

# TLM 망에서 흡수경계 조건에 관한 연구

정회원 김 병 수\*, 황 기 환\*\*

## Study on Absorbing Boundary Condition in TLM Mesh

Byung-Soo Kim\*, Ki-Hwan Hwang\*\* *Regular Members*

### 요 약

마이크로파 소자의 특성을 시간영역과 주파수영역에서 수치적인 해석하기 위해서는 필수적으로 흡수경계 조건을 적용해야만 한다. 본 논문에서는 TLM 법을 이용하여 마이크로스트립 저역통과 필터의 특성을 해석하였으며 흡수 경계조건으로는 임피던스정합 흡수경계 조건과 그린함수 흡수경계 조건을 적용하였다. 실험 결과, 임피던스정합 흡수경계를 적용한 마이크로스트립 필터의 해석결과는 실험치와 비교해서 고주파 영역에서 75MHz의 주파수 편이가 발생되었지만 그린함수 흡수경계를 적용한 해석결과는 고주파영역에서도 이론치와 실험치가 일치하여 그린함수 흡수 경계 조건이 광대역 흡수경계 조건으로 타당함을 증명하였다.

### ABSTRACT

ABC(Absorbing Boundary Condition) is essential for characteristic analysis of microwave device in time domain and frequency domain. In this paper, we analysis a microstrip LPF(Low Pass Filter) using TLM (Transmission Line Matrix) method applied impedance matching ABC and discrete green function ABC. In the result, compare with measure result we obtained analysis result that shift frequency of 75 Mhz occurred by applying impedance matching ABC. but analysis result applied green function ABC agree with measure result according to all frequency range, and so It is verification experimentally that green function ABC is suitable as frequency dispersion and broadband ABC

### I. 서 론

마이크로파나 밀리미터파 영역에서 전자계 해를 구하기는 쉽지 않으며 일반적으로 초고주파 소자는 불연속면에 의한 산란현상과 방사현상을 포함하므로 해석이 매우 난해하다. 따라서 정확한 해석을 위한 여러 가지 수치 해석 방법이 1970년대 부터 활발히 연구되어 왔으며, 최근에는 FD-TD(Finit Diferance Time Domain), FEM (Finit Element Method), MOM(Method Of Moment), FDM(Finit Defferance Method), TLM(Transmission Line Matrix), MMM (Mode-Mathing Method)등의 수치해석 방법들이 많

이 사용하고 있다. 특히, TLM 방법은 1971년 영국의 Johns과 Beurle에<sup>[1]</sup>의해 처음으로 소개된 이후 현재는 MMIC, 안테나, EMI/EMC, Radar Cross Section분야에 까지 광범위하게 활용되고 있다<sup>[2]</sup>. 본 논문에서는 마이크로파 소자의 시간영역에서의 장 분포와 주파수영역에서의 특성을 TLM 법을 이용하여 해석하고 TLM 법을 이용할 때, 필수적으로 적용되는 흡수 경계조건에 대해서 다루고자 한다

### II. 3차원 TLM 알고리즘

3차원 TLM 망은 그림 1과 같이 3개의 병렬노드 (Shunt Node)와 3개의 직렬노드(Series Node)를 결

\* 신성대학 정보통신과 교수(kimbs@shinsung.ac.kr)

\*\* 경희대학 정보통신시스템 연구조합선임연구원(hkhll@netian.com)  
논문번호 : 99048-1006      접수일자 : 1999년 10월 6일

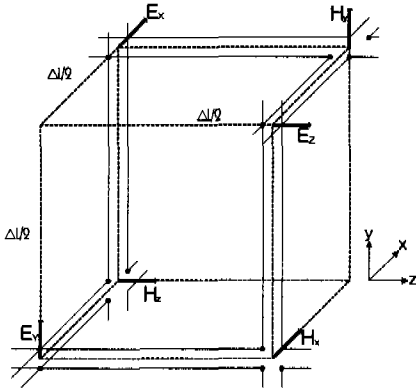


그림 1. TLM 망의 확장노드 구조

합하여 3차원 확장노드<sup>[3]</sup>(Expanded Node)구조로 부터 출발하여 유전체에서 전파속도와 주파수 분산오차를 줄이는 그림 2와 같은 대칭 압축노드(Symmetrical Condensed Node, SCN)<sup>[3,4]</sup> 구조를 현재는 가장 광 범위하게 사용한다. SCN 구조는 동일공간 Δℓ 과 시간 Δt 상에 6 개의 전자기장 성분이 산출된다는 이점을 가지고 있으며 동일한 특성 임피던스를 갖는다. TLM 법에서 자유공간은 SCN구조의 12개의 전송선로가 주기적으로 연결되어 그림 3과 같이 TLM 메쉬망으로 표현하며 경계영역은 셀과 셀의 연결부분인 Δℓ /2지점에 위치한다.

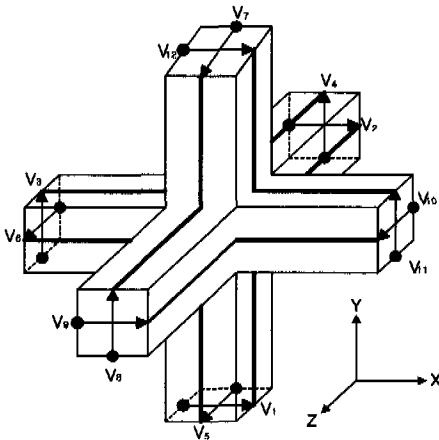


그림 2. TLM 망의 SCN 구조

TLM 망에의 산란행렬은 에너지와 전하 보존법칙에 이용하여 입사된 전압파와 반사 전압파에 의해 유도<sup>[5]</sup>되며 자유공간과 TLM 망의 연관관계에 의해 산란된 전압 임펄스는 임의 시간(kΔt)과 노드 공간(i, j, k)에서 식 (1)과 같이 노드중심의 전장 성분으

로 식 (2)와 같이 노드중심의 자장성분으로 계산된다.

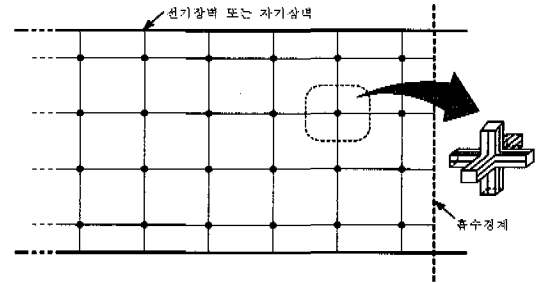


그림 3. SCN구조로 상호연결한 TLM 망

$$E_x(i, j, k) = \frac{2(V_1^i + V_2^i + V_3^i + V_{12}^i + Y_x V_{13}^i)}{(4 + Y_x)\Delta \ell} \quad (1)$$

$$E_y(i, j, k) = \frac{2(V_3^i + V_4^i + V_5^i + V_{11}^i + Y_y V_{14}^i)}{(4 + Y_y)\Delta \ell}$$

$$E_z(i, j, k) = \frac{2(V_5^i + V_6^i + V_7^i + V_{10}^i + Y_z V_{16}^i)}{(4 + Y_z)\Delta \ell}$$

$$H_x(i, j, k) = \frac{2(-V_4^i - V_5^i + V_7^i - V_8^i - V_{16}^i)}{Z_0(4 + Z_x)\Delta \ell} \quad (2)$$

$$H_y(i, j, k) = \frac{2(-V_2^i + V_6^i + V_9^i - V_{10}^i - V_{17}^i)}{Z_0(4 + Z_y)\Delta \ell}$$

$$H_z(i, j, k) = \frac{2(-V_1^i - V_3^i + V_{11}^i - V_{12}^i - V_{18}^i)}{Z_0(4 + Z_z)\Delta \ell}$$

시간단계별로 입사한 전압 임펄스파에 대한 산란된 전압 임펄스파로 전자기장 성분을 시간영역에서 해석한 후 주파수 영역의 특성을 해석하기 위해서 푸리에변환을 한다. 전압 임펄스파의 시간단계별 데이터를 푸리에변환 할 경우, 주파수 스펙트럼의 실수부와 허수부는 식 (3)과 같이 주어진다.

$$\text{Re}\left[F\left(\frac{\Delta \ell}{\lambda}\right)\right] = \sum_k^N A_k \cos\left(2\pi k \frac{\Delta \ell}{\lambda}\right) \quad (3)$$

$$\text{Im}\left[F\left(\frac{\Delta \ell}{\lambda}\right)\right] = \sum_k^N A_k \sin\left(2\pi k \frac{\Delta \ell}{\lambda}\right)$$

여기서 F(Δℓ/λ)는 주파수 응답, N은 전체 반복 횟수, A<sub>k</sub>는 시간 t=kΔℓ/λ에서 출력 전압임펄스파 응답이다

주파수 영역에서 산란계수 (S<sub>11</sub>, S<sub>21</sub>)를 추출하기 위해서 기준 TLM 망을 추가로 구성해야 한다. 또한 위에서 푸리에변환된 임펄스 데이터를 입력점과

출력점에서 각각 구하고 다음 식 (4)에 의해 반사계수(S<sub>11</sub>)와 전송계수(S<sub>21</sub>)를 얻는다.

$$S_{11} = \frac{F_{Total} - F_{Inc}}{F_{Inc}} \quad (4)$$

$$S_{21} = \frac{F_{Tran}}{F_{Inc}}$$

여기서 F<sub>Total</sub>은 기준 TLM 망에서 푸리에 변환된 총 입사전압, F<sub>Inc</sub>는 푸리에 변환된 입력단 출력전압이고 F<sub>Tran</sub>는 푸리에 변환된 출력단 전압 임펄스파이다.

그러므로 전체적으로 TLM 수치해석의 과정을 순서도로 표현하면 그림 4 와 같다

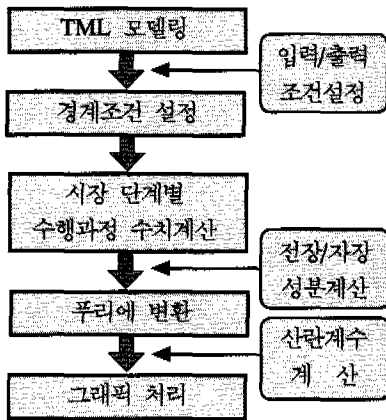


그림 4. TLM 수치해석 순서도

### III. 흡수 경계조건의 설정

#### 1. 임피던스정합 흡수경계

컴퓨터의 제한된 메모리로 인해 모델링하고자 하는 시스템의 크기와 계산량은 제한되어 진다. 따라서 경계조건을 설정함으로써 실제적인 시스템이 모델링 된다.

TLM 법에서 경계조건의 설정방법으로 전기장벽은 개방회로로 자기장벽은 단락회로로 표현되며 수치연산 과정에서는 반사계수로서 수행된다. 임피던스정합 흡수경계는 전송선로와 도파관 측정에 있어서 부하를 정합시키거나 안테나 측정에 있어서 무반사 역할을 한다. 입사파가 완전 흡수되기 위해서는 어떠한 반사도 없도록 유지하기위해 그림 5 와 같이 TLM 망의 고유임피던스로 종단을 연결하여 정합한다.

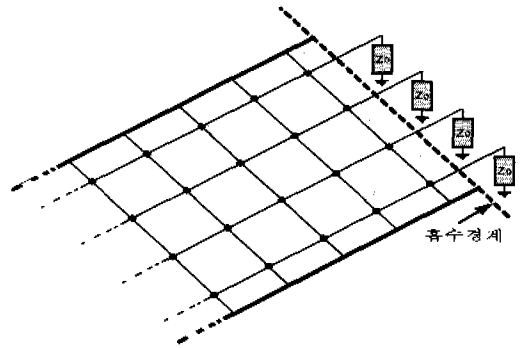


그림 5. 임피던스정합 흡수경계 조건

그러므로 TLM 망의 내부 임피던스와 자유공간의 임피던스 Z<sub>0</sub>로 식(5)와 같이 반사계수를 계산하여 임피던스정합 흡수경계조건을 설정한다.

$$\rho \text{ (반사계수)} = \frac{1 - \sqrt{\epsilon_{eff}}}{1 + \sqrt{\epsilon_{eff}}} \quad (5)$$

여기서 ε<sub>eff</sub>는 전송선로의 유효유전율이다

#### 2. 이산 그린함수 흡수경계

조건이론인 그린함수 G( $\vec{r}, t|\vec{r}', t'$ )는 식 (6)과 같이 점 전원 δ( $\vec{r}-\vec{r}'$ )δ(t-t')에 대한 미분방정식의 해이므로 그린함수를 점 전원에 의해 여기된 전자파 해라 한다.

$$\left( \nabla^2 - \mu\epsilon \frac{\partial}{\partial t^2} \right) G(\vec{r}, t|\vec{r}', t') = \delta(\vec{r}-\vec{r}')\delta(t-t') \quad (6)$$

여기서 점 전원의 위치는  $r=r'$  이고 시간  $t=t'$  이다.

그린함수 해를 알면 일반적인 소스에 대한 필드 해는 식 (7)과 같이 그린함수의 전원 분포영역(체적 v')에 대한 적분으로 얻는다.

$$\phi(\vec{r}, t) = \int_{v'} \int_{t'} G(\vec{r}, t|\vec{r}', t') K(\vec{r}', t') dv' dt' \quad (7)$$

여기서 K( $\vec{r}', t'$ )는 일반적인 입력소스이고 φ( $\vec{r}, t$ )는 필드 점  $\vec{r}$ , 시간 t 에서 얻어진 필드 함수이다.

시간영역에서 단위 임펄스가 입력단에 여기된 TLM 망에서 출력단에서 임펄스 응답이 식 (8)과 같이 이산 그린함수로 표현되며 식 (7)의 연속함수가 이산함수로 변환할 때 적분식은 컨벌루션 형태가 된다.

$$[V^i(m, k)] = [G(m, n, k-k')] * [V^i(n, k')] \quad (8)$$

여기서  $[V'(n,k)]$ 는 입사 임펄스함수로 열벡터이고  $[V'(m,k)]$ 는 출력(반사) 임펄스함수로 행벡터이다.

일반적으로 시간  $t = k\Delta t$ 에서  $m$ 번째 노드의 반사 임펄스함수는 입력 여기함수와 그린함수와 권별 투선에 의해 식 (9)과 같이 얻어진다.

$$V'(m,k) = \sum_{n=0}^N \sum_{k_0=0}^k g(m,n,k') V'(n,k-k') \quad (9)$$

그러므로 충분한 크기의 기준 TLM 망에 대한 그린함수  $g(m,n,k')$ 를 얻고 중단점으로 입사되는 임펄스 여기값을 시간 단계별로 받아들이면 충분한 크기의 공간상에서 출력값을 계산할 수 있으므로 마치 무한 공간으로 전파하는 완전 흡수경계 역할을 수행한다.

IV. 실험 및 고찰

본 실험에서는 유전체의 비유전율  $\epsilon_r = 2.5$ , 도체의 두께  $t = 0.035$  [mm], 유전체 기판의 높이  $h = 1.58$  [mm]인 Taconic사의 TLX-9-0310-C1/C1 테프론 기판을 사용해 마이크로스트립 저역통과 필터를 제작하였다. 제작된 필터의 형태와 규격은  $w1=4.48, w2=w3=w4=7.5, l1=8.45, l2=25, l3=22, l4=7.5, h=1.58$  [mm]로 그림 6 과 같다.

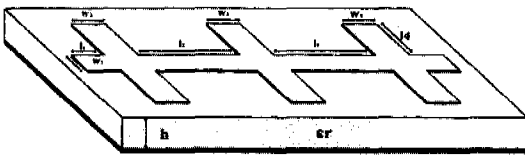


그림 6. 마이크로스트립 저역통과 필터의 입체도

제작된 마이크로스트립 LPF의 주파수 특성을 해석하기 위해 그림 7 과 같이 TLM 망으로 모델링하고 경계영역 설정에 사용한 파라미터는 표 1 과 같이 설정한다.

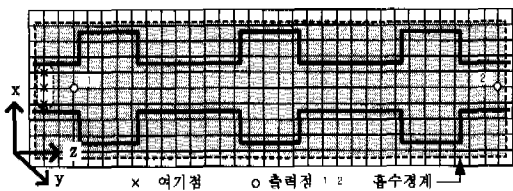


그림 7. 마이크로스트립 저역통과 필터의 TLM 모델링

표 1. TLM 모델링에 사용한 파라미터

파라미터	설정값
기판의 유전율 ( $\epsilon_r$ )	2.5
실효 유전율 ( $\epsilon_{eff}$ )	2.3015
TLM 망 간격 ( $\Delta l$ )	3.25 mm
어드미턴스 ( $Y_o = 4[\epsilon_{ff} - 1]$ )	5.206200
경계영역의 반사계수	-0.381966

임피던스정합 흡수경계와 그린함수 흡수경계 2가지 흡수경계를 적용하여 TLM 법으로 해석한 마이크로스트립 저역통과 필터의 결과는 삽입손실과 반사손실 특성으로 그림 8 과 그림 9 에 비교해서 보였으며 HP사의 8510C Vector Network Analyzer를 사용하여 측정한 실험결과값은 그림 10 에 보였다.

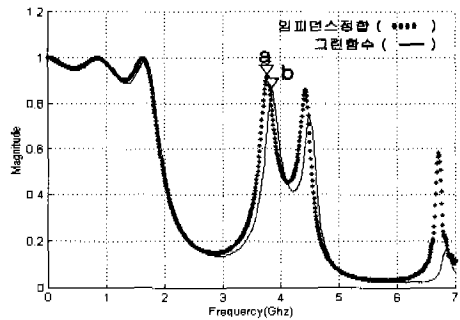


그림 8. 저역통과 필터의 삽입손실

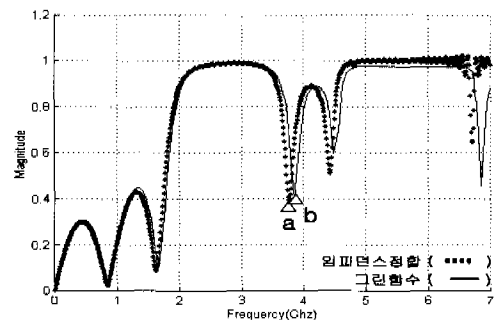


그림 9. 저역통과 필터의 반사손실

그림 8 과 그림 9 에서 임피던스정합 흡수경계를 적용한 삽입손실, 반사손실과 그림 10 의 측정치와 비교하면 저역통과 필터의 차단주파수가 2 GHz로 3 GHz이하의 저주파 대역에서의 필터특성이 일치하지만 3 GHz이상의 주파수에서는 전체적으로 75 MHz(a점:

3.785 GHz, Marker 2: 3.8634 GHz)의 주파수 편이가 발생한다. 그러나 그린함수 흡수경계의 분석 결과값과 측정치를 비교하면 차단주파수 2 GHz 뿐 만 아니라 3 GHz이상의 고주파영역에서도(b점: 3.86 GHz, Marker 2: 3.8634 GHz) 주파수 특성이 일치한다. 임피던스정합 흡수경계는 고주파 영역에서 오차가 증가하므로 저주파 대역이나 협대역에서 적용하고 그린함수 흡수경계는 고주파 대역에서도 정확한 결과값을 얻을 수 있으므로 광 대역 흡수경계로 사용이 가능하다.

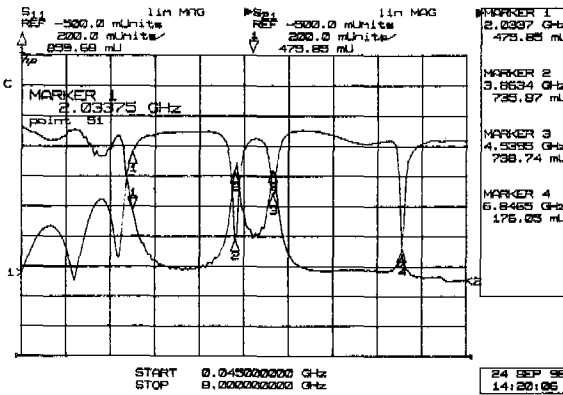


그림 10. 저역통과 필터의 실험 측정값(S21, S11)

### V. 결론

본 논문에서는 임피던스정합 흡수경계와 그린함수 흡수경계를 각각 적용한 3차원 SCN 구조의 TLM 법을 사용하여 마이크로스트립 저역통과 필터를 필터의 특성을 분석하였다. 임피던스정합 흡수경계를 적용한 특성분석 결과는 3 GHz이하에서 설계 제작한 필터의 측정치와 일치했으며 3GHz이상에서는 75 MHz의 주파수 편이가 발생하였다. 그러나, 그린함수 흡수경계를 적용하여 얻은 특성분석 결과는 차단주파수 2 GHz 뿐 만 아니라 3 GHz이상의 고주파영역에서도(b점: 3.86 GHz, Marker 2: 3.8634 GHz) 주파수 특성이 일치하였다. 이 결과는 임피던스정합 흡수경계면에서 고주파가 산란됨을 뜻하며 그린함수 흡수경계면은 완전흡수됨을 의미한다. 그러므로 그린함수 흡수경계는 광대역 완전흡수 경계임을 실험적으로 증명하였다. 그린함수 흡수경계는 기존 TLM 망에서 그린함수의 데이터를 얻는 과정이 추가되므로 임피던스정합 흡수경계를 적용하는 수치해

석 시간보다 2배 이상 걸리는 단점이 있음에도 불구하고 대부분의 마이크로파 소자는 정확한 해석이 필요하므로 상당히 유용할 것이라 여긴다.

### 참고 문헌

- [1] P.B Johns and R.I. BEURLE. "Numerical solution of 2-dimensional scattering problem using a transmission line matrix" Proc. Inst. Elec. Eng. vol. 118, no. 9, pp1203 - 1208,Sept. 1971
- [2] F.J.German, G.K.Gothard, L.S.Riggs, and P.M. Goggans, "The Calculations of Radar Cross Section Using the TLM Method", Int. Journal of Numerical Modelling, Vol 2, No. 4, Dec. 1989, pp 267-278
- [3] W. J. R. Hoefler, "The transmission-line matrix method Theory and applications." IEEETrans. Microwave Theory Tech. vol. MTT-33, pp.882.-893, Oct 1895
- [4] W. J. R. Hoefler, "The transmission line matrix (TLM) method." in Numerical Techniques for Microwave and Millimeter Wave Passive Structures. T. Itoh, Ed. New York:Wiley, 1989
- [5] W. J. R. Hoefler, "Linear and nonlinear field modeling in the time domain with the transmission line matrix(TLM) method." Alta Frequenza. vol. I.VIII, Aug 1989
- [6] Christos Christopoulos, " The transmission-line modeling method" Univ. of Nottingham. IEEE press, pp1-105. Institute of Elec' and Electronics Engineering ins. 1995
- [7] J.Uher and W.J.R.Hoefler, "Computation of Microwave S-Parameters with the SCN 3D-TLM Method", Microwave and Optical Technology Letter, Vol. 3, No.12 ,Dec. 1990, pp 411-414

김 병 수(Byung-Soo Kim)                      정회원  
1993년 2월: 경희대학교 전자공학과 졸업(공학사)  
1995년 2월: 경희대학교 전자공학과 졸업(공학석사)  
1997년 2월: 경희대학교 일반대학원 전자공학과 박사과정 수료  
1998년 2월~현재: 신성대학 정보통신과 교수 (전임강사)  
<주관심 분야> 전자파 해석, 전파 전파특성, 마이크로파 회로설계

황 기 환(Ki-Hwan Hwang)                      정회원  
1991년 2월: 경희대학교 물리학과(이학사)  
1993년 2월: 경희대학교 일반대학원 전자공학과 (공학석사)  
1999년 2월: 경희대학교 일반대학원 전자공학과 (공학박사)  
현재: 정보통신시스템 연구조합(선임연구원)  
<주관심 분야> 토모그래픽 영상시스템, 광-음향 신호 및 영상처리, 마이크로파 소자설계