

# 선형배열을 쓴 2차원 퍼진 신호도착방향 추정

正會員 이 성 로\*, 송 익 호\*\*

## Two-Dimensional Distributed DOA Estimation Using Linear Arrays

Seong Ro Lee\*, Iickho Song\*\* *Regular Members*

### 요 약

신호도착방향 추정에 관한 이제까지의 많은 결과는 신호원을 점신호원이라 두고 얻었으나, 실제 환경에서는 퍼진 신호모형을 쓰는 것이 더 알맞을 때가 많다.

이 논문에서는 2차원 퍼진 신호원 모형화를 생각하여, 퍼진 신호원을 중심각과 퍼짐의 정도로 나타낸다. 제안한 모형에서 퍼진 신호원의 수직, 수평각의 추정과정을 명확히 보여주는 몇 가지 보기를 다루고, 균일한 두 선형 배열처리를 쓸 때 다중신호분류로 얻은 컴퓨터 모의실험 결과들을 살펴본다.

### ABSTRACT

Most results on the estimation of direction of arrival have been obtained based on the assumption that the signal sources are point sources. Recently, it has been shown that signal source localization can be accomplished more adequately with distributed source models in some real surroundings.

In this paper, we consider modeling of 2-dimensional distributed signal sources, in which a distributed source is represented by the center angle and degree of dispersion. Some examples are included to more explicitly show the estimation procedures under the model: computer simulation results obtained by MUSIC-based methods with two uniform linear arrays are discussed.

### I. 머리말

신호도착방향을 추정하는 많은 결과들은 신호원을 점신호원이라고 두고 수평각만을 추정하는 문제에

대하여 얻어졌다 [1-3]. 점신호원 가정은 신호원들이 수신기에서 충분히 멀리 떨어져 있다면 타당한 것이다. 이 점신호원 가정에서 배열처리 출력벡터는 조종벡터의 가중합이다. 한편, 수평각만을 추정하는 1차원 문제의 확장으로서, 2차원 (수평, 수직) 추정문제가 점신호원 모형을 바탕으로 몇몇 연구에서 다루어졌다 [4, 5].

일반적으로 실제 환경에서 배열처리에 수신되는

\*복포대학교 전자공학과

\*\*한국과학기술원 전기 및 전자공학과

論文番號: 96253-0820

接受日字: 1996年 8月 20日

신호는 직접경로 신호뿐만 아니라, 여러 반사신호들로 이루어진다. 이러한 보기로는 수평 음파 탐시기에서 다중 반향, 레이더에서 교란신호, 위성통신에서 다른 신호로 말미암은 간섭을 들 수 있다. 이와같은 현상은 신호원을 퍼져 있는 것처럼 보이게 할 수 있다. 신호원이 퍼져 있다면, 배열처리기 출력벡터는 퍼진 신호밀도함수로 모든 방향에서 조종벡터를 적분하여 얻어야 한다 [6, 7].

이 논문에서는 퍼진 신호원의 수직, 수평각을 추정하는 문제를 다룰 것이다. 이 논문에서 고찰한 결과는 퍼진 신호원을 다룬다는 점에서 [4, 5]와 다르다. 또한, 이 논문은 수평, 수직각을 추정한다는 점에서 [6, 7]과 다르다. 이 논문에서는 다중신호분류 방법을 써서 퍼진 신호원의 수평, 수직각을 추정하는 문제를 다루고, 모의실험으로 제안한 방법의 성능을 살펴본다.

## II. 추정문제와 신호모형

### 2.1 신호도착방향 추정

$M$  배열감지기로  $L$  점신호원의 수평각만을 추정하는 문제를 생각해보자.  $M \times 1$  배열처리기 출력벡터  $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_M(t)]^T$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{k=1}^L \mathbf{a}(\theta_k) s_k(t) + \mathbf{n}(t). \quad (1)$$

여기서,  $s_k(t)$ 는  $k$ 째 점신호원 파형이고  $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$ 는 잡음벡터이며,  $\mathbf{a}(\theta_k)$ 는 배열처리기 열개로 정해지는 조종벡터이고,  $\theta_k$ 는  $k$ 째 신호의 신호도착방향이다. 잡음  $\mathbf{n}(t)$ 는  $E[\mathbf{n}(t) \mathbf{n}^H(t)] = \sigma^2 \mathbf{I}$ ,  $E[\mathbf{n}(t) \mathbf{n}^T(t)] = \mathbf{0}$ ,  $E[\mathbf{n}(t)] = \mathbf{0}$ 을 만족시키고 정상인 흰빛 복소정규 확률벡터라고 하자. 또한 잡음은 신호와 상관관계가 없다고 하자.

이제,  $A(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_L)]$ 과  $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_L]^T$ 라 쓰면 (1)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{y}(t) = A(\theta) \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t). \quad (2)$$

여기서, 평균이 0인 복소 정규 신호벡터  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_L(t)]^T$ 는 정상이며  $E[\mathbf{s}(t) \mathbf{s}^H(t)] = R_s$ 와  $E[\mathbf{s}(t) \mathbf{s}^T(t)] = \mathbf{0}$ 을 만족시킨다.

이러한 가정에서, 출력벡터는 평균이 0이고 공분산 행렬이 다음과 같은 복소 정규벡터이다.

$$R_y = E[\mathbf{y}(t) \mathbf{y}^H(t)] = A(\theta) R_s A^H(\theta) + \sigma^2 \mathbf{I}. \quad (3)$$

점신호원의 수직, 수평각은 (2)를 다음과 같이 확장함으로써 추정할 수 있다 [4, 5].

$$\mathbf{y}(t) = A(\theta, \phi) \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t). \quad (4)$$

식 (4)에서,  $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_L]^T$ 는 수평 신호도착방향 벡터이고,  $\phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_L]^T$ 는 수직 신호도착방향 벡터이며,  $A(\theta, \phi)$ 는 2차원 조종벡터인  $\mathbf{a}(\theta_k, \phi_k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, L$ 을 행벡터로 갖는다.

요즈음에, 퍼진 신호원 모형에서 수평각만을 추정하는 문제가 다루어졌다 [6, 7]. 보기로, [7]에서 제안된 퍼진 신호모형을 생각해 보면, 출력벡터  $\mathbf{y}(t)$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{y}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathbf{a}(\theta) s(\theta, t) d\theta + \mathbf{n}(t). \quad (5)$$

이때,  $s(\theta, t) = \sum_{k=1}^L s_k(t) \delta(\theta - \theta_k)$ 이면  $L$  점신호가 됨을 알 수 있다.

이 논문에서는, [7]에서 다른 연구의 확장으로서 3차원 공간에서 퍼진 신호모형의 수평, 수직각 추정을 생각한다. 퍼진 신호원은 중심각과 퍼짐의 정도 두 매개변수로 정의할 수 있는 모수형 퍼진 신호원과 임의적으로 유한 변수로 정의할 수 없는 비모수형 퍼진 신호원으로 나눌 수 있다. 이 논문에서는 모수형 퍼진 신호밀도함수를 써서 2차원 신호도착방향 추정문제를 다룬다.

2차원 퍼진 신호 밀도함수  $s(\theta, \phi, t)$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$s(\theta, \phi, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} g_{mn}(t) e^{-jm\theta} e^{-jn\phi}. \quad (6)$$

여기서,  $g_{mn}(t)$ 는  $E[g_{mn}(t)] = 0$ 이고  $E[g_{mn}(t) g_{kl}^*(t)] = \gamma_{mnkl}$ 인 확률변수이다. 그러면, 신호 공분산 행렬  $R_s$ 는 다음과 같이 된다.

$$R_s(\theta, \phi, \theta', \phi') = E[s(\theta, \phi, t) s^*(\theta', \phi', t)] = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \gamma_{mnkl} e^{-j(m\theta - k\theta')} e^{-j(n\phi - l\phi')}. \quad (7)$$

신호원이 점신호원일 때, 곧,  $s(\theta, \phi, t) = \sum_{k=1}^L s_k(t) \delta(\theta - \theta_k)$

$\delta(\phi - \phi_k)$ 일 때, 공분산 함수  $R_s$ 는 신호도착방향에서 가장 큰 값을 가지며 그 크기는 이론적으로 무한대이다. 한편 신호밀도함수가 퍼져 있을 때, 공분산 함수는 중심각 부분에서 큰 값을 갖는다.

이제 배열처리기의 출력  $y(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y(t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} a(\theta, \phi) s(\theta, \phi, t) d\theta d\phi + n(t). \quad (8)$$

식 (8)은 (4)를 일반화한 꼴이면서 (5)의 확장이다. 이때,  $L$  신호원이 다음과 같은 꼴을 갖는다면, (8)에서 2차원 점신호원 모형 (4)를 얻을 수 있다.

$$s(\theta, \phi, t) = 4\pi^2 \sum_{k=1}^L s_k(t) \delta(\theta - \theta_k) \delta(\phi - \phi_k). \quad (9)$$

### 2.2 모수형 퍼진 신호 모형

식 (8)에서 뚜렷이 알 수 있듯이,  $s(\theta, \phi, t)$ 의 특성에 어떤 제약조건을 두지 않으면, 2차원 퍼진 신호밀도 함수에 대하여 더 이상 살펴보는 것은 매우 어렵다. 이 논문에서는,  $g_{mn}(t) = \sum_{k=1}^L s_k(t) \rho_k^m e^{jm\theta_k} \eta_k^n e^{jn\phi_k}$ 인 때를 생각해 보자. 여기서  $\theta_k$ 와  $\phi_k$ 는 중심각이고,  $\rho_k$ 와  $\eta_k$ 는 퍼짐 매개변수이며,  $0 < \rho_k, \eta_k < 1, 0 \leq \theta_k < 2\pi, 0 \leq \phi_k < \pi$ 를 만족시킨다.

이와같이, 네 매개변수( $\theta_k, \rho_k, \phi_k, \eta_k$ )로 정의된  $s_k(\theta, \phi, t) = s_k(t) \sum_{m=0}^{\infty} \rho_k^m e^{-jm(\theta - \theta_k)} \sum_{n=0}^{\infty} \eta_k^n e^{-jn(\phi - \phi_k)}$ 를 중심각  $(\theta_k, \phi_k)$ 를 중심으로 퍼져 있는 2차원 모수형 신호라고 부른다. 이때, 신호밀도함수  $s(\theta, \phi, t)$ 는  $\sum_{k=1}^L s_k(\theta, \phi, t)$ 가 됨을 알 수 있다. 이러한 모수형 신호모형에서 우리 목표는  $\theta_k, \rho_k, \phi_k, \eta_k, k=1, 2, \dots, L$ 을 추정하는 것이다.

이제,  $L$  모수형 신호로 이루어진 퍼진 신호밀도함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$s(\theta, \phi, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} g_{mn}(t) e^{-jm\theta} e^{-jn\phi} = \sum_{k=1}^L s_k(t) \sum_{m=0}^{\infty} \rho_k^m e^{-jm(\theta - \theta_k)} \sum_{n=0}^{\infty} \eta_k^n e^{-jn(\phi - \phi_k)} = \sum_{k=1}^L s_k(t) / [(1 - \rho_k e^{-j(\theta - \theta_k)})(1 - \eta_k e^{-j(\phi - \phi_k)})] = \sum_{k=1}^L s_k(t) I_k(\theta, \phi). \quad (10)$$

여기서,  $I_k(\theta, \phi) = 1 / [(1 - \rho_k e^{-j(\theta - \theta_k)})(1 - \eta_k e^{-j(\phi - \phi_k)})]$ 는  $k$ 번째 강도함수이며,  $I(\theta, \phi; \theta', \rho', \phi', \eta') = 1 / [(1 - \rho' e^{-j(\theta - \theta')})(1 - \eta' e^{-j(\phi - \phi')})]$ 이다. 밀도함수가 (10)인 모수형 신호원의 배열처리기 출력은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$y(t) = \sum_{k=1}^L \frac{s_k(t)}{4\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} a(\theta, \phi) I_k(\theta, \phi) d\theta d\phi + n(t). \quad (11)$$

식 (11)에서 배열처리기 출력벡터는  $a(\theta, \phi)$ 가 정해지면 코위적분으로 얻을 수 있다.  $\rho_k$ 와  $\eta_k$ 가 모두 1과 가까워질 때, 다음과 같이 (11)은 (4)와 같아진다.

$$y(t) = \sum_{k=1}^L \frac{s_k(t)}{4\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{a(\theta, \phi) d\theta d\phi}{(1 - e^{-j(\theta - \theta_k)})(1 - e^{-j(\phi - \phi_k)})} + n(t) = \sum_{k=1}^L \frac{s_k(t)}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a(\theta_k, \frac{\lambda}{2})}{(1 - e^{j\theta_k} e^{-\frac{j\lambda}{2}})} \frac{d\lambda}{2} + n(t) = \sum_{k=1}^L s_k(t) a(\theta_k, \phi_k) + n(t). \quad (12)$$

신호도착방향 추정에 쓰이는 표본크기가  $N$ 일 때, 배열처리기 출력의 표본 공분산 함수는 다음과 같이 얻어진다.

$$\hat{R}_y = \frac{1}{N} Y Y^H. \quad (13)$$

여기서,  $Y = [y(t_1), \dots, y(t_N)]$ 는  $M \times N$ 행렬이다. 그러면, 우리는 다중신호분류방법과 같은 고유열개 방법을 써서 영 스펙트럼을 얻어,  $\theta_k, \rho_k, \phi_k, \eta_k$ 를 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$[\hat{\theta}, \hat{\rho}, \hat{\phi}, \hat{\eta}] = \arg \max_{\{\theta, \rho, \phi, \eta\}} V(\theta, \rho, \phi, \eta). \quad (14)$$

여기서  $\hat{\theta} = [\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_L], \hat{\rho} = [\hat{\rho}_1, \dots, \hat{\rho}_L], \hat{\eta} = [\hat{\eta}_1, \dots, \hat{\eta}_L]$ 은 추정벡터이며  $V$ 는 영 스펙트럼이다.

이제까지의 내용을 간추리면 다음과 같다. 신호원이 점신호원일 때,  $s(\theta, \phi, t)$ 의 공분산 함수는 신호도

작방향에서 가장 커지며, 그 크기는 이론적으로 무한 대이다. 비록 점신호원 모형이 때때로 실제의 신호원과 매우 가깝지만, 신호원이 3차원 공간에서 어떤 영역에 퍼져 있을 때는 퍼진 신호원 모형이 더욱 알맞다고 할 수 있다.

### Ⅲ. 두 선형 배열처리를 쓰는 추정

이 절에서는 두 직교 선형배열처리를 [8] 써서 얻은 두 공분산 행렬로부터 신호도착방향과 퍼짐 매개변수를 추정하는 방법을 알아보기로 한다. 식 (11)로부터 다음과 같이 두 배열 처리기 출력벡터를 얻는다.

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_h(t) &= \sum_{k=1}^N \frac{s_k(t)}{4\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \mathbf{a}_h(\theta, \phi) I_k(\theta, \phi) d\theta d\phi + \mathbf{n}(t) \\ &= \sum_{k=1}^N s_k(t) \mathbf{b}_{h,k} + \mathbf{n}(t), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_v(t) &= \sum_{k=1}^N \frac{s_k(t)}{4\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \mathbf{a}_v(\theta, \phi) I_k(\theta, \phi) d\theta d\phi + \mathbf{n}(t) \\ &= \sum_{k=1}^N s_k(t) \mathbf{b}_{v,k} + \mathbf{n}(t). \end{aligned} \quad (16)$$

여기서,  $\mathbf{b}_{h,k} = \mathbf{b}_h(\theta_k, \rho_k, \phi_k, \eta_k)$ 와  $\mathbf{b}_{v,k} = \mathbf{b}_v(\phi_k, \eta_k)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_v(\phi, \eta) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\mathbf{a}_v(\xi)}{(1-\rho e^{-j(\xi-\theta)})(1-\eta e^{-j(\xi-\phi)})} d\xi d\zeta \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{\mathbf{a}_v(\xi)}{(1-\eta e^{-j(\xi-\phi)})} d\xi, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\mathbf{b}_h(\theta, \rho, \phi, \eta) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\mathbf{a}_h(\xi, \zeta)}{(1-\rho e^{-j(\xi-\theta)})(1-\eta e^{-j(\zeta-\phi)})} d\xi d\zeta \quad (18)$$

식 (15)-(18)에서,  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{a}$ 의 첨자  $h$ 와  $v$ 는 각각 수평 배열처리기와 수직 배열처리기를 나타낸다. 한편  $\mathbf{a}_h(\theta, \phi)$ 와  $\mathbf{a}_v(\phi)$ 는 [8]에 나타나 있다.  $\mathbf{b}_{v,k}$ 와  $\mathbf{b}_{h,k}$ 는 조종 벡터인  $\mathbf{a}_v$ 와  $\mathbf{a}_h$ 를 평간한 것임을 쉽게 알 수 있다. 보수형 퍼진 신호모형에서  $s(\theta, \phi, t)$ 의 공분산 함수는 다음과 같으므로

$$\begin{aligned} R_s(\theta, \phi, \theta', \phi') &= E[s(\theta, \phi, t) s^*(\theta', \phi', t)] \\ &= \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N E[s_m(t) s_n^*(t)] \cdot I_m(\theta, \phi) \cdot I_n^*(\theta', \phi') \\ &= \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N p_{mn} \cdot I_m(\theta, \phi) \cdot I_n^*(\theta', \phi'), \end{aligned} \quad (19)$$

수평, 수직 배열처리기 출력의 공분산 함수는 다음과 같다.

$$R_{h,y} = B_h \Delta B_h^H + \sigma^2 I, \quad (20)$$

$$R_{v,y} = B_v \Delta B_v^H + \sigma^2 I. \quad (21)$$

여기서,  $[\Delta]_{mn} = p_{mn} = E[s_m(t) s_n^*(t)]$ 이고,  $B_h = [\mathbf{b}_{h,1} \ \mathbf{b}_{h,2} \ \dots \ \mathbf{b}_{h,L}]$ 이며,  $B_v = [\mathbf{b}_{v,1} \ \mathbf{b}_{v,2} \ \dots \ \mathbf{b}_{v,L}]$ 이다. 이제부터,  $\rho_k e^{j\theta_k}$ 와  $\eta_k e^{j\phi_k}$ 를 각각  $\psi_{h,k}$ 와  $\psi_{v,k}$ 로 쓰기로 하자. 행 벡터  $\mathbf{b}_{h,k}$ 의  $i$ 제 원소는 다음과 같이 코쉬적분을 써서 얻는다.

$$\begin{aligned} b_{h,k,i} &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{e^{j i \cos \theta \cos \phi}}{(1-\psi_{h,k} e^{-j\theta})(1-\psi_{v,k} e^{-j\phi})} d\theta d\phi \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\pi \oint_c \frac{e^{j \frac{i}{2} (z + \frac{1}{z}) \cos \phi}}{(1-\psi_{h,k} z^{-1}) jz} \cdot \frac{d\phi}{(1-\psi_{v,k} e^{-j\phi})} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{e^{j \frac{i}{2} (\psi_{h,k} + \frac{1}{\psi_{h,k}}) \cos \phi}}{1-\psi_{v,k} e^{-j\phi}} d\phi \\ &= \frac{1}{2\pi} \oint_c \frac{e^{j \frac{i}{4} (\psi_{h,k} + \frac{1}{\psi_{h,k}})(z + \frac{1}{z})}}{1-\psi_{v,k} z^{-1}} \frac{dz}{jz} \\ &= \exp \left\{ j \frac{i}{4} (\psi_{h,k} + \frac{1}{\psi_{h,k}}) (\psi_{v,k} + \frac{1}{\psi_{v,k}}) \right\}. \end{aligned} \quad (22)$$

비슷한 방법으로,  $\mathbf{b}_{v,k}$ 의  $i$ 제 원소  $b_{v,k,i}$ 는 다음과 같이 얻는다.

$$\begin{aligned} b_{v,k,i} &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{e^{j i \cos \phi}}{(1-\psi_{h,k} e^{-j\theta})(1-\psi_{v,k} e^{-j\phi})} d\theta d\phi \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \oint_c \frac{e^{j \frac{i}{2} (z + \frac{1}{z})}}{(1-\psi_{v,k} z^{-1}) jz} \cdot \frac{d\theta}{(1-\psi_{h,k} e^{-j\theta})} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{j \frac{i}{2} (\psi_{h,k} + \frac{1}{\psi_{h,k}})}}{1-\psi_{h,k} e^{-j\theta}} d\theta \\ &= \frac{e^{j \frac{i}{2} (\psi_{h,k} + \frac{1}{\psi_{h,k}})}}{2\pi j} \oint_c \frac{dz}{z - \psi_{h,k}} \\ &= \exp \left\{ j \frac{i}{2} (\psi_{h,k} + \frac{1}{\psi_{h,k}}) \right\}. \end{aligned} \quad (23)$$

한편,  $R_{v,y}$ 를 고유분해하면, 신호부공간  $S_v = [e_{v,1}, e_{v,2}, \dots, e_{v,L}]$ 과 잡음부공간  $G_v = [e_{v,L+1}, e_{v,L+2}, \dots, e_{v,M}]$ 을 얻는다. 여기서,  $e_{v,k}$ 는  $R_{v,y}$ 의 고유값 가운데에서  $k$ 째로 큰  $\lambda_{v,k}$ 에 대응하는 고유벡터이고,  $\lambda_{v,1} > \lambda_{v,2} > \dots > \lambda_{v,L} > \lambda_{v,L+1} = \lambda_{v,L+2} = \dots = \lambda_{v,M}$ 이다. 마찬가지로,  $S_h = [e_{h,1}, e_{h,2}, \dots, e_{h,L}]$ 과  $G_h = [e_{h,L+1}, e_{h,L+2}, \dots, e_{h,M}]$ 을 얻을 수 있다. 여기서,  $e_{h,k}$ 는  $R_{h,y}$ 의 고유값 가운데에서  $k$ 째로 큰  $\lambda_{h,k}$ 에 대응하는 고유벡터이며,

$\lambda_{h,1} > \lambda_{h,2} > \dots > \lambda_{h,L} > \lambda_{h,L+1} = \lambda_{h,L+2} = \dots = \lambda_{h,M}$ 이다.  $span(\mathbf{b}_{v,1}, \mathbf{b}_{v,2}, \dots, \mathbf{b}_{v,L})$ 과  $span(\mathbf{b}_{h,1}, \mathbf{b}_{h,2}, \dots, \mathbf{b}_{h,L})$ 은 각각  $span(\mathbf{e}_{v,L+1}, \mathbf{e}_{v,L+2}, \dots, \mathbf{e}_{v,M})$ 과  $span(\mathbf{e}_{h,L+1}, \mathbf{e}_{h,L+2}, \dots, \mathbf{e}_{h,M})$ 에 직교하기 때문에, 다음과 같이 신호도착방향과 퍼짐 매개변수를 알아낼 수 있다:

$$\mathbf{b}_v^H(\phi, \eta) \mathbf{G}_v = 0 \quad \text{iff } (\phi, \eta) \in \{(\phi_1, \eta_1), \dots, (\phi_L, \eta_L)\}, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_h^H(\theta, \rho, \phi, \eta) \mathbf{G}_h = 0 \\ \text{iff } (\theta, \rho, \phi, \eta) \in \{(\theta_1, \rho_1, \phi_1, \eta_1), \dots, (\theta_L, \rho_L, \phi_L, \eta_L)\}. \end{aligned} \quad (25)$$

실제적으로,  $(\theta_k, \rho_k, \phi_k, \eta_k)$ 는 몇가지 방법으로 추정할 수 있다: 이제 그 가운데서 한가지를 생각해 보자.

**(L1)  $\phi_k$ 와  $\eta_k$  추정**

이 변수들은 수평 매개변수  $\theta_k$ 와  $\rho_k$ 에 독립이므로, 먼저 수직 배열처리기의 출력벡터로부터 다음과 같은 다중신호분류 영 스펙트럼을 얻는다.

$$f_v(\phi, \eta) = \frac{\|\mathbf{b}_v(\phi, \eta)\|^2}{\mathbf{b}_v^H(\phi, \eta) \hat{\mathbf{G}}_v \hat{\mathbf{G}}_v^H \mathbf{b}_v(\phi, \eta)} \quad (26)$$

여기서,  $\hat{\mathbf{G}}_v$ 는 수직 배열처리기 출력벡터의 표본 공분산 함수의 잡음부공간이다. 그러면, 수직 변수들은 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$(\hat{\phi}_k, \hat{\eta}_k) = \arg \max_{\{\phi, \eta\}} f_v(\phi, \eta) \quad \text{for } k=1, 2, \dots, L. \quad (27)$$

**(L2)  $\theta_k$ 와  $\rho_k$  추정**

(L1)에서  $\hat{\phi}_k$ 와  $\hat{\eta}_k$ 를 얻은 다음 아래와 같이 수평 변수  $\theta_k$ 와  $\rho_k$ 를 추정할 수 있다.

$$(\hat{\theta}_k, \hat{\rho}_k) = \arg \max_{\{\theta, \rho\}} f_{h,k}(\theta, \rho, \hat{\phi}_k, \hat{\eta}_k). \quad (28)$$

여기서 영 스펙트럼은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_{h,k}(\theta, \rho, \hat{\phi}_k, \hat{\eta}_k) \\ = \frac{\|\mathbf{b}_h(\theta, \rho, \hat{\phi}_k, \hat{\eta}_k)\|^2}{\mathbf{b}_h^H(\theta, \rho, \hat{\phi}_k, \hat{\eta}_k) \hat{\mathbf{G}}_h \hat{\mathbf{G}}_h^H \mathbf{b}_h(\theta, \rho, \hat{\phi}_k, \hat{\eta}_k)} \end{aligned} \quad (29)$$

이밖에도 추정 성능을 좋게 하려면 순차적 추정방법을 [9] 쓸 수 있다. 그러나, 그와 같은 방법들은 계산량이 많고 복잡하다.

**IV. 보기와 모의실험**

이제, 앞에서 다룬 내용을 더욱 명확히 알아볼 수 있도록 신호원수  $L$ 이 2이고 배열 감지기수  $M$ 이 10일 때 몇가지 추정 보기들과 모의실험을 살펴보자. 전력이 같고 서로 상관관계가 없는 두 신호원을 생각해 보자. 이 두 신호원은 아래와 같다고 하자.

$$(\theta_1, \rho_1, \phi_1, \eta_1) = (30^\circ, 0.9, 25^\circ, 0.8),$$

$$(\theta_2, \rho_2, \phi_2, \eta_2) = (40^\circ, 0.7, 40^\circ, 0.6).$$

여기서,  $SNR$ 은  $10 \log[E(|s_1(t)|^2)/\sigma^2] = 10 \log[p_{11}/\sigma^2]$  (dB)이다.

**보기 1 :**

모수형 퍼진 신호모형의 필요성을 알아볼 수 있도록  $\hat{\mathbf{G}}_v = \mathbf{G}_v$ 라고 두고  $SNR = 15\text{dB}$ 일 때, 점신호원 가정에서 수직 배열처리기를 써서 다중신호분류 영 스펙트럼을 다음과 같이 얻었다.

$$f_1(\phi) = \frac{\|\mathbf{a}_v(\phi)\|^2}{\mathbf{a}_v^H(\phi) \hat{\mathbf{G}}_v \hat{\mathbf{G}}_v^H \mathbf{a}_v(\phi)}. \quad (30)$$

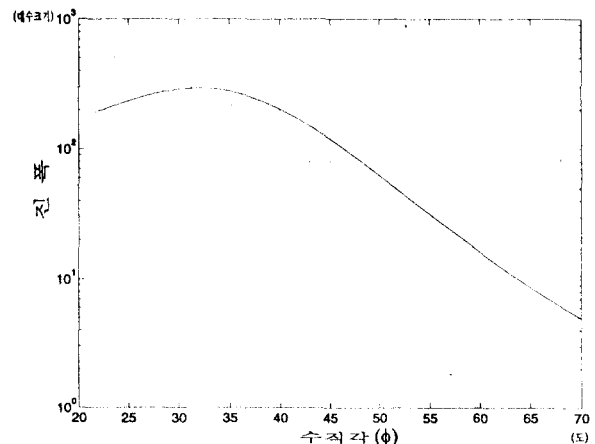


그림 1. 두 선형 배열처리기를 쓴 기존의 영 스펙트럼

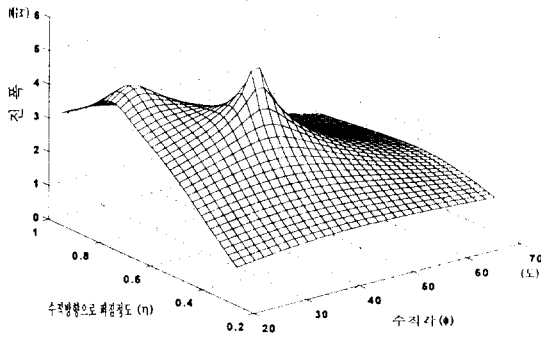


그림 2(a). SNR = 20dB일 때, 영 스펙트럼  $f_s(\phi, \eta)$

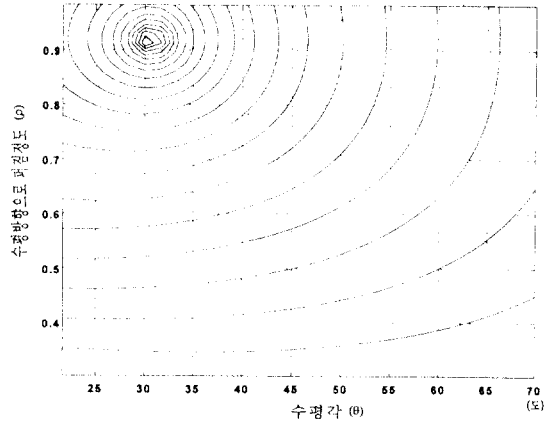


그림 2(d). 그림 2(c)의 등고선

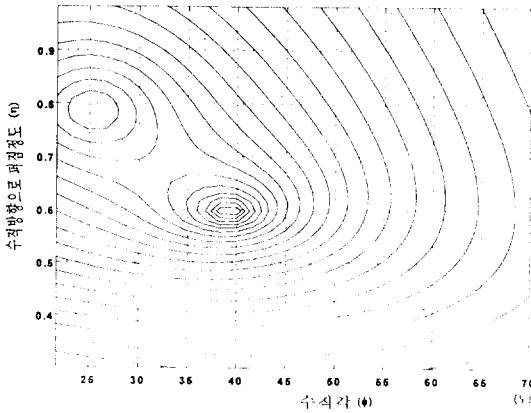


그림 2(b). 그림 2(a)의 등고선

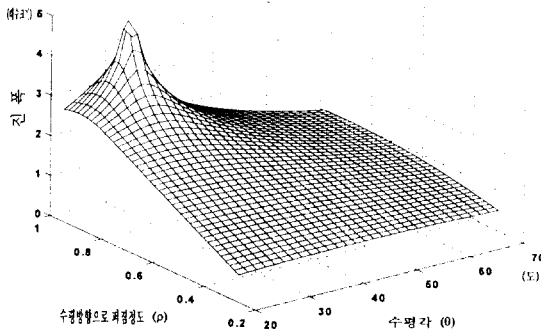


그림 2(c). SNR = 20dB일 때, 영 스펙트럼  $f_s(\theta, \rho, \phi_1, \eta_1)$

그림 1은 영 스펙트럼 (30)을 보여준다. 이 그림에서 쉽게 알 수 있듯이,  $\hat{\phi} = 33^\circ$ 에서만 최고가 되므로 다른 신호원은 찾을 수 없다. 그러므로, 이 보기는 점 신호원 영 스펙트럼을 쓰는 다중 신호분류 방법으로는 모수형 신호를 측정할 수 없다는 것을 보여준다.

모의실험 결과 :

표본크기를  $N=100$ 으로 두자. 수신로 얻은 두 벡터  $s(t)$ 와  $n(t)$ 를 써서 얻은 표본 공분산 함수  $\hat{R}_{r,y} = \frac{1}{N} Y_r Y_r^H$ 와  $\hat{R}_{h,s} = \frac{1}{N} Y_h Y_h^H$ 를 고유분해함으로써 각각 짐승공간  $\hat{G}_r$ 와  $\hat{G}_h$ 를 얻었다. 여기서,  $Y_r = [y_r(t_1) \ y_r(t_2) \ \dots \ y_r(t_N)]$ 과  $Y_h = [y_h(t_1) \ y_h(t_2) \ \dots \ y_h(t_N)]$ 은 각각 수직, 수평 배열서리기 출력벡터로 이루어지는  $\frac{M}{2} \times N$  행렬이다. SNR = 20, 15, 10일 때 (L1)과 (L2)를 써서 네 매개 변수 두 쌍을 추정한다. SNR = 20dB일 때, 그림 2(a)와 (b)는 두 수직 변수 추정에 쓰는 (26)과 (27)을 보여준다. 그림 2(c)와 (d)는 첫째 신호의 두 수평 변수를 추정하는데 쓰이는 (29)와 (28)을 보여준다. 둘째 신호의 두 수평 변수 추정에 쓰이는 (29)와 (28)은 그림 2(e)와 (f)에 나타나 있다. 결론적으로  $(\hat{\theta}_1, \hat{\rho}_1, \hat{\phi}_1, \hat{\eta}_1) = (30^\circ, 0.9, 26^\circ, 0.78)$ 과  $(\hat{\theta}_2, \hat{\rho}_2, \hat{\phi}_2, \hat{\eta}_2) = (40^\circ, 0.7, 38.5^\circ, 0.6)$ 을 얻는다. 비록 구체적인 결과들이 이 논문에서 보여 주지는 않았으나 SNR = 15, 10, 5dB일 때에도 비슷한 실험결과를 얻었다. 다만,  $\phi$ 방향의 추정 오류가  $\theta$ 방향

추정에 영향을 미칠 수 있다.

### V. 맺음말

신호도착방향 추정문제는 배열신호처리 분야에서 중요한 주제이다. 이 논문에서는, 보수형 퍼진 신호모형에서 2차원 (수평, 수직) 신호도착방향 추정을 생각하였다.

몇가지 실제환경에서, 신호도착방향 추정문제는 3차원 공간에 퍼진 신호모형을 바탕으로 하여 이루어져야 한다. 신호원이 점신호원이 아니고 어떤 영역에 퍼져 있을 때, 이미 잘 알려진 기존의 신호도착방향 추정방법을 바로 쓸 수 없다. 왜냐하면, 이러한 방법들은 점신호원이라는 가정에서 얻어졌기 때문이다.

이 논문에서 우리는 중심각과 퍼짐 매개변수로 나타낼 수 있는 2차원 퍼진 신호원 모형을 제안하였고, 2차원 퍼진신호원을 추정할 수 있도록 고유열개를 바탕으로 한 알고리즘을 살펴 보았다. 신호원이 퍼져 있을 때 제안된 방법의 성능은 쓸만하나, 점신호원 모형을 바탕으로 한 기존 방법은 신호도착방향을 정확히 추정하지 못한다는 것을 보였다.

### 참 고 문 헌

1. P. Stoica and A. Nehorai, "MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound: further results and comparisons," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, vol. 38, pp. 2140-2150, December 1990.
2. J. Choi, I. Song, S. Y. Kim, and H. M. Kim, "A statistical analysis of MUSIC null-spectrum via decomposition of estimation error," *Signal Proc.*, vol. 34, pp. 179-192, November 1993.
3. J. Choi, S. Kim, I. Song, and Y. K. Jheo, "A generalized null-spectrum for direction of arrival estimation," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 42, pp. 462-466, February 1994.
4. A. L. Swindlehurst and T. Kailath, "Azimuth/elevation direction finding using regular array geometries," *IEEE Trans. Aerosp., Electron. Syst.*, vol. 29, pp. 145-156, January 1993.
5. F. A. Sakarya and M. H. Hayes, "Estimating 2-D

- DOA angles using nonlinear array configurations," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 43, pp. 2212-2216, September 1995.
6. S. Valaee, B. Champagne, and P. Kabal, "Parametric localization of distributed sources," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 43, pp. 2144-2153, September 1995.
7. 이용업, *신호 도착 방향 추정에서 새로운 신호원 모형화와 추정 기법*, 박사학위 논문, 한국과학기술원 전기 및 전자공학과, 대전, 1996.
8. 이성로, *퍼진 신호원 모형에서의 2차원 신호도착방향 추정*, 박사학위 논문, 한국과학기술원 전기 및 전자공학과, 대전, 1996.
9. S. K. Oh and C. K. Un, "A sequential estimation approach for performance improvement of eigenstructure-based methods in array processing," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 41, pp. 457-463, January 1993.

이 성 로(Seong Ro Lee)

정회원

1959년 10월 28일생

1981년 3월~1987년 2월: 공학사, 전자공학과, 고려대학교

1988년 3월~1990년 2월: 공학석사, 전기 및 전자공학과, 한국과학기술원

1990년 3월~1996년 8월: 공학박사, 전기 및 전자공학과, 한국과학기술원

1996년 9월~1997년 8월: 한국과학기술원 정보전자연구소 연구원

1997년 9월~현재: 북포대학교 전자공학과 전임강사  
※주관심분야: 통계학적 신호처리, 배열신호처리, 스펙트럼 추정

송 익 호(Ickho Song)

종신회원

1960년 2월 20일생

1978년 3월~1982년 2월: 공학사(준최우등), 전자공학과, 서울대학교

1982년 3월~1984년 2월: 공학석사, 전자공학과, 서울대학교

1984년 1월~1987년 5월: 공학석사, 공학박사, 전기공학과, 펜실베이니아대학교

1987년 3월~1988년 2월: 벨 통신연구소 연구원

1988년 3월~1991년 8월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 조교수

1991년 9월~현재: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 부교수

1996년 1월~현재: 한국음향학회 영문논문지 편집위원

1996년 1월~현재: IEEE 선입회원

1998년 1월~현재: 한국통신학회 논문지 편집위원

1991년 11월, 1996년 11월: 한국통신학회에서 학술상  
받음

1993년 11월: 한국음향학회에서 우수연구상 받음

※주관심분야: 통계학적 신호처리, 신호검파, 스펙트럼 추정, 이동통신