

# 디지털 통신 시스템에서 데이터-재순환 LMS 알고리즘을 이용한 신호 간섭 제어

정회원 김 원 균\*, 나 상 동\*

## Signal Interference Rejection using Data-Recycling LMS Algorithm in Digital Communication System

Won-kyun Kim\*, Sang-dong Na\* *Regular Members*

### 요 약

본 논문에서, LMS 알고리즘의 수렴 속도를 향상시키기 위한 효율적인 신호간섭 제어기법을 제안한다. 수신 데이터를 재활용하여 심볼 시간 주기에 계수들을 곱함으로써 적용되는 제안된 알고리즘의 수렴특성이 수렴 속도의 향상을 이론적으로 증명하기 위해 분석한다. 스텝-크기 매개변수  $\mu$ 가 증가됨에 따라 알고리즘의 수렴 속도가 제어된다. 또한, 스텝-크기 매개변수  $\mu$ 의 증가는 실험적으로 계산된 학습 곡선에서 분산을 감소시키는 효과를 갖는다. 고유치 확산을 증가시킴에 따라 적응 등화기의 수렴속도를 천천히 제어하고 평균 자승 에러의 안정-상태 값을 증가시키는 효과를 나타내며 데이터-재사용 LMS 기술이 수렴속도를 (B+1)배만큼 증가시켜 필터 알고리즘에서 신호 간섭제어의 우수성을 입증한다.

### ABSTRACT

In this paper, an efficient signal interference control technique to improve the convergence speed of LMS algorithm is introduced. The convergence characteristics of the proposed algorithm, whose coefficients are multiply adapted in a symbol time period by recycling the received data, are analyzed to prove theoretically the improvement of convergence speed. According as the step-size parameter  $\mu$  is increased, the rate of convergence of the algorithm is controlled. Also, a increase in the step-size parameter  $\mu$  has the effect of reducing the variation in the experimentally computed learning curve. Increasing the eigenvalue spread has the effect of controlling down the rate of convergence of the adaptive equalizer and also increasing the steady-state value of the mean squared error and also demonstrate the superiority of signal interference control to the filter algorithm increasing convergence speed by (B+1) times due to the data-recycling LMS technique.

### I. 서 론

통신 시스템에서 더욱 개선된 실행을 요구하는 필요성을 만족시키기 위해 적응 필터는 필수적이다. 또한, 빠른 수렴 속도를 갖는 적응 필터 알고리즘과

비교적 낮은 평균 자승 에러(MSE : Mean Square Error) , 하드웨어 성능에 대한 실용성을 요구한다 [1,2].

평단선 적응필터에 수신되는 간섭신호를 제거하기 위한 방법으로 최소 평균 자승(LMS : Least Mean Square) 알고리즘이 이용되는데 이 방식은

\* 조선대학교 컴퓨터공학과 (sdna@mail.chosun.ac.kr),  
논문번호 : 99124-0328, 접수일자 : 1999년 3월 28일

간결성과 효율성 때문에 광범위하게 이용되어왔다<sup>3,4,5</sup>. 그러나 횡단선 필터 탭 계수들을 조절하기 위한 새로운 반복 알고리즘이 개발되어 왔으며<sup>6</sup>, 이 알고리즘은 탭 계수들의 상수를 유지하는 개별 탭 계수를 갱신하기 위해 LMS 알고리즘을 이용한다.

본 논문에서는 LMS 알고리즘을 이용한 탭 계수 지연 라인(TDL : Tapped Delay Line) 적응 필터의 빠른 수렴 속도에 대해 효율적인 신호간섭 제어기법을 제시한다.

적응 필터의 탭 가중치를 적응 제어하기 위해 단일 탭 입력 벡터를 이용하는 대신에 몇몇의 한정된 버퍼들에 저장되는 탭 입력 벡터들을 이용하는 데이터 재순환 알고리즘을 이용함으로써 적응 탭 가중치 벡터의 갱신을 통한 빠른 수렴성을 나타내기 위해 새로운 구조를 제안하고, 연산 복잡성을 증가시키지 않고 충분히 수렴속도를 (B+1)배로 향상시킨다.

LMS 알고리즘의 계수특성을 분석하고 탭 계수에 따른 신호 간섭 제어와 LMS 알고리즘의 수렴조건 및 연산의 복잡성 제어에 관하여 분석하여 제안한 데이터-재사용 LMS 알고리즘을 이용한 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 통해 이론적 분석이 부합함을 보인다.

제안된 TDL 필터가 LMS 알고리즘과 동일한 수렴 조건을 가지고 실행될 때 연산의 복잡성의 실질적 부담을 배제하고, TDL 필터의 수렴속도를 증가시킬 수 있다는 신호간섭 제어의 우수성을 입증한다.

**II. 제안된 데이터-재순환 LMS 알고리즘 모델링**

적응 횡단선 필터의 탭 가중치를 갱신하기 위해서는 두 가지 처리 과정으로 이루어진다<sup>3,4</sup>. 첫 번째는 최적의 이론으로 잘 알려진 급경사 방법을 이용하는데 최적의 해로 정의된 행렬 Wiener-Hopf 방정식을 통하여 시스템을 수정한다. 두 번째는 통계적 특성으로 가정된 경사 벡터에 대한 추정치를 유도하기 위해 상관에 대한 연속적인 값을 필요로 한다. 본 논문은 이러한 처리과정을 모두 만족시키는 LMS 알고리즘을 응용하여 실수 값 데이터를 가진 횡단선 필터의 탭 가중치 벡터에서 갱신된 탭 가중치 값과 탭 입력 벡터 여러 신호 그리고 학습을 변수를 기술한다.

각각의 반복 순차 n에서 기울기 벡터  $\nabla J(n)$ 의

정확한 측정을 하고 스텝 크기 매개변수  $\mu$ 가 적절하게 선택되어지면, 급 경사 알고리즘을 이용하여 계산된 탭 가중치 벡터는 최적의 Wiener 해에 근접한다. 그러나, 실제로 탭 입력의 상관 행렬 R과 탭 입력과 원하는 응답 사이의 교차 상관 벡터 p를 사전에 알 수 있어야 하므로 경사 벡터의 정확한 측정이 불가능하다. 그러므로 경사 벡터는 가능한 데이터로부터 측정되어야 한다<sup>7</sup>.

경사 벡터  $\nabla J(n)$ 의 측정을 향상시키기 위해 가장 확실한 방법은 상관 행렬 R과 교차 상관벡터 p를 빼는 것으로서 식 (1)과 같이 나타낸다.

$$\nabla J(n) = -2p + 2Rw(n) \tag{1}$$

R과 p를 위한 선택은 개별적으로 다음과 같이 정의된 탭 입력 벡터와 요구된 응답의 표본 값을 기반으로 하는 순간적 예측을 사용하는 것으로 식 (2), (3)과 같다.

$$\hat{R}(n) = u(n) u^H(n) \tag{2}$$

$$\hat{p}(n) = u(n) d^*(n) \tag{3}$$

기울기 벡터의 순간 예측은 식 (4)와 같다.

$$\hat{\nabla} J(n) = -2u(n) d^*(n) + 2u(n) u^H(n) \hat{w}(n) \tag{4}$$

순간 예측은 탭 가중치 예측 벡터  $\hat{w}(n)$ 이 탭 입력 벡터 u(n)에 의존하는 임의의 벡터이기 때문에 교차된다.

예측  $\hat{\nabla} J(n)$ 은 순간적 자승 오차  $|e(n)|^2$ 을 적용한 기울기 연산자  $\nabla$ 로 한다. 식 (2)의 예측은  $w(n+1) = w(n) + 1/2 \mu [-\nabla J(n)]$ 에서 나타낸 경사가 급 경사하는 알고리즘에서 기울기 벡터  $\nabla J(n)$ 로 대체시키므로, 탭 가중치 벡터를 갱신하기 위한 새로운 순환적 관계는 식 (5)와 같다.

$$\hat{w}(n+1) = \hat{w}(n) + \mu u(n) [d^*(n) - u^H(n) \hat{w}(n)] \tag{5}$$

경사가 급 경사 알고리즘으로 얻어진 값을 구분하기 위해 탭 가중치 벡터를 위한 심볼 위에  $\hat{w}$ 을 사용한다. 필터 출력, 에러측정 및 가중치 적응을 기술하는 식은 각각 식 (6), (7) 및 식 (8)과 같다.

$$y(n) = \hat{w}^H(n) u(n) \tag{6}$$

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (7)$$

$$\hat{w}(n+1) = \hat{w}(n) + \mu u(n) e^*(n) \quad (8)$$

식 (6)과 (7)은 예측 오차  $e(n)$ 와 탭 가중치 벡터  $\hat{w}(n)$ 의 예측을 기반으로 한 계산을 정의하고, 식 (8)에서 우변의 두 번째 항  $\mu u(n) e^*(n)$ 은 탭 가중치 벡터  $\hat{w}(n)$ 에 대한 현재의 예측에 적용된 교정을 나타낸다. 반복적 처리 절차는 초기 추정  $\hat{w}(0)$ 에서 시작한다.

식 (6)과 (8)에서 나타난 알고리즘은 LMS 알고리즘의 복잡한 형태이나 각각의 반복 또는 시간 갱신에서 가장 최근의 값을 요구하기 때문에  $u(n)$ 과  $d(n)$  그리고  $\hat{w}(n)$ 은 LMS 알고리즘의 통계학적 가솔기에 대한 집합이 된다. 특히, LMS 알고리즘은 통계학적 입력들과 다음 번의 반복 주기까지 시스템은 임의로 중단되고 실제 가솔기 방향으로 간주될 수 없는 방향에서 수락된 집합을 연산한다.

그림 1은 폐환 모델에서 LMS 알고리즘의 신호 흐름 선도를 보여준다. 이 신호 흐름선도는 가솔기가 급 경사 알고리즘을 나타낸 흐름선도로써 폐환 모델<sup>[8]</sup>과 밀접한 유사성을 갖는다.

그림 2의 상위 부분에서 나타난 횡단선 필터 구조를 고려하면, 필터 출력의 추정치  $\hat{d}(n|u(n))$ 는 입력 신호 벡터  $u(n)$ 와 탭 가중치 벡터  $w(n)$ 로 다음의 식 (9)를 얻는다.

$$\begin{aligned} \hat{d}(n|u(n)) &= \sum_{j=0}^L w_j(n) \cdot u(n-j) \\ &= \hat{w}^H(n) \cdot u(n) \end{aligned} \quad (9)$$

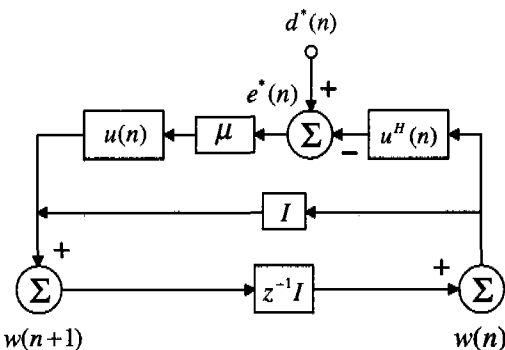


그림 1. LMS 알고리즘의 신호 흐름

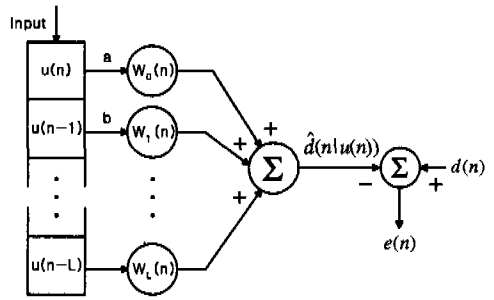


그림 2. 적응 횡단선 필터

에러 신호  $e(n)$ 는 요구된 신호  $d(n)$ 와 횡단선 필터 출력  $\hat{d}(n|u(n))$  사이의 차로써 나타낸다. 따라서, 적응 가중치 조절 메카니즘을 통하여 조절된 탭 가중치는 식 (10)과 같다.

$$\begin{aligned} w(n+1) &= w(n) - \mu \cdot \left( \frac{\partial e^2(n)}{\partial w(n)} \right) \\ &= w(n) + 2\mu \cdot e(n) \cdot u(n) \end{aligned} \quad (10)$$

탭 계수를 갱신하기 위해 단일 탭 입력 데이터  $u(n)$ 을 이용하는 대신에, 몇몇의 한정된 버퍼에 저장되는 탭 입력 데이터 ( $u(n-1), u(n-2), u(n-3)...$ )을 이용하고 탭 가중치 벡터의 갱신 처리와 재활용 데이터에 이용되는 버퍼가 갖은 구조는 그림 2와 같다.

그림 3은 그림 2의 입력 벡터에서 탭 가중치를 조절하기 위해 이용된 두 개의 탭 a, b에 각각 버퍼를 두어 폐기된 데이터를 재활용하는 재활용 데이터(B=2)를 이용한 제안된 구조를 나타내었다.

그림 3에서 나타난 바와 같이 처음에 탭 a의 버퍼에서 재사용 데이터  $u(n-2)$ 와 탭 b의 버퍼에서 재사용 데이터  $u(n-3)$ 은 에러  $e(n,2)$ 을 이용하여  $w(n,2) = [w_0(n,2), w_1(n,2)]^H$ 을 갱신하고 다음으로  $w(n,1) = [w_0(n,1), w_1(n,1)]^H$ 로 갱신하고 다음으로  $w(n,1) = [w_0(n,1), w_1(n,1)]^H$ 는  $u(n,1) = [u(n-1), u(n-2)]^H$ 와  $e(n,0)$ 을 이용하여  $w(n,0) = [w_0(n,0), w_1(n,0)]^H$ 로 갱신된다. 마지막으로 탭 입력 데이터 벡터  $u(n-0) = [u(n-0), u(n-1)]^H$ 와 탭 가중치 벡터  $w(n,0) = [w_0(n,0), w_1(n,0)]^H$ 는  $e(n,0)$ 을 생성한다.  $w(n,-1)$ 는 횡단선 필터의 다음 출력 추

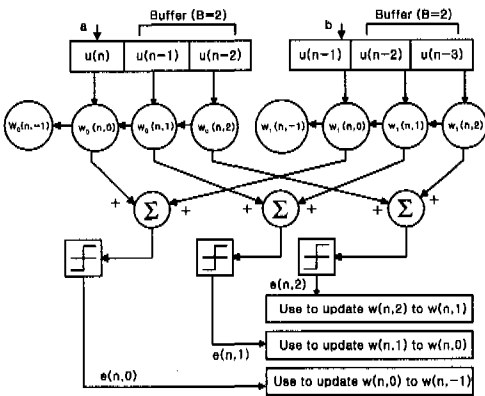


그림 3. 제한된 데이터-재사용 필터의 구조

정치  $\hat{d}(n+1 | u(n+1))$ 을 생성하는데 이용될 수 있는 횡단선 필터 탭 가중치 벡터  $w(n+1)$ 에 복사된다.

### III. 데이터 재순환 LMS 알고리즘의 계수특성에 의한 신호간섭제어

#### 1. 탭 계수속도 신호제어

데이터 재순환 알고리즘을 이용하여 탭 가중치 벡터를 갱신하기 위한 처리 과정은 다음 4단계로 구분하여 실현될 수 있다.

- 단계 1 : 횡단선 필터 구조의 입력신호벡터  $u(n)$ 와 탭 가중치 벡터  $w(n)$ 를 초기화 한다.
- 단계 2 : 재순환 데이터  $B$ 를 결정한다.
- 단계 3 : 에러  $e(n)$ 를 이용하여 탭 가중치 벡터  $w(n)$ 를 갱신하기 위하여 재순환 데이터 수만큼 반복하여 갱신한다.
- 단계 4 : 횡단선 필터 출력  $\hat{d}(n+1 | u(n+1))$ 을 생성하는데 이용되는 필터 계수 벡터  $w(n)$ 를  $w(n+1)$ 에 복사한다.

여기서  $w(n+1)$ 과  $w(n)$  사이의 관계는 다음 식 (11)과 같다.

$$w(n+1) = w(n) + 2\mu \sum_{i=0}^{B-1} e(n,i) u(n-i) \quad (11)$$

에러 추정치  $e(n,i) = d(n-i) - w^H(n,i)u(n-i)$ 의 이용과 식 (11)의 탭 가중치 갱신의 기대값을 취하면 식 (12)을 얻는다.

$$E[w(n+1)] = E[w(n)] + 2\mu \sum_{i=0}^{B-1} (E[d(n-i)u(n-i)] - E[u(n-i)u(n-i)^H]E[w(n,i)]) \quad (12)$$

식 (12)에서 탭 입력 데이터와 탭 가중치는 독립적이라고 가정할 수 있으며, 상관행렬  $R = E[uu^H]$ 라 정의하면, 다음과 같은 식 (13)을 얻는다.

$$E[w(n+1)] = E[w(n)] + 2\mu \sum_{i=0}^{B-1} (E[d(n-i)u(n-i)] - R \cdot E[w(n,i)]) \quad (13)$$

$R$ 이 정칙행렬일 경우를 가정하면,  $R$ 과 최적 탭 가중치 벡터  $w^0$ 의 적분이  $E[\hat{d}(n-1 | u(n-1))u(n-i)]$ 과 동일하다.

따라서  $E[w(n+1)] = E[w(n)] + 2\mu \sum_{i=0}^{B-1} (Rw^0 - RE[w(n,i)])$ 이다.

다른 측면에서 입력 상관 행렬  $R$ 은 일반적 형태  $R = Q \Lambda Q^{-1}$ 로 표현되며, 여기서  $\Lambda$ 는 대각 고유치 행렬이고  $Q$ 는  $R$ 의 고유치 벡터 행렬이다.  $V' = Q^{-1}V$ 를 이용하는 중심축으로  $V(n)$ 를 회전하면, 결과는 식 (14)와 같다.

$$\begin{aligned} V'(n+1) &= Q^{-1}(d(n) - 2\mu R)QV'(n) \\ &\quad - 2\mu \sum_{i=1}^{B-1} Q^{-1}RQV'(n,i) \\ &= (d(n) - 2\mu \Lambda)V'(n) - 2\mu \sum_{i=1}^{B-1} \Lambda V'(n,i) \end{aligned} \quad (14)$$

$V'(n+1)$  그리고  $V'(n)$ 와  $V'(n,i)$ 의  $j$  번째 인수는 각각  $v'(n+1,0,j)$ ,  $v'(n,0,j)$  그리고  $v'(n,i,j)$ 이다. 이렇게 대응하는 인수를 이용함으로써, 식 (14)을 식 (15)와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} v'(n+1,0,j) &= (1 - 2\mu \lambda_j)v'(n,0,j) - 2\mu \lambda_j v'[v'(n,i,j) + v'(n,2,j) + \dots + v'(n,B,j)] \\ &= v'(n,0,j) - 2\mu \lambda_j [v'(n,0,j) + v'(n,1,j) + v'(n,2,j) + \dots + v'(n,B,j)] \end{aligned} \quad (15)$$

$v'(n,B,j)$ 의 항은 다음 식 (16)의 반복에 의해

$v'(n, 0, j)$ 가 된다.

$$v'(n, B-i, j) = (1-2\mu\lambda_j)v'(n, B-i+1, j) \quad (16)$$

기하학적 비율  $1-2\mu\lambda$  인 식은 다음의 식 (17), (18)와 같다.

$$v'(n+1, 0, j) = v'(n, 0, j) - 2\mu\lambda_j \left[ \frac{v'(n, 0, j)(1-(1-2\mu\lambda_j)^{B+1})}{(1-(1-2\mu\lambda_j))} \right] \quad (17)$$

$$v'(n+1, j) = v'(n, j) \left[ \frac{1-2\mu\lambda_j(1-(1-2\mu\lambda_j)^{B+1})}{(1-(1-2\mu\lambda_j))} \right] \quad (18)$$

위 식을 재배열하면 식 (19)과 같다.

$$v'(n+1, j) = v'(n, j) - 2\mu\lambda_j \frac{\left[ \frac{v'(n, j)}{2\mu\lambda_j} - \frac{v'(n, j)(1-2\mu\lambda_j)^{B+1}}{2\mu\lambda_j} \right]}{v'(n, j)(1-2\mu\lambda_j)^{B+1}} \quad (19)$$

식 (19)는 현재의 탭 계수와 최적화 계수사이의 차이가 이들의 기하학적 비율인  $(1-2\mu\lambda_j)^{B+1}$ 로 감소함을 나타낸다. LMS 알고리즘  $1-2\mu\lambda_j$ 에 대한 기하학적 비율과 비교해 보면, MSE 비율은 다음의 식 (20), (21)과 같다.

$$MSE \text{ ratio} = (1-2\mu\lambda_j)^{2(B+1)} \quad (20)$$

또한

$$\log(MSE \text{ ratio}) = (B+1)\log(1-2\mu\lambda_j)^2 \quad (21)$$

위 식의 결과로 인해 본 연구에서 제안한 LMS 알고리즘에 의해 얻은 결과는 기존 방식인 MSE 알고리즘에 의해 얻은 결과에 (B+1)배의 개선된 수렴 속도를 갖게 됨을 제시한다.

그림 4는 탭 수에 따른 재순환 버퍼를 이용함으로써 LMS 알고리즘의 평균 자승 에러 비의 학습곡선을 나타낸 컴퓨터 시뮬레이션 결과로서 식(21)의 수렴속도가 (B+1)배만큼 개선되어짐을 알 수 있다. 식(21)에서 식 (19)의 결과는 제안된 알고리즘의 신호간섭제어가 안정적이고 식 (22)와 같을 때 j번째

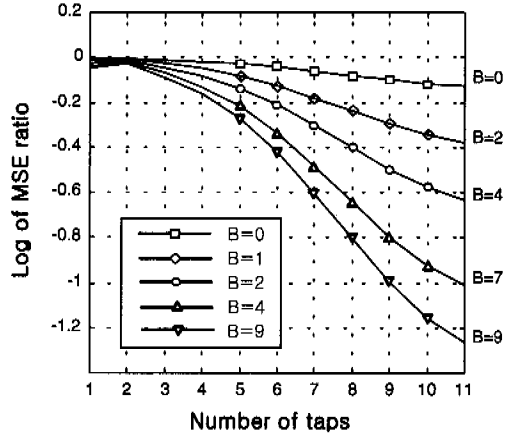


그림 4. 탭수에 따른 데이터 재순환 버퍼 B=0,2,4,7,9를 가진 LMS 알고리즘의 평균 자승 에러 비의 학습곡선

계수에 대해 수렴된다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (1-2\mu\lambda_j)^{(B+1)k} = 0 \quad (22)$$

식 (22)를 충족시키기 위한  $\mu$ 를 선택하는 수렴 조건은 식 (23)과 같다.

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\max}} \quad (23)$$

위 식에서  $\lambda_{\max}$ 가 횡단선 필터의 탭 입력 상관 행렬 R의 최대 고유치 값으로서 식 (23)의 조건은 LMS 알고리즘과 동일한 결과로서 수렴이 보장될 수 있기 때문에 LMS 알고리즘에 스템 사이즈 변수를 이용하게 된다.

## 2. 연산의 복잡성 제어

정적 채널(Static Channel)보다 급격히 변하는 빠른 페이딩 채널의 적응 등화에는 탭 수가 증가하므로 전방 탭 계수(FN : Forward N)를 8개, 후방 탭 계수(BN : Backward N)를 2개로 하여 결정 궤환 등화기(DFE : Decision Feedback Equalizer) 알고리즘을 고려할 때 계수 갱신을 위한 연산의 복잡성은 RLS의 경우  $100(N^2)$ 이고 LMS의 경우  $21(2N+1)$ 이다. 또한 LS 격자 필터의 경우  $131(18FN+39BN-39+2LF)$ 이고 Kalman 필터의 경우  $297(2.5N^2+4.5N+2)$ 이다<sup>[9],[10]</sup>.

제안된 알고리즘은 각각의 탭 계수에 대하여  $(2N+1)$ 번의 곱셈 연산과 재사용 데이터 수 B에 대

하여 (B+1)번의 곱셈 연산을 하여 전체 탭 계수를 모두 갱신하기 위한 (2N+1) (B+1)가 되므로 B를 2개로 할 때 연산의 복잡도는 63이 되며 성능은 기존의 LMS 알고리즘보다 3배가 개선된다. 여기서 N은 탭 계수를 나타내고, B는 재활용 데이터의 수이다.

위의 4가지 알고리즘에서 LMS 결정 제한 알고리즘에 대해서만 연산의 복잡도가 높으나 본 논문에서 제안된 알고리즘이 기존 LMS 알고리즘의 수렴 속도를 (B+1)배 만큼 증가시킨다는 것을 고려하면 제안된 알고리즘이 연산 복잡성이 증가하지 않으면서 수렴속도를 제어한다.

#### IV. 컴퓨터 시뮬레이션 결과

##### 1. 적응 등화기의 컴퓨터 시뮬레이션

그림 5는 적응 등화기 시뮬레이션 블록도를 나타낸 것으로 왜곡을 발생시키는 선형 분산 채널의 적응 등화를 위해 LMS 알고리즘을 이용하였으며, 시뮬레이션을 위해 사용되는 모든 데이터는 실수값으로 가정하였다.

그림 5에서 나타낸 바와 같이 채널의 특성을 위해 사용된 첫 번째 랜덤 발생기는 실험 신호  $x_n$ 을 발생시키고, 반면에 두 번째 랜덤 발생기는 채널의 출력에 부가적 백색 가우시안 잡음  $v(n)$ 을 더하여 적응 횡단선 등화기에 입력되어지도록 백색 잡음을 발생시킨다. 두 개의 랜덤 발생기는 상호간에 독립적으로 작용하며, 적응 등화기는 부가적인 백색 가우시안 잡음이 존재하는 곳에서 채널에 의해 생성되는 왜곡을 정정한다. 또한 첫 번째 랜덤 발생기에서 발생된 신호를 지연시킨 후 순열의 형태로

진 *Bernoulli* 순열로 구성되어 채널에 입력되고, 영-평균과 단위 분산을 가지며 발생된 순열을 채널에 입력한 후의 채널 임펄스 응답은 식 (24)과 같다.

$$h_n = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{W} (n-2) \right) \right], & n=1,2,3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (24)$$

위 식에서 매개변수 W는 채널에 의해 생성된 왜곡의 진폭 크기와 증가를 나타낸다. 또한 매개변수 W는 등화기에서 탭 입력 상관 행렬의 고유치 확산  $\chi(R)$ 을 조절하고, 고유치 확산은 W로 증가된다. 두 번째 랜덤 발생기에서 생성된 부가적 백색 가우시안 잡음 순열  $v(n)$ 은 영-평균과 0.001의 분산 값을 가진다.

적응 횡단선 등화기의 상관 행렬을 나타내기 위해 시간 n에 대한 등화기의 첫 번째 탭 입력은 식 (24)의 처리 매개 변수 대신에 채널의 임펄스 응답 식  $h_k$ 를 대입한 것으로서 식 (25)과 같다.

$$u(n) = \sum_{k=1}^M h_k a(n-k) + v(n) \quad (25)$$

식 (25)에서 모든 매개변수는 실수값이다. 그러므로 등화기의 11개 탭 입력  $u(n), u(n-1), \dots, u(n-10)$ 들에 대한 상관 행렬 R은 11×11의 대칭 행렬이다. 또한 임펄스 응답  $h_n$ 은 n이 1, 2, 3인 경우에 대해 0이 아닌 값을 가지며, 잡음 처리  $v(n)$ 은 영-평균 백색 가우시안이고, 분산은  $\sigma_v^2$ 이며, 상관 행렬 R은 다섯 개의 대각 행렬로 나타낼 수 있다. 즉, 상관행렬 R은  $r(0)$ 일 때 주 대각선으로 하여 위, 아래에 두 개의 대각선을 가진 형태로 식 (26)과 같다.

$$R = \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & r(2) & 0 & \dots & 0 \\ r(1) & r(0) & r(1) & r(2) & \dots & 0 \\ r(2) & r(1) & r(0) & r(1) & \dots & 0 \\ 0 & r(2) & r(1) & r(0) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & r(0) \end{bmatrix} \quad (26)$$

식 (26)에서  $r(0) = h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 + \sigma_v^2$ ,  $r(1) = h_1 h_2 + h_2 h_3$ ,  $r(2) = h_1 h_3$  을 의미한다. 백색 가우시안 잡음 분산인  $\sigma_v^2$ 가 0.001이면  $h_1, h_2, h_3$ 은 식 (24)에서 매개변수 W에 할당된 값에 의해 결정된다.

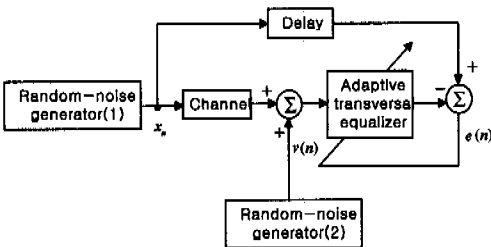


그림 5. 적응 등화기 시뮬레이션 블록도

적응 등화기에 적용하기 위해 원하는 응답에 제공된다. 여기서 발생된 랜덤 순열  $\{x_n\}$ 은  $\pm 1$ 을 가

식 (24)과 (26)를 이용하여 지연  $l = 0, 1, 2$ 에 대해 자동 상관 함수  $\chi(l)$ 의 값을 구할 수 있다. 매개변수  $W$ 에 따라 상관 행렬  $R$ 의 가장 큰 고유치에 가장 적은 고유치로 나눔으로써 고유치 확산 영역  $\chi(R)$ 을 구할 수 있다. 매개변수  $W$ 가 2.9일 때 상관 행렬  $R$ 의 가장 큰 고유치는 2.0295로 나타나고, 가장 적은 고유치는 0.3339이다.  $W$ 가 3.1일 때 가장 큰 고유치는 2.3761이고 가장 적은 고유치는 0.2136임을 알 수 있다. 또한  $W$ 가 3.3일 때 가장 큰 고유치는 2.7263으로 가장 적은 고유치는 0.1256으로 나타난다.  $W$ 가 3.5일 때 가장 큰 고유치는 3.0707이고 가장 적은 고유치는 0.0656임을 알 수 있다. 따라서 고유치 확산 영역은  $W$ 가 2.9일 때 6.0782로,  $W$ 가 3.1일 때는 11.1238로 나타난다. 매개변수  $W$ 가 3.3일 때는 21.7132로 나타나고,  $W$ 가 3.5일 때는 46.8216으로 분포되어짐을 알 수 있다. 스텝 크기 매개변수  $\mu$ 를 0.0075로 고정하였으며, 이는 평균 자승 수렴을 위해  $W$ 가 3.5일 때 자동 상관 행렬  $R$ 의 가장 큰 고유치가 3.0707로서 식 (23)에 의해 스텝 크기 매개변수  $\mu$ 가 0부터 0.325 범위 내에 있으므로 조건을 만족한다.

그림 6은 탭 계수  $M$ 이 11이고 스텝 크기 매개변수  $\mu$ 를 0.0075로 설정하여 다양한 고유치 확산 범위  $\chi(R)$ 에 따른 LMS 알고리즘 평균 자승 에러의 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 나타내고 있다. 위 시뮬레이션 결과로부터 고유치 확산 영역이 증가함에 따라 평균 자승 에러값이 증가함을 알 수 있다.

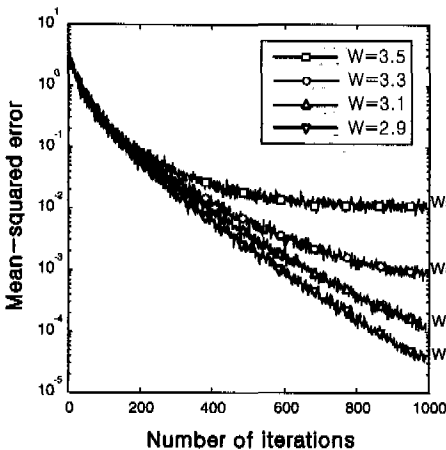


그림 6. 탭 수  $M=11$ , 스텝 크기 매개변수  $\mu=0.0075$ 에서 다양한 고유치 확산  $\chi(R)$ 에 따른 적응 등화기의 LMS 알고리즘 학습곡선

그림 7은 식 (26)을 이용하여 적응 횡단선 등화기에서 탭 입력의 상관행렬  $R$ 에 대한 고유치 확산 범위값을 11.1238로 산출하는 매개변수  $W$ 를 3.1로 고정시킨 후에 스텝 크기 매개변수  $\mu$ 를 0.05, 0.01, 0.1값으로 변화시켜 시뮬레이션 한 결과를 나타내고 있다. 그림 7에서 나타난 시뮬레이션 결과는 500번의 반복 수에 따른 학습 곡선의 수렴 상태를 나타낸 것으로 스텝 크기 매개변수  $\mu$ 값이 0.05일 때 적응 등화기는 약 90번에서 안정된 상태에 수렴되어진다. 반면에 스텝 크기 매개변수  $\mu$ 값이 0.01일 때의 안정된 수렴 상태는 훨씬 많은 반복 학습 수를 필요로 함을 알 수 있다.  $\mu$ 값이 0.1일 때 안정된 상태로 수렴되기 위해서 약 120번의 반복 수를 필요로 하여  $\mu$ 값이 0.05일 때보다 약 30번의 반복 수를 더 필요로 하나 평균 자승 에러 값은 보다 적응을 알 수 있다. 이는 스텝 크기 매개변수 값이 증가할수록 반복 수에 따른 적응 등화기의 안정된 상태가 빠르게 수렴함을 알 수 있고 동일한 반복 수에 대한 평균 자승 에러 값은 점차적으로 적응을 알 수 있다.

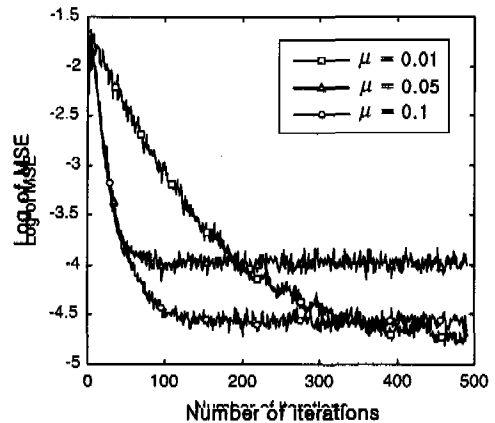


그림 7. 탭 수  $M=11$ , 고유치 확산=11.1238에서 스텝 크기 매개변수  $\mu$ 에 따른 적응 등화기의 LMS 알고리즘 학습곡선

스텝 크기 매개변수  $\mu$ 에 작은 값이 할당될 때 등화기의 적응은 느려지는데 이는 LMS 알고리즘을 수행하기 위해 긴 메모리를 가지고 있음을 의미하는 것으로서 많은 데이터가 경사 벡터를 추정하기 위해 LMS 알고리즘에 사용되기 때문에 적응된 후에 평균 자승 에러 값은 적어진다. 반면에  $\mu$ 가 클 때 적응은 비교적 빠르다. 그러나 평균적으로 증

기에 대한 비용은 적응 후 평균 자승 오차를 초과한다. 이러한 경우, 적은 데이터는 추정에 들어간다. 즉, 감소된 추정은 성능에 오류를 가져온다. 그러므로 매개변수  $\mu$  의 역수는 LMS 알고리즘의 메모리 로써 보여질 수 있다. 이러한 시뮬레이션 결과로부터 LMS 알고리즘을 이용한 선형 적응 필터는 스텝 크기 매개변수  $\mu$  에 크게 의존함을 알 수 있다.

2. 채널 균등화기의 컴퓨터 시뮬레이션

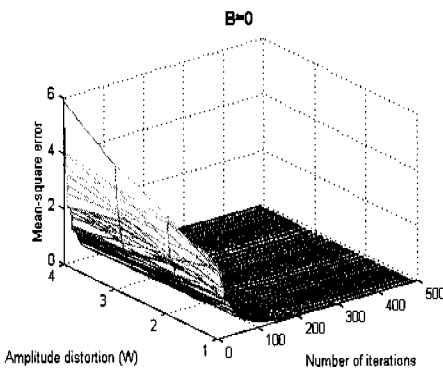
채널 균등화기에서 LMS 알고리즘을 이용한 컴퓨터 시뮬레이션은 적응 횡단선 필터에서 입력되는 채널의 시간 분산을 이용하였으며<sup>[12]</sup>, 채널의 임펄스 응답은 식 (24)을 이용하였다.

TDL 필터에서 탭 수는 11개로 설정하였으며, 스텝 크기 매개변수  $\mu$  는 0.0075로 고정하고, 백색 가우시안 잡음 분산  $\sigma_v^2$  은 0.001로 하였다.

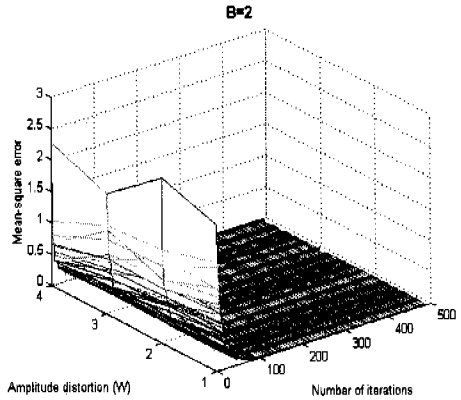
그림 8(a)는 제안된 데이터 재사용 필터 구조에서 버퍼가 없는 즉 B=0인 상태에서 통상적인 LMS 알고리즘을 이용하였으며, TDL 필터의 실제적인 추정치와 원하는 응답의 차이인 에러를 이용하여 조정된 탭 가중치 벡터를 사용함으로써 평균 자승 에러의 수렴상태를 삼차원으로 컴퓨터 시뮬레이션 한 결과이다.

그림 8에서 나타난 x축은 샘플의 반복수를 나타낸 것으로서 500개의 샘플을 설정하고, y축은 진폭 왜곡(w)의 정도로서 1부터 4까지의 변화값을 주었으며 z축은 평균 자승 에러(MSE)에 로그를 취한 값을 나타내었다.

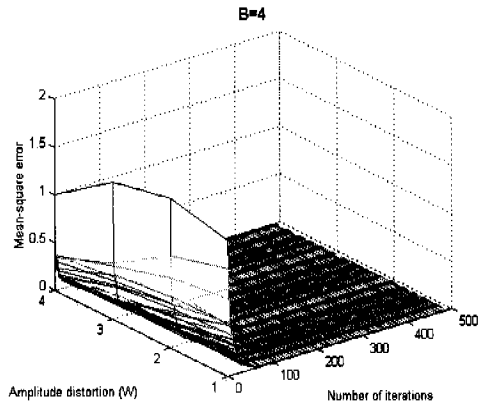
또한, 채널 균등화기의 이상적인 출력과 채널 임펄스 응답의 실제 출력 차이인 에러를 LMS 알고리즘을 이용하여 적응 가중치를 구함으로써 평균 자승 에러의 수렴특성을 나타내었다.



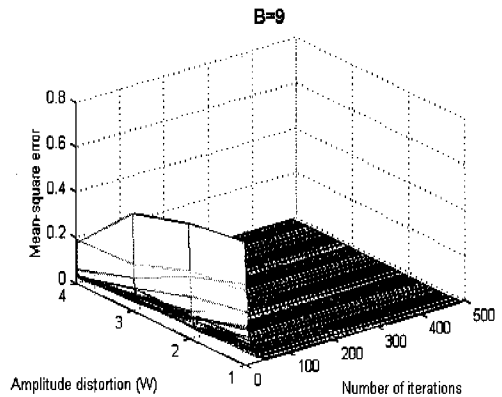
(a) B=0



(b) B=2



(c) B=4



(d) B=9

그림 8. 탭 수 M=11, 스텝 크기 매개변수  $\mu = 0.0075$ , 진폭 왜곡  $w$ 에 따른 재사용 데이터 버퍼 B=0, 2, 4, 9를 가진 LMS 알고리즘의 평균 자승 에러 학습 곡선



그림 8(a)에서 나타낸 시뮬레이션 결과는 진폭 왜곡(w)에 비례하여 고유치 확산 영역  $\chi(R)$  의 값의 변화에 대해 반복 수에 따른 평균 자승 에러의 수렴상태를 나타낸 것으로서 진폭 왜곡이 커짐에 따라 평균 자승 에러의 값이 증가함을 알 수 있다. 이는 그림 6의 고유치 확산  $\chi(R)$ 에 따른 적응 등화기에서 LMS 알고리즘 학습 곡선의 결과와 부합된다.

그림 8(b)로부터 그림 8(d)까지의 시뮬레이션 결과는 그림 8(a)에 필요한 탭 수, 스텝 크기 매개변수, 백색 가우시안 잡음 분산 값, 고유치 확산 영역  $\chi(R)$ 을 동일하게 설정하여 재순환 데이터 버퍼 B를 2개, 4개, 9개를 이용하였을 경우 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 나타내었다. 시뮬레이션 결과로부터 재순환 데이터 버퍼수가 증가함으로써 평균 자승 에러의 값은 현저하게 적응을 알 수 있다.

또한 위 결과로부터 TDL 필터에 사용된 재순환 데이터 버퍼 구조에서 제안한 LMS 알고리즘을 적용함으로써 조정된 탭 가중치 벡터에 비례하여 평균 자승 수렴의 속도가 재순환 데이터 버퍼 수 B가 증가함으로써 (B+1)배 만큼 증가하여 간섭 신호가 제어됨을 알 수 있었다.

### V. 결론

탭 가중치를 적응 제어하기 위해 데이터 재순환 알고리즘을 이용함으로써 적응 탭 가중치 벡터의 갱신을 통해 빠른 수렴성을 나타내기 위한 새로운 방식을 제안하였다. 수신 데이터를 재활용하여 심플 시간 주기에 계수들을 곱함으로써 적용되는 제안된 알고리즘의 수렴특성이 수렴 속도의 향상을 이론적으로 증명하기 위해 분석하였다. 제안된 알고리즘의 전체 연산은  $(2N+1)(B+1)$ 로써 LMS 알고리즘의 연산 복잡성이  $(2N+1)$ 임을 고려하면 제안된 알고리즘의 연산 복잡성은 실질적으로 증가하지 않았다.

스텝-크기 매개변수  $\mu$ 가 증가됨에 따라 알고리즘의 수렴 속도가 제어되었다. 또한, 스텝-크기 매개변수  $\mu$ 의 증가는 실험적으로 계산된 학습 곡선에서 분산을 감소시키는 효과를 갖는다. 고유치 확산을 증가시킴에 따라 적응 등화기의 수렴속도를 천천히 제어하고 평균 자승 에러의 안정-상태 값을 증가시키는 효과를 나타내었다.

채널 균등화기는 TDL 필터에 사용된 재순환 데

이터 버퍼 구조에 제안한 LMS 알고리즘을 적용함으로써 조정된 탭 가중치 벡터에 비례하여 평균 자승 수렴의 속도는 재순환 데이터 버퍼 수 B가 증가함으로써 (B+1)배 만큼 증가한다는 것을 알 수 있었다.

3차원 시뮬레이션 결과로부터 다양한 매개변수 및 표본 수에 따른 최소 평균 자승 학습 곡선이 이론적 분석에 적합하다는 것을 입증하였으며, 이산 시간 채널에 대한 MSE 학습 곡선과 관계를 갖는 결론의 이론적 분석은 시뮬레이션 결과와 부합함을 보였다. 이는 데이터 재순환 버퍼 알고리즘을 이용한 제안된 TDL 필터가 LMS 알고리즘과 동일한 수렴 조건을 가지고 실행될 때 연산의 복잡성의 실질적 부담감을 배제하고, TDL 필터의 수렴속도를 증가시킬 수 있다는 것은 데이터-재사용 LMS 기술이 필터 알고리즘에서 신호간섭제어의 우수성을 입증한 것이다.

### 참 고 문 헌

- [1] Po-An Sung, Kwang-Cheng Chen, "A Linear Minimum Mean Square Error Multiuser Receiver in Rayleigh-Fading Channels", IEEE J. Select. Areas Commun., Vol.14, No.8, pp.1583-1593, Oct. 1996
- [2] Jiangzhou Wang, Laurence 2. Milstein, "Adaptive LMS Filters for Cellular CDMA Overlay Situation", IEEE J. Select. Areas Commun., Vol.14, No.8, pp.1548-1559, Oct. 1996
- [3] Simon Haykin, "Adaptive Filter Theory: Third Edition", Prentice Hall International Editions, pp.365-439, 1996
- [4] B. Widrow, *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall, 1985.
- [5] S. U. H Qureshi, "Adaptive Equalization," Proc. IEEE, vol. 73, No. 9, pp.1349-1387, Sep. 1985
- [6] Nam Yong Kim, Chang Eon Kang, "An LMS Tapped Delay Line Equalizer using Each Tap Adaptation," Submitted to IEEE Trans. on Comm.
- [7] Jiangnan Chen, Roland Priener, "An Inequality by Which to Adjust the LMS Algorithm Step-Size", IEEE Trans. Commun. Vol.43, No.2/3/4, pp.1477-1483, Feb./Mar./Apr. 1995
- [8] Satorius, E. H. and Pack, J. D., "Application of Least squares Lattice Algorithms to Adaptive Equalization," IEEE Trans. Communi-

cations, vol. COM-29, pp.136-142, February 1981.

[9] Satorius, E. H. and Pack, J. D., "Application of Least squares Lattice Algorithms to Adaptive Equalization," IEEE Trans. Communications, vol. COM-29, pp.136-142, February 1981.

[10] Bergmans, J.W.M., "Tracking capabilities of the LMS adaptive filter in the presence of gain variations," IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process. vol.38, pp. 712-714, 1990.

[11] J. Shynk and S. Roy, "Convergence properties and stationary points of a perceptron learning algorithm," Proceedings of the IEEE, vol. 78, pp, 1599-1604, Oct. 1990.

[12] A. Gersho, "Adaptive equalization of high dispersive channels for data transmission," B.S.T.J., vol. 48, pp. 55-70, Jan. 1969.

1994년~현재: 산업자원부 공업기반 기술개발사업 심의위원.

1997년~현재: 한국통신학회 편집위원.

1999년~현재: 한국해양정보통신학회 광주지부장.

<주관심 분야> 실시간 통신, 디지털 통신 신호제어, 데이터 및 이동통신, 신경망, 적응 신호처리 등임.

김 원 균(Won-kyun Kim)

준회원



1972년 8월 10일생

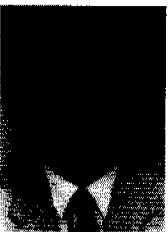
1997년 2월: 조선대학교 컴퓨터 공학과 졸업(공학사).

1999년 8월: 조선대학교대학원 컴퓨터공학과 졸업 (공학석사).

<주관심 분야> 디지털 통신 신호제어, 적응 신호처리 등.

나 살 동(Sang-dong Na)

정회원



1968년: 조선대학교전기공학과 졸업(공학사).

1980년: 건국대학교대학원 전기전자공학과 졸업 (공학석사).

1995년: 원광대학교대학원 전기공학과(컴퓨터통신전공) 졸업(공학박사).

1995년~1996: Dept. of Electrical & Computer Eng. Univ. of California Irvine 연구교수.

1973년~현재: 조선대학교 공과대학 컴퓨터공학과 교수.