)$ )는 자체적으로 각각의 노드별로 독립적으로 구한다 (그림 5(b): 현재 시간에서의 내부 노드의 전압과 전류는 이웃 노드들의 현재 시간에서의 전압과 전류 들과는 무관함).
- (3)  $k=0$ 와  $k=n_z$ 에서의 전압과 전류는 외부 회로와 연관하여 기존의 회로 시뮬레이션에 의한 방법으로 해석한다 (그림 5(a)와 (c)).

이 경우, 시뮬레이션 관점에서는 전송선 내부와 외부가 분리되어 segment 수(nL)와는 무관하게 전송선에 대한 외부 회로의 영향을 해석할 수 있다. 이는, 비선형 성질을 포함하는 임의의 외부 회로에 대한 해석을

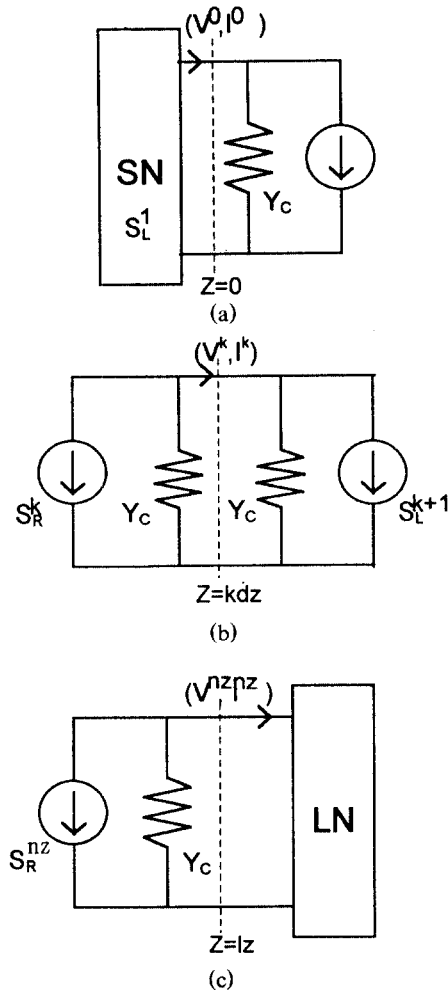


그림 5. Implicit FDTD에 의한 단일 전송선 시스템의 전체 등가 회로 모델.

- (a) source end :  $k = 0$ .
- (b) 내부 mesh :  $k = 1, \dots, (n_z - 1)$ .
- (c) load end :  $k = n_z$ .

Fig. 5. Equivalent circuit model of two-conductor transmission line system.

- (a) Source end :  $k = 0$ .
- (b) Internal mesh :  $k = 1, \dots, (n_z - 1)$ .
- (c) Load end :  $k = n_z$ .

수월하게 하며, RLCG 등가 회로에 의한 전송선 해석과 비교하여 불 때 회로 해석의 복잡도를 크게 감소시킨다. 또한, mesh의 시간축 간격  $\tau_d$ 는 해석을 위한 시간격과 mesh의 시간축 간격 사이에는  $h_n \leq \frac{\tau_d}{2}$ 의 관계가 바람직하다.

성 변수가 되어 해석의 효율성을 높일 수 있다. 즉, 기존의 explicit FDTD 방법에서는 mesh의 시간축 간격과 해석을 위한 시간격을 동일하게 설정하는 것에 반하여, 제안된 implicit FDTD 방법에서는 해석을 위한 시간격 조절을 전송선의 동작 특성과는 무관하게 결정할 수 있다. 해의 정확성의 관점에서 해석을 위한 시간격과 mesh의 시간축 간격 사이에는  $h_n \leq \frac{\tau_d}{2}$ 의 관계가 바람직하다.

끝으로, 무손실 전송선의 경우, 즉  $R = G = 0$  일 때는 식 (6) 또는 그림 4의 등가 회로 모델은 이론적으로 정확하고 SPICE에서 무손실 전송선 해석 모델로 채택한 Branin's method [3]의 회로 모델로 환원됨을 알 수 있다. 뿐만 아니라, 이 경우  $\tau_d$ 는 기존의 FDTD 기법의 magic time step과 일치함을 알 수 있는데, 이 같은 사실들은 모두 implicit FDTD 기법의 타당성을 간접 증명 하는 단적인 예라 할 수 있다.

## 2. 다중 전송선 (multi-conductor transmission lines : $n_L \geq 2$ )

이 절에서는 단일 전송선 ( $n_L = 1$ )에 대하여 설명된 implicit FDTD 기법을 MTL ( $n_L = 2$ )에 대하여 적용할 수 있도록 확장한다.

식 (1)의 MTL 방정식에서 L, C, R, G 변수 행렬들은 real, symmetric, positive-definite한 성질을 가지며, 일반적으로 대각 행렬이 아니다. 즉, MTL의 각각의 line은 L, C, R, G 변수 행렬들의 off-diagonal 항들에 의하여 서로 연관 (coupling) 되어 있다. 이제, 만약 4개의 변수 행렬들을 동시에 diagonalization할 수 있다면, diagonalization transformation과정을 수행한 후에 각각의 transformed line을 독립적인 단일 전송선으로 간주하여 해석하는 함으로써 MTL 해석의 문제를 단순화 시킬 수 있다. 그러나, 일반적인 4개의 행렬을 동시에 diagonalization하는 방법은 아직 발표된 바 없으며, 다만 2개의 행렬을 동시에 diagonalization하는 방법은 이미 발표된 바 있다 [1, 4, 5]. 본 논문에서도 두개의 행렬 L과 C를 동시에 diagonalization할 수 있는 transformation 행렬  $T_V$ 와  $T_I$ 를 이용하여 식 (1)을 부분적으로 decoupling 시키는 방법을 사용한다. Transformation 행렬  $T_V$ 와  $T_I$ 를 구하는 과정은 참고 문헌 [1]에 있다. L과 C를 동시에 diagonalization할 수 있는 transformation 행렬  $T_V$ 와

$T_I$ 를 이용하여 식 (1)의  $V(z, t)$ 와  $I(z, t)$ 를 변수 변환하면 다음과 같다.

$$V(z, t) = T_V \cdot V_m(z, t) \quad (9a)$$

$$I(z, t) = T_I \cdot I_m(z, t) \quad (9b)$$

식 (9)를 식 (1)에 적용하면 부분적으로 decoupling 된 MTL 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial V_m(z, t)}{\partial z} + L_m \frac{\partial I_m(z, t)}{\partial t} + R_{mD} I_m(z, t) = V_{Fm}(z, t) - R_{mOFF} I_m(z, t) \quad (10a)$$

$$\frac{\partial I_m(z, t)}{\partial z} + C_m \frac{\partial V_m(z, t)}{\partial t} + G_{mD} V_m(z, t) = I_{Fm}(z, t) - G_{mOFF} V_m(z, t) \quad (10b)$$

여기서,

$$L_m = T_V^{-1} L T_I \text{ and } C_m = T_I^{-1} C T_V \text{ (diagonal)} \quad (11a)$$

$$R_m = T_V^{-1} R T_I \text{ and } G_m = T_I^{-1} G T_V \text{ (not diagonal)} \quad (11b)$$

$$V_F = T_V V_{Fm} \text{ and } I_F = T_I I_{Fm} \quad (11c)$$

$$T_V^{-1} = T_I^T \text{ and } T_I^{-1} = T_V^T \quad (11d)$$

위 식들에서 아래 첨자  $m$  은 변환된 modal system을 의미한다. 일반적으로 행렬  $R_m$ 과  $G_m$ 은 대각 행렬이 아니기 때문에  $R_m = R_{mD} + R_{mOFF}$  및  $G_m = G_{mD} + G_{mOFF}$ 와 같이 diagonal part  $R_{mD}$ ,  $G_{mD}$  및 off-diagonal part  $R_{mOFF}$ ,  $G_{mOFF}$ 로 각각 분해하여 생각할 수 있다.

식 (10)의 modal system에서는 좌변을 대각선 행렬들만으로 표현할 수 있도록  $R_{mOFF}$ 와  $G_{mOFF}$ 에 의해 주어지는 off-diagonal항들이 모두 우측으로 이항하였다. 이제 만일 어떠한 방법으로 우변의 off-diagonal항들을 미리 계산하거나 예측할 수 있다면, 우변의 항들은 모두 상수 항으로 볼 수 있기 때문에 식 (10)은 decoupled system으로 간주될 수 있다. 이 경우, 결과적으로 MTL이  $n_L$ 개의 decoupling된 modal 단일 전송선들로서 구성되며, 각각의 decoupled modal line은 대각선 행렬  $L_m$ ,  $C_m$ ,  $R_{mD}$ ,  $G_{mD}$ 로 정의된 독립적인 단일 전송선에 해당되어 앞에서 이미 설명된 단일 전송선의 implicit FDTD 기법을 그대로 적용할 수 있게

된다. 그 과정을 좀 더 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

우선 식 (6)을 이용하여  $n_L$ 개의 modal line에 동시에 적용할 수 있는  $n_z$ 를 구한 후, 식 (7)을 각각의 modal line에 독립적으로 적용하여,  $n_L$ 개의 characteristic time delay  $\tau_{dj}$ 를 구하게 된다. 다음으로, 각각의 modal line에 대하여 고유의 characteristic time delay  $\tau_{dj}$ 를 가지는 implicit FDTD mesh를 만든 후, 각각의 mesh의 중앙점  $P_j$ 에서의 implicit FDTD 식을 세우게 된다. 이 과정에서 특히 주목하여야 할 점은 식 (10)의 좌변과 우변에 존재하는  $R_m$ 과  $G_m$ 에 관련된 항들의 계산을 각기 다른 방법을 적용하여 계산한다. 즉, 식 (10)의 좌변 식의 계산은 시간  $t$ 에서의 미지 변수를 포함하여 계산하고, 우변 식의 계산은 시간  $t$  이전의 과거의 정보들만으로 계산한다. 우변 식에 존재하는 off-diagonal 항들의 값 계산은 다음의 수식으로 표현된다.

$$G_{mju} \cdot V_u \left( (k - \frac{1}{2}) dz, t - \frac{\tau_{dj}}{2} \right) \text{ and } R_{mju} \cdot I_u \left( (k - \frac{1}{2}) dz, t - \frac{\tau_{dj}}{2} \right)$$

이상의 수식 계산은 이제까지 단계적으로 계산되어진 시간  $t$  이전의 과거의 정보로부터 계산되거나 예측할 수도 있다. 예를 들어, interpolation, Euler forward rule 또는 기존의 explicit type의 FDTD method을 이용하여 예측할 수 있다. 이상의 개념은 Gauss-Jacobi method에서 사용하고 있는 반복 근사화 방법과 비슷한 것이라 할 수 있으며, 우변 항들은 결국 시간  $t$ 에서 상수 항으로 간주된다.

그림 6은 source 회로 및 load 회로를 포함한 전체 MTL system의 등가 회로 모델을 보여준다. 여기서, 표현의 단순화를 위해서 모든 변수들은 벡터(vector) 형태로 표현하였으며, 변수  $S_L^k$ 와  $S_R^k$ 는 외부에서 입사하는 field에 의해 결정되는 여기 전압  $V_F$ 와 여기 전류  $I_F$ 의 영향과  $R_{mOFF}$ 과  $G_{mOFF}$ 에 의한 off-diagonal 항의 영향을 한꺼번에 총괄하여 나타낸 상수 변수이다. 그림 6(a)와 그림 6(c)에서 source회로와 load 회로에 직접 연결되어 있는 부분들은 각각 source와 load 측에서 바라본 MTL의 등가 회로로서 모두 moded 변수가 아닌 원래의 line 전압이나 전류로 표현되어 있

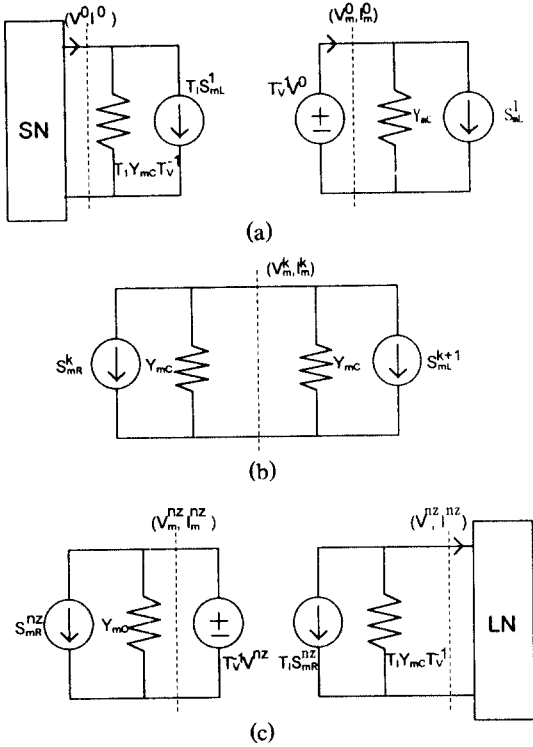


그림 6. Implicit FDTD에 의한 MTL 시스템의 전체 등가 회로 모델.

- (a) source and :  $k = 0$ .
- (b) 내부 modal MTL :  $k = 1, \dots, (n_z - 1)$ .
- (c) load end :  $k = n_z$ .

Fig. 6. Equivalent circuit model of the MTL system.

- (a) source end :  $k = 0$ .
- (b) internal modal MTL :  $k = 1, \dots, (n_z - 1)$ .
- (c) load end :  $k = n_z$ .

으며, moded 변수로 표시된 modal MTL과는 분리되어 있다. 이러한 표현은  $k=0$ 와  $k=n_z$ 에서 벡터 변수 형태로 표시한 식 (8)과 식 (9)를 결합하여 얻을 수 있다. 이상의 설명을 수식으로 정리하면 다음과 같다.

$$I(0, t) = [T_1 \cdot Y_{mc} \cdot T_1^T] \cdot V(0, t) + T_1 \cdot S_{ml}^1 \quad (12a)$$

$$V(I_z, t) = [T_1 \cdot Y_{mc} \cdot T_1^T] \cdot V(I_z, t) + T_1 \cdot S_{ml}^{n_z} \quad (12b)$$

식 (12)에서  $[T_1 \cdot Y_{mc} \cdot T_1^{-1}]$ 은 source와 load 측에서 바라본 MTL의 내부 등가 어드미턴스로 간주할 수

있으며, 일반적으로 full matrix 형태이다.

그림 6에서 보듯이, decoupling된 moded MTL 부분은 외부 회로로부터 완전히 분리됨으로써 source와 load측의 회로와는 독립적으로 계산될 수 있으며, 그 결과 MTL의 전 해석 과정이 크게 단순화되게 된다. 이상의 논의를 바탕으로 implicit FDTD 기법에 의한 전체 MTL system의 해석 과정을 요약하면 다음과 같다.

단계 1. 전처리 과정

1. L과 C에서 부터 transformation matrices,  $T_V$ 와  $T_I$ 를 결정
2. MTL의 decoupling coefficient matrices를 결정 :  $L_{m}, C_m, R_m$  and  $G_m$ .
3. 식 (6)을 이용하여  $n_z$ 를 결정 :

$$n_z > \max_{j=1, n_z} \left( \frac{I_z}{2} \sqrt{R_{mj} G_{mj}} \right).$$

4. 식 (7)을 이용하여 characteristic time delay를 결정 :  $T_D = \text{diag}(\tau_{d1}, \dots, \tau_{dnL})$ .
5. Diagonal characteristic admittance matrix를 결정 :

$$Y_{mc} = dz C_m T_D^{-1} + (dz/2) G_{mD}$$

단계 2. 시점 t에서의 계산

1. 과거 정보로부터 constant current source 항 결정 :  $j = 1, \dots, n_L, k = 1, \dots, n_z$ .

$$\begin{bmatrix} S_{mRj}^k \\ S_{mLj}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +G_{mj} dz/2 & -C_{mj} dz/\tau_{dj} \\ -C_{mj} dz/\tau_{dj} & +G_{mj} dz/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{mj}^k(t-\tau_{dj}) \\ V_{mj}^{k-1}(t-\tau_{dj}) \end{bmatrix}$$

$$+ Y_{mCij} \begin{bmatrix} +R_{mj} dz/2 & -L_{mj} dz/\tau_{dj} \\ +L_{mj} dz/\tau_{dj} & -R_{mj} dz/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{mj}^k(t-\tau_{dj}) \\ I_{mj}^{k-1}(t-\tau_{dj}) \end{bmatrix}$$

$$+ dz \cdot Y_{mCij} \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix} \cdot \sum_{u=1}^{nL} T_{Iuj} V_{Fu}^{k-1/2}(t-\tau_{dj}/2)$$

$$+ dz \cdot Y_{mCij} \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \sum_{u=1, u \neq j}^{nL} R_{mju} I_{mu}^{k-1/2}(t-\tau_{dj}/2)$$

$$+ dz \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \sum_{u=1}^{nL} T_{Vuj} I_{Fu}^{k-1/2}(t-\tau_{dj}/2)$$

$$+ dz \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \end{bmatrix} \cdot \sum_{u=1, u \neq j}^{nL} G_{mju} V_{mu}^{k-1/2}(t-\tau_{dj}/2)$$



2. 회로 시뮬레이션 방식에 의한 외부 회로를 포함한 unmoded MTL 해석:

$$\text{source-end: } I(0, t) = (T_I Y_{mC} T_I^T) V(0, t) + T_I S_{mL}^1$$

$$\text{load-end: } -I(z, t) = (T_I Y_{mC} T_I^T) V(z, t) + T_I S_{mR}^{nz}$$

3.  $V(0, t)$  and  $V(z, t)$ 로부터, modal system의 source end와 load end에서의 전압 변수와 전류 변수  $V_m(0, t)$ ,  $I_m(0, t)$ ,  $V_m(z, t)$  and  $I_m(z, t)$ 를 결정

$$V_m(0, t) = T_I^T V(0, t)$$

$$I_m(0, t) = Y_{mC} V(0, t) + S_{mL}^1$$

$$V_m(z, t) = T_I^T V(z, t)$$

$$-I_m(z, t) = Y_{mC} V(z, t) + S_{mR}^{nz}$$

4. 그림 6(b)를 이용한 modal MTL의 내부 변수들을 결정:  $k = 1, \dots, (n_z - 1)$ .

$$V_m(kdz, t) = -Y_{mC}^{-1} \cdot (S_L^{k+1} + S_{mR}^k) / 2$$

$$I_m(kdz, t) = (S_L^{k+1} - S_{mR}^k) / 2$$

### III. 시뮬레이션 결과 및 검토

제 2장에서 설명한 implicit FDTD 방법을 바탕으로 기본적인 MTL시스템 해석 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램은 implicit FDTD 방법의 효율성을 조사하기 위한 prototype으로서, 저항, 커패시터, 인덕터들로서 구성된 임의의 선형 외부 회로를 허용한다. 개발된 프로그램은 (1) 회로 해석 방식의 형성 방법으로 RMNA (Reduced Modified Nodal), (2) 해석용 시간격 조절 방법으로 고정 시간격 조절법 (Fixed timestep control), (3) 수치 적분 방법으로 Euler-Backward rule과 Trapezoidal rule, (4) 행렬 해석 방법으로 LU 분해법, (5)  $R_{mOFF}$ ,  $G_{mOFF}$ 에 관련된 항들의 계산 방법으로 Interpolation 방법을 채택하고 있다. 향후, 보다 더 일반적인 활용을 위하여 (1) 비선형 소자의 허용과 이를 위한 Newton-Raphson 법, (2) 효율적인 해석을 위한 시간격 조절법으로 LTE (Local truncation error) 법과 variable precision 법 (3) skin effect를 고려한 MTL 해석 방법등의 추가가 요구된다.

제안한 implicit FDTD 방법의 효율성을 조사하기 위하여, 참고 문헌 [1]에서 세 종류의 MTL 예제 회로를 선택하였다. 선택된 예제 회로들의 변수 행렬 값들은 참고 문헌 [1]에서 제공하는 변수 행렬 추출 프로그램을 사용하여 결정하였다. 참고문헌에서는 L 행렬과 C 행렬의 추출 프로그램만을 제공하고 있으므로, 전송선에서의 손실 효과를 파악하여 도선의 DC ohmic 저항만을 고려한 R 행렬을 계산하였고 (skin effect 효과는 무시), G 행렬은 고려하지 않았다 ( $G=0$ ; 대부분의 전송선에서 G 행렬은 무시됨). 이상의 설정은 비록 단순하지만 일반적인 전송선의 성질을 내포하고 있으며 implicit FDTD 방법의 효율성을 조사하는 점에서는 충분한 것으로 여기어 진다. 시뮬레이션 결과를 참고문헌에서 제공하는 결과와 비교하여 보면 완전히 일치하여, implicit FDTD 방법의 정확도를 확인할 수 있었다. 해석의 효율성 관점에서는 예제 회로의 크기가 작아서 정량적인 비교를 하기에는 매우 어려움이 있지만, 표 1에서 보듯이 implicit FDTD 방법이 기존의 FDTD 방법에 비하여 적은 수의 mesh를 사용하여도 올바른 해석 결과를 제공함을 확인할 수 있었다. 이는, implicit FDTD 방법의 효율성을 간접 증명하는 것이라고 볼 수 있다. 실험에서 사용한 mesh의 크기는 식(6)에 의하면  $G=0$ 이므로 거리 축으로는  $n_z=1$ 로 계산되나, 실제로는 식(6)에서의 값보다는 약간씩 크게 설정하여 실험하였다. 시간 축에서의 mesh의 크기는 식(7)에 의하여 자동으로 계산된다. 한편, 해석을 위한 시간격은 전송선의 지연 시간과 민감한 부분에서의 결과 해의 변화를 관찰하

표 1. 시뮬레이션 결과의 비교.

Table 1. Comparison table of simulation results.

	input rise time	conventional explicit FDTD		proposed implicit FDTD	
		# of sections	time step	# of sections	time step
example 1 (PCB, 1 dim.)	50ps	215	7.8ps	5	10ps
example 2 (PCB, 2 dim.)	6.25ns	2	100ps	2	100ps
	50ps	88	15ps	5	15ps
example 3 (ribbon, 2 dim.)	100ns	1	100ps	2	100ps
	10ns	5	100ps	5	100ps

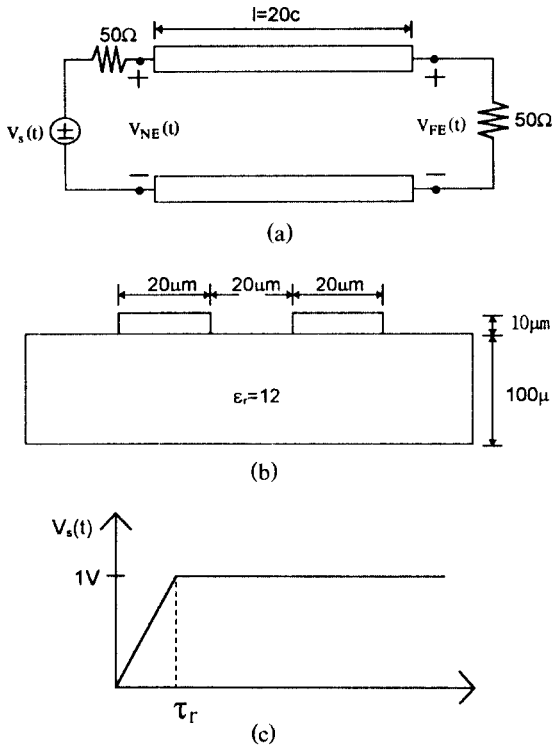


그림 7. 예제 회로 1: PCB 상의 단일 전송선,  $n_L=1$ .

(a) 회로도. (b) 단면도. (c) 입력 신호.

Fig. 7. Example 1: PCB two conductor lines,  $n_L=1$ .

(a) circuit. (b) PCB cross section. (c) input Signal.

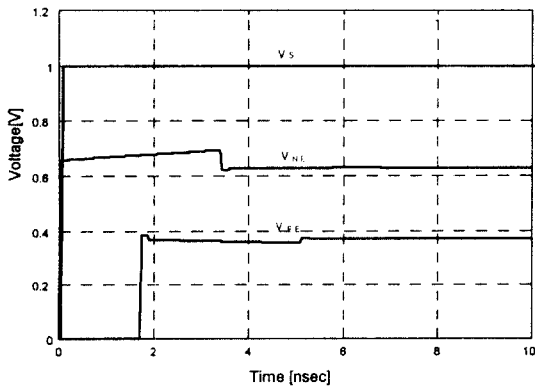


그림 8. 예제 회로 1 (그림 7)의 시뮬레이션 결과.

( $V_S$ : 입력 신호,  $V_{NE}$ : near end 전압,  $V_{FE}$ : far end 전압.  $\tau_r = 50ps$ ,  $R_{dc} = 86\Omega/m$ )

Fig. 8. Simulation result for Example 1 (Fig.7).

( $V_S$ : input signal,  $V_{NE}$ : near end voltage,  $V_{FE}$ : far end voltage, ( $\tau_r = 50ps$ ,  $R_{dc} = 86\Omega/m$ )

기 위하여 충분히 작게 설정하였다.

첫번째 예제로서, 그림 7에 보인 바와 같은 PCB 구조의 단일 전송선( $n_L=1$ ) 회로를 해석한다. 전송선 변수  $L, C, R_{DC}, G$ 의 값들은 각각  $L=0.805969 \mu H/m$ ,  $C=88.2488 pF/m$ ,  $R_{DC}=86.207 \Omega/m$ ,  $G=0$ 으로 정하였다. 또한, 입력 전원은 50ps의 상승 시간을 가지는 step 형태의 전압을 인가하였다. 이 경우의 near end와 far end에서의 각각의 전압  $V_{NE}$  및  $V_{FE}$ 의 계산 결과는 그림 8에 보인 바와 같다. 먼저 전압  $V_{NE}$  및  $V_{FE}$  사이에는 전송선에서의 propagation delay에 해당하는 만큼의 시간 지연이 있음을 확인할 수 있으며, 유한한 저항 값을 갖는 전송선에서의 전압 하강으로 말미암아 이 두 전압 사이에 차이가 나는 사실도 확인할 수 있다. 그 밖에 각각의 전압의 절대적인 값 및 전체의 파형 관점에서도 종래의 FDTD 등을 포함한 기존의 기법에 의한 결과와 비교해 볼 때 잘 일치하는 것을 확인할 수 있었다.

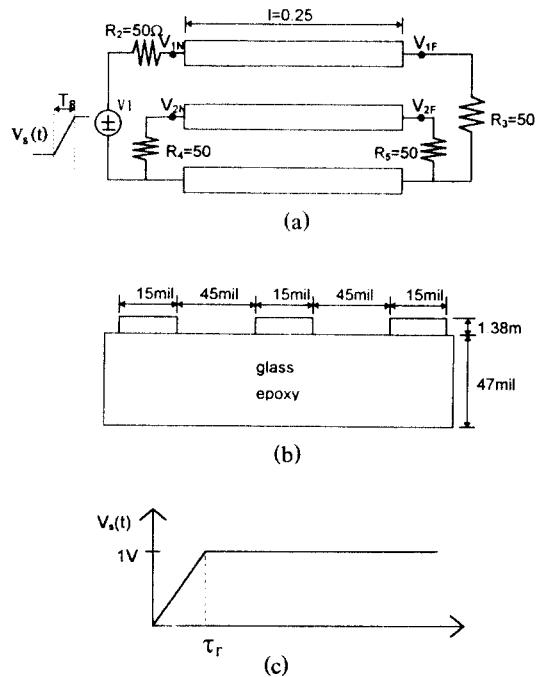


그림 9. 예제 회로 2: PCB 상의 다중 전송선,  $n_L=2$ .

(a) 회로도. (b) 단면도. (c) 입력 신호.

Fig. 9. Example 2: PCB three conductor lines,  $n_L=2$ .

(a) circuit. (b) PCB cross section. (c) input Signal.

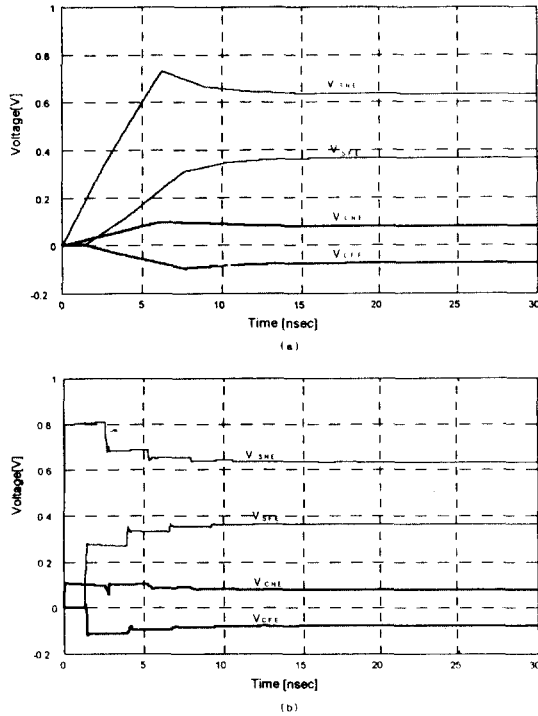


그림 10. 예제 회로 2(그림 9)의 시뮬레이션 결과. (a)  $\tau_r = 25\text{ns}$ . (b)  $\tau_r = 50\text{ps}$ .  
 ( $V_{SNE}$ : signal line의 near end 전압,  $V_{SFE}$ : signal line의 far end 전압,  $V_{CNE}$ : coupled line의 near end 전압,  $V_{CFE}$ : coupled line의 end 전압,  $R_{dc} = 86\Omega/\text{m}$ )  
 Fig. 10. Simulation result for Example 2 (Fig. 9). (a)  $\tau_r = 25\text{ns}$ . (b)  $\tau_r = 50\text{ps}$ .  
 ( $V_{SNE}$ : near end voltage of signal line,  $V_{SFE}$ : far end voltage of signal line,  $V_{CNE}$ : near end voltage of coupled line,  $V_{CFE}$ : far end voltage of coupled line,  $R_{dc} = 86\Omega/\text{m}$ )

두번째 예제는 그림 9에 보인 바와 같은 PCB 구조의 MTL 회로이다 ( $n_L = 2$ ).  $R_{DC} = 86\Omega/\text{m}$ ,  $G = 0$ 으로 하였으며, 계산한 MTL의 행렬 변수  $L$ 과  $C$ 는 각각 다음과 같다.

$$L = \begin{bmatrix} 1.10418 & 0.690094 \\ 0.690094 & 1.38019 \end{bmatrix} \mu\text{H}/\text{m} \quad (13a)$$

$$C = \begin{bmatrix} 40.6280 & -20.3140 \\ -20.3140 & 29.7632 \end{bmatrix} \text{pF}/\text{m} \quad (13b)$$

위의 MTL 회로에 대한 signal line 및 coupled line의 near end 및 far end에서의 각각의 전압  $V_{SNE}$ ,  $V_{SFE}$ ,  $V_{CNE}$ ,  $V_{CFE}$ 의 계산 결과는 그림 10에 보인 바와 같다. 항상 near end의 전압  $V_{SNE}$ 가 far end에서의 전압  $V_{SFE}$  보다 크게 나타나는데, 이는 near end의 경우 electrical coupling에 의한 효과와 magnetic coupling에 의한 효과가 같은 방향의 전압을 유지하는 반면에 far end에서는 서로 상쇄하는 방향으로 전압이 유지되기 때문이다. 또 하나의 주목되는 점은 입력 신호의 rise time  $\tau_r$ 에 따라서 전체적인 파형이 크게 달라진다는 점이다. 즉 rise time  $\tau_r$ 이 50ps 정도로 전송선에서의 신호의 propagation delay보다 충분히 작을 경우에는 출력 및 입력 단에서의 impedance mismatch에 의한 반사 신호들의 시간 축상에서 쉽게 분리되어 전체적으로 계단 형태의 신호로 나타나게 된다. 이와 같은 신호의 파형은 TDR (time domain reflectometry) 실험을 통하여 쉽게 관찰되는 바와 일치하는 것이라 할 수 있다. 여기에서도 전체적인 계산 결과는 앞의 예제에서와 마찬가지로, 종래의 기법을 이용하여 얻은 결과와 잘 일치함을 확인할 수 있었다.

마지막 세 번째 예제는 그림 11에 보인 바와 같은 ribbon cable 구조의 MTL ( $n_L = 2$ )에 step 형태의 외부 전자장이 입사하는 경우이다.  $R_{DC} = 10\Omega/\text{m}$ ,  $G = 0$ 으로 하고, 계산된 전송선 변수  $L$  및  $C$ 는 다음과 같다.

$$L = \begin{bmatrix} 0.7485 & 0.2408 \\ 0.2408 & 0.7485 \end{bmatrix} \mu\text{H}/\text{m} \quad (14a)$$

$$C = \begin{bmatrix} 24.9819 & -6.2661 \\ -6.2661 & 24.9819 \end{bmatrix} \text{pF}/\text{m} \quad (14b)$$

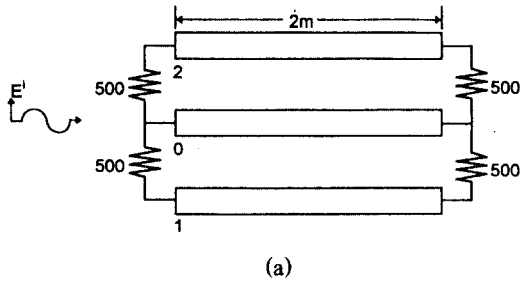
MTL에 나란하게 입사하는 ramp 형태의 외부 입사 전기장  $E^i$ 에 의한 분산 전압원과 분산 전류원의 형태는 다음과 같다.

$$E^i(t) = \vec{X} E_o(t) \quad (15a)$$

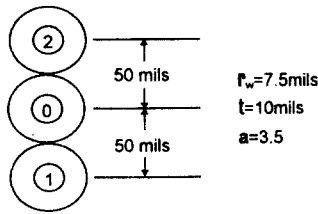
$$E_o(t) = \begin{cases} t/\tau_r & (0 < t < \tau_r) \\ 0 & (t > \tau_r) \end{cases} \quad (15b)$$

$$V_F(z, t) = \hat{V}_F(t - z/c) \quad (16a)$$

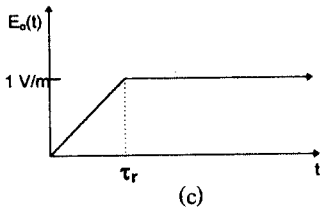
$$\hat{V}_F(t) = \begin{bmatrix} -4.236/\tau_r \\ 4.236/\tau_r \end{bmatrix} \text{pV} \quad (0 < t < \tau_r) \quad (16b)$$



(a)



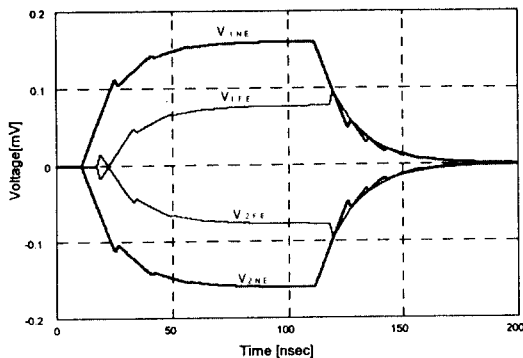
(b)



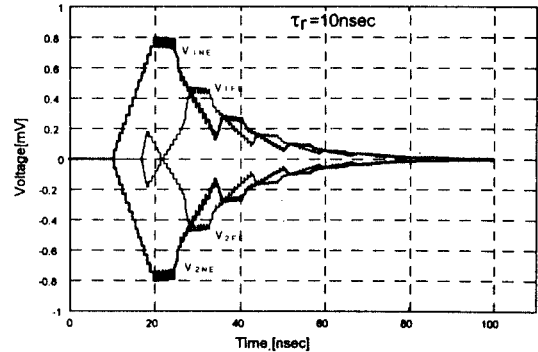
(c)

그림 11. 예제 회로 3: 외부 전자파가 입사된 ribbon cable,  $n_L = 2$ .

Fig. 11. Example 3: Three-conductor ribbon cable excited by the external field,  $n_L = 2$ .  
(a) circuit. (b) cross section. (c) external field.



(a)



(b)

그림 12. 예제 회로 3(그림 11)의 시뮬레이션 결과.

(a)  $\tau_r = 100\text{ns}$ . (b)  $\tau_r = 10\text{ns}$ .

( $V_{1NE}$ : line 1의 near end 전압,  $V_{1FE}$ : line 1의 far end 전압,  $V_{2CE}$ : line 2의 near end 전압,  $V_{2FE}$ : line 2의 end 전압,  $R_{dc} = 10\Omega/\text{m}$ )

Fig. 12. Simulation result for Example 3 (Fig. 11). (a)  $\tau_r = 100\text{ns}$ . (b)  $\tau_r = 10\text{ns}$ .

( $V_{1NE}$ : near end voltage of signal line 1,  $V_{1FE}$ : far end voltage of signal line 1,  $V_{2NE}$ : near end voltage of coupled line 2,  $V_{2FE}$ : far end voltage of coupled line 2,  $R_{dc} = 10\Omega/\text{m}$ )

$$\hat{V}_F(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{pV} (t > \tau_r) \quad (16c)$$

$$I_F(z, t) = \hat{I}_F(t - z/c) \quad (17a)$$

$$\hat{I}_F(t) = \begin{bmatrix} 0.023769/\tau_r \\ -0.023769/\tau_r \end{bmatrix} \quad \text{pA} (0 < t < \tau_r) \quad (17b)$$

$$\hat{I}_F(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{pA} (t > \tau_r) \quad (17c)$$

위 식에서 변수  $\tau_r$ 은 외부 입사장의 rise time을 의미하며,  $c = 2.99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ 는 빛의 속도를 의미한다. 각각의 전압의 계산 결과는 그림 12에 보인 바와 같다. 두 signal line은 ground line에 대하여 서로 대칭적으로 놓여 있기 때문에 두 신호는 서로 anti-symmetric한 관계를 갖게 된다. 전자장이 near end 쪽으로부터 입사하기 때문에 far end 전압  $V_{FE}$ 는 near end 전압  $V_{NE}$ 에 대하여 전자파의 propagation delay 만큼의 시간 지연 관계를 갖게 된다. 계산 결과에서 특이한 점

의 하나는 종래의 FDTD 기법에 비하여 ringing 현상이 상대적으로 크게 나타나는 점이라 할 수 있는데, 향후의 연구에서 중점적으로 다루어져야 할 문제점 중의 하나라고 할 수 있다.

#### IV. 결 론

일반적으로 FDTD 방법은 MTL 시스템의 시간 해석을 위한 매우 중요한 방법 중의 하나로 알려지고 있는데, 본 논문에서는 기존의 FDTD 기법을 변형한 implicit FDTD 기법을 제안하였다. 제안된 implicit FDTD 기법을 프로그램화하여 전형적인 전송선 구조의 해석을 수행하여 보았으며, 시뮬레이션 결과는 기존의 방법과 완전히 일치하는 결과를 보였다.

본 논문에서 제안한 implicit FDTD 기법은 종래의 explicit numerical approximation에 기초를 두고 있는 FDTD 기법에 비하여, 그 적용의 일반성 및 알고리즘의 강인성(robustness) 면에서 우수한 것으로 판단된다. 특히, 기존에 발표된 대부분의 FDTD 기법이 등가적인 회로 모델을 고려하지 않음으로써, MTL의 source 및 load 단에 연결된 회로의 내용이 변경될 때마다 시뮬레이션 프로그램의 많은 부분을 수정하여야 하는 불편이 있었지만, 본 논문에서는 implicit FDTD 알고리즘을 등가 회로 모델로 표현함으로써 외부 회로와 MTL을 분리, 해석 할 수 있도록 하여, MTL의 source 및 load 단에 비선형 소자를 포함한 임의의 회로가 연결될 경우에 대하여서도 큰 변화 없이 쉽게 적용할 수 있도록 하였으며, 해석의 시간격 조절을 용이하게 하였다. 또한, SPICE와 같이 널리 활용되고 있는 회로 해석용 package 프로그램에 제안된 implicit FDTD 등가 회로 모델을 추가하여 MTL 회로를 해석할 수도 있기 때문에 그 활용의 폭이 매우 넓다 할 수 있다.

앞으로의 남은 과제로는 다중 전송선의 분할시 발생하는 off-diagonal 항들의 보다 정확한 근사화 방법의 개발, 접지선 저항의 처리 방법, 외부 전자파 입사에 대한 해석에서 나타난 해의 불안정성 문제 해결, skin effect에 의한 전송선 변수들의 주파수 종속성을 고려하는 효율적인 해석 방법의 개발 등을 생각 할 수 있다.

#### 참 고 문 헌

1. C. R. Paul, Analysis of *Multiconductor Transmission Lines*, John Wiley & Sons, Inc., 1994.
2. K. S. Kunz and R. J. Luebbers, *The Finite Difference Time Domain method in Electromagnetics*, CRC Press, Boca Raton, FL, 1993.
3. F. H. Branin, Jr, "Transient analysis of lossless transmission lines," Proc. IEEE, 55, pp. 2012-2013, 1967.
4. C. R. Paul, "A simple SPICE model for coupled transmission line," IEEE Int. Symp. Electromagn. Seattle, WA, pp. 327-333, Aug. 2-4, 1988.
5. V. K. Tripathi and J. B. Rettig, "A SPICE model for multiple coupled microstrips and other transmission lines," IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, MTT-33, pp. 1513-1518, 1985.
6. T. Vu Dinh, B. Cabon, and J. Chilo, "Time Domain Analysis of Skin Effect on Lossy interconnections," Electronics Lett., 26, 2057-2058, 1990.
7. T. Komuro, "Time-Domain Analysis of Lossy Transmissions with arbitrary Terminal networks," IEEE Trans. on CAS, 38, 1160-1164, 1991.
8. F. Y. Chang, "Waveform Relaxation Analysis of RLCG Transmission Lines," IEEE Trans. on CAS, 37, 1394-1415, 1990.
9. V. K. Tripathi and N. Orhanovic, "Time Domain Characterization and Analysis of Dispersive Interconnects," IEEE Trans. on CAS, 39, 938-945, 1992.
10. C. Chang and S. Kang, "Computationally Efficient Simulation of a Lossy Transmission Lines with Skin Effect by Using Numerical Inversion of Laplace Transforms," IEEE Trans. On CAS, vol. 39, 907-927, 1992.
11. L. W. Nagel, "SPICE 2: A computer program to simulate semiconductor circuits," Electronics Research Lab., Col. Eng., UC Berkeley, Memo. ERL-M592, June 1976.



李相興(Sang Heung Lee) 정희원

1966年 1月 5日生

1988年 2月:충남대학교 공과대학 전자공학과 졸업(공학사)

1992年 2月:충남대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)

1990年 10月~1991年 3月:한국전자통신연구원 화합물질적회로연구실 위촉연구원

1995年 3月~현재:한국과학기술원 정보전자연구소 연구원

1992年 3月~현재:충남대학교 대학원 전자공학과 박사과정

※주관심분야:소자 모델링 및 시뮬레이션, VLSI 설계 등

李起燮(Ki Jun Lee)

정희원

1955年 1月 23日生

1978年 2月:서울대학교 공과대학 공업교육(전자전공)학과 졸업(공학사)

1981年 2月:한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(공학석사)

1986年 2月:한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(공학박사)

1986年 9월~현재:충남대학교 공과대학 전자공학과 교수

※주관심분야: Mixed-mode 시뮬레이션, interconnection 모델링, VLSI 설계 등

李成宰(Song Jae Lee)

정희원

한국통신학회논문지 제19권 제3호 참조

현재:충남대학교 공과대학 전자공학과 조교수