

# 3차원 기동 표적 운동 모델의 성능 평가

정회원 정 보 환\*

## Performance Evaluation of Tracking Model for a 3D Maneuvering Target

Bo-Hwan Jung\* Regular Member

### 요 약

레이더를 이용한 3차원 표적추적에 있어서 중요한 사항 중 하나는 표적을 정확히 예측하여 빔을 방사할 수 있어야 한다는 것이다. 이를 위해서는 무엇보다도 비행표적의 기동 유무에 따라 정합하는 운동방정식을 세워야 한다. 추정오차의 성능을 분석하기 위해 고려된 다중모델은 등속운동 모델과 회전운동 모델로 구성되며, 이를 기초로 하여 상호작용 다중모델 알고리즘을 이용하여 표적추적 알고리즘을 구현했다. 마지막으로 기동 비행궤적에 대해 고려된 다중운동 모델이 임의의 방향 뿐만 아니라, 수평면에 일정하게 고기동(highly maneuvering)하는 표적에 대해 우수성 밝혔다.

### ABSTRACT

One of the most important thing in the target tracking using radar is to predict the target precisely and has to be able to illuminate beam predicted direction. For this, we have to set up kinematic model matched target according to presence its maneuvering. The multiple model used here to evaluate estimation error is composed of a model of constant velocity motion and kinematic model a turn. The evaluation results show that the IMM(Interacting Multiple Model) algorithm with multiple model used here has good performance in the sense of estimation error.

### I. 서 론

일반적으로 3차원 위상배열 레이다는 임의의 방향으로 빔을 조사할 수 있어서 다수의 표적을 동시에 탐지 및 추적하기 위하여 많이 사용된다. 3차원 위상배열 레이다는 전자빔의 조향기법에 따라 고정식과 회전식으로 나눌 수 있는데, 고정식 위상배열 레이다는 빔 조향의 융통성으로 성능은 우수하나 제작비용이 많이 드는 단점이 있다. 회전식 위상배열 레이다는 빔의 조향이 안테나의 기계적 회전에 제한되는 단점이 있으나 비용대 효과 면에서 우수하여 많이 사용한다<sup>[1]</sup>.

3차원 위상배열 레이다에서의 표적의 추적은 먼저 표적을 관측한 후, 추적필터에서 표적의 위치를 예측하고 그 방향으로 빔을 조사함으로서 이루어진다. 따라서 표적을 추적하기 위해서는 표적의 위치를 보다 정확하게 예측하여 오차를 줄여야 한다. 일반적으로 추적필터의 예측오차는 표적기동의 정도에 따라 그리고 표적까지의 거리가 가까울수록 증가한다. 이러한 경우 고정식 위상배열 레이다에서는 표적의 표본화 간격을 변화시켜 예측오차를 줄일 수 있다. 그러나 회전식에서는 표본화 간격을 거의 변경할 수 없으므로 더욱 정확한 추적필터가 필요하다.

\* 용인종합대학 정보통신과(bhjung@dragon.ysc.ac.kr)

논문번호 : 99028-0915

접수일자 : 1999년 9월 15일

레이아웃에서 사용하는 추적필터에는 여러 가지가 있으나 최근에는 컴퓨터 계산능력의 향상으로 대부분 Kalman 필터를 사용한다. 그러나 표적의 기동모델 및 그에 대한 대응기법등에 따라 응용방법은 아주 다양하다. 표적의 기동에 대응하는 방법은 크게 필터의 파라미터를 변경하는 방법과 복수개의 필터를 사용하는 방법으로 나눌 수 있다. 전자의 경우, 표적이 기동을 시작했다고 판단되면 필터의 이득 또는 오차의 공분산행렬등을 변화시켜 필터의 대역폭을 증가시키는데 계산량은 비교적 적으나 성능이 떨어진다. 후자의 경우에는 여러 개의 서로 다른 모델에 대한 필터를 병렬로 구성하여 사용하는데, 우수한 성능을 유지하기 위해서는 계산량이 증가한다는 단점이 있다. 그런데 이를 중 Bar-Shalom<sup>[2]</sup>이 제안한 상호작용 다중모델(IMM, Interacting Multiple Model) 알고리즘은 계산량의 폭증없이 우수한 성능을 유지한다. 특히 Mariton<sup>[4]</sup>은 표적이 수평면에서 기동하고, 표적의 기동으로 속도벡터가 일정한 회전율로 회전한다고 모델링하여 IMM 알고리즘으로 구현한 바 있다. 그러나 여기서는 표적이 수평면에서 회전한다고 가정하였으므로 표적이 수평이 아닌 임의의 평면에서 기동하는 경우에는 정합된 모델이 없으므로 추적오차가 크게 증가하고 이를 해결하려면 표적의 모델수가 더 많아야 하므로 계산량도 따라서 증가한다.

본 논문에서는 표적이 3차원 공간에서 임의의 방향으로 기동한다고 가정하여 유도된 표적의 회전운동을 기초로하여 추정오차의 성능을 평가하였다. 고려된 모델에서는 기동중인 표적의 x-y-z 축 방향의 속도벡터는 각각 일정한 회전율로 회전한다고 가정하였다. 이 모델을 등속운동 모델과 함께 IMM 알고리즘으로 구현하여 기동표적에 대한 Monte Carlo 시뮬레이션을 통해 그 성능을 평가하였으며, 성능평가의 척도로는 x, y, z 축의 rms 추정오차를 사용하였다.

## II. 다중 운동 모델

비행표적의 운동은 3차원 직각 좌표계에서 각 좌표축 방향에 대해 일반적으로 다음과 같은 선형 운동방정식으로 모델링된다.

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}(k) \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{x}$ 는 운동모델의 상태변수,  $\mathbf{F}$ 는 운동모델의 천이행렬,  $\mathbf{v}$ 는 표적운동의 불확정성을 모델링

하는 과정집음이다. 이 운동과정집음  $\mathbf{v}$ 의 공분산행렬은  $\mathbf{Q}$ 로 표시한다. 즉,

$$\mathbb{E}[\mathbf{v}(k)] = 0$$

$$\mathbb{E}[\mathbf{v}(k) \mathbf{v}(j)^T] = \mathbf{Q}(k) \delta_{kj} \quad (2)$$

이다. 한편, 비선형성을 고려한 비행표적의 운동은 다음과 같은 표현을 갖게 된다.

$$\mathbf{x}(k+1) = f(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{v}(k) \quad (3)$$

이 장에서는 성능분석을 위해 고려된 다중모델에 대한  $M_i$ ,  $i=1, 2$ 에 대한  $\mathbf{x}(k)$ ,  $\mathbf{F}(k)$ ,  $f(\mathbf{x}(k))$ , 및  $\mathbf{Q}(k)$ 를 정리한다. 아래에서  $T$ 는 표적 표본화 간격을 표시한다.

본 논문에서 고려되는 다중운동 모델은 다음과 같다.

**모델 1(등속운동 모델)** : 이 모델은 등속 비행운동에 정합하는 모델이다.

상태변수

$$\mathbf{x} = [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T \quad (4)$$

천이행렬

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} I & TI \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서  $I$ 는  $3 \times 3$  단위행렬(identity matrix)이다. 운동과정집음 공분산행렬

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} T^4 I & \frac{1}{2} T^3 I \\ \frac{1}{2} T^3 I & T^2 I \end{bmatrix} \sigma_v^2 \quad (6)$$

**모델 2(회전운동 모델)** : 이 모델은 x-y-z 좌표축에 대해 각각의 회전 각속도  $w_x, w_y, w_z$ 를 상태벡터에 포함한다. 그리고 각각의 회전 각속도는 일정하다고 가정한다.

상태변수

$$\mathbf{x} = [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ w_x \ w_y \ w_z]^T \quad (7)$$

연속시간에서의 회전운동의 기구학적 표현은 다음과 같다.

$$\dot{x} = [ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z} \ 0 \ 0 \ 0 ]^T \quad (8)$$

여기서

$\ddot{x} = w_y \dot{z} - w_z \dot{y}$ ,  $\ddot{y} = w_z \dot{x} - w_x \dot{z}$ ,  $\ddot{z} = w_x \dot{y} - w_y \dot{x}$  이다.  
이것의 이산치 운동방정식은  $T$  의 이차항까지 표현하여 구하면,

$$x(k+1) = f(x(k)) \quad (9)$$

$$f(x(k)) = \begin{bmatrix} x + T\dot{x} + \frac{T^2}{2}\ddot{x} \\ y + T\dot{y} + \frac{T^2}{2}\ddot{y} \\ z + T\dot{z} + \frac{T^2}{2}\ddot{z} \\ \dot{x} + T\ddot{x} + \frac{T^2}{2}(w_y \dot{z} - w_z \dot{y}) \\ \dot{y} + T\ddot{y} + \frac{T^2}{2}(w_z \dot{x} - w_x \dot{z}) \\ \dot{z} + T\ddot{z} + \frac{T^2}{2}(w_x \dot{y} - w_y \dot{x}) \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} \quad (10)$$

그리고 운동과정의 공분산행렬은 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} T^4 I & \frac{1}{2} T^3 I & 0 \\ \frac{1}{2} T^3 I & T^2 I & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_w^2 I \end{bmatrix} \sigma_v^2 \quad (11)$$

모델 2에 대해서 1차 확장 Kalman 필터를 구성하기 위해 필요한  $f$ 와  $h$ 의 Jacobian  $f_x(k)$ ,  $h_x(k)$ 들은 다음과 구했다.

$$f_x(k) \triangleq [\nabla_x f^T(k, x)]_{x=\hat{x}(k|k)}^T$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_9} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_9}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_9}{\partial x_9} \end{bmatrix}_{x=\hat{x}(k|k-1)} \quad (12)$$

$$h_x(k) \triangleq [\nabla_x h^T(k, x)]_{x=\hat{x}(k|k-1)}^T$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial x_9} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial h_2}{\partial x_9} \\ \frac{\partial h_3}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial h_3}{\partial x_9} \end{bmatrix}_{x=\hat{x}(k|k-1)}$$

### III. 수치실험 및 검토

3차원 위상배열 안테나 레이다등에서 표적을 정확히 추적하기 위해서는 무엇보다도 표적에 대한 정확한 조향이 필수적이다. 따라서 II절의 디중운동 모델에 대한 IMM 알고리즘의 성능평가를 위해 x, y, z 축에 대한 추정오차의 평균제곱근을 성능평가의 기준으로 도입했다. 그리고 모의실험을 위한 비행 운동궤적은 다음과 같다.

비행궤적 : x-y-z 공간에서 초기위치(21,689m, 14,840m, 400m), 초기속도(-8.3m/s, -399.9m/s, 0)로 구간[0~30sec]에서 등속운동, 구간[30~45sec]에서 수평면과 평형을 이루면서 가속 60m/sec<sup>2</sup>로 우회전, 구간[45~65sec]에서 등속운동, 구간[65~80sec]에서 수평면과 평형을 이루면서 가속 40m/sec<sup>2</sup>로 좌회전, 구간[80~100sec]에서 등속운동.

위에서 기술한 비행궤적을 x, y, z 축 상에 투영된 궤적을 살펴보면 그림 1~3과 같다. 이를 바탕으로 하여 아래에서 설명하는 필터 초기화 및 적절한 파라미터들을 선택하여 수치실험을 수행하였다. 먼저 표적표본화 간격  $T$ 는 1sec, 탐지확률을 1이라 가정한다.

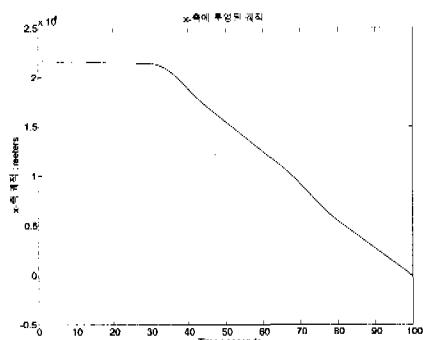


그림 1. x-축 상에 투영된 궤적

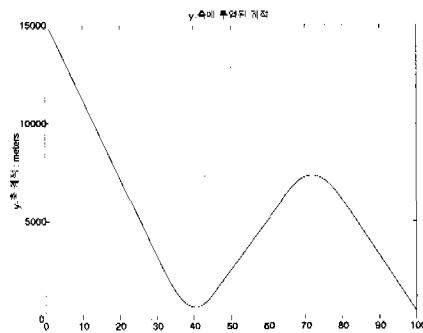


그림 2. y-축 상에 투영된 궤적

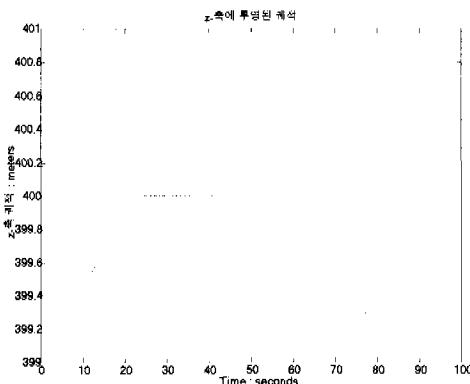


그림 3. z-축 상에 부영된 궤적

### 3-1. 레이다 측정모델

3차원 레이다 측정식은 표적거리  $r$ , 방위각  $\theta$ , 그리고 고각  $\phi$ 에 대해

$$\begin{bmatrix} r(k) \\ \theta(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x^2(k) + y^2(k) + z^2(k)} \\ \arctan 2(y(k) / x(k)) \\ \arcsin(\frac{z(k)}{\sqrt{(x^2(k) + y^2(k) + z^2(k))}}) \end{bmatrix} + w(k) \quad (13)$$

로 주어진다. 이때  $w(k)$ 는 측정잡음으로 평균이 0이고 공분산 행렬은 다음과 같이  $R(k)$ 로 주어지는 백색잡음으로 모델한다.

$$R(k) = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\phi^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서  $\sigma_r^2$ 는 표적거리 측정잡음의 분산,  $\sigma_\theta^2$ 는 방위각 측정잡음의 분산, 그리고  $\sigma_\phi^2$ 는 고각 측정잡음의 분산을 표시한다. 그리고 이들 사이의 잡음들은 서로 상관관계가 없는 것으로 가정한다.

### 3-2. 추적 필터의 초기화

수치실험을 위한 필터 상태변수의 초기 추정값과 추정 공분산 행렬은 다음과 같이 결정했다. 우성 측정값  $\{z_r(k), z_\theta(k), z_\phi(k) : k = -2, -1, 0\}$ 를 좌표축 x-y-z 좌표로 변환하여  $\{z_x(k), z_y(k), z_z(k) : k = -2, -1, 0\}$ 를 얻는다.

$$\begin{bmatrix} z_r \\ z_\theta \\ z_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r + w_r \\ \theta + w_\theta \\ \phi + w_\phi \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$w_r \sim N(0, \sigma_r^2), \quad w_\theta \sim N(0, \sigma_\theta^2), \quad w_\phi \sim N(0, \sigma_\phi^2) \quad (16)$$

이것으로부터

$$\begin{aligned} \hat{x}(0|0) &= z_x(0) \\ \hat{y}(0|0) &= [z_x(0) - z_x(-1)] / T \\ \hat{z}(0|0) &= [z_x(0) - 2z_x(-1) + z_x(-2)] / T^2 \end{aligned} \quad (17)$$

을 구했다.

$\hat{y}(0|0), \hat{y}(0|0), \hat{y}(0|0), \hat{z}(0|0), \hat{z}(0|0)$  같은 방법을 이용하여 구했다. 이때 각 운동모델에 사용되는 초기 공분산 행렬의 값은 참고논문[7]에서 자세히 알 수 있다.

### 3-3. 추적필터의 파라미터 선택

거리, 방위각 그리고 고각의 레이다 측정오차는 백색정규 과정잡음으로 평균이 0이며 표준편차는 각각  $\sigma_r = 30 \text{ m}$ ,  $\sigma_\theta = \sigma_\phi = 3 \text{ millirad}$  으로 한다. 그리고 IMM 필터에서 파라미터는 아래와 같다.

#### ◆ 다중모델 2에서의 필터 파라미터

모델 B.1  $\sigma_v = \sqrt{10} \text{ m/sec}^2$

모델 B.2  $\sigma_v = \sqrt{1600} \text{ m/sec}^2, \sigma_w = 0.05 \text{ rad/sec}$

(18)

필터 천이행렬:

$$\Theta = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix} \quad (19)$$

II장의 다중모델들을 이용한 IMM 알고리즘에 대한 성능은 x, y, z 축에 대한 추정오차의 rms 값으로 나타낸다. 100회의 Monte Carlo 시뮬레이션을 통해 x, y, z 축에 대한 rms 추정오차의 데이터를 얻었다. 이때 조사  $k$  때의 값들은 다음과 같다.

$$\tilde{\varepsilon}(k) = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\tilde{\varepsilon}^i(k)]^2 \right]^{1/2} \quad (20)$$

여기서  $N = 100$ ,  $\tilde{\varepsilon}^i(k)$ 는  $i$  번째 시뮬레이션에서 조사  $k$  때의 추정오차이다.

그림 4~6에서는 비행궤적에 대해 모의실험 결과로 성능평가를 위해 고려된 다중모델을 사용한 상호작용 다중모델 알고리즘(IMM)에 대한 x, y, z 축에 대한 rms 추정오차 값을 보여준다. 먼저 x 축에

투영된 궤적(그림 1)을 살펴보면 30초 부근의 기동을 제외하고는 거의 일정한 속도를 보여 준다. y 축에 투영된 비행궤적(그림 2)은 40초와 70초 근처에서의 기동과 전체적으로 빠른 속도를 보여준다. 마지막으로 z 축에 투영된 궤적(그림 3)은 추적의 전 영역에서 일정한 고도를 보여준다. 이러한 경우, x 축을 제외하고는 y, z축은 일반적으로 추적하기 어려운 비행궤적에 속한다.

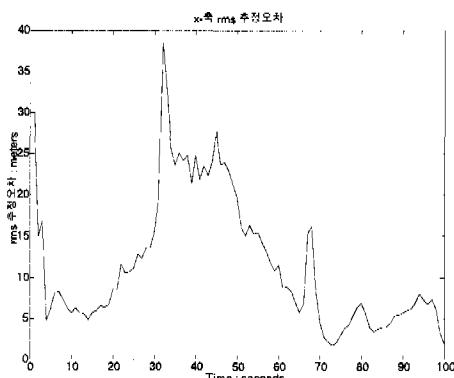


그림 4. x-축 rms 추정오차

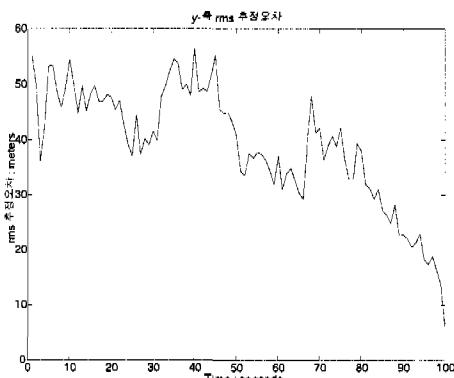


그림 5. y-축 rms 추정오차

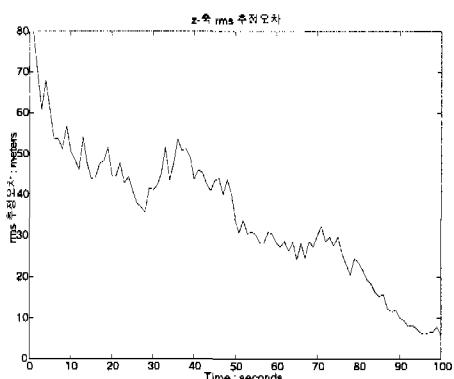


그림 6. z-축 rms 추정오차

수치실험 결과를 살펴보면, 첫째 x 축 추정오차는 기속의 시작점을 제외하면 상당히 효과적으로 고려된 모델이 오차를 줄일 수 있음을 알 수 있다. 둘째, y 축 추정오차는 전반적인 빠른 속도와 고기동으로 인하여 추정오차가 조금 높지만 일정한 속도 구간에서는 빠르게 수렴함을 보여준다. 마지막으로 z 축 추정오차는 전체 추적 영역에서 일정한 고도를 유지하지만 전반적으로 우수한 추적 성능을 보여 주고 있다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 3차원 표적추적의 성능 평가를 위해 3차원 등속운동모델과 회전운동(x-y-z 축 방향의 속도벡터는 각각 일정한 회전율로 회전)모델로 구성된 2개의 다중모델을 고려하였다. 그리고 수치실험을 통해, 고려된 다중모델을 사용한 IMM 알고리즘이 3차원 다중모델 추적에서 가장 일반적으로 발견할 수 있는 형태인 3개의 다중모델<sup>[2,3,4]</sup>(등속운동모델, 기속운동모델, 천이운동모델)에 비해, 기동표적 운동에 대한 레이다 추정오차를 효과적으로 줄일 수 있었으며, 또한 모델 수를 3개에 비해 2개만 고려하였기 때문에 계산량을 상당히 줄일 수 있었다. 따라서 여기에서 고려된 다중모델은 임의의 방향 뿐만 아니라, 수평면에 일정하게 고기동(hightly maneuvering)하는 표적에 대해 적절한 모델링 방법이라 판단된다.

#### 참 고 문 헌

- [1] D. A. Ethington, P. J. Kahrilas and G. D. Wright, "Multi-function rotating electronically scanned radar(RESR) for air surveillance," *Proceeding of the IEEE*, vol. 73, no. 2, Feb., 1985.
- [2] Y. Bar-shalom and K.C. Chang, "Tracking a maneuvering target using input estimation versus the interacting multiple model algorithm," *IEEE trans. on Aerospace and Electroinc Systems*, vol. AES-25, no. 2, pp. 286-302, March, 1989.
- [3] A. Houles and Y. Bar-shalom, "Mutisensor tracking of a maneuvering target in clutter," *IEEE Trans. on Aerospace and Electroinc Systems*, vol. AES-25, no. 2, pp. 176-188, May,

1989.

- [4] F. Dufour and M. Mariton, "Tracking a 3D maneuvering Target With Passive Sensors," *IEEE Trans. on Aerospace and Electroinc Systems*, vol. AES-27, no. 4, pp. 725-738, July, 1991.
- [5] A. Farina and F. A. Studer, *Radar Data Processing*, vol. 1, England, Research Studies Press, 1985, ch. 3.
- [6] F. R. Castella and F. G. Dunnebake, "Analytical results foy x-y Kalman tracking filter," *IEEE Trans. on Aerospace and Electroinc Systems*, vol. AES-10, pp. 891-895, July, 1991.
- [7] 정 용수 "3차원 추적을 위한 표적운동 다중모델", 경북대학교 대학원 석사학위 논문, Dec., 1993.

정 보 훤(Bo-Hwan Jung)



정회원

1987년 2월 : 경북대학교 전자공  
학과 졸업(공학사)  
1992년 2월 : 경북대학교 대학원  
제어계측전공(공학석사)  
1998년 2월 : 경북대학교 대학원  
제어계측전공(박사수료)

1992년 1월 ~ 1998년 2월 : 대우중공업(주)  
1995년 9월 ~ 1997년 2월 : TRW(美) 군무 아리랑 인  
공위성 자세제어계 개발참여  
1998년 3월 ~ 현재 : 용인송담대학 정보통신과 전임교수  
<주관심 분야> Multiple Target Tracking, Attitude  
Determination & Control for Space-  
craft