

Hyperimposed 트렐리스부호화변조방식연구

정희원 홍성권*, 강창언**

A Study on Hyperimposed Trellis Coded Modulation

Seongkwon Hong*, Changeon Kang** *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 hyperimposed부호를 대역효율적인 변조방식에 적용시킨 hyperimposed 트렐리스 변조의 구성방법에 대하여 논하고 그 성능을 기존의 TCM방식과 비트오율, 복잡도등이 면에서 이론적으로 비교분석하고 시뮬레이션을 통하여 확인한다. 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 Hyperimposed 트렐리스 부호시스템의 이론적 배경으로서 superimposed 부호와 hyperimposed부호의 구성방법과 복호방법에 대하여 설명한다. hyperimposed 부호의 기본알고리즘과 확장알고리즘, COM 연산에 대하여 논한다. III장에서는 Hyperimposed 트렐리스 부호시스템의 구성, 신호사상과 비트단위 연판정출력과 일반적인 COM 연산과 관계등에 관하여 논한다. IV장에서는 Hyperimposed 트렐리스 부호된 QPSK와 8PSK의 성능을 이론적으로 분석하고 시뮬레이션을 통하여 TCM과 비교확인한다. 또한, Hyperimposed 트렐리스 부호시스템의 복호복잡도를 TCM과 비교한다. 분석결과에 따르면 hyperimposed 트렐리스 부호변조는 기존의 TCM에 대하여 AWGN채널에서 약 0.5 - 1dB의 성능향상을 보였으며, 레일리 채널에서 약 3 - 4 dB의 성능향상을 보였으며 8PSK의 경우, 33%정도의 계산량을 더 요구하고 QPSK의 경우 2배의 계산량을 요구한다.

ABSTRACT

In this work, we discuss a configuration method of hyperimposed trellis coded modulation meaning that hyperimposed convolutional code is applied to a spectrally efficient modulation. We also analyze and compare the performance of the proposed scheme with a conventional TCM scheme in terms of BER, complexity, and confirm the conclusion by the simulation. The analysis show that hyperimposed trellis coded modulation scheme has a gain of about 0.5~1 dB in the AWGN channel environment, and about 3~4 dB in the Rayleigh fading channel environment at a BER of 10^{-5} . The application to 8PSK and QPSK of the proposed scheme, 33% and 100% of computational complexity is more needed.

I. 서 론

Ungerboeck이 트렐리스 부호화 변조방식(Trellis Coded Modulation)을 발표한 이후로 대역효율적인 변조와 부호를 결합하는 방식에 관하여 많은 연구가 이루어져 왔다.^{[1][2][5]} 대역효율적인 변조방식과 부호를 결합시키는데 있어서 성능결정의 중요한 사항이 되는 것은 주어진 변조방식에서 가능한 높은 전송률로 정보원천을 부호화하여 대역효율을 높이면서 원하는 성능을 가능한 낮은 전력으로 전송하는 것이다. 또한, 현대 디지털통신의 응용으로

서 이동통신환경에서의 음성 및 데이터 전송이 관심의 초점이 모아짐에 따라 이동상황에서 신호가 레일리 페이딩과 같은 환경에서의 성능향상을 꾀하는 방편으로 트렐리스 부호방식이 이용되고 있다. Superimposed부호는 $1a \oplus b$ 결합방법을 이용한 부호로써 두 개의 부호 C_1, C_2 를 결합시켜 두 부호 중 보다 강력한 에러정정능력을 가진 부호로써 에러정정능력이 떨어지는 부호의 성능을 향상시키는 부호이다. Superimposed부호는 그 구성에 있어서 두 개의 부호화기가 함께 존재하고 복호단의 복호

* LG정보통신 차세대통신연구소 ** 연세대학교 전자정보통신연구소
논문번호 : 98265-0623, 접수일자 : 1998년 6월 23일

방식에 있어서도 다중단(multi-stage)을 구성하여 복호한다.^[11]

Hyperimposed부호는 이에 대하여 하나의 부호화기로 연속된 부호블록(code block)을 연계시켜 자기 자신의 성능을 증폭시켜 원래 성분부호의 성능보다 에러정정능력을 향상시키는 부호이다. hyperimposed 부호는 일반적으로 superimposed부호보다 우수한 성능은 나타내고 있으며 그 복호방식과 응용방식에 있어서 기존 콘볼루션 부호에 대한 대안으로써 제시되고 있다.^[12]

본 논문에서는 hyperimposed부호를 대역효율적인 변조방식에 적용시킨 hyperimposed 트렐리스 변조의 구성방법에 대하여 논하고 그 성능을 기존의 TCM방식과 비트오율, 복잡도등이 면에서 이론적으로 비교분석하고 시뮬레이션을 통하여 확인한다. 논문의 구성은 다음과 같다.

II장에서는 Hyperimposed 트렐리스 부호시스템의 이론적 배경으로서 superimposed 부호와 hyperimposed부호의 구성방법과 복호방법에 대하여 설명한다. hyperimposed 부호의 기본알고리즘과 확장알고리즘, COM 연산에 대하여 논한다.

III장에서는 Hyperimposed 트렐리스 부호시스템의 구성, 신호사상과 비트단위 연관정출력과 일반적인 COM연산과 관계등에 관하여 논한다.

IV장에서는 Hyperimposed 트렐리스 부호된 QPSK와 8PSK의 성능을 이론적으로 분석하고 시뮬레이션을 통하여 TCM과 비교확인한다. 또한, Hyperimposed 트렐리스 부호시스템의 복호복잡도를 TCM과 비교한다.

II. Hyperimposed 부호시스템

II.1 Superimposed 콘볼루션 부호

Superimposed부호의 부호화기는 그림 1과 같다. 입력비트 시퀀스는 $1/r_1, 1/r_2$ 의 비율로 두개의 시퀀스 A_j, B_k 로 다중화되고 각각 부호화기 C_1, C_2 에 의해 a_i, b_i 의 시퀀스로 부호화된다. a_i, b_i 는 독립적이고 발생확률이 균등한 $GF(2)=\{+1, -1\}$ (+1을 덧셈에 관한 항등원으로 한다.)의 값을 가진다고 가정한다. 시퀀스 b_i 를 인터리버를 통과시켜 \tilde{b}_i 를 구성시켜 a_i 에 더한다. 시퀀스 $c_i = a_i \oplus \tilde{b}_i$ 와 \tilde{b}_i 가 채널을 통해 전송된다. 수신된 신호를 x_i, y_i 라고 할 때 x_i, y_i 는 평균이 0이고 분산이 $\sigma^2 = N_0/2E_s$ 인 독립적인 백색가우시안 잡음(white Gaussian

noise) n_i, n'_i 에 의해 오염된다고 가정한다.^[11]

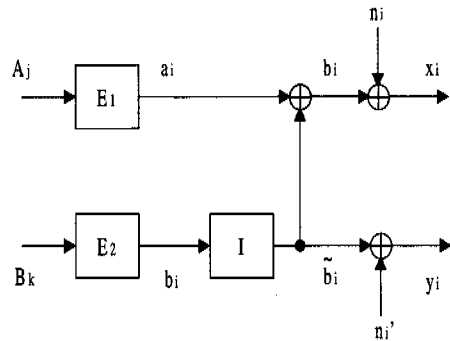


그림 1. Superimposed 부호화기

Superimposed부호 복호의 기본적인 개념은 복호를 2개의 단(stage)으로 구성하여 먼저 CC1에 대한 복호를 하고 복호된 정보비트를 이용하여 CC2의 복호를 하는 것이다. 이러한 다중단(multistage)복호에 있어서 CC1의 성능은 전체 복호기의 성능을 결정하는 주요역할을 하게 된다. 콘볼루션 부호를 성분부호(component code)로 사용하는 superimposed 부호에서는 콘볼루션부호에 대한 비터비 복호기(Viterbi decoder)의 출력은 서로 상관되는 경향을 가지고 에러가 연립(bursty)으로 발생하는 경향이 있기 때문에 이러한 문제를 극복하기 위하여 CC1과 CC2의 부호구성과 복호과정에서 그림 2에 나타나 있는 것과 인터리버와 디인터리버를 포함시킨다. superimposed 부호의 복호과정은 경판정(hard decision)복호와 연판정(soft decision)복호로 나누어 구성할 수 있고 경판정 복호의 경우 그림에서 COM연산은 단순히 GF(2)에서의 덧셈연산이 되고 다음과 같은 알고리즘에 의해 이루어진다.

- ① $u_i = x_i \oplus y_i$ 를 구한다.
- ② u_i 를 비터비 복호기 1을 통과시켜 복호화된 정보소스비트 \hat{A}_i 를 얻고 재부호화하여 추정된 부호화비트 \hat{a}_i 를 얻는다.
- ③ $t_i = x_i \oplus \hat{a}_i$ 를 구한다.
- ④ $t_i + y_i$ 시퀀스를 비터비 복호기 2에 통과시켜 복호화된 정보소스비트 \hat{B}_i 를 얻는다.

두 개의 성분부호가 같은 부모부호(parent code)를 갖는 평첨드 부호(punctured code)인 경우 같은 복호기의 구조를 공유할 수 있고 실제구현에 있어

서 하나의 복호기만을 구성하는 장점을 얻을 수 있다.

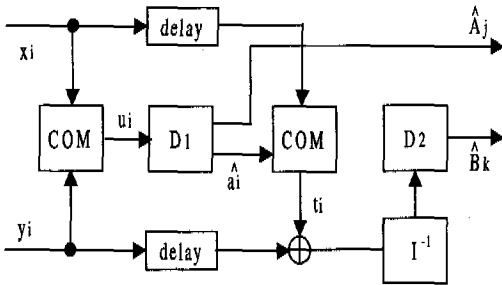


그림 2. Superimposed부호 복호기

연관성 복호를 위해서는 ⊕ 연산이 적합하지 않고 그림 2의 COM연산이 비터비 복호기를 위한 수신신호의 매트릭값을 전달하는 역할을 한다. COM 연산을 다음과 같이 유도된다.

a_i, \hat{b}_i, n_i 와 n_i' 는 서로 독립적이라고 가정하고 a_i, \hat{b}_i 는 $\{+1, -1\}$ 에서의 값을 같은 확률빈도로서 발생한다고 가정하면, x_i, y_i 는 서로 독립이다. 또한, 다음과 같은 관계가 만족된다.

$$f(x_i, y_i | c_i) = f(x_i | c_i) f(y_i) \tag{1}$$

$$f(x_i, y_i | \hat{b}_i) = f(x_i) f(y_i | \hat{b}_i) \tag{2}$$

여기서, $f(\cdot), f(\cdot | \cdot)$ 는 랜덤변수의 확률밀도함수 (probability density function)와 조건확률밀도함수 (conditional probability density function)를 의미한다. 따라서 c_i 의 log-likelihood비는 다음과 같이 나타난다.

$$\Lambda(c_i) = \log \frac{\Pr\{x_i, y_i | c_i = +1\}}{\Pr\{x_i, y_i | c_i = -1\}} = \frac{2}{\sigma^2} x_i \tag{3}$$

이고, $\Lambda(\hat{b}_i) = \frac{2}{\sigma^2} y_i$ 이다. $a_i = c_i \oplus \hat{b}_i$ 이므로

$$\begin{aligned} \Lambda(a_i) &= \log \frac{\Pr\{x_i, y_i | c_i = +1\}}{\Pr\{x_i, y_i | c_i = -1\}} \\ &= \log \frac{\exp -\frac{1}{2\sigma^2} [(x+1)^2 + (y+1)^2] + \exp -\frac{1}{2\sigma^2} [(x-1)^2 + (y-1)^2]}{\exp -\frac{1}{2\sigma^2} [(x+1)^2 + (y-1)^2] + \exp -\frac{1}{2\sigma^2} [(x-1)^2 + (y+1)^2]} \\ &= \log \frac{1 + e^{\frac{\Lambda(x) + \Lambda(y)}{\sigma^2}}}{e^{\frac{\Lambda(x)}{\sigma^2}} + e^{\frac{\Lambda(y)}{\sigma^2}}} \\ &\approx \text{sgn}(\Lambda(\hat{b}_i) \Lambda(c_i)) \min(|\Lambda(\hat{b}_i)|, |\Lambda(c_i)|) \end{aligned} \tag{4}$$

따라서, 연관성 복호에 대하여 그림 2의 COM은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\text{COM}(x, y) = \text{sgn}(xy) \min(|x|, |y|) \tag{5}$$

앞서의 정판정에 의한 복호알고리즘에서 첫번째와 세번째 단계는 다음과 같은 변경된다.

$$\textcircled{1}^* u_i = \text{COM}(x_i, y_i)$$

$$\textcircled{3}^* t_i = \text{COM}(x_i, \hat{a}_i)$$

③*에서, \hat{a}_i 은 $\{+1, -1\}$ 의 값을 취하기 때문에 위의 $\text{COM}(x_i, \hat{a}_i)$ 은 x_i 에 대한 “양면 클리퍼 (double sided clipper)”의 역할을 한다.

II.2 Hyperimposed 콘볼루션 부호

superimposed부호화는 다르게 hyperimposed부호는 한 개의 성분부호화기에 의해 구성되고 코드워드 블록들이 연속적으로 상관관계를 갖는다. hyperimposed부호의 부호화기는 그림 3에 나타나 있는 것과 같다. 그림에서 E는 성분부호 CC를 의미하고 I_1, I_2 는 동일한 방식으로 인터리빙하는 인터리버이다. $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ 가 원천 정보비트블록 A, B, C를 부호화기를 통과시켜 적절한 트래리스 종료(termination)로 얻어지는 코드워드블록 a, b, c의 인터리빙된 후의 블록이라고 한다면 hyperimposed부호의 코드워드들은 시간순서대로 나열하면 그림 4에 나타난 바와 같이 $a, \hat{a} \oplus b, \hat{b} \oplus c, \dots$ 와 같다. 이렇게 구성된 새로운 부호는 성분부호 CC와 같은 부호율과 같은 해밍거리 분포를 가지지만 복호방법에 따라 부호의 성능향상을 얻어낼 수 있다.^[12]

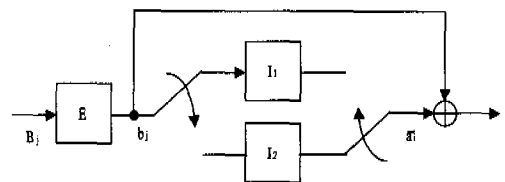


그림 3. Hyperimposed부호 부호화기

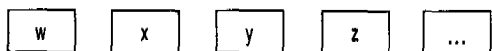
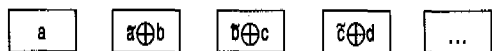


그림 4. Hyperimposed 부호화된 부호 시퀀스들

Hyperimposed부호의 복호방법은 기본적인 복호 알고리즘과 기본적인 복호방법에서 얻어진 정보비트들을 이용하는 부최적 다중단 복호알고리즘(suboptimum multi-stage decoding algorithm)인 확장복호알고리즘으로 구성된다. 먼저 기본복호알고리즘에 대하여 설명하기로 한다.

기본복호알고리즘(Basic Decoding Algorithm)

기본복호알고리즘은 각 부호블록을 한 번 비터비 복호기를 통과시키는 과정을 통하여 이루어진다. 초기블록 w 에서 비터비 복호기에 특별한 조작없이 통과시켜 복호된 정보원천블록인 \hat{A} 를 얻을 수 있고, 재부호화(re-encoding)과정을 통하여 추정된 부호블록 \hat{a} 를 얻을 수 있다. 나머지 복호과정은 다음과 같은 간단한 알고리즘에 의해 얻어질 수 있다.^[12]

- ① \hat{a} 를 인터리버를 통과시켜 \hat{c} 를 얻는다.
- ② $t = COM(\hat{a}, x)$ 를 계산한다.
- ③ t 를 비터비 복호기를 통과시켜 복호된 정보원천블록인 \hat{B} 를 얻을 수 있고, 재부호화(re-encoding)과정을 통하여 추정된 부호블록 \hat{b} 를 얻을 수 있다.

위의 알고리즘은 매 연속되는 블록에 대하여 적절한 블록의 치환조작을 통하여 계속되어야 한다. 이러한 기본알고리즘을 통한 hyperimposed부호의 복호는 비트오율성능을 나타내면 그림 6에 나타나 있다. 그림에서 성분부호는 상태수 64인 재귀 시스템 컨볼루션 부호이고 비교 시스템은 나사부호이다. 이에 대한 자세한 설명은 뒤에 하기로 한다. 그림에서 "hibase"가 기본알고리즘에 의한 비트오율 성능이다. 그림에서 알 수 있듯이 기본알고리즘을 이용한 복호방식은 낮은 E_b/N_0 에서는 매우 열악한 성능(≈ 0.5)을 보이고 높은 E_b/N_0 에서 원래 성분부호가 나타내는 성능보다 약간 떨어지는 성능을 보여주고 있다. 이와같이 hyperimposed부호는 기본복호알고리즘을 이용해서는 원래성분부호가 가지고 있는 성능도 나타내지 못하지만 확장복호방법에 의해 큰 성능의 향상을 얻을 수 있다. 확장복호알고리즘은 다음과 같이 설명할 수 있다.

확장복호알고리즘(Extended Decoding Algorithm)

Hyperimposed부호는 실제로 정보원천비트들이 성분부호 CC 를 통하여 실제로 두 번 부호화된다.(예를 들어 $\hat{a} \oplus b$ 에서 b 의 정보가 존재하고, $\hat{b} \oplus c$ 에서 \hat{b} 의 정보가 존재한다. 확장복호알고리즘

은 각 부호블록을 두 번 복호하므로써 이렇게 중복된 정보들을 합쳐서 이루어진다. 수신된 신호에 대하여 기본복호알고리즘으로 \hat{a} 와 \hat{c} 가 구해졌다고 가정한다면 b 의 값을 두 번 구하여 합할 수 있게 된다. (기본알고리즘에 의해 구해진 임시정보비트들은 완전한 복호정보비트들로 보지 않고 폐기한다.) 확장복호알고리즘은 다음과 같은 절차에 의해 이루어진다.^[12]

- ① $u = COM(\hat{a}, x)$ 를 계산한다.
- ② $COM(\hat{c}, y)$ 를 계산하고 디인터리버(deinterleaver)를 통과시키는데 디인터리버의 출력을 v 로 표기한다.
- ③ $u+v$ 를 비터비 복호기를 통과시켜 정보원천블록 \hat{B} 를 얻는다.

위의 과정은 매 연속된 블록마다 적절한 블록의 치환에 의해 이루어진다. 그림 6에 확장복호알고리즘에 의한 비트오율성능이 나타나 있다. 그림에서 알 수 있듯이 낮은 E_b/N_0 에서 열악한 성능은 기본복호알고리즘과 같지만 높은 E_b/N_0 에서 성능은 원래 성분부호의 성능보다 우수함을 알 수 있다. 이와같이 일정한 E_b/N_0 를 초과하면 급격하게 성능이 향상되는 임계효과(threshold effect)는 다음과 같이 설명될 수 있다. E_b/N_0 가 일정한 수준에 도달하면 복호된 정보비트블록과 재부호화된 부호비트블록내부에서 비트오류가 전혀발생하지 않는 빈도가 증가한다. 재부호화된 정보비트들이 오류를 포함하지 않는다면 (즉, $\hat{a} = \tilde{a}$ 이고 $\hat{c} = c$ 인 경우에) 확장복호과정에서 실효적인 유클리드거리(Euclidean distance)는 두 배가 되고(즉, 변수 v 의 실효 유클리드가 거리가 두 배가 된다.) 이상적인 경우에 있어서 원래 성분부호의 비트오율성능보다 3dB 향상된다. Hyperimposed부호의 확장복호방법의 높은 E_b/N_0 에서의 성능향상은 이와 같은 유클리드 거리의 증가에 기인된다. 또한, 낮은 E_b/N_0 에서 보이는 성능저하도 위와같은 방법으로 설명될 수 있다. 낮은 E_b/N_0 에서 재부호화된 비트들의 비트오류는 인터리버에 의해 확산되어 결합되므로써 확장복호과정에서 실효적인 유클리드 거리를 감소시키는 역할을 하고 성능의 열화를 초래한다.

Systematic Hyperimposed 콘볼루션부호

앞서 설명한 재부호화과정에서 발생하는 오류에 의한 에러전파현상은 시스템에릭 부호를 사용하므로

써 그 영향을 감소시킬 수 있다. 시스템에릭 부호는 좀 더 우수한 성능을 보장받기 위하여 비재귀적인(nonrecursive) 부호보다 재귀적인(recursive) 부호를 사용한다. 비트의 결합(superimposing)은 시스템에릭 비트에는 적용시킨다. α, β, γ 를 정보원천비트 A, B, C에서 발생시킨 패리티 비트블록이라고 가정하자. 새로운 부호의 코드워드는 그림에 나타난 바와 같이 $(A, \alpha), (\tilde{A} \oplus B, \beta), (B \oplus C, \gamma)$ 의 형태를 가진다. 이러한 패리티블록과 시스템에릭 비트블록들이 AWGN 채널환경상에서 w_p, x_p, y_p 와 w_i, x_i, y_i 로 수신되었다면 기본부호알고리즘과 확장부호알고리즘은 다음과 같이 변형된다.

- ① $\tilde{A} = \text{Interleaver}(\tilde{A})$ 를 계산한다.
- ② $T = \text{COM}(\tilde{A}, x_i)$ 를 계산한다.
- ③ $\tilde{B} = \text{ViterbiDecoder}(T, x_p)$ 를 수행한다.
- ④ $u = \text{COM}(\tilde{A}, x_i)$ 를 계산한다.
- ⑤ $v = \text{Deinterleaver}(\text{COM}(\tilde{C}, y_i))$ 를 계산한다.
- ⑥ $\hat{B} = \text{ViterbiDecoder}(u + v, x_p)$



그림 5. Hyperimposed 부호화된 부호 시퀀스들(재귀 시스템에릭 부호)

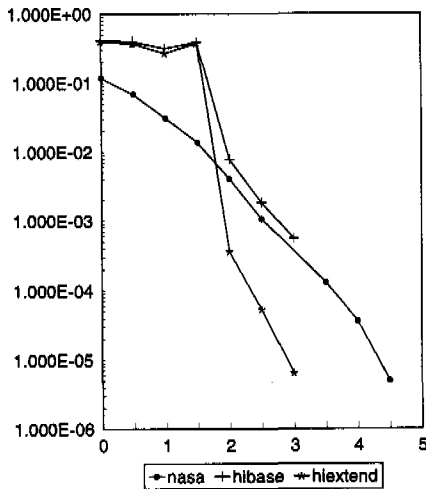


그림 6. 확장부호알고리즘 비트오율성능

III. Hyperimposed 트렐리스 부호 시스템

III.1 시스템 구성

그림 7은 기저대역 hyperimposed 트렐리스 부호 시스템을 보여주고 있다. 그림에서는 8PSK 변조를 사용했을 경우이고 사상기(mapper)와 부호기가 2비트를 기준으로 바뀐다면 QPSK에도 동등하게 적용된다. 그림에서 페이딩 채널형태까지 포함되어있는데 ρ 값이 1로 고정되는 경우 AWGN 채널 시스템이 된다. Hyperimposed 콘볼루션 부호화기에서 출력된 부호비트들은 비트단위 인터리빙을 거쳐 QPSK나 8PSK 사상기에 사상(mapping)된다. Hyperimposed 부호의 성분부호는 그림 8에 나타나 있는 것과 같은 상태수가 64인 재귀 시스템에릭 부호이다. 8PSK에 대하여 사상이 이루어지는 경우 2/3부호율을 얻기 위해 puncturing이 이루어지고 QPSK에 대하여는 puncturing이 필요없이 1/2부호율이 그대로 적용된다. 2/3부호를 얻기 위한 puncturing 형태는 상태수가 64인 경우 2비트를 1/2 부호기를 통과시켜 4비트를 얻은 후 마지막 비트를 제거하는 형태이다. 재귀 시스템에릭 콘볼루션 부호의 발생다항식은 133, 171을 갖는다. 이러한 재귀 시스템에릭 콘볼루션 부호를 나사부호(nasa 부호라고 한다.) 사상기에서 발생된 이차원 신호는 Gray 매핑된 신호로써 그림 9에 나타나 있는 정상도(constellation)를 가진다.

사상기에 발생된 신호는 채널을 통과하여 백색가우시안 잡음에 의해 오염되고 레일리 페이딩 채널에 의해 영향을 받는 경우, ρ 값에 진폭이 영향을 받고 ρ 값은 사이드 정보(side information)으로서 복호기에 알려진다.

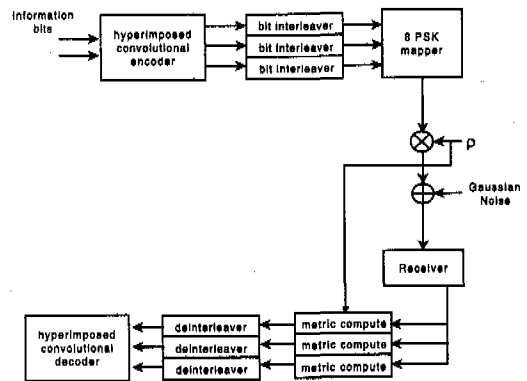


그림 7. Hyperimposed 트렐리스 부호시스템 구성

수신된 신호는 메트릭이 계산되어 hyperimposed 복호기에 전달되는데 metric계산을 위해서는 비트단위의 연판정 출력이 요구된다. 비트단위 연판정 출력은 hyperimposed 복호를 위해서 COM함수를 구하기 위해 사용되는데 COM함수의 일반적유도와 비트단위 연판정 출력의 관계는 다음절에서 살펴보기로 한다.

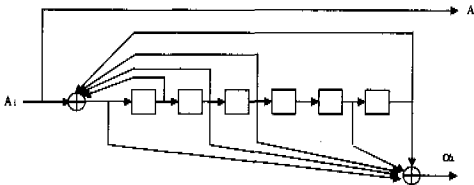


그림 8. 재귀 시스템매트릭 부호(상대수 64)

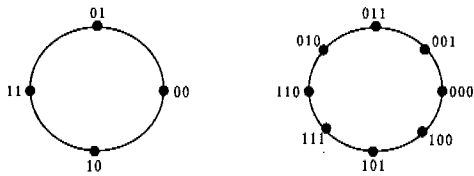


그림 9. Gray사상된 QPSK, 8PSK상상도

III.2 연판정 비트단위 출력

일반적으로 복조기는 M개의 가능한 심볼중에서 수신된 채널심볼 (X_k, Y_k)과 유클리드 거리 E(X, Y)가 가장 작은 (X̂_k, Ŷ_k)를 결정한다. 여기서, 유클리드 거리 E(X, Y)는 다음과 같이 결정된다.

$$E(X, Y) = (\hat{X}_k - X_k)^2 + (\hat{Y}_k - Y_k)^2 \quad (6)$$

이러한 결정과정은 비트단위 연판정출력(bit-by-bit soft output)에서도 변하지 않는다. 그러나 연판정 출력을 얻기 위해서는 다음과 같은 log-likelihood비를 구해야 한다.

$$\lambda_{ik}(c_{ik}) = \ln \left(\frac{P(c_{ik} = \hat{c}_{ik} | X_k, Y_k)}{P(c_{ik} = \bar{c}_{ik} | X_k, Y_k)} \right) \quad i = 1, \dots, m \quad (7)$$

여기서, \hat{c}_{ik} 는 수신된 신호와 가장 가까운 유클리드 거리를 가지는 심볼을 i번째 데이터비트를 가리키며 \bar{c}_{ik} 는 \hat{c}_{ik} 의 부정(negation)이다. $\lambda_{ik}(c_{ik})$ 는 데이터비트 c_{ik} 의 연판정 충실도(reliability) 값이다. 최적화된 log-likelihood 비는 다음과 같이 주어진다.

$$\lambda_{ik}(c_{ik}) = \ln \left(\frac{\sum_{n=0}^{M-1} P(X_k, Y_k | X_n, Y_n, c_{ik} = \hat{c}_{ik}) P(c_{ik} = \hat{c}_{ik})}{\sum_{n=0}^{M-1} P(X_k, Y_k | X_n, Y_n, c_{ik} = \bar{c}_{ik}) P(c_{ik} = \bar{c}_{ik})} \right) \quad i = 1, \dots, m \quad (8)$$

이차원 신호 성상도를 가지고, AWGN환경에서 잡음분산이 $\sigma^2 = N_0/2$ (N_0 가 이중분산 잡음 스펙트럼 밀도(double sided noise spectral density)이다.)인 경우에 있어서 실제로 $\lambda_{ik}(c_{ik})$ 은 다음과 같은 값을 가지게 된다.

$$\lambda_{ik}(c_{ik}) = \ln \left(\frac{\sum_{n=\hat{c}_{ik}-1}^{M-1} P(c_{ik}=1) \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left[\frac{-(X_k - X_n)^2 + (Y_k - Y_n)^2}{2\sigma^2} \right]}{\sum_{n=\bar{c}_{ik}=0}^{M-1} P(c_{ik}=0) \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left[\frac{-(X_k - X_n)^2 + (Y_k - Y_n)^2}{2\sigma^2} \right]} \right) \quad i = 1, \dots, m \quad (9)$$

Hyperimposed-부호를 대역효율적인 변조에 적용할 경우에 있어서 비트단위의 연판정값들이 위의 COM 함수값을 통할 경우에 있어서는 위의 경우를 일반적으로 확장시킬 필요가 있다.

$$\begin{aligned} \Lambda(a_i) &= \log \frac{\Pr\{x_i, y_i | a_i = +1\}}{\Pr\{x_i, y_i | a_i = -1\}} \\ &= \log \frac{\Pr\{x_i, y_i | c_i = 1, \bar{b}_i = 1\} + \Pr\{x_i, y_i | c_i = -1, \bar{b}_i = -1\}}{\Pr\{x_i, y_i | c_i = -1, \bar{b}_i = 1\} + \Pr\{x_i, y_i | c_i = 1, \bar{b}_i = -1\}} \\ &= \log \frac{\Pr\{x_i, y_i | c_i = 1\} \Pr\{x_i, y_i | \bar{b}_i = 1\} + \Pr\{x_i, y_i | c_i = -1\} \Pr\{x_i, y_i | \bar{b}_i = -1\}}{\Pr\{x_i, y_i | c_i = -1\} \Pr\{x_i, y_i | \bar{b}_i = 1\} + \Pr\{x_i, y_i | c_i = 1\} \Pr\{x_i, y_i | \bar{b}_i = -1\}} \\ &= \log \frac{1 + \frac{\Pr\{x_i, y_i | c_i = 1\} \Pr\{x_i, y_i | \bar{b}_i = 1\}}{\Pr\{x_i, y_i | c_i = -1\} \Pr\{x_i, y_i | \bar{b}_i = -1\}}}{\frac{\Pr\{x_i, y_i | \bar{b}_i = 1\}}{\Pr\{x_i, y_i | \bar{b}_i = -1\}} + \frac{\Pr\{x_i, y_i | c_i = 1\}}{\Pr\{x_i, y_i | c_i = -1\}}} \end{aligned} \quad (10)$$

위의 식에서 다음과 같은 관계를 고려한다면

$$\Lambda(\bar{b}_i) = \log \frac{\Pr\{x_i, y_i | \bar{b}_i = 1\}}{\Pr\{x_i, y_i | \bar{b}_i = -1\}} \quad (11)$$

$$\Lambda(c_i) = \log \frac{\Pr\{x_i, y_i | c_i = 1\}}{\Pr\{x_i, y_i | c_i = -1\}} \quad (12)$$

위의 식에서와 같은 관계를 그대로 유지할 수 있음을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \Lambda(a_i) &= \log \frac{1 + e^{\Lambda(\bar{b}_i) + \Lambda(c_i)}}{e^{\Lambda(\bar{b}_i)} + e^{\Lambda(c_i)}} \\ &\approx \text{sgn}(\Lambda(\bar{b}_i)\Lambda(c_i)) \min(|\Lambda(\bar{b}_i)|, |\Lambda(c_i)|) \end{aligned}$$

$\Lambda(\bar{b}_i)$, $\Lambda(c_i)$ 는 비트 단위 연판정 출력값을 의미한다.

IV. 성능분석

IV.1 AWGN에서의 성능분석

AWGN에서 부호의 성능을 결정하는 주요계수는 자유 유클리드 거리(free Euclidean distance)이다. 콘볼루션 부호변조와 QPSK나 8PSK와 같은 변조방식이 결합되었을 경우 자유유클리드 거리는 콘볼루션부호의 자유유클리드 거리와 변조방식의 최소 유클리드 거리의 곱으로 이루어진다.^[1] 즉,

$$d_{free}^2 = d_{min}^2 \cdot d_H \quad (13)$$

의 관계를 가지는데 Hyperimposed 트렐리스 부호 변조 방식은 앞서 hyperimposed 부호의 경우에서 살펴보았듯이 높은 E_b/N_0 에서 최소 유클리드 거리가 두 배가 된다. 여기서, d_{free}^2 은 콘볼루션부호변조의 자승 자유 유클리드 거리, d_{min}^2 은 변조방식의 최소 유클리드 거리, d_H 은 콘볼루션부호의 자유 해밍거리를 의미한다.

부호사이의 부호화이득(coding gain)은 다음과 같은 식에 의해서 주어지고 이를 8PSK 변조방식의 경우 Ungerboeck의 TCM방식과 비교하면 표 1과 같다.^[3]

$$G = 10 \log(d_{free}^2 / d_{free1}^2) \quad (14)$$

표 1. Hyperimposed 트렐리스부호와 TCM의 성능비교(AWGN)

상태수	hyperimposed TCM		부호화 이득
	TCM d_{free}^2	d_{free}^2 $2 d_{free}^2$	
2	2.59	- -	-
4	4.00	1.76 3.52	-0.56
8	4.59	2.34 4.68	0.08
16	5.17	2.34 4.68	-0.04
32	5.76	3.51 7.02	0.86
64	6.34	3.51 7.02	0.44

그림 10과 그림 11에는 hyperimposed 트렐리스 부호화된 QPSK와 8PSK의 비트오율성능이 시뮬레이션을 통하여 TCM과 비교되어 있다. 앞서 시스템 모델에서 설명한 바와 같이 TCM과 hyperimposed 부호의 성분부호는 상태수 64이고 hyperimposed 부호의 경우 인터리빙을 하지 않았다. 그림에서

“base”는 기본알고리즘에 의한 성분부호의 비트오율 성능을 나타내고 “extend”는 확장 알고리즘에 의해 구해진 전체 hyperimposed 트렐리스 부호시스템의 성능을 의미한다. 그림에서 알 수 있듯이 10^{-5} 의 비트오율에서 QPSK와 8PSK 변조방식의 경우 TCM에 대하여 0.5 - 1 dB정도의 성능향상을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

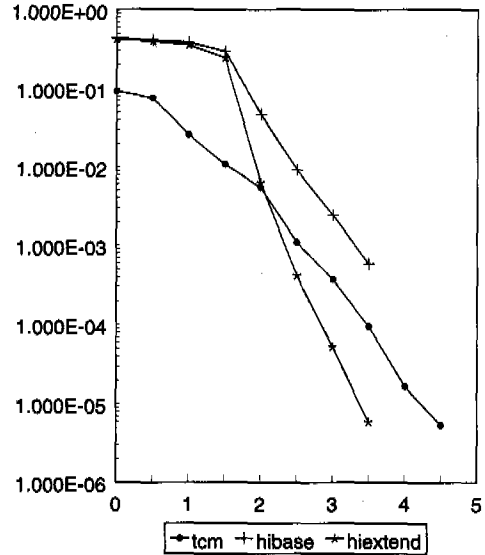


그림 10. AWGN에서의 비트오율성능(QPSK, 가로축: E_b/N_0 , 세로축: 비트오율)

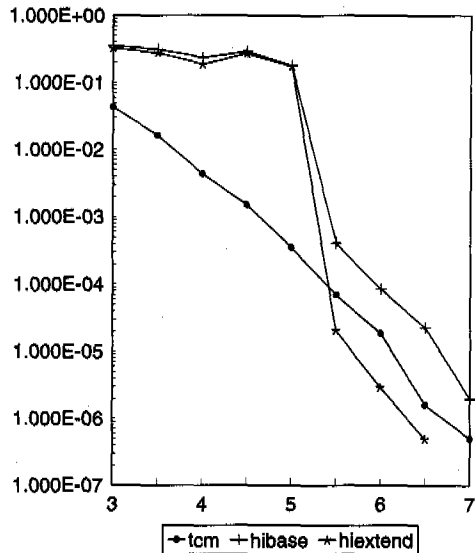


그림 11. AWGN에서의 비트오율성능(8PSK, 가로축: E_b/N_0 , 세로축: 비트오율)

IV.2 레일라이 페이딩채널에서의 성능분석

레일라이 페이딩(Rayleigh fading) 채널에 대한 pairwise 에러 이벤트(error event)확률분석은 각 심볼에 대한 독립적인 페이딩과 이상적인 코히어런트(coherent) 변조(진폭페이딩에 대해서만), 이상적인 채널상태 정보(perfect channel state information)를 가정한다. 이러한 페이딩환경에서 채널을 통과하는 신호는 다음과 같이 표현될 수 있다. 송신신호가 이차원 MPSK 신호인 경우 $s_i(a) = \sqrt{E_s} e^{j\theta_i(a)}$ 수신된 신호는

$$y_i = \rho_i s_i(a) + n_i \quad (15)$$

로 표현될 수 있다. 여기서, $n_i = n_{ri} + n_{qi}$ 는 평균이 0이고 $E(n_{ri}^2) = E(n_{qi}^2) = N_0/2$ 인 이차원 복소 백색 가우시안 잡음이다. ρ_i 는 시간 i 에 있어서 진폭의 페이딩 효과를 나타내는 값으로 평균 수신된 신호의 에너지가 $E(\rho_i^2 E_s) = \bar{E}_s$ 을 갖게 하는 레일라이 분포의 랜덤변수이다. ρ_i 는 평균 $E(\rho^2) = 1$ 이고 $f(\rho) = 2\rho e^{-\rho^2}$, ($\rho > 0$)의 분포를 갖는다.^[7]

Chernoff상한방법을 사용하면 두 개의 서로 다른 데이터 시퀀스 a 와 c 가 관련되는 에러 이벤트의 발생확률은 다음과 같다.

$$\bar{P}_E(a, c) \leq \prod_{k=1}^L E \left\{ \exp \left[-\frac{E_s \rho_k^2}{4N_0} d_k^2(a, c) \right] \right\} \quad (16)$$

여기서, $d_k^2(a, c)$ 는 자승 유클리드 거리를 의미하고 $E(\cdot)$ 는 레일라이 페이딩 진폭 ρ_k 에 대한 평균, L 은 시퀀스 에러이벤트의 길이를 의미한다. 몇단계의 수학적적인 교정을 거치면 위식은 다음과 같이 간략화된다.

$$\bar{P}_E(a, c) \leq \prod_{k=1}^L \frac{1}{1 + \frac{E_s \rho_k^2}{4N_0} d_k^2(a, c)} \quad (17)$$

여기서, 심볼거리 $d_k^2 = d_k^2(a, c)$ 는 0의 값을 가질 수 있다. 0의 값을 갖지 않는 에러 이벤트 심볼의 수를 에러이벤트의 실효길이(effective length)라고 하며 L' 로 표현한다. 이것은 송신된 정보시퀀스와 에러가 발생한 에러시퀀스사이의 해밍거리 $d_H = L'$ 를 의미한다. 여기서 정규화된 최소 유클리드 거리를 $d_{\min}^2 = \min_{a \neq c} \sum_k d_k^2(a, c)$ 로서 표기한다.

위의 식은 다시 다음과 같이 간략화될 수 있다.

$$\bar{P}_E(a, c) \leq \prod_{k=1, d_k^2 \neq 0}^L \frac{1}{1 + \frac{E_s \rho_k^2}{4N_0} d_k^2(a, c)} \leq \prod_{k=1, d_k^2 \neq 0}^L \frac{1}{\frac{E_s \rho_k^2}{4N_0} d_k^2(a, c)} \quad (18)$$

$\Gamma = \bar{E}_s/N_0$ 이고 항상 양의 값을 갖는다고 가정하면

$$\bar{P}_E(a, c) \leq \frac{1}{\Gamma^{L'}} \cdot \frac{1}{\prod_{k=1, d_k^2 \neq 0}^L d_k^2(a, c)} = const \cdot \frac{1}{\Gamma^{L'}} \quad (19)$$

또한 $d_0^2 = d_0^2(a, c)$ 로 둘 수 있고

$$\bar{P}_E(a, c) \leq const \cdot \frac{1}{(d_0^2(a, c) \Gamma)^{L'}} \quad (20)$$

가 된다. 여기서,

$$d_0^2(a, c) = \sqrt{\prod_{k=1, d_k^2 \neq 0}^L d_k^2(a, c)} \quad (21)$$

이고 이것은 에러이벤트의 자승유클리드 거리의 기하학적인 평균(geometric mean)이다. 위의 결과는 상한치(upper bound)이고 실제의 성능과는 상당한 차이를 갖지만 부호의 성능을 결정하는 중요한 계수(parameter)를 제공한다. 높은 평균 신호 대 잡음비(signal to noise ratio ; SNR)에서 성능을 결정하는 주요항(dominating term)은 L' 의 최소값이다. 같은 L' 인 경우에는 d_0^2 값과 에러 이벤트의 개수를 의미하는 A_e 가 중요한 계수값이 된다. 낮은 채널 SNR에서는 L' , d_0^2 , A_e 계수값 모두가 결합되어 성능결정에 중요한 역할을 한다. AWGN환경상에서 자유 유클리드 거리가 성능결정에 주요한 영향을 주는 것과 같이 레일라이 페이딩 채널에서는 SNR이 큰 경우에 있어서 L' 이 주요한 영향을 미치고 이 L' 값을 시간 다이버시티(time diversity)라고 한다. Ungerboeck의 TCM과 hyperimposed부호의 시간다이버시티를 표 2에서 비교하고 있다.

표 2. TCM과 BITCM 시스템의 시간 다이버시티 비교

구속장	상태수	시간 다이버시티	
		TCM	HITCM
2	4	1	3
3	8	2	4
4	16	3	4
5	32	3	6
6	64	4	6

위의 시간 다이버시티는 Hyperimposed 트렐리스 부호의 성분부호의 시간다이버시티를 나타내고, hyperimposed부호전체의 성능은 이러한 성분부호에 의해 나타난 성능에 대하여 앞서 AWGN환경에서와 같이 증가된 유클리드 거리의 성능이 포함된다. 그림 12와 그림 13은 레일리 페이딩 환경에서 hyperimposed 트렐리스 부호화된 QPSK와 8PSK의 비트오율성능이 시뮬레이션을 통하여 TCM과 비교되어 있다. TCM의 경우 인터리빙 크기가 무한대로 가정되었고 hyperimposed부호의 경우 64×64 크기의 인터리버가 사용되었고 TCM과 hyperimposed TCM 두 경우 모두 상태수가 64인 경우이다. 그림에서 알 수 있듯이 10⁻⁵의 비트오율에서 QPSK의 경우, 약 3dB의 성능향상을 얻었고, 8PSK의 경우, 약 4dB의 성능향상을 얻었다.

그림에서 기본알고리즘의 기울기는 큰 시간 다이버시티로 인하여 TCM의 기울기보다 급격하고 일정한 E_b/N₀를 초과하면 TCM보다 우수한 성능을 보이고 있음을 알 수 있다. 확장 알고리즘에 의하여 이러한 성능이 증폭되어 상대적으로 매우 우수한 성능을 보임을 알 수 있다.

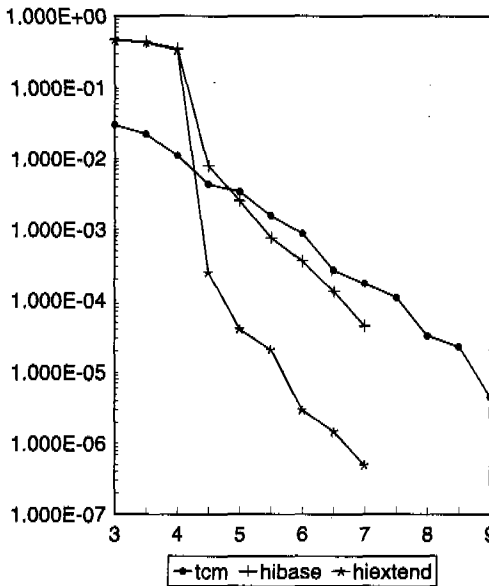


그림 12. 레일리 페이딩채널에서 비트오율성능 (QPSK, 가로축: E_b/N₀, 세로축: 비트오율)

8PSK에 대한 hyperimposed트렐리스 부호변조의 경우, 레일리 페이딩 효과에 의해 연접이러가 크게 발생하면 한 인터리빙 블록에서 발생하는 비트 오류가 매우 커질 수 있고 이러한 오류가 계속해서

다음 블록으로 전달되어 전체성능이 매우 열악해질 수 있다. 이러한 문제점을 극복하기 위해 주기적으로 수신단에서 알고 있는 블록을 전송할 필요가 있다. 8PSK에 대한 hyperimposed트렐리스 부호화는 20블록을 주기로 수신단에 알려진 블록을 전송한다. 따라서, hyperimposed 트렐리스 부호화된8PSK의 경우, 스펙트럼효율은 TCM의 2 bit/sec/Hz경우보다 약간 작은 1.9 bit/sec/Hz의 값에 가까운 갖는다.(테일비트를 고려했을 때)

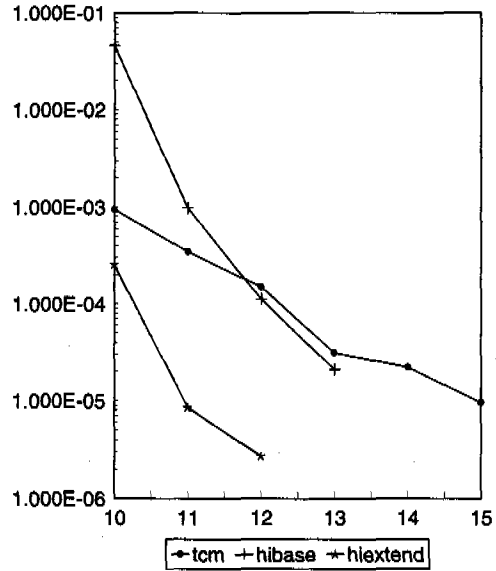


그림 13. 레일리 페이딩채널에서 비트오율성능 (8PSK, 가로축: E_b/N₀, 세로축: 비트오율)

IV.3 복잡도(complexity) 비교

부호의 복잡도는 정보 한 비트를 복호하기 위해 필요한 비교(comparison)와 합(addition)의 수로 표현할 수 있다. 따라서, k/n콘볼루션 부호를 사용하는 경우, 다음과 같이 표현할 수 있다.^[4]

$$L = \frac{2^k(2^k - 1) + 2^k - 2}{k} \quad (22)$$

여기서, k는 콘볼루션 부호의 구속장 길이를 나타낸다.

트렐리스 부호화 구조의 경우, 정보비트당 복호 복잡도를 (n-1)/n 콘볼루션 부호로서 생각할 수 있고 다음과 같이 나타낼 수 있다.^[4]

$$L = \frac{2^k(2^{n-1} - 1)}{n-1} \quad (23)$$

높은 부호화율을 갖는 콘볼루션 부호의 복잡도는 (22)식에서 2^k 의 영향에 의해서, k 가 증가함에 따라서 지수적으로 증가하게 된다. 높은 부호화율을 갖는 콘볼루션 부호의 복잡도를 줄이기 위해 평처드 기법을 사용하는데 앞에서 언급한 바와 같이 평처드 콘볼루션 부호는 낮은 부호율을 가진 기본부호의 부호화(encoding)을 블록단위로 처리하고 일부분의 부호비트를 perforation패턴에 따라 제거하므로써 고 부호화율의 부호를 얻는 방법이다. 평처드 부호의 복호복잡도는 기본부호의 복호복잡도와 거의 같으므로 1/2콘볼루션 부호를 기본부호로 하는 평처드 콘볼루션 부호는 다음과 같은 복호복잡도를 가지게 된다.

$$L=2^k \quad (24)$$

Hyperimposed 트렐리스 부호의 경우 기본알고리즘과 확장알고리즘이 계속해서 이루어지기 때문에 (24)의 값에 2배의 복잡도를 요구하게 된다.

표 3은 TCM, Hyperimposed 트렐리스 부호화된 8PSK 시스템의 각 구속장의 길이에 따라 복잡도를 비교하고 있다.

표 3. TCM과 BITCM 시스템의 복잡도비교

구속장	상태수	복잡도	
		TCM	HI coded
2	4	6	8
3	8	12	16
4	16	24	32
5	32	48	64
6	64	96	128

2/3 트렐리스 부호화된 8PSK시스템은 $1.5 \cdot 2^k$ 의 복잡도를 가지고 2^{k+1} 의 값을 가지므로 TCM시스템의 경우와 비교해서 약 33%의 계산량을 더 요구함을 알 수 있다. QPSK의 경우에는 위의 식을 고려하면 TCM시스템에 대하여 hiperimposed 트렐리스 부호시스템이 2배의 계산량을 요구함을 알 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 hyperimposed부호를 대역효율적인 QPSK와 8PSK에 적용하여 hyperimposed 트렐리스

부호변조방식을 구성하였다. 이를 위해 Gray사상법을 적용하였으며, 연판정 복호를 위한 일반적인 COM공식을 유도하였고 AWGN채널과 레일리페이딩 채널에서 그 성능을 이론적으로 분석하고 시뮬레이션을 통하여 확인하였으며 복호에 있어서 필요한 복잡도를 비교하였다. 분석결과에 따르면 hyperimposed 트렐리스부호변조는 기존의 TCM에 대하여 AWGN채널에서 약 0.5-1 dB의 성능향상을 보였으며, 레일리 채널에서 약 3-4 dB의 성능향상을 보였으며 8PSK의 경우, 33%정도의 계산량을 더 요구하고 QPSK의 경우 2배의 계산량을 요구한다.

차후 연구과제로서, hyperimposed 부호의 보다 효율적인 복호방법의 개발에 관한 연구와 블록단위로 전송될 때 전달되는 연집오류의 극복방법에 관한 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

- [1] Y. Kofman, E. Zehavi, and S. Shamai, "Performance Analysis of a Multilevel Coded Modulation System", IEEE Trans. on Comm. COM-42, February/March/April pp.299-311 1994.
- [2] N. Seshadri and C. E. W. Sundberg, "Multilevel Trellis Coded Modulation for the Rayleigh Fading Channel", IEEE Trans. on Comm. COM-41, no 9. pp. 1300-1310, September 1993.
- [3] D. Haccoun, G. Begin, "High-Rate Punctured Convolutional Codes for Viterbi and Sequential Decoding", IEEE Trans. on Comm. COM-37, no. 11 pp.1113-1125, November 1989.
- [4] Ibrahim Altunbas and Umit Aygolu, "Multilevel Coded FSK/PSK Modulation", Proceedings of ICC'94, pp. 640-644, 1994.
- [5] G. Ungerboeck, "Channel coding with multievel/phase signals," IEEE Tans. Inform. Theory IT-28, no 1, pp. 55-67, January 1982.
- [6] Branko D. J. and Sumit Roy, "Design of AM-TCM Schemes for the Impulse Environment", IEEE Trans. on Comm. Vol. 44. No. 10. pp. 1217-1221 October 1996.
- [7] Zehavi E., "8PSK Trellis Codes for a Rayleigh Channel", IEEE Trans. on Comm.

1COM-40, pp. 873-884. 1992.

[8] E. Biglieri, D. Divsalar, P. J. McLane, and M. K. Simon, Introduction to Trellis Coded Modulation with Applications. New York:Macmillan 1991.

[9] J. J. Warner, "Impulse noise in the loop plant," in GLOBECOM '90 1990, pp. 1734-1737.

[10] U. Hansson and T. Aulin, "Channel Symbol Expansion Diversity", Electronic Letters, Vol. 31, No. 18. pp. 1545-1546, August 1995.

[11] Jung-Fu Cheng and Robert J. Eliece, "Superimposed Convolutional Codes," Proc. Int'l Symposium on Comm. '95

[12] Jung-Fu Cheng, "Hyperimposed Convolutional Codes," Proc. of ICC'96.

[13] A.j. Vitervi, E. Zehavi, R. Padovani, and, J. K. Wolf, "A pragmatic approach to trellis coded modulation," IEEE Commun. Mag., vol. 7, pp. 11-19, July 1989.

[14] D. Divsalar and M. K. Simon, "The performance of trellis coded for MPSK for fading channels : Performance criteria," IEEE Trans. Commun., vol. 36, pp. 1004-1012, Sept. 1988

[15] D. Divsalar and M. K. Simon, "The design of trellis coded modulation for MPSK for fading channels : Set partitioning for optimum code design," IEEE Trans. Commun., vol. 36, pp. 1013-1021, Sept. 1988.

[16] Sungkwon Hong, Youngwoo Yun, and Changeon Kang, "LSB Coded Hybrid Frequency Phase Shift Keying", IEE Letters Vol. 32 No. 11. pp. 1021-1022 May 1996.

[17] Sungkwon Hong, Younghawn You, Jongheon Kim, and Changeon kang, "Multilevel Trellis Coded 16QAM with Partially Overlapped Signal Sets", Proc. of PIMRC'96.

홍 성 권(Seongkwon Hong)

정회원



1988년~1992년 : 연세대학교 전자공학과 학사
 1992년~1994년 : 연세대학교 전자공학과 석사과정
 1994년~1998년 : 연세대학교 전자공학과 박사과정

1998년~현재 : LG정보통신 차세대통신연구소 선임연구원

강 창 언(Changeon Kang)

정회원

1973년~1981년 : 노던 일리노이 대학교 전자공학과 조교 부교수

1981년~현재 : 연세대학교 전자공학과 교수

1986년~1989년 : 연세대학교 전자공학과 학과장

1990년~1994년 : 연세대학교 전산원 원장

1992년~현재 : 연세대학교 전자정보통신연구소 소장

1994년~1996년 : 연세대학교 기획실 기획실장

1989년~1990년 : 한국통신학회 회장