

# 쌍안정 stochastic Resonance 특성을 갖는 신경회로망에서 잡음의 영향

정희원 한 상 백\*, 정 동 규\*\*, 김 수 용\*

## Nonlinear Response Effect of Noise in A Bistable Stochastic Neural System

Sangbaek Han\*, Dong-Gyu Jeong\*\*, Soo Yong Kim\* *Regular Members*

### 요 약

정보처리의 관점에서 보면 선형 시스템의 경우 시스템의 입력잡음은 출력으로의 정보전달 성능을 악화시키나, stochastic resonance(SR)과 같은 특성을 보이는 특정한 비선형 시스템의 경우 오히려 어느 정도의 입력잡음이 있음으로써 그 시스템의 정보전달 성능을 향상시키는 경향이 있음은 이미 알려진 사실이다. 본 논문에서는 비선형 시스템의 정보전달 성능을 측정하는 한가지 방법을 제시하며, 제시된 방법으로 홉필드 신경망에서 외부에서 들어오는 입력신호에 섞여 있는 잡음이 뉴런의 활성화 전위(action potential)에 미치는 영향을 분석하고자 한다. 즉, 제시된 방법은 사논의 상호정보량을 이용하는 것으로, 이 방법에 의해 잡음이 있는 외부 입력신호에서 뉴런의 활성화전위로 전달되는 정보량의 정도를 분석하였다. 여기서, 상호정보량을 얻기 위해 필요한 뉴런의 활성화전위의 잡음밀도함수를 구하기 위하여 Fokker-Planck 방정식을 도입하였다. 컴퓨터 시뮬레이션에서는 외부입력에 섞여 있는 잡음강도에 따라 상호정보량이 어떻게 나타나는가를 도시하였다. 시뮬레이션 결과에서는 어떤 미약한 입력잡음에서 상호잡음강도가 최대가 됨을 보여준다.

### ABSTRACT

It is well known that the addition of noise to a weak signal in some nonlinear dynamic systems can increase the performance of the signal, phenomenon belonging to a class of noise-induced cooperative behavior known as stochastic resonance(SR). In this paper we investigate the nonlinear-response effect of the noise added to external input on action potential in the continuous model of Hopfield neural system, which shows the stochastic resonance. For the analysis we propose a method to measure the nonlinear system performance. The proposed method is to use the Shannon's mutual information between input and output. Here the external input and action potential can be treated respectively as input and output in mutual information. The mutual information needs the probability density functions (PDFs) of the input and output as well as their joint PDF. To derive the PDF of the action potential as the output, we introduce Fokker-Planck equation. The simulation results show the mutual information versus the noise intensity of the external input, which, with existence of noise, shows the exhibit extrema of mutual information for certain value of the noise intensity.

### I. 서 론

최근의 뇌연구 활성화와 함께 뇌를 하나의 정보 처리 도구로 간주하고 있다<sup>[1]</sup>. 즉, 뇌를 이루는 단위

\* 한국과학기술원 물리학과

\*\* 우석대학교 정보통신공학과

※ 이 논문은 우석대학교 학술연구조성비에 의하여 연구되었음.  
논문번호 : 98238-0602 , 접수일자 : 1998년 6월 2일

요소인 뉴런(neuron)이 외부에서 입력된 정보가 가지는 특정한 변수를 뇌의 언어로 처리하여 다음 뉴런으로 넘겨주는 과정을 반복하는 하나의 컴퓨터로 생각하는 것이다. 뇌과학의 발전과 아울러 행해진 연구 결과에 의하면 뉴런이 외부 신호의 어떤 부분을 처리하여 부호화(encoding)하고 있다는 사실도 현재 밝혀져 있다<sup>[2]</sup>. 이러한 결과와 함께 신호처리나 패턴인식과 같은 공학 분야로의 응용이 본격화되고 있다. 대표적인 예로 홉필드 신경망의 응용을 들 수 있다. 홉필드는 디지털신호처리에 응용될 수 있는 신경망의 이산모델(discrete model)을 제시하였으며<sup>[3]</sup>, 이 모델은 디지털 패턴인식에 우수한 능력을 보여주고 있다<sup>[3,4]</sup>. 그 후 홉필드는 아날로그 형태의 신호를 처리하는 모델인 연속모델(continuous model)을 제시하였는데<sup>[5]</sup>, 이 모델은 첫번째 이산모델과 함께 기존의 전자소자들로 쉽게 구현이 가능한 장점도 지니고 있다<sup>[6,7]</sup>. 그런데, 선형 시스템의 경우에는 성능 측정을 위한 도구로 해석적으로 유도 가능한 신호대잡음비(SNR)를 주로 이용하여 왔으나, 신호처리나 패턴인식에 우수한 성능을 보이는 홉필드 신경망 모델과 같은 비선형 시스템의 경우에는 대부분 SNR을 구하기 위해 주로 수치해석 방법을 이용하여 왔다<sup>[16]</sup>. 따라서, 비선형 시스템의 성능에 관한 구체적 분석이 필요하며, 또한 해석적으로 접근이 가능한 방법의 필요성이 대두되고 있다.

예로써, 비선형 시스템인 신경망의 뉴런에 대한 반응성을 모델링한 것들로 Hodgkin-Huxley 모델<sup>[8]</sup>, Fitzhugh-Nagumo 모델<sup>[9,10]</sup>, Morris-Lecar<sup>[11]</sup> 모델 등 다양한 것들이 있다. 그러나, 이 모델들은 모두 결정론적 시스템(deterministic system)이기 때문에 실제로 존재하는 뉴런의 잡음 환경을 고려하지 않고 있다. 이들 연구결과에 따르면 선형 시스템의 경우에는 출력의 SNR이 입력잡음의 강도에 대해 단조 감소하는 현상을 보이는데, 특정한 비선형 시스템에서는 오히려 잡음이 있음으로써 그 시스템의 성능을 향상시킬 수 있음이 확인되었다<sup>[15,16,22,23]</sup>. 이러한 비선형 시스템의 성능분석에 관한 더욱 구체적인 연구의 필요성이 대두되고 있다. 따라서, 이러한 연구의 필요성과 함께 기존의 수치해석법에 의존한 비선형 시스템의 SNR 측정법을 개선하기 위해, 본 논문에서는 더욱 해석적인 해에 가까운 사noise의 상호정보량을 도입하여 분석하는 한가지 방법을 제시하며, 이 방법을 비선형 시스템인 홉필드 신경망의 연속모델(continuous model)<sup>[5]</sup>에 적용하여 잡음의 영향을 연구하고자 한다. 제시된 방법은 사noise에 의해 수학적으로 정의된 신호의 정보전달 정도를 나타내는 상호정보량을 가리킨다. 비선형 시스템에서 잡음의 역할을 고찰하기 위해, 홉필드 신경망 모델에서 외부 입력에 가우시안 잡음이 섞여 들어올 때 뉴런의 활성화전위 형성을 위해 어느 정도의 정보전달이 이루어지는가를 상호정보량으로 알아보고자 한다. 이러한 외부 입력에 의해 활성화전위의 잡음밀도함수를 Fokker-Planck 방정식으로부터 유도하였다. 그리고, 외부입력과 활성화전위 사이의 결합확률밀도는 외부입력신호와 활성화전위의 두 확률밀도함수를 이용하여 컴퓨터에 의해 근사적으로 얻어 사용하였다.

제 II절에서는 확률적으로 기술되는 홉필드의 연속모델의 특성 방정식(dynamic equation)을 보이고, 이 모델이 뉴런의 출력 전위가 쌍안정 특성을 가지는 비선형 시스템이 됨을 보여준다. 제 III절에서 홉필드의 연속모델에서 외부로부터 들어오는 입력에 가우시안 랜덤잡음이 존재할 때 이 잡음이 시스템에 미치는 영향을 상호정보량 통해 고찰한 후, 제 IV절에서는 외부입력과 활성화전위 사이의 상호정보전달을 나타내는 상호정보량을 살펴보기 위해 잡음이 섞인 주기적 외부입력 신호와 비주기적 외부입력 신호의 예제에 대해 시뮬레이션을 수행한 결과가 보여진다. 제 V절에서는 이 시스템에서 잡음의 영향에 대한 검토가 이루어진다.

제 II절에서는 확률적으로 기술되는 홉필드의 연속모델의 특성 방정식(dynamic equation)을 보이고, 이 모델이 뉴런의 출력 전위가 쌍안정 특성을 가지는 비선형 시스템이 됨을 보여준다. 제 III절에서 홉필드의 연속모델에서 외부로부터 들어오는 입력에 가우시안 랜덤잡음이 존재할 때 이 잡음이 시스템에 미치는 영향을 상호정보량 통해 고찰한 후, 제 IV절에서는 외부입력과 활성화전위 사이의 상호정보전달을 나타내는 상호정보량을 살펴보기 위해 잡음이 섞인 주기적 외부입력 신호와 비주기적 외부입력 신호의 예제에 대해 시뮬레이션을 수행한 결과가 보여진다. 제 V절에서는 이 시스템에서 잡음의 영향에 대한 검토가 이루어진다.

## II. 홉필드 시스템의 확률론적 기술

뉴런의 정보처리 과정을 기능적인 현상만을 본다면, 어떤 입력에 일정한 가중치를 곱한 다음 합이 이루어지며 그 합이 일정치를 넘어가면 출력을 한다고 요약할 수 있다. 이점에 착안하여 1942년 McCulloch와 Pitt<sup>[18]</sup>는 뉴런을 0과 1의 값만 가지는 이진 연산자로 단순화시켰는데, 이 뉴런은 인공 신경망 모델의 근간이 되었다. McCulloch-Pitt 뉴런으로 이루어진 신경망은 이전부터 많이 다루어졌던 Ising 모델과 같은 모형으로 설명할 수가 있는데, 1982년 홉필드는 Ising 모델의 분석법을 그대로 적용하여 McCulloch-Pitt 뉴런의 이론을 새로이 정립하였다. 이 이론은 뉴런이 특정한 모양을 갖는 전위(potential)를 지닌다는 것을 말해 주고 있다. 홉필드 모델은 쌍안정 전위를 가지는 비선형 시스템이므로, 이 장에서는 홉필드 신경망에서 외부로부터 들어오는 입력에 가우시안 잡음이 첨가되었을 때 뉴런의

활성화전위의 확률분포함수를 유도하기로 한다.

홉필드의 연속모델에서 뉴런의 활성화전위는 다음 식(1)의 특성방정식에 의해 지배된다.

$$\frac{dX}{dt} = -X + \eta \tanh X = -\frac{dU}{dX} \quad (1)$$

이때  $X$ 는 활성화전위를 나타내는 변수이며,  $\eta$ 는 활성화전위의 모양을 나타내는 매개변수이며,  $U(X)$ 는 외부로 보내지는 뉴런의 퍼텐셜을 나타낸다.  $\eta > 1$ 인 영역에서는 퍼텐셜  $U(X)$ 가 쌍안정 특성을 갖게 된다. 두 개의 극소값 중 하나를 휴지기 상태인 0의 상태로, 다른 하나의 극소값을 1의 상태인 흥분상태로 대응시킨다. 식 (1)에서  $\eta=2$ 일 때 퍼텐셜  $U(X)$ 가 [그림1]에 도시되었다.

퍼텐셜의 두 극소값  $x = \pm C$ 는 각각 뉴런의 휴식 상태(resting state)와 흥분 상태(excited state)를 나타낸다.  $\eta=1$ 에서  $U(X)$ 는 쌍안정 상태가 되며,  $\eta=2$ 일 때 뉴런의 상태가  $-C$ 에서  $+C$ 로 천이하기 위해서는  $-C$ 상태에서 퍼텐셜의 높이인 약  $\Delta U = 0.6530$ 을 넘어야 한다. 그러므로, 외부에서 0.6530이상의 신호가 입력되어야 천이가 일어나고 이 값이 문턱치(threshold)가 된다.

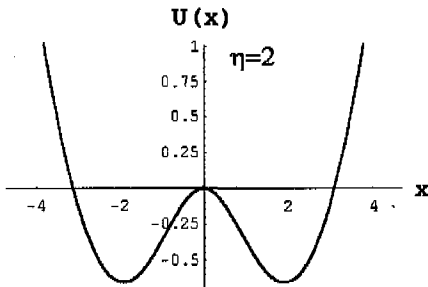


그림 1. 홉필드 신경망 뉴런의 출력 전위  
Fig. 1 Output potential in Hopfield neural network

초기 Hodgkin-Huxley 모델 및 Fitzhugh-Nagumo 모델처럼 결정론적 모델을 사용하면 입력잡음으로 인해 생기는 영향을 예측, 설명할 수 없다. 반면에 stochastic 시스템에서는 잡음에 의한 영향을 확률적으로 기술이 가능하다. 따라서 그 시스템의 확률밀도함수로부터 기대값을 계산하여 시스템의 상태를 확률적으로 기술한다. 홉필드 모델의 경우 식 (1)처럼 쌍미분 방정식으로 기술되었던 방정식을 잡음을 고려하여 본 연구에서는 다음의 식 (2)과 같이 모델링하기로 한다. 즉, 가우시안 잡음을 포함한 외부 입력신호  $I(t)$ 가 주어지는 경우,  $\eta=2$ 일 때 뉴런의 특성 방정식은 다음과 모델링될 수 있다.

$$\frac{dX}{dt} = -X + 2 \tanh X + I(t) \quad (2)$$

단,  $I(t) = S(t) + \xi(t)$ 를 나타내며,  $S(t)$ 는 잡음이 없는 외부 입력신호를 나타낸다. 그리고  $\xi(t)$ 는  $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = 2\delta D\xi(t-t')$ 을 만족하는 가우시안 랜덤잡음을 나타낸다. 이때 임의의 시각  $t$ 에서 신호  $I(t)$ 와 활성화전위  $X(t)$  및 랜덤잡음  $\xi(t)$ 는 랜덤변수로 취급될 수 있으므로, 각각에서 시간  $t$ 를 생략하여 랜덤변수  $I$ 와  $X$  및  $\xi$ 로 나타내기로 한다.

임의의 시각  $t$ 에서  $I(t)$ ,  $X(t)$  및  $S(t)$ 가 가질 수 있는 값을 차례로  $i, x, s$ 로 나타내자. 그리고,  $I(t)$ ,  $X(t)$ 는 두 랜덤변수  $I$ 와  $X$ 로 취급되므로 이들의 확률밀도함수를 각각  $p_X(x,t)$ 와  $p_I(i,t)$ 라 표현하자. 이때 임의의 시각  $t$ 에서  $I$ 는 가우시안분포를 가지므로, 확률밀도함수  $p_I(i,t)$ 는 다음 식 (3)과 같이 표현될 수 있다.

$$p_I(i,t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D_I}} \exp\left[-\frac{(i-s)^2}{4D_I}\right] \quad (3)$$

여기서,  $2D_I$ 는 임의의 시각  $t$ 에서  $I$ 의 분산을 나타내는 것으로  $\xi(t)$ 의 분산과 같다. 따라서 이 후로는 대신에  $D_I$ 을  $D_I$ 쓰기로 한다.

한편, 다음의 식 (4)를 만족하는 stochastic 시스템에서 임의의 시간 의존 확률변수  $Y(t)$ 의 확률밀도 함수를  $p_Y(y,t)$ 라 할 때, 이  $p_Y(y,t)$ 는 다음의 식 (5)의 편미분 방정식을 만족하는데, 이 편미분방정식을 Fokker-Planck 방정식(또는 Forward Kolmogorov- Chapman 방정식)이라 한다<sup>[17]</sup>.

$$\frac{dy}{dt} = f(y,t) + g(y,t)\xi(t) \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p_Y(y,t)}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial y} \{D^{(1)}(y,t)p_Y(y,t)\} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \{D^{(2)}(y,t)p_Y(y,t)\} \\ D^{(1)}(y,t) &= f(y,t) + \frac{dg(y,t)}{dy} g(y,t) \\ D^{(2)}(y,t) &= g^2(y,t) \end{aligned} \right\} \quad (5-1)$$

식 (2)를 만족하는 활성화전위  $X$ 의 확률밀도함수는 식 (4)와 (5-1)로부터 다음과 같이 요약된다.

$$\frac{\partial p_X(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} [(-x + \eta \tanh x + S(t))p_X(x,t)] + D_\xi \frac{\partial^2 p_X(x,t)}{\partial x^2} \quad (5-2)$$

식 (5-2)의 편미분 방정식을 만족하는 해를 해석

적으로 구하는 것은 매우 어렵다. 따라서, 근사적 해를 구해보는 것도 큰 의미가 있다. 우선,  $X$ 가 정상상태에 있으며 입력  $S(t)$ 의 진폭이 작다고 가정한다. 그리고  $X$ 의 확률밀도함수  $p_X(x, t)$ 가  $x = \pm\infty$ 에서 영(zero)의 값을 갖는다고 가정할 때, 식 (5-2)을 만족하는 근사해는 다음 식 (6)과 같이 유도된다.

$$p_X(x, t) = \frac{1}{N(D_\xi, S(t))} \exp\left\{-\frac{1}{D_\xi}(U(x) - xS(t))\right\} \quad (6)$$

여기서,  $N(D_\xi, S(t))$ 는  $\int_{-\infty}^{\infty} p_X(x) dx = 1$ 을 만족하는 정규화 상수이다.

생물학적 신경망의 관점에서 보면, 뉴런의 활성화 전위가 특정 문턱치를 넘어야만 뉴런이 외부로 신호를 방출하며 활성화전위가 문턱치를 넘지 못하면 결정론적으로 기술된 뉴런은 아무런 신호를 방출하지 않는다. 그러나, 활성화전위가 문턱치보다 약간 낮은 경우는 잡음의 영향으로 신호를 방출할 수가 있다. 한편 공학적인 관점의 인공신경망에서 살펴보면, 외부뉴런으로부터 받아들여진 신호와 주위 뉴런으로부터 들어온 신호에 의해 활성화전위가 형성되며, 이 활성화전위가 문턱치보다 많이 낮은 경우에는 잡음이 시스템의 상태변화에 크게 영향을 미치지 못한다. 또한, 활성화전위가 문턱치보다 많이 클 경우에도 잡음의 영향이 시스템의 상태에 그다지 영향을 주지 않는다. 반면에 활성화전위가 문턱치 근처일 경우에는 잡음은 stochastic resonance라는 비선형성에서 기인하는 특이한 현상을 야기시키며, 시스템의 성능향상에 도움을 줄 수 있을 것이다. 이에 대한 구체적 결과는 시뮬레이션 부분에서 확인하기로 한다.

### III. 외부 입력신호와 활성화전위 사이의 상호정보량

1949년 샤논은 신호를 전달하고 받는 시스템에서 정보가 전달되는 양을 수학적으로 정의하였다<sup>[19]</sup>. 신호가 가지고 있는 정보량은 신호의 다양성 (variability)으로 정의된다. 어떤 랜덤변수로 나타내어지는 신호  $X$ 가 확률 밀도함수  $p_X(x, t)$ 를 가질 때, 신호 전체  $X$ 가 가지는 정보량은 엔트로피  $H$ 로 나타낼 수 있다. 즉, 엔트로피  $H$ 는

$$H(X; t) = - \int p_X(x, t) \log_2 p_X(x, t) dx \quad (7)$$

으로 정의된다. 0과 1, 두 가지의 값만 가지는 이진 신호를 생각해 보자. 이 신호가 항상 0 또는 1의 값을 가지면 이 신호는 아무런 정보를 전달하지 못한다. 이진 신호의 경우 가장 많은 정보 즉 다양성을 가질 때는 0과 1이 각각 0.5의 확률을 가지고 이진신호를 구성할 때이다.

일반적으로 시스템에 입력되는 신호로부터 출력을 얻을 때 시스템은 입력신호를 변조하여 출력한다. 신경망의 뉴런과 같이 입력신호의 처리 및 전달을 담당하는 시스템에서는 출력신호  $Y$ 가 입력신호  $X$ 의 정보를 많이 가질수록 그 시스템은 좋은 수행 성능을 보인다.  $Y$ 가  $X$ 에 포함된 정보를 예측하는 정도는 상호정보량  $M(X, Y)$ 로 정의할 수 있는데,  $M(X, Y)$ 는 엔트로피와 관계된 양으로 다음 식(8)을 만족한다<sup>[20]</sup>.

$$\begin{aligned} M(X, Y) &= H(X) - H(X | Y) = H(Y) - H(Y | X) \\ &= H(X) + H(Y) - H(X, Y) \end{aligned} \quad (8)$$

두 랜덤신호  $X, Y$ 의 확률분포 함수를 각각  $p_X(x, t)$ 와  $p_Y(y, t)$ 라 하고, 이 두 랜덤신호의 결합 확률밀도함수(joint PDF)를  $p_{XY}(x, y, t)$ 라 하면, 식 (8)은 다음과 같이 표현된다.

$$M(X, Y; t) = \iint p_{X,Y}(x, y, t) \log_2 \frac{p_{X,Y}(x, y, t)}{p_X(x, t)p_Y(y, t)} dx dy \quad (9-1)$$

단위는 [bits/sec]이다. 식 (9-1)의 상호결합확률밀도함수  $p_{XY}(x, y, t)$ 는 해석적으로 구하기가 매우 어려운 시각 의존 함수이다. 따라서 본 연구에서는  $p_{XY}(x, y, t)$ 를 외부입력과 활성화전위의 확률밀도함수  $p_X(x, t)$ 와  $p_Y(y, t)$ 를 바탕으로 시뮬레이션에 의해 근사적으로 구하여 사용하기로 한다. 그리고 식 (9-1)의 상호정보량도 특정시각  $t$ 에서  $S(t)$ 의 값에 의존하는 확률밀도함수에 의해 결정된다. 그러므로 상호정보량  $M(X, Y; t)$ 는 특정한 시각  $t$ 의 값에서 구하는 것을 사용하는 것보다, 일정시간  $T_0$ 에 대해 상호정보량의 평균을 살펴보는 것이 더욱 의미가 있을 것이다. 따라서, 주기  $T_0$ 에 대한 평균 상호정보량을 다음 식 (9-2)와 같이 정의하기로 한다.

$$\bar{M}(X, Y) = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} M(X, Y; t) dt \quad (9-2)$$

식 (9-1)과 (9-2)는 주어진 신호  $I(t)$ 의 얼마나

많은 정보를 관측 신호  $X(t)$ 로부터 얻어질 수 있느냐를 나타내는 지수가 된다. 즉 평균상호정보량을 클 수록 관측 신호  $X(t)$ 로부터 외부신호  $I(t)$ 의 정보량을 평균의 의미에서 더 많이 얻어낼 수 있음을 나타낸다.

1. 주기적 입력이 있을 때 상호정보량

식 (2)에서  $S(t)$ 를 주기적인 외부 입력 신호라 가정하고  $\xi(t)$ 는 다음을 만족하는 가우시안 랜덤변수라 가정하자. 즉,

$$\left. \begin{aligned} S(t) &= A \sin(\omega t) \\ \langle \xi(t) \rangle &= 0, \quad \langle \xi(t)\xi(t') \rangle = 2D_\xi \delta(t-t') \\ p(\xi) &= \frac{1}{\sqrt{4\pi D_\xi}} \exp(-\xi^2 / 4D_\xi) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

이라 하자. 여기서  $\delta(\cdot)$ 는 Dirac delta 함수를 나타낸다.

입력 신호의 크기는  $A=0.1 < \Delta U$ 로 시스템의 잡음이 없으면 -C상태에서 C상태로의 천이는 일어날 수 없다. 퍼텐셜이 [그림 2]와 같은 형태일 때, 이론에 따르면  $\omega \cong 0.035$ 일 때 가장 좋은 성능을 보인다<sup>[15,16]</sup>.  $X$ 는 기대치가  $S(t)$ 이고 분산이  $2D_\xi$ 이므로, 이를 바탕으로 두 랜덤변수  $X$ 와  $I$ 의 평균상호정보량은 A.M. Fraser<sup>[25]</sup>의 알고리즘에 의해 수치 해석적으로 구하였다.

2. 비 주기적 입력이 있을 때 상호정보량

식 (2)의 홉필드의 연속모델의 뉴런에 다음의 식 (11)을 만족하는 비 주기적 신호가 입력된다고 가정하자.

$$\left. \begin{aligned} S(t) &= \sum_i f(t)\delta(t-t_i) \\ f(t) &= \frac{A}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

여기서  $t_i$ 는 포외송 분포를 따르는 랜덤변수이고,  $\tau$ 는 유한한 값의 양(positive)의 상수이다. 여기서  $A=0.5$ 라 할 때 이때 펄스의 높이는 약 0.135 정도로 잡음 없이는 천이가 일어나지 않는다. 여기서  $\tau=0.5$ 를 사용하였는데, 이 값은 홉필드 뉴런의 시간 크기를 실제 뉴런의 시간 크기로 바꾸었을 때 근사적으로 펄스 폭에 해당한다.

IV. 시뮬레이션 결과

비선형 홉필드 시스템의 뉴런에서 외부로부터 들

어오는 입력에 섞인 잡음이 활성화 전위에 미치는 영향을 입증해 보기 위해, 외부의 입력잡음강도에 대해 입력신호와 활성화전위 사이의 상호정보량을 시뮬레이션하여 보았다.

다음의 [그림 2]와 [그림 3]은 각각 외부신호가 식 (10)과 (11)로 주어질 때 외부에서 들어오는 입력신호  $I$ 와 활성화전위  $X$ 사이의 평균상호정보량  $\overline{M}(I, X)$ 을 컴퓨터에 의해 시뮬레이션한 결과이다. 입력에서 가우시안 잡음의 강도는 이 잡음의 power에 해당되는 양으로, 본 시뮬레이션에서는 입력잡음의 순시값의 평균이 영(zero)라 가정하였다. 따라서 잡음의 강도는 분산과 같아진다. 그리고 시뮬레이션에 사용된 적분 간격은 300으로 임의의 값으로 선정하였다. 사용된 식 (10)에서 외부 입력신호 주파수를  $\omega \cong 0.035$ 로 가정하였는데,  $T_0$ 는 이  $\omega \cong 0.035$ 에 비해 충분히 큰 임의의 값으로 취하였다.

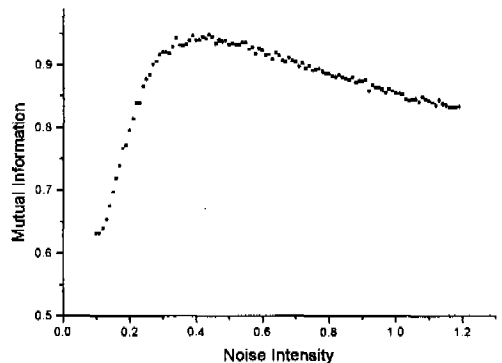


그림 2. 주기적 신호에 잡음이 섞여 있을 때, 입력잡음의 강도에 따른 상호정보량

Fig. 2 Average mutual information between the input and output vs the applied input noise intensity for a periodic input.

평균상호정보량이 최대가 되는 지점의 잡음강도를  $D_{max}$ 라 할 때, 이 점은  $D_{max} \cong 0.35$ 일 때이다. McNamara의 이론<sup>[16]</sup>에 따르면 최적의 주파수를 가진 외부 입력신호에 대해  $D_{max} \cong \frac{1}{2} \Delta U = 0.3265$ 에서 최대 SNR을 나타내며, 이 값은 상호정보량으로부터 얻은  $D_{max} \cong 0.35$ 와 아주 유사한 값을 가진다. 이 결과는 정보 이론을 사용하여 뉴런의 기능을 정량화하는 것이 가능함을 보여준다.

주기적 입력이 있을 때와 동일한 방법으로 외부 입력신호가 식 (11)의 비주기적 신호일 때 평균 상호정보량  $\overline{M}(X, Y)$ 을 시뮬레이션한 결과가 다음의

[그림 3]에 보여진다.

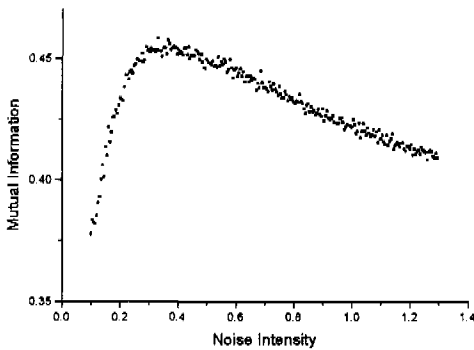


그림 3. 비주기적 신호에 잡음이 섞여 있을 때, 입력 잡음의 강도에 따른 상호정보량  
 Fig. 3 Mutual information between the input and output vs the applied noise intensity for an aperiodic input.

[그림3]도 앞의 시뮬레이션과 동일하게 적분간격  $T_0$ 는 300을 사용하였다.  $D_{max} \cong 0.46$ 으로 주기 신호가 입력될 때 보다 큰 값에서 최대 평균상호정보량을 보인다. McNamara의 시뮬레이션 결과에 따르면<sup>[16]</sup>, 입력신호의 주파수가 커질수록  $D_{max}$ 가 증가함을 볼 수 있는데, 외부 입력신호의 주파수의 증가는  $X(t)$ 의 시간에 따른 변화율과 유사해진다고 생각될 수 있다.

### V. 결론

지금까지 사논의 상호정보량을 이용하여 SR 현상을 보이는 비선형 홉필드 신경회로망에서 뉴런의 입력신호에 섞인 잡음이 활성화전위에 미치는 비선형 특성을 조사하여 보았다. 이 특성의 조사를 위해, 입력잡음강도에 대해 시스템 출력의 신호대잡음비(SNR)를 고찰한 기존의 연구와는 달리, 외부로부터 전송되어오는 신호(입력신호)와 뉴런의 활성화전위 사이의 정보전달 정도를 사논의 상호정보량을 이용하여 고찰하여 보았다. 도입된 사논의 상호정보량을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 주기적인 입력신호에 잡음이 있는 경우와 비주기적인 입력신호에 잡음이 있는 경우 모두에 대해서 어떤 특정한 잡음의 강도에서 상호정보량이 최대가 됨을 보여주었다. 이것은 잡음이 시스템의 출력을 떨어뜨린다는 기존의 선형 시스템과는 달리 특정한 비선형 시스템에서는 어느 정도의 잡음은 오히려 시스템의 성능에 유익한 작용을 한다는 것을 새로운 방법인 상호정

보량을 통하여 다시 확인하여 준 결과이다. 또한 상호정보량이 SR 특성을 보이는 시스템의 성능측정에 또 다른 한가지 방법으로 이용될 수 있음을 보여준다.

### 참고 문헌

- [1] R. Jecht-Nielse, *Neurocomputing*, Chap. 1, Addison-Wesley Publ., New York, 1990.
- [2] F. Rieke, D. Warland, R. R. Steveninck, W. Bialek, Spike, The MIT press, 1997.
- [3] J. J. Hopfield, "Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities," in *Proc. of the National Academy of Sciences* 79," pp. 2554-2558.
- [4] S. Y. Kung, *Digital Neural Networks*, Chap. 4, Prentice Hall, 1993.
- [5] J. J. Hopfield, "Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons," in *Proc. of the National Academy of Sciences* 81, pp.3088-3092.
- [6] N. H. Farhat, D. Psalyis, A. Prata, and E. Baek, "Optical Implementation of the Hopfield model," *Applied Optics*24, pp. 1469 1475, 1985.
- [7] 김대수, *신경회로망 이론과 응용 (I)*, 하이테크 정보, 1993.
- [8] R. D. Keynes, *Quarterly Rev. of Biophys.* 27, No.4, pp. 339~, 1994.
- [9] R. Fitzhugh, "Impulses and Physiological Status in Models of Nerve Membrane," *Biophys. J.* 1, pp. 445~ , 1961.
- [10] J. S. Nagumo, S. Arimoto, S. Yoshizawa, "An Active Pulse Transmission Line Simulating a Nerve Axon," in *Proc. of IRE.* 50, pp. 2061~ , 1962.
- [11] C. Morris, H. Lecar, "Voltage Oscillations in the Barnacle Giant Muscle Fiber," *Biophys. J.* 35, pp. 193 ~ , 1981.
- [12] F. Moss and K. Wiesenfeld, *Sci. Am.* Aug, pp. 66~, 1995.
- [13] K. Wiesenfeld and F. Moss, *Nature* 373, pp. 33~, 1995.
- [14] J. Levin and J. Miller, *Nature* 380, No14, pp.

165~, 1996.

[15] R. Banzi, A. Sutura, and A. Vulpiani, "The Mechanism of Stochastic Resonance," *J. Phys. A* **14**, L453, 1981.

[16] B. McNamara and K. Wiesenfeld, "Theory of Stochastic Resonance," *Phys. Rev. E* **39**, No 9, pp. 4854~, 1989.

[17] H. Risken, *The Fokker-Planck equation*, Springer-Verlag, 1984.

[18] W. S. McCulluch, W.A. Pitts, "A Logical Calculus of Ideas Immanent in Nerve Activity," *Bull. Math. Biophys.* **5**, pp. 115~, 1943.

[19] C. Shannon, "A Mathematical Theory of Communication," *Proc. IRE* **37**, pp. 10~, 1949.

[20] T. M. Cover and J. A. Thomas, *Elements of information theory*, Wiley Interscience, 1991.

[21] C. W. Gardiner, *Handbook of stochastic methods*, Springer-Verlag, 1983.

[22] J. J. Collins *et.al.*, "Aperiodic Stochastic Resonance in Excitable Systems," *Phys. Rev. E* **52**, pp. 3321~, 1995.

[23] J. J. Collins *et.al.*, "Aperiodic Stochastic Resonance," *Phys. Rev. E* **54**, pp. 5575~, 1996.

[24] R. Mannella and V. Palleschi, "Fast and Precise Algorithm for Computer Simulation of Stochastic Differential Equations," *Phys. Rev. A* **40**, pp. 3381~, 1989.

[25] A.M. Fraser, H.L. Swinney, *Phys. Rev. A* **33**, pp. 1124~, 1986.

한 상 백(Sangbaek Han)

정회원

1971년 1월 4일생

1992. 2 : 한국과학기술원 물리학과 졸업(학사학위)

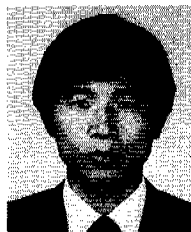
1994. 2 : 한국과학기술원 물리학과 졸업 (석사학위)

1999. 2 : 현재 한국과학기술원 물리학과 박사과정 재학

<주관심 분야> 뇌정보처리, 비선형 신호 분석

정 동 규(Dong-Gyu Jeong)

정회원



1960년 4월 5일생.

1983. 2 : 영남대학교 전자공학과 졸업 (학사학위)

1986. 8 : 한국과학기술원 전기 및전자공학과 졸업 (석사학위)

1994. 8 : 한국과학기술원 전기 및전자공학과 졸업 (박사학위)

1986. 10.~1996. 2 : 한국전자통신연구원 근무 (연구원, 선임연구원)

1996. 3.~1999 : 현재 우석대학교 정보통신및컴퓨터 공학부 근무, 현재 조교수

<주관심 분야> 신경회로망, 뇌정보처리, 패턴인식, 신호처리

김 수 용(Soo Yong Kim)

정회원

1953년 5월 9일생

1975. 2 : 서울대학교 물리교육학과 졸업 (학사학위)

1978. 8 : 고려대학교 물리학과 졸업 (석사학위)

1985. 1 : 미국 콜럼비아대학교 물리학과 졸업 (박사학위)

1986. 10.~1999. 2 : 현재 한국과학기술원 물리학과 교수

<주관심 분야> 뇌정보처리, EEG 신호분석 및 응용