

나카가미 감쇄 채널에서 BPSK와 QPSK 신호의 변조분류

정회원 김 치 환*, 한 영 열**

Modulation Classification for BPSK and QPSK Signals over Nakagami Fading Channel

Chi Hwan Kim*, Young Yearl Han** *Regular Members*

요 약

이 논문에서는 나카가미 감쇄 채널에서의 동기 BPSK 시스템을 새로운 방법으로 해석한다. 또 이 해석의 응용으로 간단히 변조 분류를 행하는 방법을 제시하고, 제안된 디지털 변조 분류기의 오분류확률을 유도하여 성능을 분석한다.

먼저 나카가미 감쇄가 존재할 때 발생하는 위상에 대한 위상 오류의 밀도 함수식으로부터 수신기에 들어오는 신호의 크기를 직접 검출하여 판정영역에서 바로 신호를 판별하고자 확률 변수 변환을 통하여 수신 신호의 크기에 대한 새로운 확률 밀도 함수를 유도한다. 여기서 유도한 수신 신호의 크기에 대한 확률 밀도 함수로부터 수신 신호의 적률을 계산하고, 통계적 적률을 바탕으로 한 PSK 신호의 디지털 변조 분류기를 제시하여 나카가미 감쇄 환경에서 BPSK 신호와 QPSK 신호의 변조 분류에 대한 오분류 성능을 분석한다.

ABSTRACT

In this paper, a new approach of the analysis of coherent BPSK system in Nakagami fading channel is suggested. Using this approach for the analysis of coherent BPSK a simple method of modulation type classifier for the PSK signals is proposed.

From the probability density function (pdf) of the phase error in Nakagami fading channel, a new pdf of received signal magnitude is derived using the transformation of random variables in order to decide the signal directly in decision region by detecting the magnitude of received signal. A moments-based modulation type classifier to classify BPSK and QPSK signals in Nakagami fading channel is proposed. The classifier developed utilizes the statistical moments of samples of the received signal magnitude assuming the samples are independent and identically distributed. A hypothesis testing problem is formulated based on these moments and a decision rule is derived. The performance evaluation of the proposed classifier in terms of the misclassification probability for BPSK and QPSK is investigated in Nakagami fading environment

I. 서 론

이동통신 시스템에서 발생하는 큰 문제점 가운데 하나는 다중 경로에 의한 신호 진폭의 변화 현상인 감쇄를 들 수 있다. 이런 감쇄 현상을 모형화 하는데는 나

카가미, 레일리, 라이시안, 로그노말등 여러가지 모형이 있다. 나카가미 감쇄 모형은 가장 일반적인 모형이고, 실험적·이론적으로 도심 무선 다중경로 채널에 가장 적합한 분포를 갖는 것으로 알려져 있다 [1][2]. 일반적으로 감쇄가 존재하는 시스템에서 오류확률

* LG정보통신: 정회원, ** 한양대학교 전자전기공학부: 정회원
논문번호 : 98195-0429, 접수일자 : 1998년 4월 29일

을 얻을 때에는 먼저 가산성 백색 정규 잡음 만이 존재할 때의 오류확률을 얻은 뒤, 신호의 진폭이 감쇄에 의하여 변화하므로, 구하여진 오류확률식을 해당 감쇄의 확률밀도함수로 평균을 취하여 감쇄에 대한 오류확률 식을 얻는다 [7].

이 논문에서는 동기 BPSK 시스템에 대하여 새로운 방법으로 접근하여 해석한다. 먼저 나카가미 감쇄가 존재할 때 발생하는 위상에 대한 위상 오류의 확률밀도함수식으로부터 수신기에 들어오는 신호의 크기를 직접 검출하여 판정 영역에서 바로 신호를 판별하고자 확률 변수 변환을 통하여 새로운 확률밀도함수를 유도한다. 유도된, 수신 신호의 크기에 대한 새로운 확률밀도함수에서 수신 신호의 판별에 필요한 임계값을 유도한 뒤 이로부터 판정영역에서 직접 나카가미 감쇄 환경에서의 오류확률식을 유도하여 그 식이 타당함을 입증한다. 디지털 이동 통신의 필요성과 중요성이 날로 증가함에 따라 현대의 다양한 통신 환경 아래서 여러 변조 방식들이 제안되고 사용되고 있다. 이에 따라 수신기에서 신호 방식을 구별하는 변조분류 기술은 신호의 확인과 간섭신호의 구분, 주파수 스펙트럼의 관리 및 감시와, 군용 통신에 관계된 분야등에서 많은 주목을 끌고 있으며 그 필요성이 날로 증가하고 있다 [8]-[13]. 이 논문에서는 가장 일반적인 모형이고, 실험적·이론적으로 도심 무선 다중경로 채널에 적합한 분포를 갖는 것으로 알려진 나카가미 감쇄 채널에 대해서 해석한다. 먼저 나카가미 감쇄 채널에서 수신 신호의 크기에 대한 확률밀도함수를 유도하고, 이로부터 수신 신호의 적률을 계산하고 통계적 적률을 바탕으로 한 PSK 신호의 디지털 변조 분류기를 제시하여 나카가미 감쇄 채널하에서 BPSK 신호와 QPSK 신호의 변조 분류기에 대한 오분류 성능을 분석한다.

2장에서는 나카가미 감쇄가 존재할 때 발생하는 위상에 대한 위상 오류의 확률밀도함수식으로부터 수신기에 들어오는 신호의 크기를 직접 검출하여 판정 영역에서 바로 신호를 판별하고자 확률변수변환을 통하여 새로운 확률밀도함수를 유도한다. 유도된, 수신 신호의 크기에 대한 새로운 확률밀도함수에서 수신 신호의 판별에 필요한 임계값을 유도한 뒤 이로부터 판정영역에서 직접 나카가미 감쇄 환경에서의 오류확률식을 유도하여 그 식이 타당함을 입증한다. 3장에서는 2장에서 구한 나카가미 감쇄 채널의 동기 복조시 유도된 수신 신호 크기에 대한 확률밀도함수식을 응용하여 BPSK, QPSK 신호에 대한 적률을 계산하고, 나카가미 감쇄 채널에서 통계적 적률에 기초한

BPSK 신호와 QPSK 신호의 디지털 변조 분류기를 제시한다. 이 변조 분류기에 계산된 적률을 적용하여 나카가미 감쇄 채널에서의 변조 분류기의 성능을 분석하고 마지막으로 4장에서 결론을 맺는다.

II. 나카가미 감쇄 채널에서 확률변수변환을 이용한 동기 BPSK 시스템의 해석

일반적인 BPSK 동기 복조기 블록도는 그림 1과 같다. 여기서 진폭은 단위 크기로 정규화한다고 가정하며 θ 는 나카가미 감쇄에 의한 위상 오류로 θ 의 확률밀도함수는 다음과 같다 [15].

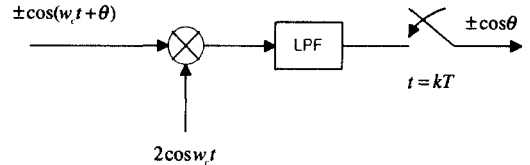


그림 1. BPSK 동기 복조기 블록도

$$f(\theta) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m}{m+R} \right)^m {}_2F_1 \left(1, m; \frac{1}{2}; \frac{R \cos^2 \theta}{m+R} \right) + \frac{2^{-2m} \Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \sqrt{\frac{R}{m+R}} \cos \theta \left(\frac{m}{m+R} \right)^m \cdot {}_2F_1 \left(m + \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{R \cos^2 \theta}{m+R} \right), \quad -\pi \leq \theta \leq \pi \quad (2.1)$$

여기서 $R = \Omega/2\sigma_n^2$ 으로 신호대 잡음비이고, m 은 감쇄 지수로서 나카가미 분포가 $m=1/2$ 일 때 반 정규분포가 되고 $m=1$ 일 때 레일리분포가 된다. ${}_2F_1(\cdot)$ 은 초기하 함수이고 [4, pp.1045] 다음식으로 표현된다.

$${}_2F_1(\alpha, \beta; \gamma; z) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha+k)\Gamma(\beta+k)}{\Gamma(\alpha+k)} \frac{z^k}{k!} \quad (2.2)$$

그림 2에는 식 (2.1)으로부터 신호대 잡음비 R 에 따른 $f(\theta)$ 의 값을 나타내었다. 그림 2로부터 R 이 증가할 수록 0을 중심으로 더 첨예하게 모여 있음을 알 수 있다.

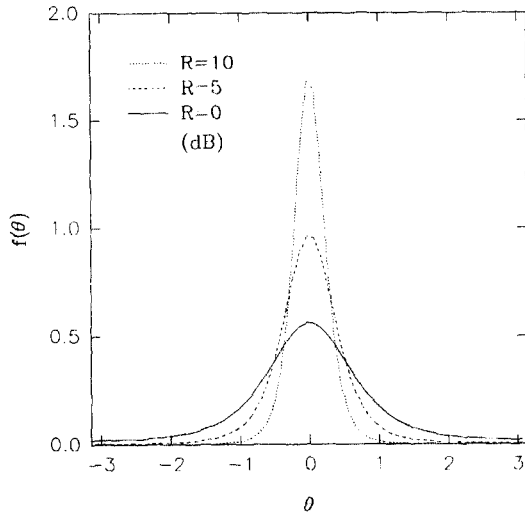


그림 2. 나카가미 감쇄에 의한 위상 오류

그림 2로부터 시스템의 오류확률을 계산하려면 위상 영역에서 임계값을 정한 뒤 계산하여야 한다. 여기서는 그러한 과정을 줄이고자 직접 수신 신호의 크기의 판정 영역으로 부터 시스템을 분석한다. 그림 1에서 최종적으로 수신기에서 받는 신호는 $\cos \theta$ 이므로 $x = \cos \theta$ 로 확률 변수를 변환하여 식 (2.1)로부터 새로운 확률밀도함수를 유도하면 다음과 같다.

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{m}{m+R} \right)^m \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} {}_2F_1 \left(1, m; \frac{1}{2}; \frac{R}{m+R} x^2 \right) + \frac{2^{-2m} \Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \sqrt{\frac{R}{m+R}} \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}} \left(\frac{m}{m+R} \right)^m \cdot {}_2F_1 \left(m + \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{R}{m+R} x^2 \right), \quad -1 \leq x \leq 1 \quad (2.3)$$

그림 3에는 식 (2.3)로부터 신호대 잡음비 R에 따른 $f(x)$ 의 값을 나타내었다. 또한 $x = \sin \theta$ 로 확률 변수 변환하여 식 (2.1)로부터 얻은 확률밀도함수 $g(x)$ 는 다음과 같으며 이는 QPSK 적률 계산에 쓰인다.

$$g(x) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{m}{m+R} \right)^m \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} {}_2F_1 \left\{ 1, m; \frac{1}{2}; \frac{R}{m+R} \cdot (1-x^2) \right\}, \quad -1 \leq x \leq 1 \quad (2.4)$$

그림 4에는 R에 따른 $g(x)$ 를 식 (2.4)로부터 얻

어 나타내었다. R이 증가할수록 0 주변에 더 첨예하게 모여 있음을 알 수 있다.

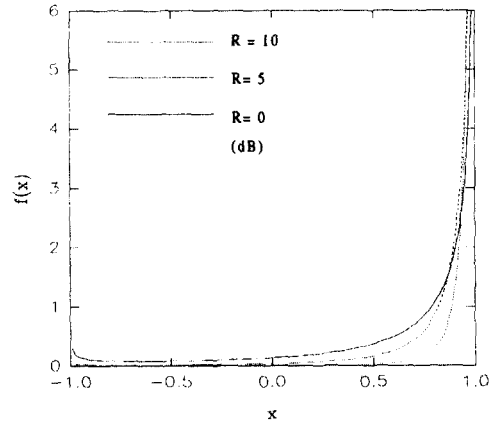


그림 3. $x = \cos \theta$ 의 확률밀도함수

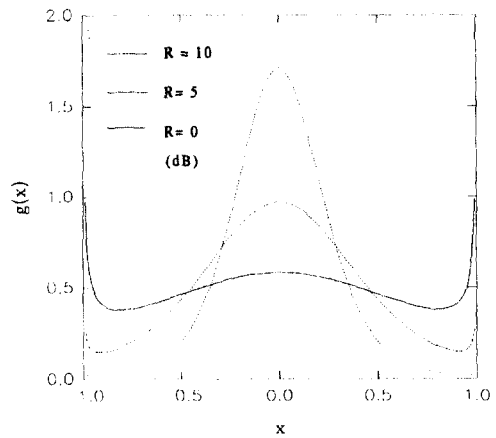


그림 4. $x = \sin \theta$ 의 확률밀도함수

평균 비트 오류확률을 얻기 위하여 송신단에서 +1과 -1의 데이터가 같은 확률로 발생된다고 가정하면 그림 1의 BPSK 시스템의 수신 신호 판정을 위한 임계값은 우도 검정을 적용하여 구할 수 있다 [5].

$$\frac{f(x|+1)}{f(x|-1)} \stackrel{+1}{\underset{-1}{\geq}} 1 \quad (2.5)$$

식 (2.3)을 이용하여 +1일 때와 -1일 때의 밀도 함수를 구한 뒤 식 (2.5)에 대입하여 정리하면 식 (2.5)은

$$\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} {}_2F_1\left(m+\frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{R}{m+R} x^2\right) \stackrel{+1}{\underset{-1}{\geq}} 0 \quad (2.6)$$

이 되고, ${}_2F_1(\cdot)$ 함수의 정의에 의해 식 (2.6)은

$$x \stackrel{+1}{\underset{-1}{\geq}} 0 \quad (2.7)$$

가 되어 임계값 0이 얻어진다. 테이타 +1과 -1에 대한 사전 확률이 같고 $f(x|+1)$ 과 $f(x|-1)$ 의 모양은 0을 중심으로 서로 대칭이 되므로 평균 비트 오류 확률은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} P(E) &= P(E|+1) = \int_{-1}^0 f(x) dx \\ &= \frac{1}{\pi} \left(\frac{m}{m+R}\right)^m \int_{-1}^0 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\ &\quad {}_2F_1\left(1, m; \frac{1}{2}; \frac{R}{m+R} x^2\right) dx \\ &\quad + \frac{2^{-2m+1} \Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \sqrt{\frac{R}{m+R}} \left(\frac{m}{m+R}\right)^m \\ &\quad \cdot \int_{-1}^0 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} {}_2F_1\left(m+\frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{R}{m+R} x^2\right) dx \end{aligned} \quad (2.8)$$

위의 식 (2.8)을 적분공식 [3, pp.850, 7.512.12]을 사용하여 적분하면, 최종적으로 수신 신호의 크기의 판정 영역에서 직접 얻은 평균 비트오류확률은

$$\begin{aligned} P(E) &= \frac{1}{2} - \frac{2^{-2m+1} \Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \sqrt{\frac{R}{m+R}} \left(\frac{m}{m+R}\right)^m \\ &\quad \cdot {}_2F_1\left(1, m+\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{R}{m+R}\right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

가 되는데 이는 잘 알려진 나카가미 감쇄 채널에서 동기 BPSK의 오류확률식이다 [14].

III. 나카가미 감쇄 채널에서의 변조분류 및 성능 분석

복조된 MPSK 신호의 n차 앙상블 적률은 아래식으로 표시된다.

$$m_n(M) = \int_{-1}^1 x^n f(x, M) dx \quad (3.1)$$

여기서 $f(x, M)$ 은 MPSK 신호의 확률밀도 함수로 M이 1일때는 연속 신호의 확률밀도함수를, M이 2일때는 BPSK 신호의 확률밀도함수를 그리고 M이 4일때는 QPSK 신호의 확률밀도함수를 각각 나타낸다.

이때 적률을 계산하면 연속과 신호 적률이 되며 다음과 같다 [부록참조].

$$m_n(1) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{m+R}\right)^m \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right)} \\ \cdot {}_3F_2\left(\frac{n}{2}+\frac{1}{2}, 1, m; \frac{n}{2}+1, \frac{1}{2}; \frac{R}{m+R}\right), n: \text{짝수} \\ \frac{2^{-2m+1} \Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \sqrt{\frac{R}{m+R}} \left(\frac{m}{m+R}\right)^m \frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}+\frac{3}{2}\right)} \\ \cdot {}_2F_1\left(\frac{n}{2}+1, m+\frac{1}{2}; \frac{n}{2}+\frac{3}{2}; \frac{R}{m+R}\right), n: \text{홀수} \end{cases} \quad (3.2)$$

BPSK (M=2)의 경우 적률은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$m_n(2) = \int_{-1}^1 x^n \frac{1}{2} [f(x) + f(-x)] dx \quad (3.3)$$

여기서 $f(x)$ 는 식 (2.3)이다. 식 (2.3)를 식 (3.3)에 대입하여 CW 신호의 적률을 얻는 방법과 동일한 과정으로 풀어 정리하면

$$m_n(2) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{m+R}\right)^m \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right)} \\ \cdot {}_3F_2\left(\frac{n}{2}+\frac{1}{2}, 1, m; \frac{n}{2}+1, \frac{1}{2}; \frac{R}{m+R}\right), n: \text{짝수} \\ 0, n: \text{홀수} \end{cases} \quad (3.4)$$

이 된다. 또한 QPSK (M=4)의 적률은 다음 식으로 얻을 수 있다.

$$m_n(4) = \int_{-1}^1 x^n \frac{1}{4} [f(x) + f(-x) + g(x) + g(-x)] dx \quad (3.5)$$

여기서 $f(x)$ 는 식 (2.3)이고, $g(x)$ 는 식 (2.4)이다. BPSK와 같은 방법으로 적률을 얻어 정리하면 QPSK 신호에 대한 n차 적률 $m_n(4)$ 는 다음과 같다.

$$m_n(4) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{m+R}\right)^m \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right)} \\ \cdot {}_3F_2\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2}, 1, m; \frac{n}{2} + 1, \frac{1}{2}; \frac{R}{m+R}\right) \\ + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{m+R}\right)^m \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right)} \\ \cdot {}_2F_1\left(1, m; \frac{n}{2} + 1; \frac{R}{m+R}\right) \end{cases} \quad (3.6)$$

, n : 짝수
, n : 홀수

위에서 얻은 식 (3.2), (3.4) 그리고 (3.6)으로부터 n 이 0일 때 CW, BPSK, QPSK 의 0차 적률값을 얻으면 모두 1이 됨을 알 수 있다.

위에서 구한 BPSK와 QPSK 신호의 적률 계산식 (3.2), (3.4) 그리고 (3.6)을 이용하여 나카가미 감쇄 환경에 대하여 BPSK와 QPSK 신호의 변조 분류의 오분류확률은 다음과 같은 절차로 구할 수 있다 [5]. 수신 신호의 n 차 표본적률의 평균 $\hat{m}_n(M)$ 은 아래와 같이 정의된다.

$$\hat{m}_n(M) = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L x_k^n(M) \quad (3.7)$$

여기서 x_k ($k=1,2,\dots,L$)는 k 번째 표본 신호의 크기 x 에 대한 확률 변수이고 L 은 확률 변수 x_k , $1 \leq k \leq L$ 의 표본 갯수이다. x_k 가 서로 독립이고 같은 분포를 갖는다고 가정하면 중심극한정리에 의하여 $\hat{m}_n(M)$ 은 L 이 클 때 정규 분포로 근사화되어 $\hat{m}_n(M)$ 의 확률밀도함수 $f(\hat{m}_n(M))$ 은 아래와 같이 평균 $\mu_n(M)$ 과 분산 $\sigma_n^2(M)$ 을 갖는 정규 분포식으로 나타낼 수 있다.

$$f(\hat{m}_n(M)) \sim N(\mu_n(M), \sigma_n^2(M)) \quad (3.8)$$

여기서

$$\mu_n(M) = E[\hat{m}_n(M)] = E\left[\frac{1}{L} \sum_{k=1}^L x_k^n(M)\right] = m_n(M) \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \sigma_n^2(M) &= \frac{1}{L^2} \sum_{k=1}^L E[\{x_k^n(M) - \hat{m}_n(M)\}^2] \\ &= \frac{1}{L} [\hat{m}_{2n}(M) - \hat{m}_n^2(M)] \end{aligned} \quad (3.10)$$

이다. 식 (3.9)에서 표본 적률의 평균이 앙상블 적률과 같음을 알 수 있다. 그러므로 표본적률은 PSK 신호의 변조 형태를 구별하는데 충분통계량으로 사용될 수 있다. 곧 표본적률을 이용하여 M 개의 가설 중의 하나를 분류 할 수 있다. 여기서는 $M=2, 4$ 인 경우에 다음과 같은 2개의 가설을 세웠다.

$$\begin{aligned} H_1 &: m_n(2) \text{의 확률 밀도 함수} && \text{BPSK} \\ &: N(\mu_n(2), \sigma_n^2(2)) \\ H_2 &: m_n(4) \text{의 확률 밀도 함수} && \text{QPSK} \\ &: N(\mu_n(4), \sigma_n^2(4)) \end{aligned} \quad (3.11)$$

베이스 검정에 의한 우도검정은 아래와 같이 정의된다.

$$\frac{N(\mu_n(M), \sigma_n^2(M))}{N(\mu_n(2M), \sigma_n^2(2M))} \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta \quad (3.12)$$

여기서 임계값 η 는 음이 아닌 상수이다. 베이스 검정은 비용과 사전확률에 관한 값들을 알아야 하는데 만약 올바른 판별을 할 경우의 비용을 0으로 하고 잘못된 판별을 할 경우의 비용을 똑같이 할 때 우도 검정은 복조시의 오류가 최소가 된다 [5,6]. 그러므로 이러한 경우를 할당하고 사전 확률이 서로 같다고 하면 η 는 1이 된다. 이 경우 나카가미 감쇄 아래서 n 차 적률분류기에 대한 임계값 $\zeta_n(M, 2M)$ 을 식 (3.12)에서 얻으면 다음과 같다.

$$\zeta_n(M, 2M) = \alpha - \sqrt{\beta} \quad (3.13)$$

여기서

$$\alpha = \frac{\sigma_n^2(2M) \mu_n(M) - \sigma_n^2(M) \mu_n(2M)}{\sigma_n^2(2M) - \sigma_n^2(M)} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\sigma_n^2(M) \sigma_n^2(2M)}{[\sigma_n^2(2M) - \sigma_n^2(M)]^2} \\ &\cdot \left\{ 2[\sigma_n^2(2M) - \sigma_n^2(M)] \ln \frac{\sigma_n(2M)}{\sigma_n(M)} \right. \\ &\quad \left. + [\mu_n(2M) - \mu_n(M)]^2 \right\} \end{aligned} \quad (3.15)$$

이다. 이 임계값을 이용하여

$$\begin{aligned} \widehat{m}_n > \zeta_n(2,4) & ; \text{ BPSK} \\ \widehat{m}_n < \zeta_n(2,4) & ; \text{ QPSK} \end{aligned} \quad (3.16)$$

로 판정할 수 있다. 식 (3.16)을 이용하여 나카가미 감쇄 환경하에서 BPSK와 QPSK의 분류에 대한 오분류확률을 얻으면 다음과 같다. 먼저 BPSK를 QPSK로 오분류확률은

$$\begin{aligned} P(E|H_1) &= P(\text{misclassification}|H_1) = P(\widehat{m}_n(2) < \zeta_n(2,4)) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n(2)} \int_{-\infty}^{\zeta_n(2,4)} \exp\left[-\frac{(\widehat{m}_n(2) - \mu_n(2))^2}{2\sigma_n^2(2)}\right] d\widehat{m}_n(2) \\ &= Q\left[\frac{\mu_n(2) - \zeta_n(2,4)}{\sigma_n(2)}\right] \end{aligned} \quad (3.17)$$

이고, QPSK를 BPSK로 오분류확률은

$$\begin{aligned} P(E|H_2) &= P(\text{misclassification}|H_2) = P(\widehat{m}_n(4) > \zeta_n(2,4)) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n(4)} \int_{\zeta_n(2,4)}^{\infty} \exp\left[-\frac{(\widehat{m}_n(4) - \mu_n(4))^2}{2\sigma_n^2(4)}\right] d\widehat{m}_n(4) \\ &= Q\left[\frac{\zeta_n(2,4) - \mu_n(4)}{\sigma_n(4)}\right] \end{aligned} \quad (3.18)$$

이다. 여기서 $Q(\cdot)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (3.19)$$

위에서 얻은 BPSK와 QPSK에 대한 오분류확률 식 (3.17)과 (3.18)으로부터 식 (3.13), (3.14), (3.15)을 이용하여 오분류확률을 구할 수 있다. 여기서 각각의 적률은 식 (3.4), (3.6)으로부터 구할 수 있다.

이로부터 그림 5, 6에는 감쇄 지수 $m=1$ 일때 동기 BPSK와 QPSK 신호에 대하여 오분류확률을, 그림 7, 8에는 $m=3$ 일때의 오분류확률을 구하여 차수 n 과 신호대 잡음비 $R(\text{SNR})$ 에 따른 결과를 나타내었다. 여기서 표본 개수 L 은 128으로 하였다.

그림 5~8에서 차수 n 이 작을수록, 그리고 신호대 잡음비 R 이 증가 할수록 성능이 좋아짐을 알 수 있다.

차수 n 이 작을 수록 성능이 좋아지는 것은 확률변수 x 가 신호의 크기를 나타내고 x 의 범위가 -1 에서 1 사이 값이므로 차수 n 이 증가할 수록 신호의 크기가 작아지기 때문이다.

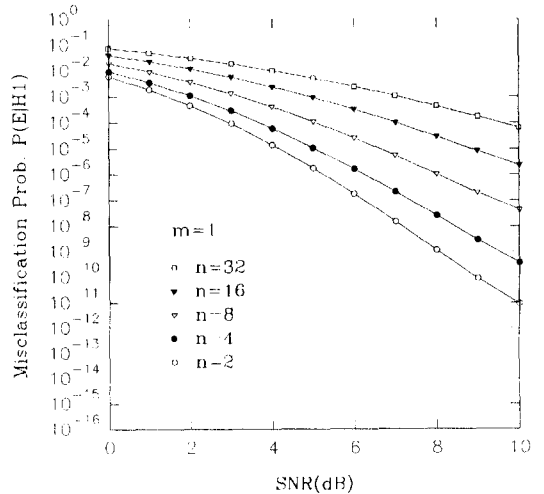


그림 5. 차수 n 에 따른 오분류확률 $P(E|H_1)$
(감쇄 지수 $m=1$, 레일리 감쇄채널)

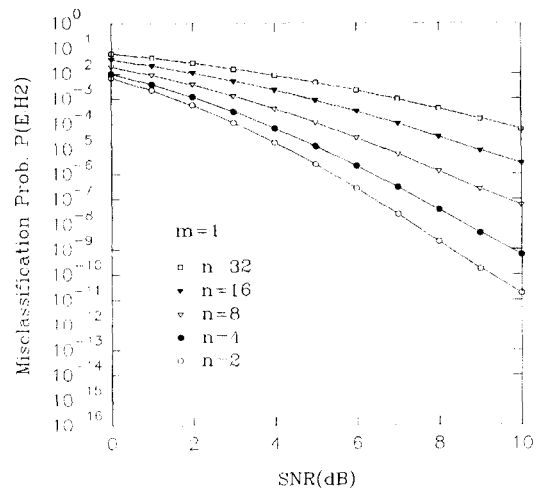


그림 6. 차수 n 에 따른 오분류확률 $P(E|H_2)$
(감쇄 지수 $m=1$, 레일리 감쇄채널)

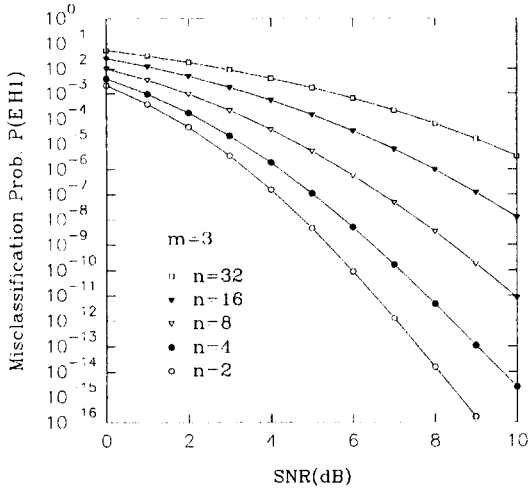


그림 7. 차수 n 에 따른 오분류확률 $P(E|H_1)$
(감쇄 지수 $m=3$, 나카가미 감쇄채널)

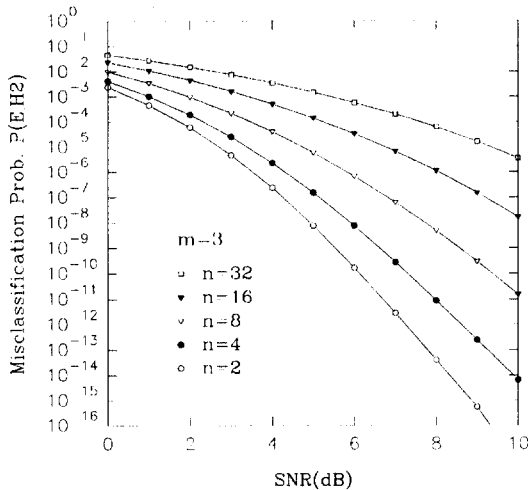


그림 8. 차수 n 에 따른 오분류확률 $P(E|H_2)$
(감쇄 지수 $m=3$, 나카가미 감쇄채널)

그림 9에는 BPSK신호의 오분류확률을 가산성 백색 정규 잡음, 레일리 ($m=1$), 그리고 나카가미 ($m=3$) 채널의 동기 복조시 2차 적률에 대한 성능을 비교하였다. 이 그림 9로부터 $P(E|H_1)$ 이 가산성 백색 정규 잡음 채널 시스템의 경우가 레일리나 나카가미 ($m=3$) 채널 시스템의 경우보다 분류 성능이 좋아짐을 알 수 있다. 또 나카가미 채널에서는 감쇄

지수 m 이 커질수록 $m=1$ 인 경우 곧 레일리 경우보다 성능이 좋아짐을 알 수 있다. 이는 m 이 커질수록 나카가미 확률밀도함수가 총격함수에 가까워지기 때문이다.

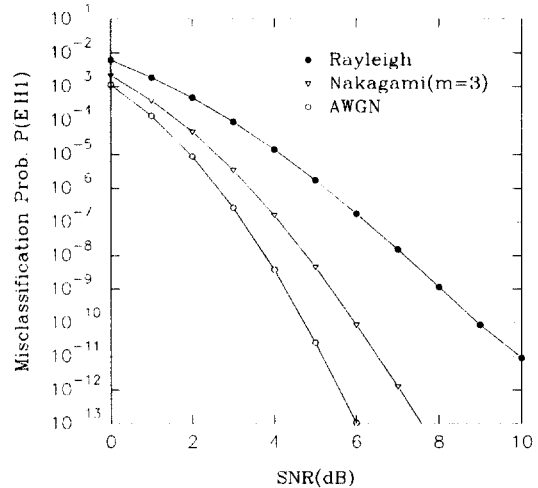


그림 9. $n=2$ 일 때의 가산성백색정규잡음 채널, 레일리 채널과 나카가미 채널 ($m=3$)의 오분류확률 $P(E|H_1)$ 비교 ($L=128$)

IV. 결 론

이 논문에서는 나카가미 감쇄 채널에서 동기 BPSK 시스템의 해석을 확률변수변환을 하여 수신 신호의 크기로 직접 해석하는 새로운 방법으로 접근하였다. 또 여기서 얻은 수신 신호의 크기에 대한 확률밀도함수를 이용하여 연속파, BPSK, QPSK 신호의 적률을 계산하고, 이 적률로 베이스 검정에 의한 통계적 적률에 기초한 변조 분류기를 제시하여 오분류확률을 유도하고 성능을 분석하였다. 먼저 나카가미 감쇄가 존재할 때 발생하는 위상에 대한 위상오류의 확률밀도함수로부터 수신기에 들어오는 신호의 크기를 직접 검출하여 판정 영역에서 바로 신호를 판별하고자 확률변수변환을 통하여 새로운 확률밀도함수를 유도하였다. 유도된, 수신 신호의 크기에 대한 새로운 확률밀도함수에서 수신 신호의 판별에 필요한 임계값을 유도한 뒤 이로부터 판정영역에서 직접 나카가미 감쇄 환경에서의 오류확률식을 유도하여 그 식이 타당함을 입증하였다. 이를 바탕으로 나카가미 감쇄 채널

의 동기 복조시 수신 신호의 크기에 대한 적률을 계산하였으며, 0차 적률 값이 1이 됨을 확인하였다. 계산된 적률 값으로 베이지 검정을 적용하여 통계적 적률에 기초한 변조 분류기를 제시하였고, 이로부터 BPSK 신호와 QPSK 신호의 오분류확률을 계산하여 성능을 분석하였다. 비교를 위해 가산성백색정규잡음 채널과 레일리 감쇄 채널에서의 오분류확률도 구하여 함께 나타내었다. 디지털 이동통신이 더욱 발달하고 보편화되어 더 많은 가입자들이 생기고 다양한 변조 방식이 사용됨에 따라 이동통신에서 일어나는 다양한 현상들을 충분히 반영하는 변조 분류에 관한 연구가 필요한 것으로 본다.

참 고 문 헌

1. H. Suzuki, "A statistical model for urban multipath propagation," *IEEE Trans., Commun.*, COM-25, pp. 673-680, Aug 1977.
2. T. Aulin, "Characteristic of a digital mobile radio channel," *IEEE Trans., Vehc.*, VT-30, pp. 45-53, May 1981.
3. M. Nakagami, *The m-distribution - A general formula of intensity distribution of rapid fading in Statistical methods in radio wave propagation*, W. G. Hoffman, Ed, Oxford, England, Pergamon Press, pp. 3-36, 1960.
4. I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integral, Series and Products*, Academic Press, Inc., 1965.
5. H. L. Van Trees, *Detection, Estimation, and Modulation Theory*, Part I, John Wiley & Sons, Inc., 1968.
6. A. L. Mood, F. A. Graybill and D. C. Boes, *Introduction to the Theory of Statistics*, McGraw-Hill, Inc., 1982
7. J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, Inc., 1989.
8. W. A. Gardner, "A unifying view of second-order measures of quality for signal classification," *IEEE Trans. Commun. Technol.*, vol. COM-28, pp.807-816, June 1980.
9. Y. T. Chen, L. G. Gadbois and P. Yansouni, "Identification of the modulation type of a signal," *IEEE ICASSP*, pp. 831-841, Mar 1985.
10. R. J. Mammone, R. J. Rothaker and C. I. Podilchuk, "Estimation of carrier frequency, modulated type and bit error rate of an unknown modulation signal," *IEEE ICC'87*, vol. 2, pp. 1006-1012, Seattle, USA, June 1987.
11. M. Hagiwara and M. Nakagawa, "Automatic estimation of an input signal type," *IEEE GLOBECOM'87*, pp. 254-258, Tokyo, Japan, Nov 1987.
12. A. Polydoros and K. Kim, "On the detection and classification of quadrature digital modulations in broad-band noise," *IEEE Trans. Commun. Technol.*, vol. 38 No. 8, pp. 1199-1211, Aug. 1990.
13. S. S. Soliman and S. Hsue, "Signal classification using statistical moments," *IEEE Trans. Commun. Technol.*, vol.40 No.5, pp. 908-916, May 1992.
14. V. Aalo and S. Pattaramalai, "Average error rate for coherent MPSK signals in Nakagami fading channels," *Electronics Letters*, vol.32 No.17, pp. 1538-1539, Aug. 1996.
15. C. H. Kim, "Analysis of BPSK system and modulation classification of PSK signals over Nakagami fading channels," 한양대학교, 석사논문, 1995.

부 록

연속파 신호에 대한 n차 적률 $m_n(1)$ 은

$$\begin{aligned}
 m_n(1) = & \frac{1}{\pi} \left(\frac{m}{m+R} \right)^m \int_{-1}^1 \frac{x^n}{\sqrt{1-x^2}} \\
 & {}_2F_1\left(1, m; \frac{1}{2}; \frac{R}{m+R} \cdot x^2\right) dx \\
 & + \frac{2^{-2m+1} \Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \sqrt{\frac{R}{m+R}} \left(\frac{m}{m+R} \right)^m \\
 & \cdot \int_{-1}^1 \frac{x^{n+1}}{\sqrt{1-x^2}} {}_2F_1\left(m+\frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{R}{m+R} x^2\right) dx
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

이 되며, 식 (A.1)의 첫번째 항의 적분을 얻기 위해 $t = x^2$ 으로 치환하여 정리하여 B라 두면

$$B = \begin{cases} \int_0^1 \frac{t^{\frac{m-1}{2}}}{\sqrt{1-t}} {}_2F_1\left(1, m; \frac{1}{2}; \frac{R}{m+R} t\right) dt, & n: \text{짝수} \\ 0, & n: \text{홀수} \end{cases} \tag{A.2}$$

이 된다. 식 (A.2)를 적분하기 위해 적분 테이블에서 다음 적분공식 (B.3)[4, 12, pp.850]을 이용한다.

$$\int_0^1 (1-x)^{\mu-1} x^{\nu-1} {}_pF_q(a_1 \dots a_p; b_1 \dots b_q; ax) dx = \frac{\Gamma(\mu)\Gamma(\nu)}{\Gamma(\mu+\nu)} \cdot {}_{p+1}F_{q+1}(\nu, a_1 \dots a_p; \mu+\nu, b_1 \dots b_q; a) \quad (A.3)$$

그러면 식 B는 다음 식 (A.4)과 같이 된다.

$$B = \begin{cases} \frac{\sqrt{\pi} \cdot \Gamma\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right)} \cdot {}_3F_2\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2}, 1, m; \frac{n}{2} + 1, \frac{1}{2}; -\frac{R}{m+R}\right), & n: \text{짝수} \\ 0, & n: \text{홀수} \end{cases} \quad (A.4)$$

여기서 ${}_3F_2(\cdot)$ 는 초기하 함수이고[4, pp.1045] 다음 식으로 표현된다.

$${}_3F_2(a, \beta, \gamma; a, b; z) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a)\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(a+k)\Gamma(\beta+k)\Gamma(\gamma+k)}{\Gamma(a+k)\Gamma(b+k)} \frac{z^k}{k!} \quad (A.5)$$

첫번째 항의 적분을 구한 것과 같은 방법으로 식 (A.1)의 두번째 항의 적분을 수행하면 결과 C는

$$C = \begin{cases} 0, & n: \text{짝수} \\ \frac{2\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2} + \frac{3}{2}\right)} {}_2F_1\left(\frac{n}{2} + 1, m + \frac{1}{2}; \frac{n}{2} + \frac{3}{2}; -\frac{R}{m+R}\right), & n: \text{홀수} \end{cases} \quad (A.6)$$

이 된다. 따라서 CW 신호에 대한 n 차 적률 $m_n(1)$ 은 식 (A.1), (A.4), (A.6)으로부터

$$m_n(1) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{-m}{m+R}\right)^m \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right)} \cdot {}_3F_2\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2}, 1, m; \frac{n}{2} + 1, \frac{1}{2}; -\frac{R}{m+R}\right), & n: \text{짝수} \\ \frac{2^{-2m+1} \Gamma(2m)}{\Gamma^2(m)} \sqrt{\frac{R}{m+R}} \left(\frac{-m}{m+R}\right)^m \frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2} + \frac{3}{2}\right)} \cdot {}_2F_1\left(\frac{n}{2} + 1, m + \frac{1}{2}; \frac{n}{2} + \frac{3}{2}; -\frac{R}{m+R}\right), & n: \text{홀수} \end{cases} \quad (A.7)$$

가 된다.



김 치 환 (Chi Hwan Kim) 정회원
 1994년 2월: 한양대학교 전자통신 공학과 졸업
 한양대학교 전자통신 공학과 대학원 입학
 1996년 2월: 한양대학교 전자통신 공학과 대학원 졸업
 1996년 3월: LG정보통신 입사
 1998년 9월~현재: LG정보통신 근무

한 영 열 (Young Yearl Han)

정회원

한국통신학회논문지 제23권 9호 참조