

대수정규 간섭에서 쓰는이 검파기의 해석

정회원 배진수*, 이주식**, 박소령**, 송익호**, 김홍길**

Analysis of a User Detection Scheme in Lognormal Interference

Jinsoo Bae*, Joosik Lee**, So Ryoung Park**, Iickho Song**,
Hong Gil Kim** *Regular Members*

요약

이 논문에서는 바라는 쓰는이가 있는지를 검파하는 문제를 다루었다. 쓰는이 간섭이 충분히 커서 잡음의 영향을 무시할 수 있다고 두었고, 쓰는이들 사이의 간섭과 쓰는이 신호들을 대수정규 모형으로 나타냈다. 이러한 때에 관측모형을 제안하고, 그 모형을 바탕으로 국소최적 검파기의 검정통계량을 얻었다. 이 국소최적 검파기의 점근 성능을 포락선검파기와 견주어서, 국소최적 검파기가 포락선검파기보다 성능이 더 좋음을 보였다.

ABSTRACT

A problem of detection of the existence of a desired user is considered in this paper. We assume that the signal to noise ratio is high enough for us to ignore the effects of noise compared with those of the interference by other users. The inter-user interference and user signals are modeled by the lognormal model. The observation model for this situation is proposed, the locally optimum test statistic is derived under the model, and the asymptotic performance of the locally optimum detector is compared with that of the envelope detector. We show that the locally optimum detector performs better than the conventional envelope detector.

I. 머리말

이동통신의 수요가 늘어나고 주파수 자원은 한정되어 있기 때문에 다중접속기술은 그 중요성이 더욱 커지고 있다. 한정된 주파수 대역에 쓰는이들을 더 많이 수용할 수 있도록, 여러 다중접속 기술들이 제시되고 있다. 보기를 들면, 주파수 도약 대역확산 통신과 직접수열 대역확산 통신 시스템들이 그것들이다 [1-3]. 그러나, 이러한 다중접속 통신 시스템들은 쓰는이 사이의 간섭 문제를 피할 수 없다. 오늘날 상업통신은 높은 신호대잡음비를 보장하기 때문에 쓰는이 사이의 간섭이 유일한 교란이라는 가정은 타당하다 [4]. 실제로, 쓰는이 사이의 간섭은 잡음보다도 이동통신 시스템의 성능에 훨씬 더 영향을 미친다 [5].

다중접속 통신 시스템에서는 이웃하는 다른 쓰는 이

들 때문에 일어나는 간섭이 있을 때 바라는 쓰는이의 신호를 검파해야 한다. 이 논문에서는 쓰는이들 사이의 간섭과 견주었을 때 바라는 쓰는이 신호가 매우 약한 때를 살펴볼 것이다. 이것은 다양한 이동통신 환경아래서 연결확률을 높이는 데 매우 중요하다. 대수정규 분포는 [6] 실제 환경을 꽤 잘 모형화한다고 알려졌기 때문에, 여기서는 이 분포를 바탕으로 했다.

신호세기가 매우 약할 때, 국소최적 검파 방식이 쓸모 있다는 것이 널리 알려져 있다 [7-10]. 신호세기가 0일 때 국소최적 검파기는 검파력 함수의 기울기를 다른 어떤 검파기보다도 크게 하기 때문에, 신호세기가 약할 때 가장 좋은 성능을 나타냄이 알려져 있다. 또한 국소최적 검파기는 균일최강 또는 최적검파기와는 달리 늘 얻을 수 있다는 것이 특징이다.

이 논문의 주목적은 포락선검파기보다 [11] 성능이

* LG전자 선임연구원(jinsoobae@hotmail.com) 정회원, ** 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(isong@sejong.kaist.ac.kr) 정회원
논문번호: 97401-1104, 접수일자: 1997년 11월 4일

더 좋은 쓰는데 신호 검파기를 얻는데 있다. 먼저, 쓰는데들 사이의 간섭이 있을 때 바라는 쓰는데를 검파하는데 쓰는 관측모형을 제안한다. 이때, 대수정규 분포는 쓰는데 신호와 쓰는데들 사이의 간섭 모두를 모형화하는데 쓰인다.

II. 관측모형

검파기에서 관측하는 신호의 모형

$$X_i = \theta S_i + W_i \tag{1}$$

$$= \theta S_i + \sum_{j=1}^{m_i} I_{i,j}, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

을 생각하자. 여기서, X_i 는 i 번째 표본 신호이고 m_i 는 i 번째 표본에서 쓰는데 수를 나타내며, θ 와 i 은 각각 신호세기 매개변수와 표본의 크기이다. 그리고, S_i 는 i 번째 표본 신호에서 바라는 쓰는데의 신호를 나타내고, $I_{i,j}$ 는 i 번째 표본에서 j 번째 이웃 쓰는데로 말미암은 간섭을 나타낸다.

이제, $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$, $S = (S_1, S_2, \dots, S_n)$, $W = (W_1, W_2, \dots, W_n)$ 이라고 놓자. 도심과 위성이동통신 채널에서 약한 파형을 받았을 때, 그 파형을 제공한 값의 평균은 대수정규 분포를 나타낸다는 [12] 것을 바탕으로 해서, S_i 와 $I_{i,j}$ 를 대수정규 확률변수로 둔다. 그러나, 여러 대수정규 확률변수들의 합인 W_i 의 정확한 분포는 얻을 수 없다. 간섭 W_i 의 분포를 모르면 국소최적 검파기의 검정통계량을 얻을 수 없다. 따라서,

$$W_i = \sum_{j=1}^{m_i} I_{i,j} \tag{2}$$

$$\approx I_{i, \max}$$

와 같이 가장 센 쓰는데 간섭이 아닌 다른 간섭은 모두 무시할 수 있다고 두자. 이렇게 두면 W_i 를 대수정규 확률변수라고 둘 수 있다. 이러한 가정의 타당한 보기로 이동전화에서 오직 하나의 우세한 간섭 음성을 듣게 되는 혼신음(cross-talk) 들 수 있다. 더 일 반적이고 복잡한 모형을 쓸지라도, 그런 가정 없이 다루기 쉬운 결과를 얻기란 쉽지 않다.

대수정규 분포의 확률밀도함수는 [6]

$$f(x|\sigma, \alpha) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (\log x - \log \alpha)^2\right) \tag{3}$$

이다. 여기서, $\sigma > 0$ 은 감쇠 매개변수이고 α^2 은 평균 전력 매개변수이다. 이 분포의 분산은 $\alpha^2 e^{-2\sigma^2} (1 - e^{-\sigma^2})$ 이다. 또한, 이 확률밀도함수의 가장 큰 값은 $x = \alpha$ 에서 나타나고, α 가 같으면 σ 가 클수록 분산이 더 커진다. 그림 1은 $\alpha = 1$ 일 때, σ 값이 바뀔 때 이 확률밀도함수의 여러 꼴을 보여준다.

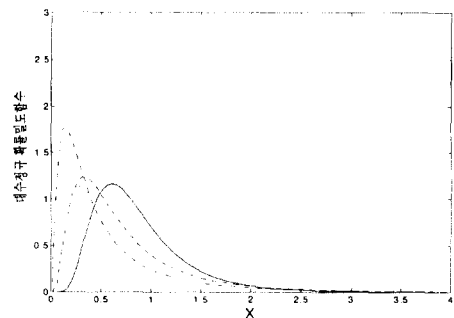


그림 1. $\alpha = 1$ 일 때, 대수정규 확률밀도함수
(\cdots : $\sigma = 0.5$, $---$: $\sigma = 0.75$, $- \cdot -$: $\sigma = 1$, $---$: $\sigma = 1.25$)

한편, W_i 와 S_i 가 $i = 1, 2, \dots, n$ 일 때 모두 독립이고 분포가 같은 확률변수이고, W_i 와 S_i 가 독립이라고 둔다. 이미 상업적으로 쓰고 있는 부호분할다중 접속 통신에서 전송신호는 유사확률 수열에 곱해지기 때문에, 실제환경에서도 S_i 는 독립이라고 둘 수 있고, W_i 도 마찬가지다. 그 확률밀도함수는 각각 $f_w(x) = f(x|\sigma, \alpha)$ 과 $f_s(x) = f(x|\sigma_1, \alpha_1)$ 이라고 둔다.

관측모형이 (1)인 검파문제를 가설검정문제로 바꾸면, 귀무가설 H 에서 X_i 는 쓰는데들 사이의 간섭인 W_i 만으로 이루어지고 ($\theta = 0$), 대립가설 K 에서 X_i 는 바라는 쓰는데 신호 S_i 와 쓰는데들 사이의 간섭인 W_i 로 이루어진다 ($\theta > 0$). 곧,

$$H: X_i = W_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \tag{4}$$

와

$$K: X_i = \theta S_i + W_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

또는

$$H: \theta = 0 \quad (6)$$

과

$$K: \theta > 0 \quad (7)$$

로 쓸 수 있다.

이제, $X_i, i = 1, 2, \dots, n$ 의 결합확률밀도함수는 H 에서는

$$H: \phi(x|K) = \prod_{i=1}^n f_w(x_i) \quad (8)$$

과 같고, K 에서는

$$K: \phi(x|H) = \int_{R^n} \prod_{i=1}^n f_w(x_i - \theta s_i) f_s(s_i) ds_i \quad (9)$$

와 같다.

한편, 국소최적 비선형성은

$$\begin{aligned} g(x) &= -f'_w(x)/f_w(x) \\ &= \frac{1}{\sigma^2 x} (\log \frac{x}{\alpha} + \sigma^2) \end{aligned} \quad (10)$$

이고, f_w 의 피서정보는

$$I(f_w) = \int g^2(x) f_w(x) dx \quad (11)$$

이다.

III. 국소최적 검파기의 검정통계량

일반적으로 균일최강검파기는 얻을 수 없기 때문에, 약한 신호를 검파할 때에는 국소최적 검파기를 생각한다. 일반화된 네이만-피어슨 정리를 따르면, 오경보확률이 같은 모든 검파기들 가운데에서 국소최적 검파기는 원점에서 ($\theta = 0$) 검파력 함수의 기울기를 가장 크게 한다. 그러므로, 국소최적 검파기의 검파력

은 신호크기가 0에 가까울 때, 오경보확률이 같은 다른 모든 검파기들의 검파력보다 크거나 같다.

일반화된 네이만-피어슨 정리로부터, 국소최적 검파기의 검정통계량은

$$\begin{aligned} T_{LO}(X) &= \frac{1}{\phi(X|H)} \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{d}{d\theta} \phi(X|K) \\ &= \sum_{i=1}^n E\{S_i\} g(X_i) \end{aligned} \quad (12)$$

로 쓸 수 있다. 곧, 국소최적 검파기의 통계량은

$$\begin{aligned} T_{LO}(X) &= \sum_{i=1}^n \alpha e^{\frac{1}{2}\sigma^2} g(X_i) \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\alpha e^{\frac{1}{2}\sigma^2}}{\sigma^2 X_i} \left\{ \log \frac{X_i}{\alpha} + \sigma^2 \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

으로 쓸 수 있다.

한편, 포락선검파기의 검정통계량은

$$T_{EV}(X) = \sum_{i=1}^n X_i \quad (14)$$

이다.

국소최적 검파기의 검정통계량 (13)은 W_i 의 매개 변수인 σ 와 α 의 영향만 받는다. 곧, 국소최적 검파기를 쓰고자 할 때 알아야 할 것은 쓰느이 사이 간섭에 관한 정보이지, 쓰느이 신호의 통계는 아니다. 그림 2는 $\alpha=1$ 이고 $\sigma=0.5, 0.75, 1, 1.25$ 일 때, 국소최적 검파기의 비선형성 $g(x)$ 를 나타낸다.

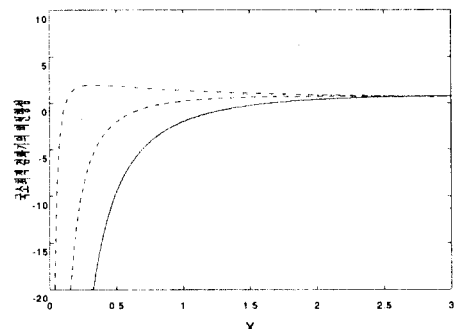


그림 2. 국소최적 검파기의 비선형성

(— : $\sigma=0.5$, - - : $\sigma=0.75$, - · - : $\sigma=1$, ··· : $\sigma=1.25$)

IV. 국소최적 검파기의 접근 성능

검파기들 사이의 접근 성능을 견줄 때 가장 널리 쓰이는 것 가운데 하나는 접근 상대효율이다. 검정통계량이 각각 T_1 과 T_2 인 두 검파기 D_1 과 D_2 의 접근 상대효율 $ARE_{1,2}$ 는

$$ARE_{1,2} = \frac{\xi_1}{\xi_2} \quad (15)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 여기서,

$$\xi_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{dE\{T_i|\theta\}}{d\theta} \Big|_{\theta=0} \right]^2 / nV\{T_i|\theta=0\}, \quad i = 1, 2, \quad (16)$$

은 검파기의 효능이고, $V(\cdot)$ 은 확률변수의 분산을 나타낸다.

먼저,

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{d}{d\theta} E_K\{T_{LO}\} = E_H\{T_{LO}^2\} = nI(f_w) \quad (17)$$

과

$$E_H\{T_{LO}\} = n \int_0^\infty g(x)f_w(x) dx = 0 \quad (18)$$

이라는 것에서 국소최적 검파기의 효능은

$$\xi_{LO} = \frac{E_H\{T_{LO}^2\}}{nV_H\{T_{LO}\}} = I(f_w) \quad (19)$$

이다. 마찬가지로 방법으로 포락선검파기의 효능을 얻을 수 있다.

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{d}{d\theta} E_K\{T_{EV}\} = E_H\{T_{EV} T_{LO}\} = n\sigma(\sigma + 1) \quad (20)$$

과

$$V_H\{T_{EV}\} = E_H\{T_{EV}^2\} - E_H^2\{T_{EV}\} = nV_H\{X_i\} \quad (21)$$

이라는 것은 쉽게 보일 수 있고, 이로부터 포락선검파기의 효능은

$$\xi_{EV} = \frac{\sigma^2(\sigma+1)^2}{V_H\{X_i\}} \quad (22)$$

이다. 식 (19)와 (22)를 쓰면,

$$ARE_{LO,EV} = \frac{I(f_w) V_H\{X_i\}}{\sigma^2(\sigma+1)^2} \quad (23)$$

이다.

이제 σ^2 의 함수로 $ARE_{LO,EV}$ 를 계산해 보자. 먼저, 계산을 간단히 할 수 있도록 $x = \log a - \sigma^2$ 라고 놓으면,

$$E_H\{X_i^r\} = e^{rx + \frac{1}{2} r\sigma^2(r+2)}, \quad (24)$$

$$E_H\{\log X_i\} = x + \sigma^2, \quad (25)$$

$$E_H\{X_i^{-1} \log X_i\} = x e^{-x - \frac{1}{2} \sigma^2}, \quad (26)$$

$$E_H\{X_i^{-2} \log X_i\} = (x - \sigma^2) e^{-2x}, \quad (27)$$

$$E_H\{X_i^{-2} \log^2 X_i\} = \{(x - \sigma^2)^2 + \sigma^2\} e^{-2x} \quad (28)$$

이라는 것으로부터

$$I(f_w) = \int_0^\infty g^2(x) f_w(x) dx = e^{-2x} \sigma^2(\sigma^2 + 1) \quad (29)$$

와

$$V_H\{X_i\} = e^{2x+3\sigma^2}(e^{\sigma^2} - 1) \quad (30)$$

이 됨을 쉽게 보일 수 있다. 식 (23), (29), (30)에서,

$$ARE_{LO,EV} = \frac{e^{3\sigma^2}(e^{\sigma^2} - 1)(1 + \sigma^2)}{(1 + \sigma^2)^2} \quad (31)$$

을 얻는다.

그림 3에서 $\sigma > 0.65$ 일 때 $ARE_{LO,EV} > 1$ 임을 알 수 있고, 이것은 감쇠가 비교적 심할 때에는 국소최적 검파기가 포락선검파기보다 접근 성능이 더 좋음을 나타낸다. σ 가 커지면 $ARE_{LO,EV}$ 도 커진다는 것을

알 수 있고, 이것은 국소최적 검파기가 심한 감쇠 간섭에 대해 더 쓸모 있음을 나타내는 것이다.

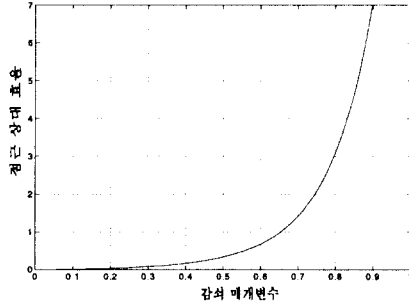


그림 3. 국소최적 검파기와 포락선 검파기의 점근 상대 효율

V. 맺음말

이 논문에서는 쓰느이 검파 문제에 국소최적 검파 방법을 썼다. 이것은 보편적인 확률신호검파 문제의 새로운 응용으로 생각할 수 있다. 먼저, 관측모형을 제안했고 국소최적 검파기를 유도했으며 이제까지의 포락선검파기와 견주어서 그 점근 성능 특성을 분석했다. 이때, 국소최적 검파기는 관측값의 역수와 대수를 쓴다는 것을 알 수 있었다. 또한, 감쇠가 비교적 심할 때 국소최적 검파기가 포락선 검파기보다 더 좋은 성능을 나타냈다.

고마움의 글

이 논문이 더욱 읽기 좋고 내용이 충실하도록 세심하게 심사해 주신 심사위원회에 고마움을 나타냅니다.

부 록 : (26)과 (27)의 유도과정

먼저, x 를 대수정규확률변수라고 두면,

$$E(x^{-1} \log x) = \int_0^{\infty} \frac{\log x}{x} \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\log x - \log a)^2\right) dx \quad (A.1)$$

여기서, $t = \log x - \log a$ 라 두면,

$$E(x^{-1} \log x) = \frac{1}{a} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (t + \log a) e^{-t} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt \quad (A.2)$$

식 (A.2)를 정리한 뒤 많이 알려진 적분공식

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-p^2 x^2 \pm qx) dx = \exp\left(\frac{q^2}{4p^2}\right) \frac{\sqrt{\pi}}{p}, \quad p > 0 \quad (A.3)$$

을 쓰면,

$$\begin{aligned} E(x^{-1} \log x) &= \frac{1}{a} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \left(\int_{-\infty}^{\infty} t e^{-t} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt + \log a \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt \right) \\ &= \frac{1}{a} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \left(-\sigma^2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt + \log a \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt \right) \\ &= \frac{1}{a} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} (\log a - \sigma^2) e^{\frac{1}{2}\sigma^2} (\sigma\sqrt{2\pi}) \\ &= x e^{-x - \frac{1}{2}\sigma^2} \end{aligned} \quad (A.4)$$

식 (27)도 위와 같은 과정을 거치면 얻을 수 있다.

참 고 문 헌

- 황선한, 강충구, "DS/CDMA 시스템에서의 제한된 처리 지연 시간을 고려한 다단계 간섭 제거 방식에 대한 성능 분석", 한국통신학회논문지, 22권, 2653-2663쪽, 1997년 12월.
- 한중선, 윤원식, "주파수 선택적 페이딩 채널에서의 다중톤 DS-SS 시스템 성능분석", 한국통신학회논문지, 23권, 312-325쪽, 1998년 2월.
- 정경수, 오종택, 강충구, 차균현, "CDMA 시스템에서의 불균일한 통화량 분포를 고려한 역방향 링크 계산", 한국통신학회논문지, 23권, 901-913쪽, 1998년 4월.
- A.H. Wojnar, "Unknown bounds on performance in Nakagami channels," *IEEE Trans. Comm.*, vol. 34, pp. 22-24, Jan. 1986.
- Q.T. Zhang, "Outage probability of cellular mobile radio in the presence of multiple Nakagami interferers with arbitrary fading parameters," *IEEE Trans. Vehic. Techn.*, vol. 44, pp. 661-667, Aug. 1995.
- N.L. Johnson and S. Kotz, *Continuous Univariate Distributions - 1*, Singapore: John Wiley & Sons, 1970.
- I. Song and S.A. Kassam, "Locally optimum detection of signals in a generalized observation model: The random signal case", *IEEE Tr. Inform. Theory*,

- vol. 36, pp. 516-530, May 1990.
8. 손재철, 송익호, 김상엽, 김선용, “국소 최적 신호 검파 및 그 퍼지 집합 이론적 확장”, 한국통신학회논문지, 16권, 219-231쪽, 1991년 3월.
 9. 김태현, 김광순, 류상우, 송익호, “약의존성 잡음에서 몇가지 신호검파 방식들의 성능특성”, 한국통신학회논문지, 21권, 155-160쪽, 1996년 1월.
 10. 배진수, 이주식, 김윤희, 송익호, “덧셈 잡음에서 합성신호의 비모수 검파기”, 한국통신학회논문지, 22권, 1543-1549쪽, 1997년 7월.
 11. A. Fogel, “Detection in a Rice environment”, *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 29, pp. 761-764, Sep. 1983.
 12. J.M. Linnartz, A.J. Jong, and R. Prasad, “Effect of coding in digital microcellular personal communication systems with co-channel interference, fading, shadowing, and noise,” *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 11, pp. 901-910, Aug. 1993.
- 배진수 (Jinsoo Bae)** 정회원
 1972년 3월 11일생
 1990년 3월~1993년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 공학사 (최우등)
 1993년 3월~1995년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 공학석사
 1995년 3월~1998년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 공학박사
 1998년 3월~1998년 7월: 앤더슨 컨설팅 근무
 1998년 9월~현재: 기술진흥보조기금 차장
 <연구분야> 신호검파, 통신이론
- 이주식 (Joosik Lee)** 정회원
 1974년 7월 30일생
 1992년 3월~1996년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 공학사
 1996년 3월~1998년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 공학석사
 1998년 3월~현재: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정
 <연구분야> 배열신호처리, 신경회로망, 이동통신
- 박소령 (So Ryoung Park)** 정회원
 1974년 11월 22일생
 1993년 3월~1997년 2월: 연세대학교 전자공학과 공학사
 1997년 3월~현재: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사과정
 <연구분야> 이동통신, 신호검파
- 송익호 (Iickho Song)** 정회원
 1960년 2월 20일생
 1978년 3월~1982년 2월: 서울대학교 전자공학과 공학사 (준최우등)
 1982년 3월~1984년 2월: 서울대학교 전자공학과 공학석사
 1984년 1월~1985년 8월: 펜실베니아대학교 전기공학과 공학석사
 1985년 9월~1987년 5월: 펜실베니아대학교 전기공학과 공학박사
 1987년 3월~1988년 2월: 벨 통신연구소 연구원
 1988년 3월~1991년 8월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 조교수
 1991년 9월~1998년 8월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 부교수
 1998년 9월~현재: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 교수
 1995년 1월~현재: 한국통신학회 논문지 편집위원
 1996년 1월~현재: 한국음향학회 영문논문지 편집위원
 1991년 11월, 1996년 11월: 한국통신학회 학술상 받음
 1993년 11월: 한국음향학회 우수연구상 받음
 대한전자공학회, 한국음향학회, 한국통신학회 종신회원; IEE 회원; IEEE 선임회원
 <연구분야> 통계학적 신호처리, 신호검파, 스펙트럼 추정, 이동통신
- 김홍길 (Hong Gil Kim)** 정회원
 1972년 7월 20일생
 1991년 3월~1995년 2월: 한양대학교 전자통신공학과 공학사
 1995년 3월~1997년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 공학석사
 1997년 3월~현재: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정
 <연구분야> 이동통신, 검파이론