

# 시스템 신뢰도 평가를 위한 동적 결함 트리 (Dynamic Fault Tree) 알고리즘 연구

정희원 김진수\*, 양성현\*\*, 이기서\*

## A Study on Reliability Evaluation Using Dynamic Fault Tree Algorithm

Jin Su Kim\*, Sung Hyun Yang\*\*, Key Seo Lee\* *Regular Members*

### 요 약

본 논문에서는 결함 검출 및 마스크, 스위칭 기능을 포함한 결함에 대한 동적 구조를 갖는 결함 허용 시스템에 대하여 신뢰도 평가를 할 수 있는 동적 결함 트리 알고리즘(Dynamic Fault Tree Algorithm)을 제안한다. 본 알고리즘에서는 동적 특성을 표현할 수 있는 FDEP, CSP, SEQ, PAG 게이트 정의로부터 출발한다. 이러한 게이트의 정의는 시스템의 동적 특성을 만족시키기 위해 시스템의 상태증가를 유발하는 기존의 마코브 모델과 시스템의 정적 특성에 대해서만 평가 가능했던 결함 트리 모델에 대한 제약조건을 해결할 수 있었다. 본 논문에서는 제시한 알고리즘의 장점을 입증하기 위하여 동적 특성을 가지는 TMR(Triple Modular Redundancy) 시스템과 이중화 중복 시스템(Dual Duplex System)에 대해 기존의 알고리즘과 제시하는 알고리즘을 적용하여 신뢰성 평가를 수행한 후 이를 통해 제시하는 알고리즘이 동적 여분을 사용하는 시스템이나 순차 종속 고장들을 가지는 시스템, 결함과 오류의 복구 기술을 가지는 시스템들에 대해 우수함을 보여준다.

### ABSTRACT

In this paper, Dynamic Fault Tree algorithm(DFT algorithm) is presented. This algorithm provides a concise representation of dynamic fault tolerance system including fault recovery techniques with fault detection, mask and switching function. And this algorithm define FDEP, CSP, SEQ, PAG gate which captures the dynamic characteristics of system. It show that this algorithm solved the constraints to satisfy the dynamic characteristics of system which there are in Markov and also this is able to covered the disadvantage of Fault tree methods. To show the key advantage of this algorithm, a traditional methods, that is, Markov and Fault Tree, applies to TMR and Dual-Duplex systems with the dynamic characteristic and a presented method applies to those. he results proved that the DFT algorithm for solving the problems of the systems is more effective than the Markov and Fault tree analysis model.

### I. 서 론

시스템의 활용 범위가 넓어지고 그 역할이 증대됨에 따라 과거에 한정적인 분야에서 제시되었던 시스

템 안전성에 관한 논의가 구체화되었고, 이로 말미암아 결함이 일어나도 정상적인 동작을 할 수 있는 결함허용시스템 등의 결함을 처리하는 기술에 대한 논의가 활발해졌다. 또한 이렇게 제작된 결함 허용 시

\* 광운대학교 제어계측공학과 시스템공학 연구실

\*\* 광운대학교 전자공학과(shyang@daisy.kwangwoon.ac.kr)

논문번호 : 99093-0309, 접수일자 : 1999년 3월 9일

\* 본 연구는 97년도 광운대학교 교내연구비에 의해 수행되었음.

시스템의 복잡도는 단일 시스템에 비해 상대적으로 증대되며, 시스템 안정성 기준으로 제시된 각 국제 규격에 적합한 시스템인지 아닌지 평가하기 위한 신뢰도 평가 모델이 요구되어졌다.

이러한 결함 허용 시스템에서의 신뢰도 평가 모델은 시스템 구조의 정확한 분석 뿐 아니라 발생 가능한 결함의 원인 분석과 결함이 미치는 영향을 분석하며 이에 복구할 수 있는 기술까지 표현되어야 한다<sup>[11][4]</sup>.

이를 위해 기존에 제시되었던 결함 트리 방법은 시스템의 고장 원인인 결함을 근거로 시스템의 구조를 간결하게 표현하여 시스템 평가를 할 수 있는 방법으로 1960년대 이후에 소개되어 신뢰도 평가 기술로 널리 이용되고 있다<sup>[8]</sup>. 그러나, 결함 트리 모델을 이용할 때 결함과 고장의 복구기술, 순차적인 고장이 발생하는 시스템 또는 동적 여분을 사용하는 시스템에 대한 평가는 불가능했다.

따라서 본 논문에서는 기존의 마코브 모델과 결함 트리 기법의 장점을 갖고, 모델링 시의 편의와 개념적인 분석의 용이함과 계산상 효율이 좋은 알고리즘인 동적 결함 트리 기법을 제안하였다<sup>[12]</sup>.

또한 이 알고리즘을 이용하여 TMR(Triple Modular Redundancy)와 이중화 중복 시스템(Dual Duplex System)의 성능평가가 가능함을 보임으로써, 기존의 방법보다 시스템 평가의 효율성과 유연성에 우수함을 보였다.

## II. 결함 트리 분석 기법

### 1. 결함 트리(Fault Tree)

IEC 1025의 국제 표준을 따르는 결함 트리 기법은 복잡한 시스템을 분석하기 위해 사용되어진다. 결함 트리 기법은 기대되지 않은 고장(top event)이 일어나는 원인을 찾아가는 구조로서 사건 트리 구조(event tree)와 추적의 방향이 다르며, 사건 트리(event tree)가 모든 가능한 상태를 찾아가는 것에 비해 고장이 일어나는 원인만을 찾아가기 때문에 더 효과적이다. 결함 트리에 있어 고장 사건은 정확한 고장 모델링에 의해 명시되어야 하며 이 사건을 일으키게 하는 사건들이 따라 붙게 된다. 기존 결함 트리 기법에서 시스템의 신뢰도를 평가하기 위해서는 시스템의 분석이 선행되어야 한다.

### 2. 시스템 분석

시스템 분석을 하기 위해서는 시스템의 요소를 알

맞게 정돈하기 위한 기술이 요구되어진다.

#### 2.1 구조함수(Structure Function)

요소상태의 함수로서 시스템 상태를 정의한다. 그리고 시스템은  $n$ 개의 요소들의 집합으로 구성된다고 가정한다. 요소들의 고장은 시스템의 고장으로 사상된다.

$$\phi(X) = \begin{cases} 0: & \text{상태 벡터가 } X \text{일 때} \\ & \text{시스템이 정상 동작을 하지 않는 경우} \\ 1: & \text{상태 벡터가 } X \text{일 때} \\ & \text{시스템이 정상 동작을 수행하는 경우} \end{cases}$$

#### I) 직렬 시스템 (Series System)

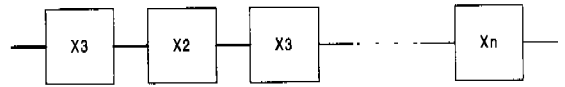


그림 1. 직렬 시스템

직렬 시스템은 모든 요소가 정상적인 함수를 수행할 때 시스템이 정상동작을 하게된다.

$$\phi(X) = \begin{cases} 0: & x_i=0 \text{ 인 상태 벡터 } i \text{가 존재하는 경우} \\ 1: & \text{모든 } x_i=1, \text{ 즉 모든 상태 벡터가} \\ & \text{정상동작을 하는 경우} \end{cases}$$

$$= \min \{x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n\}$$

$$= \prod_{i=1}^n x_i$$

#### II) 병렬 시스템(Parallel System)

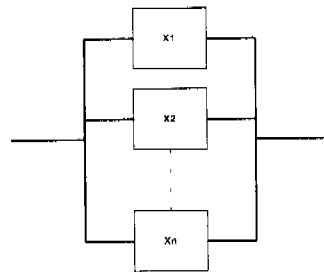


그림 2. 병렬 시스템

병렬 시스템의 경우 모든 상태 벡터가 고장일 때 시스템은 고장이 된다. 따라서,

$$\phi(X) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_i=0 \text{ for all } i=1,2,3,4, \dots, n \\ 0 & \text{if there } \exists \text{ an } i \text{ such that } x_i=1 \end{cases}$$

$$= \max \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$$

$$= 1 - \prod_{i=1}^n (1 - x_i)$$

III) k out of n

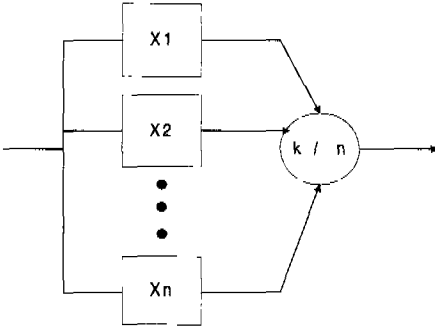


그림 3. n 개중 k이상 출력시

k out of n은 n개의 입력 중 k개만 정상 동작한다면 정상동작을 하게 된다. 이것은 동적 시스템의 경우에 사용되어지는 시스템 분석 기법 중의 하나이다.

$$\phi(X) = \begin{cases} 0 & \text{if } \sum_{i=1}^n x_i < k \\ 1 & \text{if } \sum_{i=1}^n x_i \geq k \end{cases}$$

IV) Bridge Structure

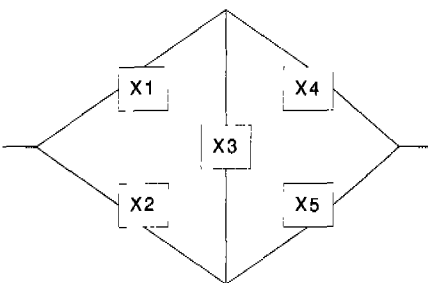


그림 4. 브리지 구조

여기서 신호 경로는 {1,3,5} {1,4} {2,5} {2,3,4}로 minimal path set 이라 하고 구조함수는

$$\phi(X) = 1 - (1 - x_1 x_3 x_5)(1 - x_1 x_4) \times (1 - x_2 x_5)(1 - x_2 x_3 x_4)$$

가 된다.

시스템이 복잡해져감에 따라 path를 찾아내기는 어려워진다. 따라서 이의 처리를 위해 minimal path와 minimal cutset의 개념을 도입한다.

2.2 Minimal path와 Minimal cutset

위 개념을 위해 몇 가지 정의가 요구되어진다.

- ①  $x < y$  iff if  $x_i \leq y_i$  for  $i=1,2,3,\dots,n$  and  $x_i < y_i$  for some  $i$
- ② A vector is a path vector for a coherent system if  $\phi(X) = 1$
- ③ A path vector is a minimal path vector for coherent system if  $\phi(y) = 0$  for any  $y < x$
- ④ A vector  $x$  is a cut vector for a coherent system if  $\phi(X) = 0$
- ⑤ A cut vector  $x$  is a minimal cut vector for a coherent system if  $\phi(y) = 1$  for any  $y > x$

Let  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_s$  s는 minimal path 집합 이때

$$a_j(X) = \begin{cases} 1 & \text{if all components of } P_j \text{ are functioning} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$j=1,2,3,\dots,s$

$a_j(X)$ 는 j번째 최소경로벡터가 모두 정상 동작하는지 아닌지를 나타내는 변수로써 이를 binary 변수 표현법을 이용 동가적으로 표현하면,

$$a_j(X) = \prod_{i \in P_j} x_i$$

$j=1,2,3,\dots,s$

만약 minimal path 집합에 하나 이상에 상응하는 요소들이 정상 동작한다면 시스템은 동작한다.

$$a_j(X) = \begin{cases} 1 & \text{if } a_j(X) = 1 \text{ for some } j \\ 0 & \text{if } a_j(X) = 0 \text{ for all } j \end{cases}$$

$$= \max_j a_j(X)$$

$$= \max_j \prod_{i \in P_j} x_i$$

$$= 1 - \prod_{j=1}^s (1 - \prod_{i \in P_j} x_i)$$

Let  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_k$  는 K개의 Minimal cut 집합이다

$$\beta_j(X) = \begin{cases} 1 & \text{j번째 cutset이 정상동작하는 경우} \\ 0 & \text{이외} \end{cases}$$

$$j=1,2,3,\dots,k$$

$$\beta_j(X) = \max_{i \in C_j} \beta_i(X)$$

$$= 1 - \prod_{i \in C_j} (1 - x_i)$$

$$j=1,2,3,\dots,k$$

이때 구조함수는 다음과 같다.

$$\phi(X) = \min_j \beta_j(X)$$

$$= \prod_{j=1}^k \beta_j(X)$$

$$= \prod_{j=1}^k [1 - \prod_{i \in C_j} (1 - x_i)]$$

minimal path나 cutset을 이용함으로써 보다 쉽게 구조함수를 구할 수 있다. 이렇게 하여 얻어진 구조함수는 신뢰도함수에 적용되어 우리가 원하는 신뢰도를 계산해 낸다.

### 2.3 결함 트리 모델에 Minimal Cutset 알고리즘의 적용

1. 각 게이트에 이름을 정한다.
2. 각 기본 사건에 번호를 매긴다.
3. 시스템을 구성한다.
4. 모든 게이트를 기본 사건들로 대체할 때 다른 cutset에 포함되는 super cut set을 제거함으로써 minimal cutset을 얻는다.

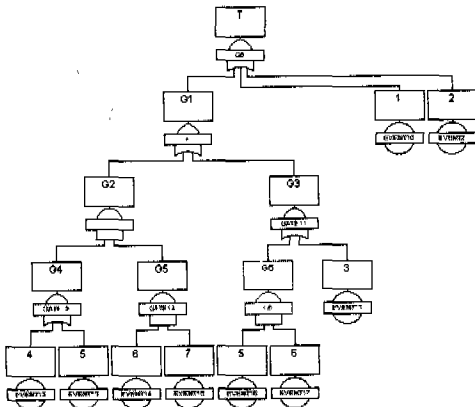


그림 5. 기존 결함 트리 분석의 예제

- G0는 OR Gate이므로 1, 2, G1
- G1도 OR Gate이므로 1, 2, G2, G3
- G2는 AND Gate이므로 1, 2, G4G5, G3
- G3는 OR Gate이므로 1, 2, G4G5, 3, G6

표 1. cut set의 각 단계

step	1	2	3	4	5	6
	1	1	1	1	1	1
	2	2	2	2	2	2
	G1	G2	G4,G5	G4,G5	4,G5	4,6,7
		G3	G3	3	5,G5	5,6,7
				G6	3	3
					5,6	5,6

Total cut set은 {1}, {2}, {4,6,7}, {5,6,7}, {3}, {5,6} 이 된다.

여기서 {5,6,7} 같이 {5,6}을 포함하는 것처럼 보이는 집합을 superset이라 불리며 이것을 제거함으로써 우리가 원하는 minimal cut set {1}, {2}, {4,6,7}, {3}, {5,6}을 얻을 수 있다.

이것은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$G4=X4+X5$$

$$G5=X6X7$$

$$G6=X5X6$$

$$\rightarrow G2=G4G5=(X4+X5)(X6X7)$$

$$=X4X6X7+X5X6X7$$

$$\rightarrow G3=X3+G6=X3+X5X6$$

$$\rightarrow G1=G2+G3$$

$$=X4X6X7+X5X6X7+X3+X5X6$$

$$\rightarrow G1=X3+X5X6+X4X6X7$$

$$\rightarrow G0=X1+X2+X3+X5X6+X4X6X7$$

얻어진 신뢰도 함수는 다음과 같다.

$$r(p) = 1 - (1-p_1) - (1-p_2) - (1-p_3) - (1-p_5p_6) - (1-p_4p_6p_7) \leq 1 - Q$$

$$\rightarrow r(p) = 1 - (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_5\lambda_6 + \lambda_4\lambda_6\lambda_7)$$

위에서 보여주는 기존 결함 트리(usual fault tree)는 위와 같은 알고리즘으로 설계되어 있고 모델링시 그래픽을 사용함으로써 설계자와 사용자의 이해를 돕는데 유용한 방법이다. 그러나, 이 기존 고장 트리는 수동 게이트를 사용하고 있어 여분을 가지는 동적 모델을 다룰 수 없는 단점을 가지고 있다. 그렇기 때문에 이런 고장 모델로는 능동적인 시스템의 신뢰도를 평가할 수 없다는 것을 알 수 있다.

### III. 동적 결합 트리의 기본구조

#### 1. 동적 결합트리 알고리즘

일반적인 결합 트리 방법에서는 시스템이 순차적인 종속요소를 갖고 있을 때 분석할 수 없다. 순차 종속 고장의 예로써 스위치 제어기에 연결된 하나의 대기 여분과 동작 시스템 요소로 구성 된 시스템을 고려할 수 있다. 만약 스위치 제어기가 동작중인 시스템의 고장 후에 고장난다면, 그 때 시스템은 계속 동작할 것이다. 그러나 만약 스위치 제어기가 동작 시스템 고장 전에 고장이 난다면 대기 여분은 동작 상태로 스위칭 되지 않기 때문에 시스템은 동작하고 있는 모듈 또는 시스템 고장과 동시에 전체 시스템 고장으로 발전한다. 따라서 이러한 경우 시스템 고장은 부 시스템 또는 부품의 결합사이의 조합에 따라 일어나는 것이 아니라 그들의 순서에 의존하여 일어난다.

본 절에서는 이러한 결합 트리 방법을 개선한 동적 결합 트리 알고리즘을 제시하기 위하여 기본적인 다음 사항을 가정한다.

- 가정 1. 고장률은 동일한 상수로 고려한다.
- 가정 2. 동작 중 보수는 고려하지 않는다.(즉 고장 상태인 사건을 동작 중 정상상태로 복구하는 것을 고려하지 않는다.)

따라서 결합과 고장의 복구기술이나 순차적인 고장발생을 갖는 시스템을 평가하기 위해 결합 트리에 동적 게이트인 FDEP, CSP, PAG, SEG 알고리즘을 추가한다.

#### 2. FDEP(Functional dependency gate)

##### 함수적 의존 게이트

- 1) FDEP의 트리거 사건은 기본 사건이거나 다른 게이트의 출력이 된다.
- 2) FDEP의 출력은 독립적이다.
- 3) 각 사건 2,3,4는 종속사건들이며 nd\_out은 독립적인 출력이다.
- 4) 종속 기본 사건은 함수적으로 트리거 사건에 의존한다.
- 5) 트리거 사건이 일어났을 때 종속사건이 따라 일어난다.

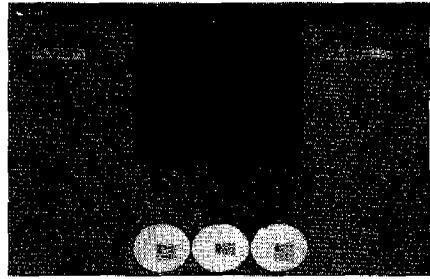


그림 6. FDEP gate의 블록 다이어그램

표 2. FDEP 동작 조건

요소 2,3,4의 고장률	0.0001	tr_event	2	시간	10000 hr
---------------	--------	----------	---	----	----------



그림 7. FDEP의 동작 분석 결과

#### 3. CSP(Cold Spare gate)

Cold Spare를 가지는 시스템은 일반적인 고장 트리 모델로는 정확히 모델링 할 수 없다. 왜냐하면 시스템 고장이 시간과 독립이기 때문이다. CSP는 하나의 기본 입력과 여분의 입력을 가지는 구조의 게이트이다. CSP의 모든 입력은 기본 사건으로 구성되며 전원을 인가시 기본 입력이 기본적으로 동작하고, 여분의 입력들은 기본 입력의 대체 요소로서 대기한다. CSP 게이트는 모든 입력이 일어난 후 실제 출력을 내보내며 출력은 우선 순위에 따라 정상으로 동작하는 입력이 나가게 된다. 우선 순위는 기본 입력으로부터 오른쪽으로 진행되며, 데이지체인 방식과 유사한 방법이다. CSP의 동작은 모든 입력들이 고장이 났을 때까지 지속되며 더 이상의 여분으로 재구성할 수 없는 확률은 coverage model로서 검색되어진다.

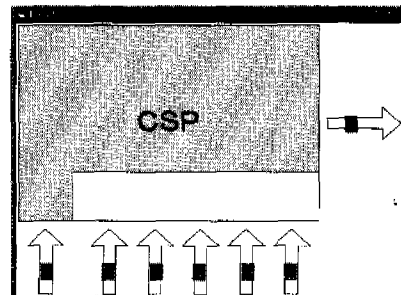


그림 8. CSP gate의 블록 다이어그램

4. PAG(Priority And Gate)

우선 순위 AND 게이트는 AND 게이트와 특정한 주문에 의한 조건을 가지는 게이트이다.

1)게이트의 동작원리

-A&B를 수행한다.

-B가 일어나 기전에 반드시 A가 일어나야 한다.

즉 사건 A가 일어나지 않는다면 출력은 일어나지 않는다. 만약 A사건 전에 B사건이 일어난다고 해도 동작하지 않으며 A 사건이 일어난 후 B사건이 일어난다면 A and B가 출력되는 구조로서 시간이 서로 다른 두 사건을 연계 시켜줄 수 있는 게이트이다.

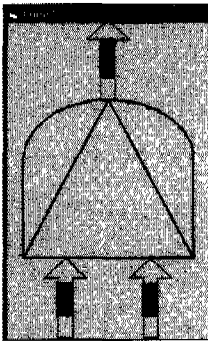


그림 9. priority and gate의 블록 다이어그램

5. SEG(Sequence-Enforcing Gate)

SEG는 특별한 명령에 따라 event가 일어나는 구조이다.

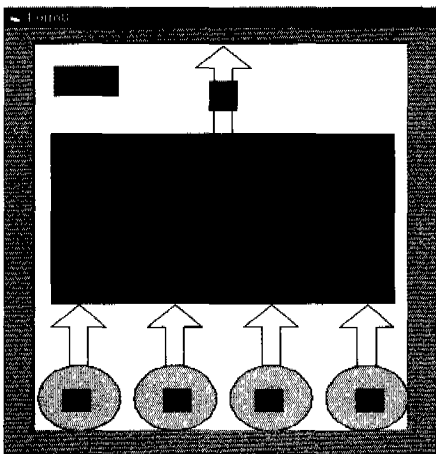


그림 10. SEG의 블록 다이어그램

IV. 실험 및 고찰

1. 동적 결합 트리를 이용한 TMR 시스템 분석  
시간 종속인 TMR의 구조함수에 의한 신뢰도함수는 식(1)과 같다.

$$R(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_1 t} e^{-\lambda_2 t}) \times (1 - e^{-\lambda_1 t} e^{-\lambda_3 t}) \times (1 - e^{-\lambda_2 t} e^{-\lambda_3 t}) \quad (1)$$

2. 동적 결합 트리를 이용한 이중화 중복 시스템 분석  
시간 종속인 이중화 중복 시스템(dual-duplex system)의 구조함수에 의한 신뢰도 함수는 식(2)과 같다.

$$\begin{aligned} M_1 &= e^{-\lambda_1 t} e^{-\lambda_2 t} \\ M_2 &= e^{-\lambda_3 t} e^{-\lambda_4 t} \\ R(t) &= 1 - [(1 - M_1)(1 - M_2)] \end{aligned} \quad (2)$$

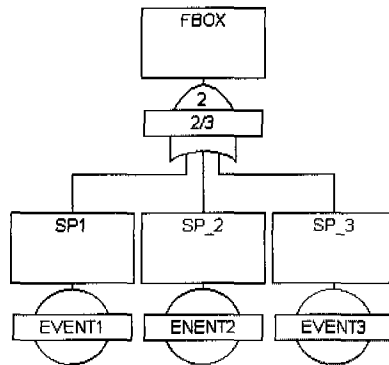


그림 11. TMR의 결합트리구조

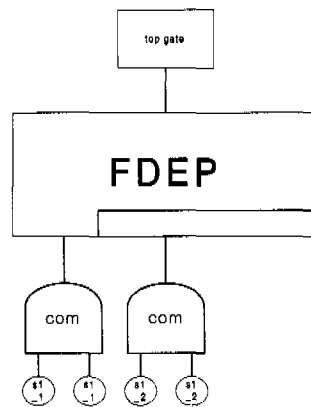


그림 12. FDEP를 이용한 이중화 중복 시스템의 평가

TMR은 수동여분을 가지기 때문에 기존 결합 트리 기법으로 평가가능하며, 이중화 중복 시스템(Dual Duplex System)은 순차적 동적 여분을 가지므로 FDEP 게이트를 첨가하여 평가하였다. 고장률이 0.00001인 경우와 0.0001인 경우에 대해 시뮬레이션 한 결과를 그림 13과 14에서 보여준다.

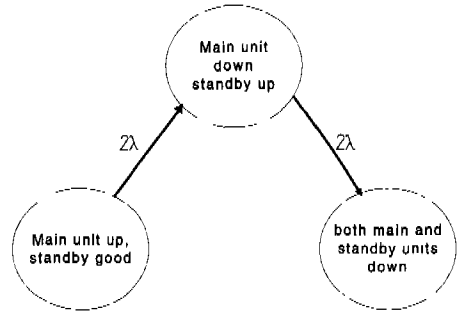


그림 15. 이중화 중복 시스템의 상태전이 다이어그램

그림 15에 의한 마코브 미분 방정식은 수식 3과 4로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} P_1(t)' \\ P_2(t)' \\ P_3(t)' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\lambda & 0 & 0 \\ 2\lambda & -2\lambda & 0 \\ 0 & 2\lambda & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -2\lambda P_1(t)$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = 2\lambda P_1(t) - 2\lambda P_2(t) \quad (4)$$

$$\frac{dP_3(t)}{dt} = 2\lambda P_2(t)$$

주어진 식(4)을 이용하여 시스템 신뢰도를 구하면 다음과 같다.

$$P_R(t) = 2e^{-2\lambda t} - e^{-4\lambda t} \quad (5)$$

이 때, 초기 정상 동작을 가정하여  $P_1(0)=1, P_2(0)=0, P_3(0)=0$  라 놓는다.

얻어진 식 (5)는 동적 결합 트리 알고리즘으로 얻었던 식(2)에서 두 고장률을 같게 잡으면 동일한 수식이 된다.

고장률이 0.0001인 이중화 중복시스템에 관하여 식 (5)를 적용하여 matlab으로써 시뮬레이션 하면 그림 16과 같다.

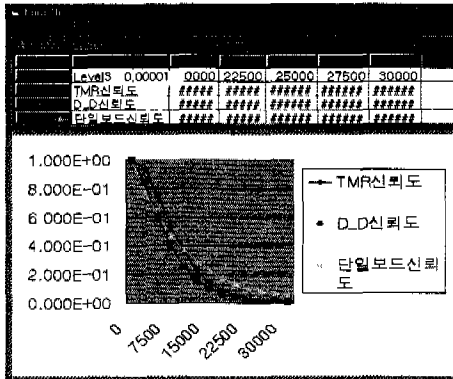


그림 13. 고장률이 0.0001인 경우 신뢰도 분석

### 3. Markov Model을 이용한 이중화 중복 시스템 분석

- 1) 대기 여분(standby unit)과 메인 시스템(main unit)은 이중으로 존재한다.
- 2) 상태 P1은 모든 시스템이 정상 동작하는 경우이다.
- 3) 상태 P2는 메인 시스템이 고장이 나고 대기여분이 대체된 상태이다.
- 4) 상태 P3는 모두 고장이 난 상태이다.
- 5) 유지보수는 고려하지 않는다.

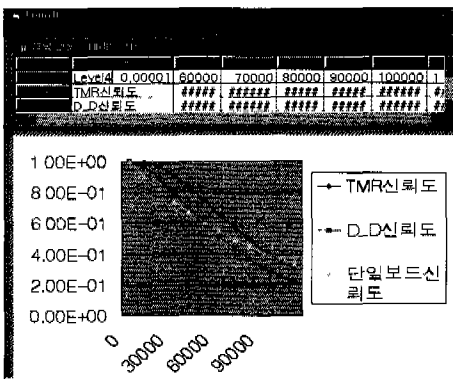


그림 14. 고장률이 0.00001인 경우 신뢰도 분석

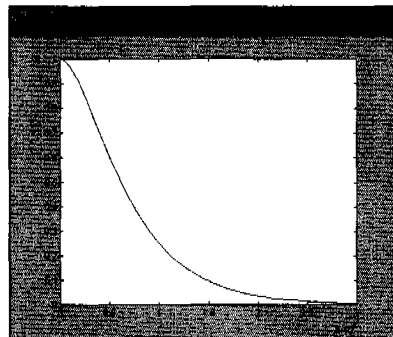


그림 16. Markov 모델을 사용한 이중화 중복시스템 분석 그래프



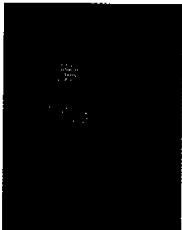


졸업(공학석사)

1999년~현재 : 광운대학교 제어계측공학과  
박사과정

양 성 현(Sung-Hyun Yang)

정회원



1958년 2월 1일생

1985년 2월 : 광운대학교 전기  
공학과 졸업(공학사)

1988년 2월 : 광운대학교 대학원  
전기공학과 졸업  
(공학석사)

1993년 2월 : 광운대학교 대학원 전기공학과 졸업  
(공학박사)

1996년 ~ 1998년 : Research Lab. on Reliable  
Computing Boston University, Research  
scientist.

1990년 ~ 현재 : 광운대학교 전자공학부 부교수  
e-mail:shyang@daisy.kwangwoon.ac.kr

<주관심 분야> Fault Tolerance System, Reliability,  
DFT, Fail-Safe Logic

이 기 서(KEE-Seo Lee)

정회원

1951년 1월 18일생

1977년 2월 : 연세대학교 공과대학 전기공학과 졸업  
(공학사)

1979년 2월 : 연세대학교 공과대학 전기공학과 졸업  
(공학석사)

1986년 2월 : 연세대학교 공과대학 전기공학과 졸업  
(공학박사)

1988년 ~ 1989년 : Yale University 교환교수

1981년 ~ 현재 : 광운대학교 제어계측공학과 교수