

# WDCT(Warped Discrete Cosine Transform)를 이용한 영상 압축 알고리듬

정회원 조 남 익\*

## An Image Compression Algorithm Using the WDCT (Warped Discrete Cosine Transform)

Nam Ik Cho\* *Regular Member*

### 요 약

본 논문에서는 WDCT(Warped Discrete Cosine Transform)의 개념에 대해서 소개하고 이의 응용분야로서 WDCT를 이용한 영상 압축 알고리듬을 제시한다. WDCT는 기존의 일반적인 DCT와 주파수 특성이 하나의 파라미터로 조절되는 IIR(infinite impulse response) 전대역 통과 필터(all-pass filter)를 직렬로 연결한 변환이다. 제시된 영상 압축 알고리듬에서는 필터의 파라미터가 미리 정의된 범위 내에서 조절되도록 한다. 각 영상의 블록에 대해서 주어진 범위 내에서 가장 좋은 파라미터가 설정되면 이를 이용한 WDCT의 결과와 이 파라미터를 디코더로 전송한다. 본 논문에서는 IIR 전대역 통과 필터링 과정을 하나의 행렬로 대체하거나 DCT를 필터뱅크로 보아 IIR 필터와 DCT의 결합을 일반적인 DCT와 마찬가지로 하나의 행렬로 표현하였다. 따라서 주어진 파라미터에 따라 각각 다른 새로운 WDCT 행렬을 정의할 수 있으므로 WDCT의 결과는 행렬과 벡터의 곱으로 얻어진다. WDCT를 이용한 영상 압축의 결과는 높은 비트율과 고주파 성분이 많은 영상에 대하여 DCT의 성능보다 우수함을 알 수 있었다.

### ABSTRACT

This paper introduces the concept of warped discrete cosine transform (WDCT) and an image compression algorithm based on the WDCT. The proposed WDCT is a cascade connection of a conventional DCT and all-pass filters whose parameters can be adjusted to provide frequency warping. In the proposed image compression scheme, the frequency response of the all-pass filter is controlled by a set of parameters with each parameter for a specified frequency range. For each image block, the best parameter is chosen from the set and is sent to the decoder as a side information along with the result of corresponding WDCT computation. For actual implementation, the combination of the all-pass IIR filters and the DCT can be viewed as a cascade of a warping matrix and the DCT matrix, or as a filter bank which is obtained by warping the frequency response of the DCT filter bank. Hence, the WDCT can be implemented by a single matrix computation like the DCT. The WDCT based compression outperforms the DCT based compression, for high bit rate applications and for images with high frequency components.

### I. 서 론

입력이 높은 상관도를 갖는 가우스 마코프 (Gauss

Markov) 신호로 모델링이 될 수 있을 때, 이산 코사인 변환 (DCT)은 최적의 성능을 갖는 Karhunen-Loeve 변환 (KLT)에 근접하는 압축 성능을 가지므로 대부분의 영상 및 비디오 압축 방법의 표준안에

\* 서울대학교 전기공학부 (nicho@snu.ac.kr)

논문번호 : 98503-1121, 접수일자 : 1998년 11월 21일

서 DCT가 사용되고 있다<sup>[1,2]</sup>. 그러나 영상 압축에 있어서의 모든 블록들, 또는 비데오 압축에서의 모든 차영상들이 가우스-마코프 신호로 잘 모델링이 되는 것은 아니다. 예를 들어 영상의 블록이 고주파 성분을 많이 갖고 있다면, DCT는 많은 정보들을 저주파 성분으로 모을 수가 없다. 그러므로, 입력 신호의 특성에 따라서 변환의 특성을 조절하는 적응 방법이 필요하다. KLT를 적응 변환 방법의 하나로 생각할 수도 있다. 그러나 KLT를 수행하기 위해서는 입력의 상관행렬 요소의 참 값을 알아야 하고 이의 고유값, 고유벡터 등을 계산하여야 하므로 KLT를 실제용용에 사용하는 것은 거의 불가능하다.

WDFT (warped discrete Fourier transform)는 간격이 일정하지 않은 주파수 지점에서 이산시간 푸리에 변환의 샘플들을 계산하는 것으로서 스펙트럼 분석 등 다양한 신호 처리 응용분야에 사용될 수 있다<sup>[3,4]</sup>. 또한 웨이브렛 변환과 라구에르(Laguerre) 필터를 이용하여 차단 주파수를 임의로 변화시킬 수 있는 WWT (warped wavelet transform)에 관한 연구도 수행되었다<sup>[5,6]</sup>. 본 논문에서는 이와 같은 개념을 이용하여 입력의 주파수 성분에 따라 적응적으로 주파수 응답을 변화시킬 수 있는 WDCT (warped discrete cosine transform)를 소개하고 이를 이용한 영상 압축 알고리듬을 제안한다. WDCT는 신호 블록의 주파수 내용에 따라 파라미터를 변화시킬 수 있는 IIR 전대역 통과 필터와 DCT의 직렬 연결로 구현된다. 즉, 입력신호가 전대역 필터를 통과하면서 DCT 수행에 적합한 신호가 되도록 하고 이를 DCT에 입력시켜 더 효율적인 데이터 압축이 이루어질 수 있도록 한다. WDCT를 이용한 영상 압축 알고리듬에서는 WDCT에 의한 변환 계수들과 전대역 통과 필터의 제어 파라미터를 함께 디코더(decoder)에 전송하고 디코더에서는 이의 역변환이 수행되도록 한다. WDCT의 실질적인 구현에 있어서, 입력이 블록 별로 처리되기 때문에 실제로는 IIR 전대역 통과 필터를 사용할 필요는 없다. 예를 들어, 한 블록 안에 8개의 샘플이 있다고 가정하면 IIR 전대역 통과 필터의 출력은  $8 \times 8$  행렬과 입력 벡터와의 곱셈으로 표현될 수 있다. 더 자세히 설명하면,  $8 \times 8$  DCT 행렬은 각각 8-탭으로된 8개의 FIR 필터를 가진 필터 백크라고 해석할 수 있고, IIR 전대역 통과 필터와 DCT의 조합은 FIR 필터들의 주파수 응답을 왜곡함으로써 얻어지는 8개의 IIR 필터들로 구성된 또 다른 필터백크라고 볼 수 있다. 이들 IIR 필터들을 8-탭의 FIR 필터로 근

사화 함으로써 한 개의 행렬로 WDCT 필터 백크를 구현할 수 있다.

제시된 영상 압축 알고리듬에서는 정의된 범위 안에서 몇 개의 WDCT 행렬들을 준비하고 주어진 입력에 대한 복원 오차 (reconstruction error)를 최소로 하는 WDCT 행렬을 찾는다. 이렇게 찾은 최적의 WDCT 행렬과 입력의 곱을 양자화하여 얻어진 변환 계수들과 WDCT 행렬의 인덱스를 디코더로 전송한다. 영상의 각 블록에 대해서 WDCT 행렬의 인덱스가 부가 정보(side information)로 디코더에 전송되어야 하므로 제시된 압축 방법의 성능은 낮은 비트율의 응용분야에서는 JPEG<sup>[10]</sup>보다 좋은 성능을 갖지는 않는다. 그러나, 높은 비트율의 응용분야에 있어서, WDCT는 DCT를 기본으로 한 방법보다 더 효율적이며, 특히 고주파 성분을 갖는 복잡한 영상에 대하여 더 좋은 성능을 보인다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2절에서는 WDCT에 대하여 소개하고 WDCT 행렬을 얻는 방법을 소개한다. 3절에서는 WDCT를 사용한 영상 압축 알고리듬을 제시하고 그 성능을 기존의 JPEG의 성능과 비교하였다. 4절에서는 결론을 내린다.

## II. WDCT와 이의 구현

입력 벡터  $[x_0, x_1, \dots, x_7]^T$ 에 대한 8-point DCT  $[C_0, C_1, \dots, C_7]^T$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$C_k = U(k) \sum_{n=0}^7 x_n \cos \frac{(2n+1)k}{16} \pi, \quad (1)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, 7$$

$$\text{여기서 } U(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & \text{if } k=0 \\ 1, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2)$$

식 (1)의 DCT는 그림 1과 같은 신호흐름도로 표현할 수도 있다. 그림 1에서 “DCT filter bank”란 DCT가 매 입력 샘플마다 수행되는 것과 마찬가지이다. 따라서 그림 1은 필터들을 이용하여 그림 2와 같이 표현할 수 있는데 여기서 각각의 필터  $F_k(z^{-1})$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$F_k(z^{-1}) = U(k) \left( \cos \frac{k\pi}{16} + \cos \frac{3k\pi}{16} z^{-1} + \cos \frac{5k\pi}{16} z^{-2} + \dots + \cos \frac{15k\pi}{16} z^{-7} \right). \quad (3)$$

여기서  $U(k)$ 는 식(2)에서 정의된 것과 같다. 즉,

$F_k(z^{-1})$ 의 i번째 계수는 DCT 행렬의 (k,i)원소이다. [7]에서는  $F_k(z^{-1})$ 가  $(2k+1)/4N$ 지점에 중심 주파수를 갖는 대역통과 필터라는 것을 보이고 있다. 여기서 N은 DCT의 크기 8이고, 샘플링 주파수는 1로 정규화한 것이다. 그러므로, 저주파 성분이 많은 입력에 대하여 작은 k의  $F_k(z^{-1})$ 의 출력이 일반적으로 높은 k의  $F_k(z^{-1})$ 의 출력보다 크다. 따라서 이와 같은 필터 링크에서 높은 대역 필터의 출력보다 낮은 대역 필터의 출력을 더 강조함으로써 데이터 압축이 가능한 것이다.

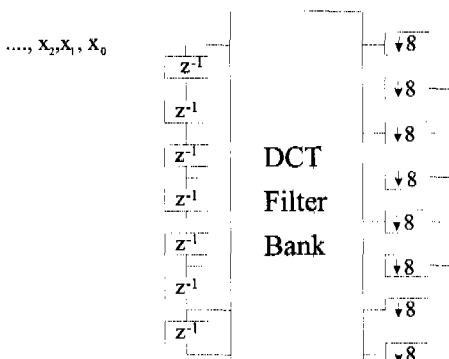


그림 1. 필터뱅크로 구현된 DCT

이와 같은 일반적인 DCT는 저주파 성분을 많이 갖는 입력에 대해서는 좋은 성능을 보인다. 그러나 고주파 성분을 가진 입력에 대해서는 큰 k에 대한  $F_k(z^{-1})$ 의 출력의 크기가 크기 때문에 압축 효율을 저하시키는 결과를 가져온다. 따라서 본 논문에서는 입력의 주파수 분포를 DCT에 좀 더 적절하도록 왜곡시키는 방법을 제시한다. 그림 2(a)의 필터 링크의 주파수 응답을 왜곡시키기 위해서 본 논문에서는  $z^{-1}$ 를 다음과 같은 전대역 통과 필터  $A(z)$ 로 대체한다.<sup>[8,9]</sup>

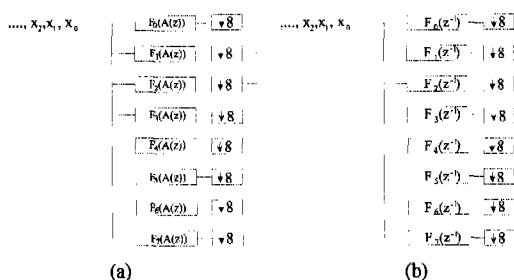


그림 2. (a) DCT 필터뱅크 (b) WDCT 필터뱅크

$$A(z) = \frac{-\alpha + z^{-1}}{1 - \alpha z^{-1}} \quad (4)$$

여기서  $\alpha$ 는 주파수 응답의 왜곡정도를 제어하는 파라미터이다. 그림 2(b)는 그림 2(a)의  $z^{-1}$ 를  $A(z)$ 로 대체한 WDCT 필터 링크를 나타낸 것이다. 그림 2(b)의 WDCT는 그림 3과 같이 구현될 수도 있다.

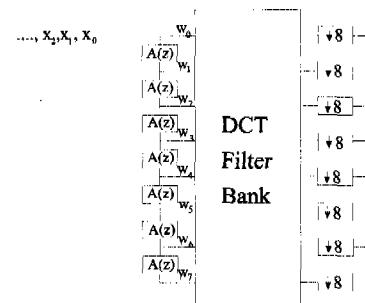
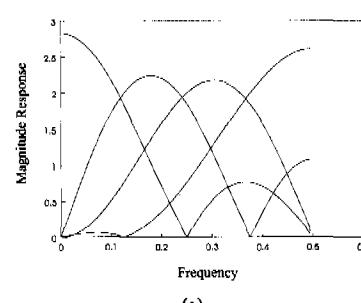


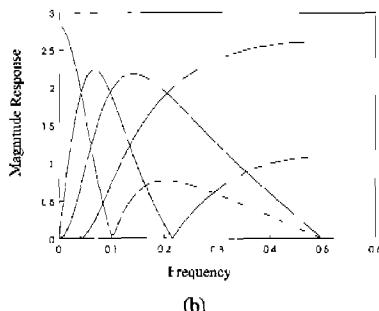
그림 3. 왜곡된 WDCT 필터뱅크

구체적인 예를 위하여 4-point DCT와 WDCT를 비교해 보자. 4-point DCT 필터 링크의 경우, 입력 시퀀스  $x_n$ 을 필터  $F_0(z^{-1}), \dots, F_3(z^{-1})$ 에 통과시키면 4개의 출력  $C_0, \dots, C_3$ 을 얻는데 여기서 각각의 필터는 다음과 같다.

$$F_k(z^{-1}) = U(k) \left\{ \cos \frac{k\pi}{8} + \cos \frac{3k\pi}{8} z^{-1} + \cos \frac{5k\pi}{8} z^{-2} + \cos \frac{7k\pi}{8} z^{-3} \right\}. \quad (5)$$

$F_0(z^{-1})$ 부터  $F_3(z^{-1})$ 의 4개의 필터의 주파수 응답을 그림 4(a)에 나타내었다. 식 (5)에서  $z^{-1}$  대신에 식(4)의  $\alpha=0.5$ 인  $A(z)$ 를 사용한다면, 각 필터의 주파수 응답은 그림 4(b)와 같이 변한다. 여기에서 각 필터의 대역 폭과 중심 주파수가 변경되었음을 알 수 있다.  $\alpha$ 가 음수인 경우는 그림 4(b)와 반대방향으로 왜곡된다.





(b)

그림 4 (a) DCT 필터뱅크의 주파수 응답 (b) 왜곡된 DCT 필터뱅크의 주파수 응답

이와 같이 왜곡된 필터뱅크를 어떻게 데이터 압축에 응용할 수 있는지 가장 간단한 2-point DCT의 경우를 예로 설명한다. 입력 데이터의 벡터를  $[150, 50]^T$ 라고 하면 2-point DCT는 다음의 행렬 계산에 의해서 수행된다. 그리고 그 결과는  $[200, 100]^T$ 이 된다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 150 \\ 50 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 200 \\ 100 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

만약 데이터 압축을 위하여 첫 번째 성분만을 전송한다면 디코더는  $[200, 0]^T$ 을 갖게 되고 IDCT의 결과는  $[100, 100]^T$ 가 된다. 똑같은 크기의 입력 벡터가 WDCT에 주어진다면, 그 결과는  $n=1$ 일 때 그림 3의  $w_0$ 와  $w_1$ 의 2-point DCT가 된다. 여기서 인덱스  $n$ 은 시간을 의미한다. 그러나  $x_n$ 의 경우에서의  $n$ 은 시간 또는 입력 벡터 요소의 순서를 의미한다.  $w_k[n]$ 의 경우는 인덱스  $k$ 와의 혼동을 피하기 위하여  $[n]$ 을 사용한다.  $w_k[n]$ 과  $x_n$ 의 관계는 다음과 같이 표현될 수 있다

$$w_k[n] = (A(z))^k \cdot x_n \quad (7)$$

필터들의 초기값이 모두 0이라고 가정하면, 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\begin{aligned} w_0[1] &= x_1 \\ w_1[1] &= (1 - \alpha^2)x_0 - \alpha x_1 \end{aligned} \quad (8)$$

이것은 다음과 같이 쓸 수도 있다.

$$\begin{bmatrix} w_0[1] \\ w_1[1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 - \alpha^2 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

그러므로  $[w_0[1], w_1[1]]^T$ 의 2-point DCT 결과를  $[X_0, X_1]^T$ 라 하면 이는 다음과 같다

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 - \alpha^2 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 1 - \alpha^2 & 1 - \alpha \\ -1 + \alpha^2 & 1 + \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

따라서 입력  $[x_0, x_1]^T = [150, 50]^T$ 인 경우에 대해서 WDCT 결과는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \alpha^2 & 1 - \alpha \\ -1 + \alpha^2 & 1 + \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 150 \\ 50 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} -150\alpha^2 - 50\alpha + 200 \\ 150\alpha^2 + 50\alpha - 100 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

DCT의 경우와 마찬가지로 첫 번째 성분만 전송한다고 가정한다. 이 때 만약 두 번째 성분을 0으로 만드는  $\alpha$ 를 찾는다면 디코더에서 오차가 없는 복원 영상을 얻을 수 있을 것이다. 위의 입력에 대해서,  $\alpha = 2/3$ 가 두 번째 성분을 0으로 만든다는 것을 쉽게 알 수 있다. 그래서, DCT와 마찬가지로 디코더에  $[100, 0]^T$ 가 전송되는데 식(10)의 역행렬에 의해서 DCT와는 달리  $[150, 50]^T$ 의 올바른 값으로 복원된다. 그러나, 제어 파라미터  $\alpha$ 의 값은 부가정보로 디코더에 전송되기 때문에, 2-point의 경우는 WDCT의 압축 효율이 기존의 DCT에 비해서 높지 않다. 그러나  $8 \times 8$  입력에 대해서 한 개의 제어 파라미터를 갖는다고 할 때, 부가정보의 양은 변환 계수들과 비교하면 무시할 만 하며, 제 4절에서 보여지듯이 WDCT를 이용하여 영상을 압축하면 DCT보다 높은 압축 효율을 얻을 수 있다.

WDCT는 다양한 방법으로 구현될 수 있다. 가장 기본적인 접근 방법은 그림 3에서와 같이 필터를 직접 구현하는 것이다. 이러한 형태의 구현 방법을 라구에르 변환이라 하는데, 일반적인 라구에르 변환과는 달리 본 논문에서의 경우는 필터 출력의 추림된 결과만이 전송되므로 디코더에서 역라구에르 변환을 수행하는 필터를 구현하기는 매우 어렵다 [5, 6, 11-14]. 따라서 본 논문에서는, 영상들은 볼록 별로 압축이 수행된다는 사실을 이용하여 필터링 과정을 행렬-벡터의 곱으로 표현하는 두 가지 방법을 고려하였다. 첫 번째는 IIR 전대역 통과 필터의 전달 함수를 8 자리까지 직접 나누는 것이고 두 번째 방법은 왜곡된 필터뱅크의 주파수 응답을 샘플링하고 IDFT (Inverse Discrete Fourier Transform)를 통하여 WDCT 행렬을 얻는 것이다. 첫 번째 방법은 앞에서 2-point WDCT의 경우를 예로 이미 설명하였다. 즉, 전달 함수의 분자를 직접 분모로 나누어 써 식(4)의  $A(z)$ 는  $-\alpha + (1 - \alpha^2)z^{-1} +$

처럼 표현될 수 있다. 그러므로, 필터의 출력은  $-ax_n + (a - a^2)x_{n-1} + \dots$ 이 된다. 8개의 한정된 입력에 대해서 IIR 필터의 출력은 이들 입력의 선형 합으로 표현되므로,  $n$ 은 8까지만 전개하면 된다. 마찬가지로, 모든  $k$ 에 대해서 필터  $(A(z))^k$ 도  $z^{-1}$ 의 식으로 전개할 수 있고, 그럼 3의 출력들  $w_0, w_1, \dots, w_7$ 은 앞에서 보인 것처럼 행렬과 벡터의 곱셈에 의해서 얻어진다. 이 방법은 다음과 같은 라구에르 필터가 주어졌을 때,

$$A_r(z) = \sqrt{1 - a^2} \cdot \frac{(-a + z^{-1})^r}{(1 - az^{-1})^{r+1}} \quad (12)$$

이의 전개식의 각 계수가 다음과 같은 라구에르 계수라는 사실을 이용해서도 얻을 수 있다<sup>[5]</sup>.

$$\lambda_r(k) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_r(k) z^{-k} \quad (13)$$

여기서

$$\lambda_r(k) = \sqrt{1 - a^2} \sum_{m=0}^{\min(r, k)} (-1)^{m+r} \cdot \frac{(k+r-m)!}{m!(k-m)!(r-m)!}. \quad (14)$$

결국,  $(A(z))^k$ 를 전개한 계수들은 이와 같은 라구에르 계수들의 합수라 할 수 있다. 그러나 [5]에서는  $M$ 개의 라구에르 계수로 길이  $D$ 의 신호를 잘 표현하기 위해서는 다음과 같은 식을 만족해야 한다는 것을 보였다.

$$M > \frac{D(1+|a|)}{1-|a|}. \quad (15)$$

본 논문의 경우에는  $M=D=8$ 이므로 이 식을 만족하지 않는다. 요약하면, 단순히  $(A(z))^k$ 의 전개식의 8 항만을 이용하는 것으로는 좋은 결과를 얻을 수 없다는 것이다. 따라서 본 논문에서는 전체적인 IIR 필터뱅크를 FIR 필터로 근사화 하는 방법을 제시하였고, 이것이 앞에서 언급한 두 번째 방법이며 예상대로 뒤에 소개할 시뮬레이션 결과 더 좋은 압축율을 얻을 수 있었다.

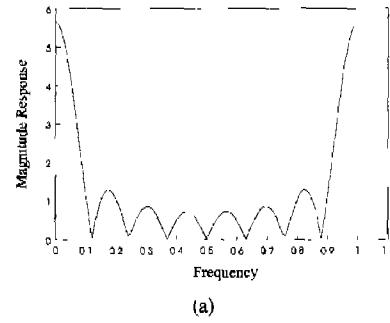
두 번째 방법에서는 WDCT를 그림 2(b)와 같이 필터뱅크로 생각한다. 그림 2(a)의 경우 각 필터  $F_k(z^{-1})$ 는 8-탭 FIR 필터이므로, 필터링하고 8로 추립(decimation)한 결과는 필터 계수 벡터와 입력 벡터의 내적과 같다. 파스발의 관계 (Parseval's relation)로부터, 이것은 입력의 컬럼의 DFT와 필터

계수들의 DFT와의 내적과 같다. 여기서 필터 계수의 DFT 결과는  $F_k(e^{j\omega})$ 를  $\omega = 0, \frac{2\pi}{8}, \frac{4\pi}{8}, \dots, \frac{14\pi}{8}$ 에서 샘플링 한 값과 같다. 마찬가지로,  $F_k(A(e^{j\omega}))$ 의 필터링 결과는 입력 벡터와  $F_k(A(e^{j\omega}))$ 의 샘플 벡터의 IDFT의 내적으로 근사화 할 수 있다. 바꾸어 말하면,  $F_k(A(e^{j\omega}))$ 를 8-탭 FIR 필터로 근사화하여 일반적인 DCT와 마찬가지로 필터링의 결과를 두 벡터의 내적으로 얻을 수 있다. 예를 들어,  $a=10/512$ 의 경우를 생각해보자. 그림 5(a)는  $f=0$ 에서 1 ( $\omega=0$ 에서  $2\pi$ )까지  $a=10/512$ 인  $F_0(A(z))$ 의 주파수 응답을 나타내고 있다.  $f = 0, 0.125, 0.25, \dots, 0.875$ 에 대해서 주파수 응답을 샘플링 함으로써 다음과 같은 결과를 얻는다:

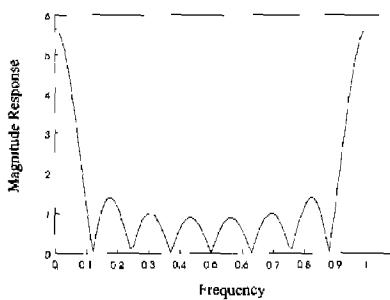
$$[5.66, 0.191 + j0.058, 0.122 + j0.092, \\ 0.039 + j0.073, 0.0, 0.039 - j0.073, \text{cdots}]^T \quad (16)$$

이 벡터의 IDFT는 다음과 같다.

$$[0.7949, 0.6878, 0.6805, 0.6801, 0.6801, \\ 0.6803, 0.6730, 0.7802]^T \quad (17)$$



(a)



(b)

그림 5 (a) 왜곡된 필터  $F_0(A(z))$ 의 주파수 응답. (b) 8탭 FIR 필터로 근사화된 왜곡된 필터.

이 계수를 가진 8탭 FIR 필터는 IIR 필터인  $F_0(A(z))$ 를 근사화하는 것이라고 볼 수 있다. 그럼

5(b)는 이 근사화된 FIR 필터의 주파수 응답을 보여주고 있는데, 이것은 원래의 IIR 필터의 주파수 응답과 거의 같다. 정리하면, 위의 베타는  $\alpha = 10/512$ 인 WDCT 행렬의 0번째 행이 된다. 마찬가지로, 모든 k에 대해서  $F_k(A(z))$ 의 8개의 일정 간격 샘플들의 IDFT는 주어진  $\alpha$ 에 대한 WDCT 행렬의 k번째 행이 된다.

### III. WDCT를 이용한 영상 압축 알고리듬

제시된 알고리듬에서는  $\alpha = n/512$  ( $n = -50$ 부터  $50$ 까지의 정수)로 하여 총 101개의 WDCT 행렬들을 미리 준비한다. 기존의 JPEG 알고리듬에서는 각 변환 계수들에 대해서 다른 양자화 값이 주어지는 데 비해, 제시된 알고리듬에서는 WDCT에 의하여 주파수 성분의 중요도가 이미 고려되는 것이므로 각 변환 계수에 같은 양자화 간격을 준다. 제시된 알고리듬에서는 각 블록에 대하여 모든 101개의 WDCT를 수행해 보고 이의 결과중에서 부원 오차가 가장 작은 행렬을 선택한다. 이 변환 계수들을 헤프만 데이블을 이용하여 압축을 하고 그 결과를 비트 열으로써 디코더에 전송한다. 그리고 WDCT 행렬의 인덱스 (index) n은 독립적으로 부가정보로 디코더에 전송한다.  $512 \times 512$  영상의 경우,  $8 \times 8$  블록이 4096개가 있기 때문에 부가정보의 총량은 4096 바이트이다. 부가정보를 압축하면 보통 3300 바이트 정도가 되는데 이는 낮은 비트율의 응용에서는 상당히 큰 양이 된다. 부가정보의 양을 줄이기 위해서 본 논문에서는 네 개의 인접한  $8 \times 8$  블록에 같은 WDCT 행렬을 적용하는 방법도 제안한다. 그러면 부가정보의 총량은 1024 바이트로 줄어들고, 이것을 압축하면 약 800 바이트 정도가 된다. 편의를 위해서, 첫 번째 방법은 WDCT1, 두 번째 방법은 WDCT2라고 한다. 제시된 방법의 성능을 비교하기 위해서, DCT, WDCT1, WDCT2를 사용한 JPEG 알고리듬을 다양한 영상과 비트율에 대하여 수행하였다. 그림 6은 비교에 사용된 영상들을 나타내고 있다. DCT, WDCT1, WDCT2를 각 영상들에 대해서 수행한 결과가 그림 7에 나타나 있다. 결과를 살펴보면 전반적으로 WDCT는 DCT의 성능보다 좋다는 것을 알 수 있다. 또한 앞에서 언급했듯이, WDCT는 부가정보가 필요하기 때문에, WDCT1은 낮은 비트율에서 일반적으로 DCT보다 약간 나쁜 결과를 얻는다. WDCT2의 경우, 부가정보가 감소되었기 때문에 낮은 비트율에서 WDCT1

보다 조금은 좋은 결과를 얻는다. 그러나, 비트율이 증가할수록 WDCT1이 가장 좋은 결과를 보여주고 있다. 표 1은 주어진 bpp에 대한 각 방법과 영상의 PSNR을 나타내었다. 그럼 8은 airplane 영상에 대해서 0.75 bpp에서 비행기의 글자 주위의 결과 영상을 비교한 것이다. 그럼 7(h)에서 보는 바와 같이 0.75 bpp에서 DCT와 WDCT의 PSNR은 거의 같지만, WDCT의 복원 영상이 DCT에 비해서 글자 주위에 더 적은 오차가 나타남을 관찰할 수 있다. 이것은 WDCT가 DCT에 비해서 고주파 성분을 가진 영역에서 더 좋은 성능을 보인다는 것을 의미한다.

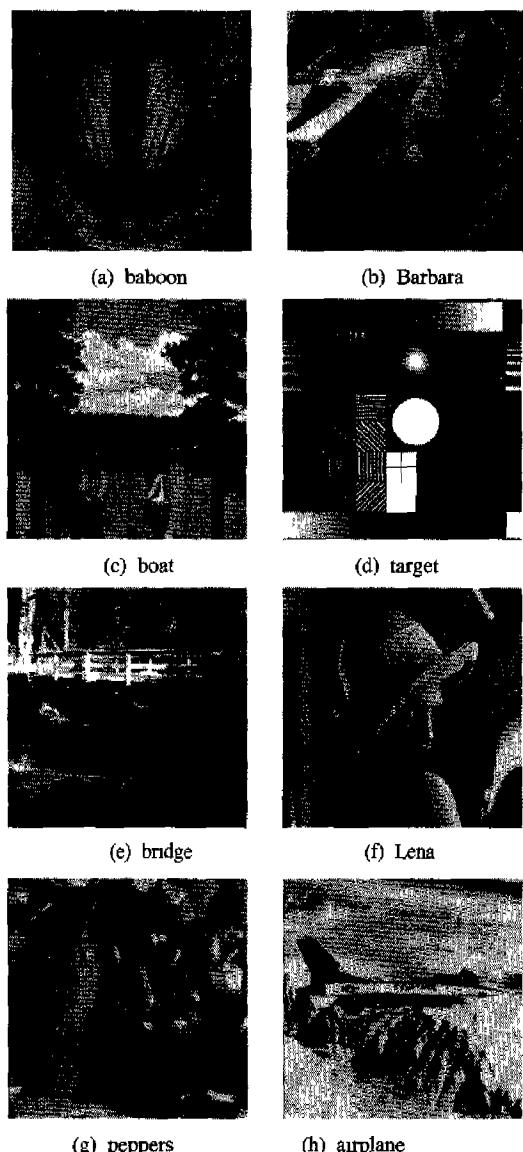


그림 6. 비교에 사용된 영상들

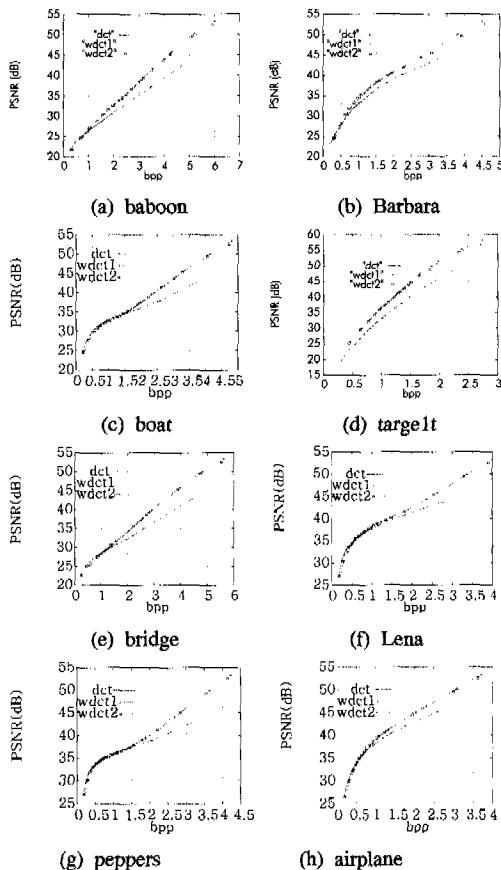


그림 7. 비교 결과

신에 WDCT를 사용한다는 점을 제외하고는 JPEG과 동일하다. 영상 압축에 대한 DCT와 WDCT의 성능을 비교하기 위해서 다양한 영상에 대하여 기존의 JPEG과 제시된 알고리듬을 비교하였다. 그 결과를 보면 제시된 알고리듬의 경우 WDCT의 인덱스가 부가정보로 디코더에 전송되어야 하므로 0.5 bpp 이하의 낮은 비트율에서는 DCT에 비해서 좋지 않은 결과를 보인다. 그러나, 높은 비트율과 고주파 성분을 갖는 영상에 대해서는 WDCT의 결과가 DCT의 결과보다 더 좋음을 알 수 있었다.

표 1. DCT, WDCT1, WDCT2의 비교 (PSNR)

	bpp	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
baboon	DCT	23.7	26.4	28.7	30.9	33.0	35.1
	WDCT1	22.8	26.6	29.8	32.7	35.5	38.4
	WDCT2	23.2	26.9	29.9	32.8	35.5	38.4
Barbara	DCT	27.7	33.1	36.6	39.1	41.4	43.0
	WDCT1	27.9	34.2	38.2	40.8	43.2	45.7
	WDCT2	28.6	34.6	38.3	40.8	43.2	45.7
boat	DCT	30.0	33.0	34.7	36.1	37.7	39.8
	WDCT1	29.2	32.5	34.7	37.5	40.6	43.7
	WDCT2	29.6	32.6	34.8	37.6	40.6	43.6
target	DCT	24.2	33.2	40.3	46.3	51.3	57.4
	WDCT1	26.6	36.6	44.9	51.6	56.3	61.5
	WDCT2	26.8	36.5	44.8	51.2	55.7	
bridge	DCT	25.8	28.5	30.5	32.5	34.6	36.8
	WDCT1	25.0	28.2	31.3	34.7	37.4	40.4
	WDCT2	25.3	28.4	31.4	34.4	37.4	40.4
Lena	DCT	34.6	37.8	39.8	41.5	42.9	44.6
	WDCT1	33.9	38.2	40.3	42.5	45.0	47.8
	WDCT2	34.6	38.3	40.4	42.5	45.0	47.7
peppers	DCT	33.9	36.2	37.6	38.8	40.4	42.2
	WDCT1	33.4	35.8	37.6	40.1	43.0	46.1
	WDCT2	33.7	35.8	37.7	40.2	43.0	46.1
airplane	DCT	34.0	38.3	40.9	43.1	44.8	46.7
	WDCT1	33.3	39.0	42.2	44.8	47.3	49.8
	WDCT2	34.0	39.2	42.2	44.8	47.2	49.6



(a) DCT



그림 8. 0.75 bpp에서 DCT와 WDCT의 비교

### 참 고 문 헌

- [1] N. Ahmed, T. Natarajan, and K. Rao, "Discrete cosine transform," IEEE Trans. Computers}, vol. 23, no. 1, pp. 90 - 93, Jan. 1974.
- [2] N. S. Jayant, and P. Noll, Digital Coding of Waveforms, Ch. 12, Prentice-Hall, 1984.
- [3] A. Oppenheim, and D. Johnson, "Computation of spectra with unequal resolution using the fast Fourier transform," Proc. IEEE, vol. 59, pp. 299 - 301, 1971.
- [4] S. K. Mitra, and A. Makur, "Warped discrete Fourier transform," Proc. IEEE Workshop on Digital Signal Processing, Bryce Canyon, UT, Aug. 1998.
- [5] G. Evalgelista, S. Cavaliere, "Discrete frequency warped wavelets : theory and applications," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 46, no. 4, pp. 874 - 885, April 1998.
- [6] G. Evalgelista, S. Cavaliere, "The discrete-time frequency warped wavelet transforms," Proc. ICASSP, Munich, Germany, April 1997.
- [7] K. Shenoi, Digital Signal Processing in Telecommunication, Ch. 7, Prentice-Hall, 1995.
- [8] S. K. Mitra, Digital Signal Processing : A Computer-Based Approach, Ch. 6, Ch. 10, McGraw-Hill, 1998.
- [9] P. A. Regalia, S. K. Mitra, P. P. Vaidyanathan, "The digital all-pass filter : A useful signal processing building block," Proc. IEEE vol. 76, pp. 19 - 37, Jan. 1988.
- [10] CCITT Rec. T.81, Information Technology - Digital Compression and Coding of Continuous-Tone Still Images - Requirements and Guidelines, Sep. 1992.
- [11] B. Wahlberg, "System identification using

Laguerre models," IEEE Trans. Automatic Control, vol. 36, no. 5, pp. 551 - 562, May 1991.

- [12] M. A. Masnadi-Shirazi, "Optimum Laguerre networks for a class of discrete-time systems," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 39, no. 9, pp. 2104 - 2108, Sep. 1991.
- [13] T. Oliveira e Silva, "Optimality conditions for truncated Laguerre networks," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 42, no. 9, pp. 2528 - 2530, Sep. 1994.
- [14] T. Oliveira e Silva, "On the determination of the optimal pole position of Laguerre filters," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 43, no. 9, pp. 2079 - 2087, Sep. 1995.

조 남 익 (Nam Ik Cho)

정회원



1986년 2월 : 서울대학교 제어  
계측공학과 졸업  
1988년 2월 : 서울대학교 제어  
계측공학과 석사  
1992년 8월 : 서울대학교 제어  
계측공학과 박사

1991년 3월~1994년 3월 : 서울대학교 제어계측신  
기술연구센터 연구원  
1994년 3월~1998년 12월 : 서울시립대학교 전자전  
기공학부 조교수  
1999년 1월~현재 : 서울대학교 전기공학부 조교수  
<주관심 분야> 신호처리, 영상처리, 적응 필터링