

심볼동기용 Lock Detector의 성능평가

정희원 정 승 철*, 이 경 하**, 최 형 진***

The Performance of Lock Detectors for Timing Recovery

Seung Chul Jung*, Kyung Ha Lee**, Hyung Jin Choi*** *Regular members*

요 약

이 논문에서는 심볼동기회로를 위한 몇 가지 주요 lock detector의 성능을 분석한다. 인접심볼간의 간섭이 유한 길이동안만 유효하다는 가정하에 입력샘플간의 cross correlation 특성을 유도하여 심볼동기회로용 lock detector의 성능을 평가한다. 또한 절대값을 도입한 변형된 lock detector를 제시하고 비선형출력에 대한 확률밀도함수를 유도하여 성능을 분석한다. 모의실험을 통하여 제시된 수학적인 해석방식이 실제 설계에 있어 유용함을 검증하고 제안한 구조의 성능이 기존의 lock detector보다 우수함을 보인다.

ABSTRACT

In this paper, the performance of various lock detectors for symbol timing recovery is analyzed. We start from the basic assumption that the effect of adjacent symbols for the sampled signal can be approximated to be finite and obtained the cross correlation between signal samples to evaluate the performance of the symbol sync detectors. Furthermore, we propose a modified symbol lock detector algorithm that employs an absolute value type and present a mathematical analysis by using the probability density function approach. Analytic and simulation result shows that the proposed approach is valuable for the design of the symbol sync algorithms and the proposed algorithm exhibits superior performance compared to the conventional algorithms.

I. 서 론

심볼 동기의 목표는 수신된 데이터열에 근거하여 수신기에서 심볼의 최적 샘플 지점을 올바르게 정확하게

추정하는 것으로 디지털 통신의 복조 과정에서는 반드시 필요한 구성 요소이다. 특히 현재 널리 사용되고 있는 디지털 복조기에서는 다른 동기요소들은 모두 심볼동기회로에서 선택된 최적샘플지점에서 동작하므로 수신기 동작중에 있어서도 심볼 동기가 틀리지 않게 되면, 다른 모든 수신기의 구성 요소들은 심볼 동기 회로에 의한 심볼동기가 완료될 때까지 동작을 일시적으로 중단하게 된다. 따라서 전체적인 수신기의 원활한 동작을 위해서는 심볼 동기 회로의 상태를 파

* (주) LG 전자

** 삼성전자

*** 성균관대학교 전자공학과

論文番號 : 97304-0902

接受日字 : 1997年 9月 2日

악하는 심볼동기용 lock detector의 정확한 동작이 필수적이다.

일반적으로, 디지털 수신기의 구현에 있어서는 처리 속도에 대한 부담을 줄이는 것이 중요한 과제가 되므로, 심볼 동기 회로에 있어서도 요구되는 샘플수를 최소화하며 반송파 동기 회로와는 무관하게 동작하는 것이 바람직하다. 현재 가장 널리 사용되고 있는 심볼 동기 회로로는 Gardner 방식(GA-TED)과 결정 지향 방식(DD)이 사용되고 있으며, 특히 Gardner 방식은 한 심볼당 2 샘플로 동작하므로 처리 속도에 대한 부담을 줄일 수 있고, 위상 오프셋 및 잡음과는 무관한 출력 특성을 갖게 되므로, 반송파 동기 회로와는 독립적으로 심볼 타이밍을 복구할 수 있다[7]. 따라서 이 논문에서는 Gardner 방식과 연동 가능한 lock detector를 고려한다.

현재까지 알려진 Gardner 방식을 위한 lock detector로는 다음과 같은 두 가지 방식이 있다[1].

Detector A :

$$Z_A = \sum_{k=1}^M u_k, u_k = \text{Re}[x_{k+3/4} (x_{k+5/4}^* - x_{k+1/4}^*)] \quad (1)$$

Detector B :

$$Z_B = \sum_{k=1}^M v_k, v_k = \text{Re}[x_k x_k^* - x_{k-1/2} x_{k-1/2}^*] \quad (2)$$

먼저 Detector A는 Gardner 타이밍 검출기 동작에 필요한 샘플들의 중간 샘플을 이용하는 것으로 Gardner 방식의 출력 특성을 정규화된 타이밍 에러에 대해 0.25 심볼주기만큼 이동한 형태이다. 따라서 타이밍 에러가 0일 경우, 즉 lock이 되었을 경우 최대의 출력 값을 얻게 된다. 다음으로 Detector B는 Gardner 타이밍 검출기에서 사용하는 동일한 샘플을 이용하는 것으로, 최적 샘플 지점 신호의 자승값으로부터 영점 교차 샘플 지점 신호의 자승값을 뺀 형태로서 Detector A와 마찬가지로 타이밍 에러가 0일 경우 최대 출력 값을 얻게 된다. 이와 같은 특성을 가지는 신호를 일정 횟수만큼 누적시킨 검출기출력 Z 는 lock이 이루어져 있을 경우에만 일정값 이상의 출력이 나타나며 lock이 이루어지지 않은 경우에는 거의 0에 가까운 값이 나타나므로 심볼 동기 회로의 lock 상태를 파악할 수 있다.

그러나 이를 실제 디지털 회로로 구현할 경우, detector A는 심볼당 4샘플 동작을 필요로 하므로 보다 고속의 A/D 변환기가 필요하게 된다. 또한 detector B는 계산량이 많다는 단점이 있다. 즉, 한번 v_k 를 연산하는데 2개의 곱셈기와 1개의 뺄셈기가 필요할 뿐만 아니라 신호 및 잡음의 자승 연산에 있어서 매우 많은 비트 수가 요구되므로 구현이 복잡해진다. 또한 SNR이 낮을 경우 잡음의 cross term에 의한 영향이 커져 신뢰성이 크게 저하되는 등의 문제점이 있다. 더구나 현재까지의 성능분석은 모두 u_k 혹은 v_k 의 통계적특성만을 고려했을 뿐 실제 lock detector의 출력인 Z 의 특성은 분석된 바가 없었다. 따라서 임계값 설정 및 동일한 SNR에서의 검출성능이 수학적으로 입증되지 않아 신뢰성있는 설계 및 평가가 이루어지지 못했다.

이 논문에서는 먼저 기존 알고리즘에 대해 수학적 해석을 통한 성능평가를 수행하였다. 이론적으로, 심볼 동기 회로에 입력되는 신호는 무한개의 인접심볼에 대한 영향을 고려해야 하므로 지금까지 정확한 수학적 해석이 이루어지지 못했던 점을 고려하여 이 논문에서는 인접심볼이 유한하다는 가정을 통해 기존 구조를 해석하고 그 성능을 비교한다. 다음으로 절대값을 이용하는 lock detector를 제시하고 이에 대한 수학적 해석 결과를 확률 밀도 함수의 유도를 통해 유도하며, 해석 결과를 바탕으로 lock detector를 설계하여 성능을 검증한다.

II. 수신기 모델 및 기존 알고리즘에 대한 수학적 해석

2.1 수신기 모델

수신기의 입력 신호가 위상 오프셋이 없다고 가정할 경우, 펄스 정형 필터를 통과한 k 번째 심볼의 샘플된 복소 수신 신호는 다음과 같다[2].

$$x_k = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i g_{k-i}(\tau) + n_k \quad (3)$$

여기에서 심볼 a_i 는 +1 또는 -1의 레벨을 갖는 NRZ 파형이며, $n_k = n(kT + \tau)$ 는 평균이 0이고, 분산이 σ^2 인 기저 대역 백색 가우시안 잡음이다. 식

(3)에서 $g_{k-i}(\tau) = g((k-i)T + \tau)$ 는 펄스 정형 필터의 임펄스 응답 특성으로서 다음과 같다.

$$g(t) = \frac{\sin(\pi t/T) \cos(\alpha \pi t/T)}{\pi t/T (1 - (2\alpha t/T)^2)}$$

(여기에서 α 는 roll-off 파라메타) (4)

채널을 통해 전송된 신호는 수신단에서 펄스 정형 필터를 통과하게 되는데, 이 과정에서 펄스 정형 필터의 무한 임펄스 응답 특성으로 인하여 A/D 변환기에 의해 샘플된 신호 x_k 는 이론적으로는 식 (3)에서 보는 바와 같이 무한개의 인접심볼의 영향을 받게 된다. 그러나 실제적으로는 그림 2에서 보는 바와 같이 roll-off이 0.4 이상일 경우, 임펄스 응답 $g(t)$ 는 $|t|$ 가 세 심볼 주기 이상에서는 거의 영의 값을 갖게 되므로, 앞으로의 논의에 있어서는 펄스 정형 필터의 임펄스 응답 $g(t)$ 가 유한구간내에서만 존재한다고 가정한다. 또한 roll-off이 작아지게 되면, 그에따른 인접심볼의 영향을 더욱 많이 고려해 주면 된다. 따라서 주어진 심볼 a_k 에 인접한 심볼들 a 를 다음과 같이 표현할 수 있다[2].

$$a = (a_{k-m}, a_{k-m+1}, \dots, a_{k+m}) \quad (5)$$

또한 인접심볼 a 에 대한 확률 밀도 함수는 인접심볼들이 가질 수 있는 모든 경우의 수를 고려한 이산적인 값으로 다음식과 같다[2].

$$P_A(a) = 2^{-(2m+1)} \sum_{a_i} \delta(a_1 - a_{k-m}) \cdot \delta(a_2 - a_{k-m+1}) \dots \delta(a_{2m+1} - a_{k+m}) \quad (6)$$

위의 식에서 $a_i \in \{-1, +1\}$ 의 값을 가지며, 현재의 샘플 x_k 에 영향을 주는 모든 가능한 전송심볼들의 경우를 합으로써 표현하였다. 즉, 인접심볼 a 는 $(-1, -1, -1, \dots -1)$ 에서 $(1, 1, 1, \dots 1)$ 의 심볼 조합을 $2^{-(2m+1)}$ 의 확률로써 갖게 된다.

2.2 Detector A

식 (1)에 보인 detector A의 출력에 대한 평균 특성은 참고문헌[1]에 유도되었다. 그러나 참고문헌 [1]

에서는 평균특성만 유도 되었을 뿐, lock detector 동작의 전반적인 특성을 파악할 수 있는 기타 다른 수학적 해석이 이루어지지 못했다. 그 이유는 앞에서 설명한 바와 같이, 심볼 동기 회로에 입력되는 신호는 무한개의 인접심볼에 대한 영향을 고려해야 하므로, 그에 대한 수학적 해석이 매우 어렵기 때문이다. 그러나 이 논문에서는 식 (5)에서와 같이 인접 심볼의 영향이 유한하다고 가정할 경우, 시간 영역에서의 평균 및 분산 특성을 유도하였다.

먼저 수학적 해석을 쉽게 하기 위하여, 앞으로의 해석에 있어서는 BPSK 신호에 대한 해석을 가정한다. 또한 수학적 표기를 간단히 하기 위하여, 식 (3)의 펄스 정형 필터의 임펄스 응답 함수 $g_{k-i}(\tau)$ 를 g_{k-i} 로 표기한다. Detector A 출력의 평균 특성은 송신심볼들이 각각 독립적이고 또한 샘플된 잡음들이 상호 독립적이라고 가정할 때 다음 식과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} E[u_k] &= E[Re\{x_{k+3/4}(x_{k+5/4}^* - x_{k+1/4}^*)\}] \\ &= E[(\sum_i a_i g_{k-i+3/4} + n_{k+3/4})(\sum_j a_j g_{k-j+5/4} + n_{k+5/4})] \\ &\quad - E[(\sum_m a_m g_{k-m+3/4} + n_{k+3/4})(\sum_n a_n g_{k-n+1/4} + n_{k+1/4})] \\ &= \sum_m g_{m+3/4} [g_{m+5/4} - g_{m+1/4}] \end{aligned} \quad (7)$$

위의 식에서 보듯이 detector A의 출력은 Gardner 방식의 출력 특성과 마찬가지로 잡음과는 무관한 펄스 정형 필터의 임펄스 응답 함수로서 표현된다. 또한 detector A 출력의 분산 특성은 위와 유사한 방법으로 유도될 수 있다. 우선 detector 출력의 이차 모멘트는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E[u_k^2] &= \sum_m \sum_n [g_{m+3/4}(g_{n+5/4} - g_{n+1/4})]^2 \\ &\quad + 2 \sum_m \sum_{n \neq m} [g_{m+3/4}g_{m+5/4}g_{n+3/4}g_{n+5/4} \\ &\quad - 2g_{m+3/4}g_{m+5/4}g_{n+3/4}g_{n+1/4} \\ &\quad + g_{m+3/4}g_{m+5/4}g_{n+3/4}g_{n+1/4}] + \sigma^2 \sum_m (2g_{m+3/4}^2 \\ &\quad - 2g_{m+5/4}g_{m+1/4} + g_{m+5/4}^2 + g_{m+1/4}^2) + 2\sigma^4 \end{aligned} \quad (8)$$

(여기에서 σ^2 : 백색 가우시안 잡음 n_k 의 분산)

따라서 식 (7)과 (8)로 주어진 detector 출력의 1차, 2차 모멘트를 이용하면 출력 u_k 의 분산은 다음과 같다.

$$\text{Var}[u_k] = E[u_k^2] - E[u_k]^2 \quad (9)$$

일반적으로 lock detector의 동작은 detector 출력 u_k 를 일정 관찰 구간 동안 누적시킨 후 이를 임계값과 비교하는 것으로, 출력 u_k 를 관찰 구간 M 만큼 누적시킨 경우의 신호 Z_A 의 평균은 detector 출력 u_k 의 평균을 관찰 구간만큼 곱한 것으로서 간단히 구할 수 있다.

$$m_{Z_A} = E[Z_A] = Mm_{u_k} \quad (10)$$

그러나, 누적된 신호 Z_A 의 평균과는 달리 분산 특성은 좀 더 세심한 고려가 필요하다. 즉 반송과 복구 회로에 있어서의 출력[3]과는 달리, 심볼 동기 회로용 lock detector의 입력 신호는 인접 심볼의 영향을 받게 되고, 따라서 lock detector의 출력 신호 또한 인접 신호에 대한 영향을 배제할 수 없으며 누적 신호에 대한 분산식은 다음 식과 같이 자기 상관 함수로서 표현된다.

$$\begin{aligned} \sigma_{Z_A}^2 &= E[Z_A^2] - m_{Z_A}^2 = ME[u_k^2] \\ &+ 2 \sum_{i=1}^{M-1} E[u_k u_{k+M-i}] \cdot i - (Mm_{u_k})^2 \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)의 자기 상관 함수 $R_{u_k u_k}(d)$ 는 앞에서 유도한 1차, 2차 모멘트와 마찬가지로 방법으로 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} R_{u_k u_k}(d) &= E[u_k u_{k+d}] = E[x_{k+3/4}(x_{k+5/4} - x_{k+1/4}) \\ &\quad x_{k+3/4+d}(x_{k+5/4+d} - x_{k+1/4+d})] \\ &= \sum_m \sum_n g_{m+3/4} g_{m+3/4+d} (g_{n+5/4} - g_{n+1/4}) \\ &\quad (g_{n+5/4+d} - g_{n+1/4+d}) \\ &+ \sum_m \sum_{n \neq m} g_{m+3/4} g_{n+3/4+d} \\ &\quad (g_{m+5/4} - g_{m+1/4})(g_{n+5/4+d} - g_{n+1/4+d}) \\ &+ \sum_m \sum_{n \neq m} g_{m+3/4} g_{n+3/4+d} \\ &\quad (g_{n+5/4} - g_{n+1/4})(g_{m+5/4+d} - g_{m+1/4+d}) \end{aligned} \quad (12)$$

단, $d=1$ 일 경우에는 잡음항과의 상관관계도 고려해야하므로 자기 상관값은 다음과 같다.

$$R_{u_k u_k}(1) - \sigma^2 \sum_m g_{m+3/4} g_{m+3/4+1} \quad (13)$$

위에서 유도된 자기 상관값이 0인 경우는 detector 출력이 서로 독립이라는 가정 하에 두 신호간의 곱에 대한 평균을 각각의 평균에 대한 곱으로 근사화 할 수 있다.

$$E[u_k u_{k+M-i}] = E[u_k] \cdot E[u_{k+M-i}] = m_{u_k}^2 \quad (14)$$

2.3 Detector B

Detector B의 출력 특성 또한 detector A와 마찬가지로 방식으로 해석될 수 있다. 따라서 식 (2)의 detector B의 출력에 대한 평균 및 분산 특성은 다음과 같다.

$$E(v_k) = \sum_m (g_m^2 - g_{m-1/2}^2) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} E(v_k^2) &= \sum_m \sum_n \{g_m^2 (g_n^2 - g_{n-1/2}^2) \\ &\quad - g_{n-1/2}^2 (g_m^2 - g_{m-1/2}^2)\} \\ &+ 2 \sum_m \sum_{n \neq m} (g_m g_n - g_{m-1/2} g_{n-1/2})^2 \\ &+ 4\sigma^2 \left\{ \sigma^2 + \sum_m (g_m^2 + g_{m-1/2}^2) \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{Var}[v_k] = E[v_k^2] - E[v_k]^2 \quad (17)$$

Detector A에서와 마찬가지로 detector B의 출력 신호 v_k 를 관찰 구간만큼 누적시켰을 경우의 신호 Z_B 에 대한 평균은 간단히 유도되지만, Z_B 의 분산 특성 또한 출력 v_k 가 상호 독립적이지 못하므로, 출력 v_k 에 대한 자기 상관 함수의 유도가 선행되어야 한다. Detector B에 대한 자기 상관 함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R_{v_k v_k}(d) &= E[(x_k^2 - x_{k-1/2}^2)(x_{k+d}^2 - x_{k-1/2+d}^2)] \\ &= \sum_m \sum_n (g_m^2 - g_{m-1/2}^2)(g_{n+d}^2 - g_{n-1/2+d}^2) \\ &\quad + 2 \sum_m \sum_{n \neq m} (g_m g_n - g_{m-1/2} g_{n+d}) \\ &\quad (g_{m+d} g_{n+d} - g_{m-1/2+d} g_{n-1/2+d}) \end{aligned} \quad (18)$$

이 장에서 유도된 기존 알고리즘에 대한 수학적 해

석 결과는 III장에서 유도되는 제안된 알고리즘에 대한 수학적 해석 결과와 함께 IV장에서의 모의수행 결과와 비교 분석된다.

III. 절대값을 이용한 심볼 동기 회로용 Lock detector

3.1 제안된 알고리즘에 대한 수학적 해석

이 논문에서 제안한 방식은 디지털 회로 구현에 적합하도록 진폭 즉, 절대값을 이용하며, 또한 심볼당 2샘플 동작을 통해 고속의 A/D 변환기가 필요 없게 된다. 제안된 방식의 출력 y_k 는 다음과 같다.

$$y_k = |x_k| - |x_{k-1/2}| \quad (19)$$

식 (19)의 출력 특성을 해석하기 위해서는 앞의 기존 방식에 대한 해석과는 달리 좀 더 세심한 주의가 요구된다. 즉, 절대값이라는 비선형 특성에 대한 고려가 있어야 한다. 먼저 펄스 정형 필터의 임펄스 응답이 유한하다고 가정할 경우, k번째 샘플된 심볼에 인접한 심볼들은 식 (5)에서와 같이 유한개의 심볼들로 구성된다. 즉 인접심볼들의 조합은 총 $2^{(2m+1)}$ 개의 경우가 생기게 되며, 각각의 조합이 발생할 수 있는 경우는 $2^{-(2m+1)}$ 의 확률을 가지는 독립적인 사건들이 된다. 따라서 인접심볼 α 의 조합이 정해졌을 경우 수신 신호 x_k 는 $2^{-(2m+1)}$ 의 확률로서 α 의 조합에 따른 평균을 갖는 가우시안 잡음으로 해석될 수 있다. 또한 α 가 발생할 수 있는 모든 경우는 독립적인 사건들이므로, 수신 신호 x_k 는 α 의 모든 조합에 대한 합으로써 표현될 수 있다. 따라서 펄스 정형 필터를 통과한 k번째 심볼의 샘플된 수신 신호 x_k 의 확률 밀도 함수는 다음과 같다.

$$f_{x_i}(x_k) = \frac{2^{-(2m+1)}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \sum_{\alpha} \exp\left[-\frac{(x_k - m_k)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (20)$$

식(20)에서 k번째 심볼 x_k 의 평균 m_k 는 인접심볼 α 의 조합에 따라 다음과 같다.

$$m_k = \sum_{\alpha} a_i g_{k-i}(\tau), \quad (\text{여기에서 } a_i \in \{-1, +1\}) \quad (21)$$

식(20)의 확률 밀도 함수를 이용하면 k번째 심볼에 대한 절대값 $|x_k|$ 의 확률 밀도 함수는 다음과 같이 유도된다[4].

$$f_{|x_i|}(|x_k|) = \frac{2^{-(2m+1)}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \sum_{\alpha} \left\{ \exp\left[-\frac{(x_k - m_k)^2}{2\sigma^2}\right] + \exp\left[-\frac{(-x_k - m_k)^2}{2\sigma^2}\right] \right\} \quad (22)$$

최종적으로, 제안된 방식의 출력 특성에 대한 확률 밀도 함수는 detector 출력 계산에 필요한 두 신호, 즉 최적 샘플 지점 신호 $|x_k|$ 와 영점 교차 샘플 신호 $|x_{k-1/2}|$ 가 주어진 인접 심볼의 조합 α ($a_{k-m}, a_{k-m+1}, \dots, a_{k+m}$)에 대해서는 주어진 조합에 따른 각자의 평균값을 가지는, 독립적인 가우시안 분포로서 해석될 수 있으므로, 확률 이론에[4] 의해 다음과 같이 각각의 확률 밀도 함수의 배합(convolution)으로 표현될 수 있다. 따라서 제안된 구조에 대한 출력 신호의 확률 밀도 함수는 다음과 같다.

$$f_{y_i}(y_k) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{|x_i|}(|x_{k-1/2}|) f_{|x_i|}(|x_{k-1/2} + y_k|) dx_{k-1/2} \\ = \frac{2^{-(2m+1)}}{2\sigma\sqrt{\pi}} \sum_{\alpha} \sum_{\tau=0}^1 \sum_{\gamma=0}^1 \left\{ \exp\left[-\frac{(y_k + (-1)^{\gamma+1} m_k + (-1)^{\tau} m_{k-1/2})^2}{4\sigma^2}\right] \right. \\ \left. \times Q\left(\frac{|y_k| + (-1)^{\gamma+1} m_k + (-1)^{\tau+1} m_{k-1/2}}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right\} \quad (23)$$

여기에서 $\begin{cases} m_k = \sum_i a_i g_{k-i}(\tau) \\ m_{k-1/2} = \sum_i a_i g_{k-1/2-i}(\tau) \end{cases}$: 주어진 조합

α 에 따른 신호 x_k 와 $x_{k-1/2}$ 의 평균

식 (23)의 확률 밀도 함수를 이용하면, 제안된 방식의 detector 출력의 평균 m_{y_i} 과 분산 $\sigma_{y_i}^2$ 은 확률적 정의에 따라 다음과 같이 유도된다.

$$m_{y_i} = E[y_k] = \int_{-\infty}^{\infty} y_k f_{y_i}(y_k) dy_k \quad (24)$$

$$\sigma_{y_s}^2 = E[y_k^2] - E[y_k]^2 = \int_{-\infty}^{\infty} y_k^2 f_{Y_k}(y_k) dy_k - m_{y_s}^2 \quad (25)$$

II장에서 분석된 기존 방식과 마찬가지로 제안된 방식에서도 detector 출력을 일정 관찰 구간만큼 누적시키게 된다. 이 경우 누적 신호의 평균값은 식 (24)에 관찰 구간 M 만큼 곱해진 값이 되지만, 분산에 있어서는 detector 출력간에 상관 관계가 존재하므로 마찬가지로 제안된 방식에 대해서도 자기 상관 함수에 대한 유도가 선행되어야 한다.

$$\begin{aligned} R_{y_s}(l) &= E[y_k y_{k+l}] \\ &= E[(|x_k - |x_{k-1/2}|)(|x_{k+l} - |x_{k-1/2+l}|)] \\ &= E[|x_k||x_{k-1/2}|] - E[|x_k||x_{k-1/2+l}|] \\ &\quad - E[|x_{k-1/2}||x_{k+l}|] + E[|x_{k-1/2}||x_{k-1/2+l}|] \\ &= E[|x_k x_{k-1/2}|] - E[|x_k x_{k-1/2+l}|] \\ &\quad - E[|x_{k-1/2} x_{k+l}|] + E[|x_{k-1/2} x_{k-1/2+l}|] \end{aligned} \quad (26)$$

제안된 방식의 평균 및 분산 유도에서와 마찬가지로, 식 (26)의 자기 상관 함수는 4가지 성분들에 대한 평균값을 각각 구하여 최종적인 산술 연산에 의해 유도된다. 우선 인접 심볼의 조합이 주어졌을 경우, 식 (26)의 4가지 성분들에 있어, 각각의 신호 성분들은 서로 다른 평균을 갖는 독립적인 가우시안 분포로 고려될 수 있다. 우선 두 신호간의 곱을 새로운 변수 $W = x_k x_{k+l}$ 로 정의하면 이에 대한 절대값의 확률 밀도 함수는 다음식과 같이 된다.

$$\begin{aligned} f_{|W|}(w) &= \frac{2^{-(2m+1)}}{2\pi\sigma^2} \sum_{\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|x_k|} \\ &\quad \left(\exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \left\{ (x_k - m_k)^2 + \left(\frac{w}{x_k} - m_{k+l}\right)^2 \right\} \right] \right. \\ &\quad \left. + \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \left\{ (x_k - m_k)^2 + \left(\frac{-w}{x_k} - m_{k+l}\right)^2 \right\} \right] \right) dx_k \end{aligned} \quad (27)$$

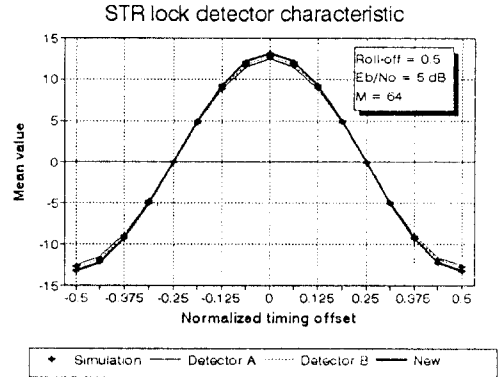
최종적으로 제안된 방식의 자기 상관 함수는 식 (27)의 확률 밀도 함수를 이용하여 식 (26)의 4가지 성분들에 대한 각각의 평균값들을 구한 후, 이 값들에 대한 산술적인 계산으로서 유도될 수 있다. Detector A, B의 분석에서와 마찬가지로, 제안된 방식의 출력 분산에 있어서도 상관값이 0인 경우는, 근사적으로 독

립이라는 가정 하에 식 (14)와 같이 자기 상관값이 0이 아닌, 평균값의 자승으로 계산한다.

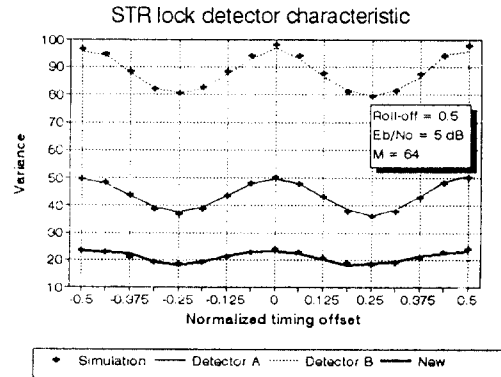
IV. 설계 및 성능 평가

4.1 각 방식간의 출력 평균 및 분산 특성 비교

이 장에서는 앞에서 유도된 각 detector 출력의 모의 수행 및 수학적 분석 결과를 BPSK 신호에 대해 비교하였다. 그림 1에서는 심볼속도 T로 정규화된 타이밍 에러에 따른 lock detector 출력의 평균 및 분산 특성을 나타낸 것으로 roll-off 파라메타가 0.5, Eb/No는 5 dB, 관찰 구간이 64인 경우이다.



(a) 출력 평균 특성



(b) 출력 분산 특성

그림 1. 각 detector 방식간의 평균 및 분산 특성

그림 1에서 기호로 표시된 부분은 각 방식간의 모의 수행 결과로서, 실선 및 점선으로 표시된 각 방식간의 수학적 결과와 정확히 일치함을 볼 수 있다. 위의 그림에서 보면, 신호의 자승을 이용한 detector B 방식의 절대값을 이용한 제안된 방식에 비해 보다 나은 평균 특성을 갖지만, 분산특성에 있어서는 제안된 방식이 훨씬 안정된 성능을 가짐을 볼 수 있다. 따라서 다음 절에서 분석될 detector의 설계 및 detection 성능에 있어서도 제안된 방식이 기존 방식들에 비해서도 보다 향상된 detector 성능을 가짐을 예측할 수 있다.

4.2 임계값의 결정

Lock detector의 동작은 detector 출력을 일정 관찰 구간만큼 누적시키게 되는데, 확률이론에 의하면 누적 신호인 z 은 중심 극한 정리가 적용된다고 가정할 경우 평균 μ_z , 분산 σ_z 인 가우시안 분포를 가진다고 근사화 할 수 있다. 따라서 lock detector의 detection 확률은 임계값이 주어졌을 경우 다음과 같다.

$$P_d = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z^2}} \int_{\tau}^{\infty} \exp\left[-\frac{(z-\mu_z)^2}{2\sigma_z^2}\right] dz \quad (28)$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf}\left[\frac{\mu_z - \tau}{\sqrt{2}\sigma_z}\right]\right)$$

여기에서 τ 는 임계값, μ_z/σ_z 는 lock이 된 상태에서의 평균/분산이다. 제안된 lock detector의 특성상 $\tau < \mu_z$ 이므로 P_d 의 symmetric 성질을 이용하면 다음과 같다.

$$P_f = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{z0}^2}} \int_{\tau}^{\infty} \exp\left[-\frac{(z-\mu_{z0})^2}{2\sigma_{z0}^2}\right] dz \quad (29)$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\tau - \mu_{z0}}{\sqrt{2}\sigma_{z0}}\right)$$

여기에서 τ 는 임계값, μ_{z0}/σ_{z0} 는 lock이 되지 않은 상태에서의 평균/분산이다. 임계값 τ 는 식 (28)과 (29)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\tau = \mu_z - \operatorname{erf}^{-1}(2P_d - 1) \cdot \sqrt{2}\sigma_z^2 \quad (30)$$

$$= \mu_{z0} + \operatorname{erfc}^{-1}(2P_f) \cdot \sqrt{2}\sigma_{z0}^2$$

식 (30)에서, unlock 상태에서의 평균 μ_{z0} 는 그림 1에서 보듯이 영의 값을 갖게 되므로 detection 확률 P_d 는 다음과 같이 detector SNR인 SNR_z 와 detector 분산비 σ_{z0}^2/σ_z^2 로 표현될 수 있다.

$$P_d = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{SNR_z}{2}} - \frac{\sigma_{z0}}{\sigma_z} \operatorname{erfc}^{-1}(2P_f)\right)\right] \quad (31)$$

식 (31)에서 detector SNR인 SNR_z 는 lock이 이루어진 상태에서의 detector 출력 값의 평균을 μ_z , 분산을 σ_z^2 이라 할 때 μ_z^2/σ_z^2 으로 정의할 수 있으며[5], lock detector의 성능평가에 있어서 매우 중요한 파라메타이다. 이 중에서도 요구되는 P_f 가 매우 작지 않다면, 분산비 σ_{z0}^2/σ_z^2 는 SNR_z 에 비해서 매우 작은값이 되므로 detection 확률 P_d 에 있어서는 거의 영향을 미치지 않으므로 전체적인 detector 성능은 SNR_z 에 의해 좌우된다 할 수 있다[3].

4.3 성능 평가

이 논문에서 제안한 detector는 식 (1)과 (2)에서 보인 기존의 알고리즘에 비해, 좀 더 나은 detector SNR 특성을 갖게 되는데, 그 이유로는 제안된 방식이 자승 대신 절대값을 이용하므로써, 기존 알고리즘에 비해 잡음의 자승 및 cross-term에 의한 영향을 받지 않기 때문이다. 그림 1에서 보인바와 같이 제안된 방식의 detector 출력 분산 σ_z^2 은 기존의 알고리즘에 비해서 매우 작은 특성을 갖게 되고, 따라서 detector SNR에 있어서도 제안된 방식은 기존 방식에 비해 보다 나은 detector SNR 특성을 갖는다.

그림 2에서는 roll-off 파라메타 a 가 0.5, 관찰구간이 64일 경우에 대한 제안된 방식과 기존 방식과의 detector SNR인 SNR_z 를 비교하였다. 그림에서 보듯이 제안된 방식의 SNR_z 는 E_b/N_o 가 5 dB 일 경우, detector A에 비해 약 3 dB 이상, 그리고 detector B에 비해서는 약 5 dB 이상 향상된 특성을 가지며, 또한 E_b/N_o 가 15 dB 일 경우에는 detector A에 비해 4 dB 이상, detector B에 비해서는 6 dB 이상 향상되는 것을 볼 수 있다.

그림 3에서는 심볼 동기 회로의 loop SNR이 무한

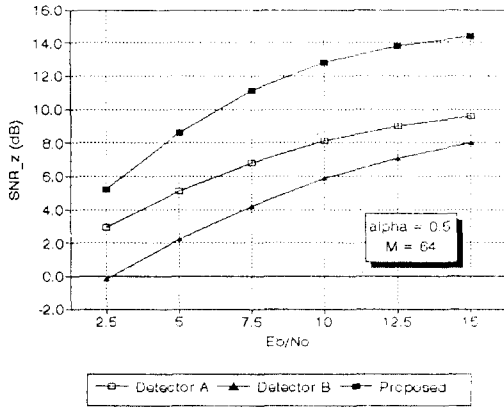


그림 2. Lock detector 출력간의 detector SNR 비교

대일 경우(즉 타이밍 지터의 영향이 없을 경우), 요구되는 false lock 확률 P_f 에 따른 lock detector의 detection 실패 확률 $1 - P_d$ 를 보이고 있다. 컴퓨터 모의수행을 위하여 관찰구간은 64로 잡았고 $E_b/N_0 = 5 \text{ dB}$ 이다. 그림 4에서는 loop SNR이 무한대일 경우 관찰구간 M 에 따른 lock detector의 실패확률을 보이고 있다. 그림 3과 4에서 보듯이 이 논문에서 제안한 방식은 동일한 false lock 확률과 관찰구간에 있어, 기존의 알고리즘들에 비해 매우 우수한 detection 성능을 보인다. 이는 앞의 식 (IV.5)와 그림 2에서 확인한 바와 같

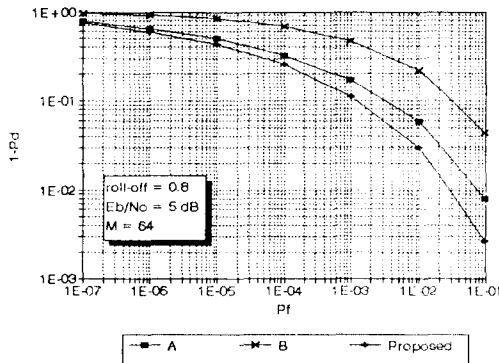


그림 3. 요구되는 P_f 에 따른 lock detector의 detection 실패 확률 $1 - P_d$

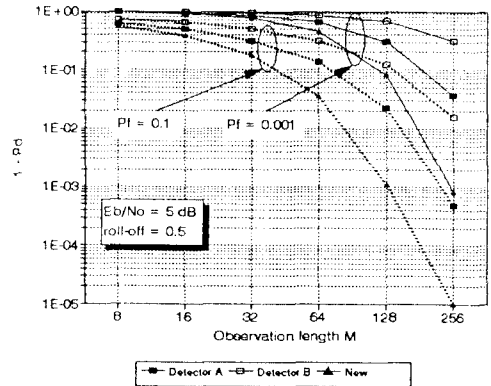


그림 4. 관찰구간 M 에 따른 lock detector의 detection 실패 확률 $1 - P_d$

이 기존의 알고리즘에 비해 제안된 알고리즘의 detector SNR이 보다 향상되었기 때문에 기대되었던 결과이다.

마지막으로 그림 5에서는 펄스 정형 필터의 roll-off 파라미터 α 값에 따른 detection 실패 확률을 보이고 있다. 컴퓨터 모의 수행을 위하여 관찰 구간 M 은 64, P_f 는 10^{-3} 으로 하였다. 위의 그림에서도 마찬가지로, α 값에 따라서도 제안된 방식이 기존 방식들에 비해 훨씬 뛰어난 detection 성능을 보인다. 또한 α 값이 커지게 되면, 각 방식의 평균 특성이 좋아지게 되므

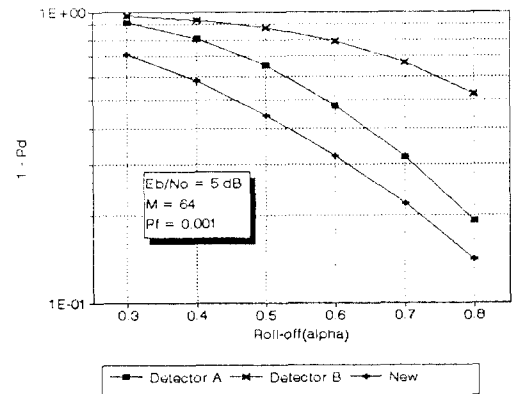


그림 5. Roll-off 파라미터 α 값에 따른 detection 실패 확률 $1 - P_d$

로, 동일한 방식간에 있어서도 α 값이 크게 되면, detection 확률이 더욱 좋아지게 된다.

V. QPSK 신호를 위한 lock detector

본 논문에서 제안된 방식은 입력 신호의 자승 대신 절대값을 이용하므로써 잡음의 영향을 더욱 줄일 수 있으며 또한 실제 디지털 회로 구현에 있어서도 매우 적합한 방식이다. 따라서, QPSK 신호에 대한 제안된 lock detector의 출력특성은 다음과 같다.

$$y_k = |I_k + jQ_k| - |I_{k-1/2} + jQ_{k-1/2}| \quad (32)$$

그러나 입력 수신 신호가 복소 신호인 QPSK 변조 방식에 있어, 입력 복소 신호의 절대값을 계산하기 위해서는 Square root 함수의 사용이 필수적이다. 그러나 실제 디지털 신호 처리(DSP)에서 square root 함수를 하드웨어로 구현하는 것은 어렵다. 따라서 square root 함수를 계산하기 위해서는 square root 함수를 근사화할 수 있는 알고리즘이 필요하며, 이러한 알고리즘으로는 LS 알고리즘, Sector 알고리즘 등이 알려져 있다[6]. 따라서 본 논문에서는 QPSK 신호에 적합한 lock detector의 설계를 위하여 LS 알고리즘을 채용하였다. 먼저 LS 알고리즘은 식 (V.2)을 이용한 간단한 근사화를 통하여 square root 함수를 계산한다.

$$\sqrt{I^2 + Q^2} = |L| + 0.4|S| \quad (33)$$

여기에서 $\begin{cases} |L| = I \text{ 또는 } Q \text{ 값중 큰 값의 절대값} \\ |S| = I \text{ 또는 } Q \text{ 값중 작은 값의 절대값} \end{cases}$

LS 알고리즘에 의한 오차는 약 4.3% 정도로서, 다음 그림에서는 LS 알고리즘을 이용, 비교기를 사용한 QPSK 신호에 대한 lock detector의 블럭도를 보이고 있다.

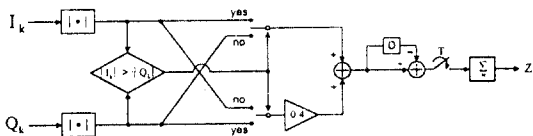


그림 6. LS 알고리즘을 채용한 QPSK 신호에 대한 lock detector 블럭도

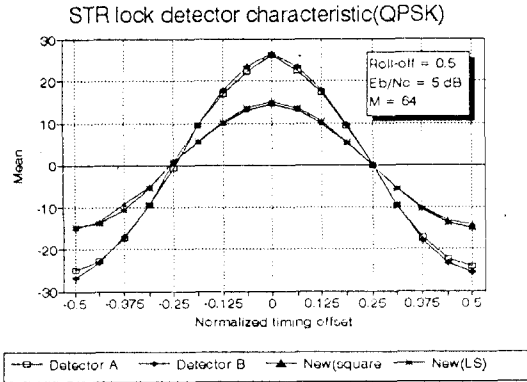
위의 그림에서 보듯이, QPSK 신호용 lock detector는 비교기를 사용하므로써, 복잡한 square root 함수의 사용없이 간단히 구현될 수 있다. 본 논문에서 제안한 QPSK 용 lock detection 알고리즘은 BPSK에서와 마찬가지로 최적 지점에서 샘플된 복소 신호의 크기 성분에서 영점 교차 지점 샘플의 크기 성분의 차이를 이용한 방식으로 심볼당 2샘플 동작을 하게 된다. 절대값의 계산을 위해 square root 함수를 LS 알고리즘으로 적용할 경우, 각 지점에서의 샘플은 식 (33)에서와 같이 I채널 및 Q채널 신호의 절대값의 크기에 따라 두 가지 경우가 생기게 되므로, 두 샘플을 이용한 detector 출력은 총 4가지의 경우가 생기게 된다. 따라서 각 경우에 대한 detector 출력은 다음과 같다.

$$\begin{cases} |I_k| > |Q_k|, |I_{k-1/2}| > |Q_{k-1/2}| : \\ |I_k| + 0.4|Q_k| - |I_{k-1/2}| - 0.4|Q_{k-1/2}| \\ |I_k| > |Q_k|, |I_{k-1/2}| < |Q_{k-1/2}| : \\ |I_k| + 0.4|Q_k| - 0.4|I_{k-1/2}| - |Q_{k-1/2}| \\ |I_k| < |Q_k|, |I_{k-1/2}| > |Q_{k-1/2}| : \\ 0.4|I_k| + |Q_k| - |I_{k-1/2}| - 0.4|Q_{k-1/2}| \\ |I_k| < |Q_k|, |I_{k-1/2}| < |Q_{k-1/2}| : \\ 0.4|I_k| + |Q_k| - 0.4|I_{k-1/2}| - |Q_{k-1/2}| \end{cases} \quad (34)$$

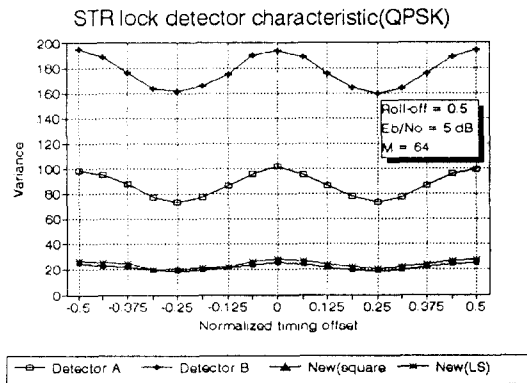
식 (34)에서, 각 경우에 따른 detector 출력은 서로 다른 채널(I, Q 채널)과 서로 다른 샘플 지점(최적 샘플 지점 x_k , 영점 교차 지점 $x_{k-1/2}$)에서의 4가지 신호 성분들을 이용한다. 이때 인접심볼 α 의 조합이 주어질 경우, 4가지 신호 성분들은 각각 독립적인 가우시안 잡음으로 해석될 수 있다. 그러나 전체적인 detector 출력의 확률 밀도 함수 유도에 있어서는, 이러한 4가지 성분들에 대한 확률 밀도 함수간의 배합(convolution)을 고려해야 되므로, 이에 대한 수학적 분석은 매우 어렵게 된다. 그림 7에 lock detector의 출력 특성을 보였다. BPSK의 경우와 마찬가지로 신호의 자승을 이용한 detector B 방식이 절대값을 이용한 제안된 방식에 비해 보다 나은 평균 특성을 갖지만, 분산특성에 있어서는 제안된 방식이 훨씬 안정된 성능을 가짐을 볼 수 있다.

제안된 lock detector는 신호의 진폭을 근사화하는 과정에서 [3]에서 제안된 반송파동기용 lock detector

와 부분적으로 유사한 구조를 가진다. 따라서 그림 8과 같이 절대값 및 비교기부분을 공유하므로써 효율적인 반송파동기 및 심볼동기회로를 함께 구현할 수 있다.



(a) 출력 평균 특성



(b) 출력 분산 특성

그림 7. 각 detector 방식간의 평균 및 분산 특성(QPSK)

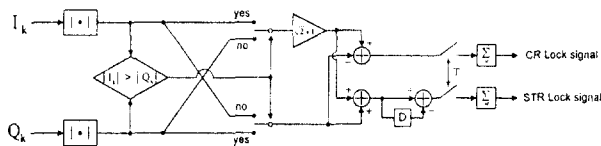


그림 8. 반송파동기 및 심볼동기용 lock detector

VI. 결론

지금까지 심볼 동기 회로용 lock detector는 누적된 출력에 대한 통계적 특성을 분석하는 과정에 대한 어려움으로 인하여 정확한 설계 및 성능평가가 이루어지지 못했다. 이 논문에서는 샘플 수신신호에 대한 인접심볼의 영향이 유한하다는 가정하에, 신호간의 cross correlation을 구하여 심볼동기회로의 성능을 해석하였다. 또한 절대값 즉, 신호의 진폭을 이용한 lock detector를 제시하고 확률 밀도 함수의 유도를 통하여 수학적 해석을 하였다. 제안된 구조는 자승 대신 절대값을 취함으로써 계산량을 줄일 수 있었을 뿐 아니라 잡음의 자승 효과가 없으므로 보다 향상된 detector 출력 SNR을 보이며, 결과적으로 보다 우수한 detection 성능을 얻을 수 있었다. 제안된 구조 역시 기존의 방식과 마찬가지로 중심 극한의 정리를 통한 가우시안 근사화로 요구되는 detection 확률을 얻기 위한 임계값의 설정이 가능하였으며 이를 모의실험을 통하여 입증하였다. 또한 실제 심볼 동기 회로와 연동을 고려하여 펄스 정형 필터의 roll-off 파라메타 α 값에 따른 성능 열화 및 관찰구간에 따른 성능열화를 분석하였다. 마지막으로 QPSK 신호에 대한 적용을 위해, Square root 함수를 근사화 할 수 있는 LS알고리즘을 채용하여 보다 간단하고 뛰어난 detection 성능을 가지는 detector를 제안하였다. 제안된 구조는 입력신호의 전력대신 진폭을 추정한다는 점에서 [3]에서 제안된 반송파동기용 lock detector와 유사하므로 이를 함께 구현할 경우 보다 효율적인 회로를 구현할 수 있다.

성능평가 결과, 이 논문에서 제시한 수학적해석은 실제 심볼동기회로를 설계하는데 매우 유용하며 특히 제시한 구조는 기존에 논의되고 있는 알고리즘에 비해 우수한 성능을 보이므로 앞으로의 활용이 기대된다.

참고 문헌

1. G. Karam, V. Paxal, and M. Moeneclaey, "Lock Detector for Timing Recovery," Proc. of IEEE ICC' 96, June 1996, pp. 1281-1285.
2. W. G. Cowley, and L. P. Sabel, "The Performance of Two Symbol Timing Recovery Algorithms for PSK Demodulators," IEEE Trans. Commun., vol. COM-42, pp. 2345-2355, June 1994.

3. Kyung Ha Yi, Seung Chul Jung, Yong Hoon Kim, and Hyung Jin Choi, "A New Lock Detection Algorithm for QPSK Digital Demodulator," Proc. of IEEE PIMRC' 96, Taipei, October 1996, pp. 848-852.
4. A. Mileant and S. Hinedi, "On the Effect of Phase Jitter on QPSK Lock Detection," IEEE Trans. on Comm., July 1993.
5. F.M. Gardner, "A BPSK/QPSK Timing Error Detector for Sampled Receivers," IEEE Trans. on Comm., May 1986.
6. 최형진, 동기 방식 디지털 통신, 교학사, 1995.



최형진(Hyung-Jin Choi)정회원
 1974년 2월: 서울대학교 전자공학과 졸업(학사)
 1976년 2월: 한국과학기술원 전기전자공학과 졸업
 1976년 3월~1979년 7월: 주식회사 금성사 중앙연구소 근무(연구원)
 1979년 9월~1982년 12월: 미국 University of southern California 전기공학과 박사(Ph.D)
 1982년 10월~1989년 2월: 미국 LinCom Corp. 연구원으로 근무
 1989년 3월~현재: 성균관대학교 전자공학과(교수)
 ※주관심분야: 디지털통신, 무선통신, 이동통신, 위성통신 및 동기화기술을 포함한 modem 기술등임

정승철(Seung Chul Jung) 정회원
 1995년 2월: 성균관대학교 전자공학과 졸업(학사)
 1997년 2월: 성균관대학교 전자공학과 졸업(석사)
 1997년 3월: LG 전자 입사
 ※주관심분야: 이동통신, 무선통신 등임



이경하(Kyung Ha Lee) 정회원
 1993년 2월: 성균관대학교 전자공학과 졸업(학사)
 1995년 2월: 성균관대학교 전자공학과 졸업(석사)
 1998년 2월: 성균관대학교 전자공학과 졸업(박사)
 1997년: 삼성전자 입사(통신부문 무선사업부)

※주관심분야: 이동통신 및 MODEM, 동기화기술, 디지털 통신 이론 등임