

카오스 변복조에 의한 신호 전송

정희원 박현규*, 오정환**, 안기형*

Signal Transmission by Chaos Modulation-Demodulation

Hyun-Kyu Park*, Jung-Hwan Oh**, Ki-Hyung An* *Regular Members*

요 약

카오스 시스템은 비선형적이고 불안정하여 제어가 매우 어렵다. 최근 Chua's 발진기를 이용한 동기회로는 카오스 회로의 제어 시스템으로 많은 주목을 받고 있다. 본 논문에서는 Chua 회로와 카오스 칩을 각각 사용한 카오스 동기시스템을 만들었다. 동기 시스템은 송신기와 수신기로 구성하였고, 송신기에서 정보신호를 카오스 변조하여 전송하고 수신기에서 복원함으로써 두 시스템 사이에 동기가 이루어짐을 확인하였다.

ABSTRACT

Chaos system is nonlinear and unstable, and than the control is difficult. Recently, synchronization circuit of Chua's oscillator has attracted attention as the control system of chaotic circuits. In this paper, we made two respective identical chaos system using Chua's circuit and chaos chip. Synchronization was confirmed to be realized between two systems by consisting two systems into transmitter and receiver, modulating and transmitting information signal into chaos from transmitter, and demodulating at receiver.

I. 서 론

카오스 현상은 자연계에서 일어나는 일반적인 현상으로 비선형적이고, 불안정하므로 예측이 불가능하다. 최근에 카오스에 대한 연구가 활발히 진행되어 수학, 물리학, 공학 등의 여러 분야에서 활발히 연구되고 있으며, 이에 의한 공학적 응용 사례^{[3][7][9][10]}들이 많이 보고되고 있다.

카오스 현상은 초기 조건에 민감하여, 초기의 아주 작은 오차를 지수 함수적으로 증가시켜 전혀 다른 결과를 초래한다.

1990년에 페코라(Pecora)와 캐롤(Carroll)은 두 개의 동일한 카오스 계를 동기화 할 수 있는 방법^[1]을 제안하였다. 여기서 두 계는 안정 시스템이어야 한다. 카오스 시스템이 안정적이기 위해서는 리아푸노프 지수가 모두 음수일 때를 의미하며, 이때 두 시스템은 동기 된다^[1]. 안정된 시스템은 초기 조건

에서 약간의 오차가 있어도 결국 같은 상태의 운동으로 귀착된다. 따라서 안정된 두 개의 카오스 시스템을 동시에 구동할 때 두 시스템 사이의 조그만 오차에 상관하지 않고 동기가 이루어진다.

이와 같은 카오스 동기 현상을 이용하여 비화 통신시스템에 적용한 경우들을 많이 볼 수 있다^{[3][7][9][10]}.

대부분의 비화 통신에 적용된 카오스 발진기는 Chua's 회로^{[3][4][5][6][7][10]}를 사용하고 있으나 본 논문에서는 JRC에서 개발한 하이브리드 IC 모듈을 사용하여 보다 더 안정된 동기화 시스템을 구성하고자 하였으며, 실험 결과를 통해 안정성이 뛰어난을 알 수 있었다.

II. 카오스 신호의 동기화

Pecora 와 Carroll이 제안한 비선형 신호의 동기화 방법^[1]은 그림1 과 같다.

* 부산정보대학 정보통신계열(hkpark@pitc.ac.kr, m2ts9h@pitc.ac.kr)

** 경남정보대학 전자정보통신계열(jhoh@nengjung.kit.ac.kr)

논문번호 : 00022-0325, 접수일자 : 2000년 3월 25일

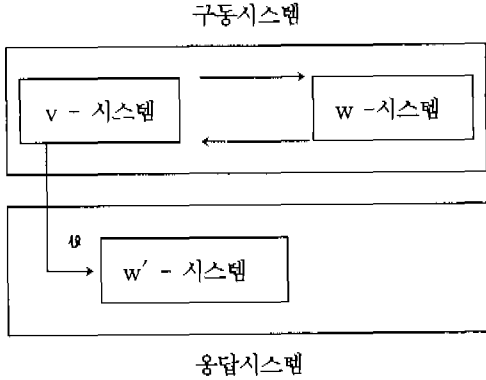


그림 1. 카오스 시스템의 동기화

그림 1에서 상태 변수 벡터인 m 차원 벡터 $v \in R^m$ 및 $n-m$ 차원 벡터 $w \in R^{n-m}$ 과 $w' \in R^{n-m}$ 은 다음 식(1)과 같은 미분 방정식으로 정의한다.

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= g(v, w) \\ \frac{dw}{dt} &= h(v, w) \\ \frac{dw'}{dt} &= h(v, w') \end{aligned} \quad (1)$$

$v(t)$, $w(t)$ 및 $w'(t)$ 을 혼돈 변수로 했을 경우, $w(t)$ 와 $w'(t)$ 의 차 $\Delta w(t)$ 가 $t \rightarrow \infty$ 에서 Zero 가 될 때 $w(t)$ 와 $w'(t)$ 는 동기 되었다고 하며, 두 시스템이 동기하기 위한 조건은 함수 h 의 조건부 리아푸노프 지수가 모두 유수가 될 경우이다.

동기된 시스템은 다음 식(2)로 표시할 수 있다.

$$d \frac{\Delta w(t)}{dt} = D_w h(v(t), w(t)) \Delta w(t) \quad (2)$$

여기서, $D_w h$ 는 부 시스템 w 의 Jacobian 이다.

III. Chua's 회로

Chua's 회로는 혼돈 현상과 분기 현상을 볼 수 있는 가장 기본적인 발진회로이다. 이 회로는 L, C, R, 그리고 비선형 저항(N_R)으로 구성된다. 비선형 저항 N_R 은 두 개의 OP amp로 구성된다^[3].

그림2는 일반적인 Chua's 회로의 구성도를 나타내고 있다.

Chua's 회로에 대한 상태 방정식은 식 (3)으로 표현된다.

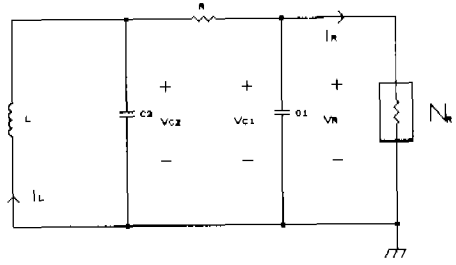


그림 2. Chua's 회로

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} &= \frac{v_{C2} - v_{C1}}{R} - f(v_{C1}) \\ C_2 \frac{dv_{C2}}{dt} &= \frac{v_{C1} - v_{C2}}{R} + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -v_{C1} - r i_L \end{aligned} \quad (3)$$

그림 3은 Chua's 회로를 구성하는 비선형 저항 N_R 의 전압-전류 특성을 보인 것이다.

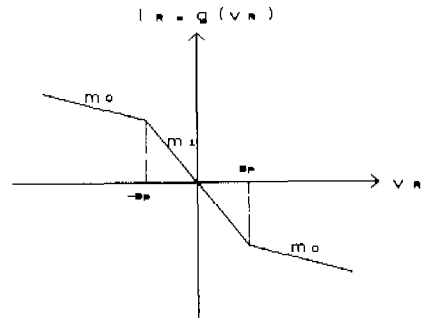


그림 3. N_R 의 전압 대 전류 특성 곡선

그림 3에서 $g(v_N)$ 는 3개의 구간 선형 함수로써 다음 식(4)로 정의되는 함수이다.

$$g(v_N) = m_0 v_N + \frac{1}{2} (m_1 - m_0) \times [|v_N + B_\beta| - |v_N - B_\beta|] \quad (4)$$

여기서, m_0 는 그림 3의 바깥쪽 영역의 기울기, m_1 은 안쪽 영역의 기울기, $\pm B_\beta$ 는 분기점(break point)이다.

IV. 카오스 칩

카오스 현상을 쉽게 구현하기 위해 JRC에서 NJH1101이라는 카오스 칩을 제작하였다. 이 모듈은 비선형 분류와 선형 분류, 가산기의 3 부분으로

구성되어 있으며, 그림 4에 그 내부 구조를 나타내었다.

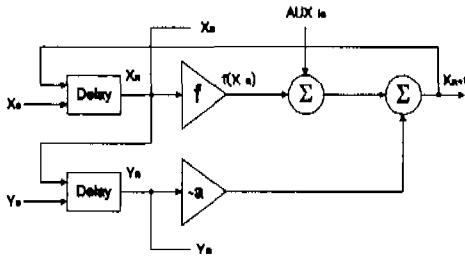


그림 4. 카오스 칩 NJH 1101

여기서,

X_0 : X의 초기치 입력

Y_0 : Y의 초기치 입력

f : 비선형 함수회로

Delay : 샘플홀드 회로에 의한 지연회로

X_n : X의 출력

Y_n : Y의 출력

Σ : 가산기 회로

-a : 반전증폭 회로

AUXin : 보조입력 이다.

음 식(5)로 표현된다.

$$C_1 \frac{dv_{c1}}{dt} = \frac{v_{c1} - v_{c1}}{R} - f(v_{c1}) + \frac{e(t) - v_{c1}}{R_s}$$

$$C_2 \frac{dv_{c2}}{dt} = \frac{v_{c1} - v_{c2}}{R} + i_L$$

$$L \frac{di_L}{dt} = -v_{c1} - ri_L$$

여기서, 전압원 $e(t)$ 는 정보 신호, 그리고 $v_{c1}(t)$ 는 송신된 신호 즉, 카오스 변조된 신호로 사용하고 있다.

또한, 그림 5의 수신 시스템에 대한 회로 방정식은 다음 식(6)으로 표현된다.

$$C_1 \frac{dv_{c1}'}{dt} = \frac{v_{c1}' - v_{c1}'}{R} - f(v_{c1}') - \frac{v_{c1}'}{R_s}$$

$$C_2 \frac{dv_{c2}'}{dt} = \frac{v_{c1}' - v_{c2}'}{R} + i_L'$$

$$L \frac{di_L'}{dt} = -v_{c1}' - ri_L'$$

여기서, 식(5)의 첫 번째 항에서 전압원 $e(t)$ 에 대해서 풀면 식(7)을 구할 수 있다.

$$e(t) = R_s [C_1 \frac{dv_{c1}}{dt} - \frac{v_{c1} - v_{c1}}{R} + f(v_{c1}) + \frac{v_{c1}}{R_s}]$$

또한 전류 $i(t)$ 는 다음 식(8)로 표현된다.

$$i(t) = [C_1 \frac{dv_{c1}'}{dt} - \frac{v_{c1}' - v_{c1}'}{R} + f(v_{c1}') + \frac{v_{c1}'}{R_s}]$$

V. 실험 및 고찰

1. Chua's 회로를 이용한 동기

그림 5에 Pecora와 Carroll이 제안한 카오스 신호의 동기화 시스템^[1]의 구성도를 나타내었다.

그림 5의 동기화 시스템에 대한 회로 방정식은 다

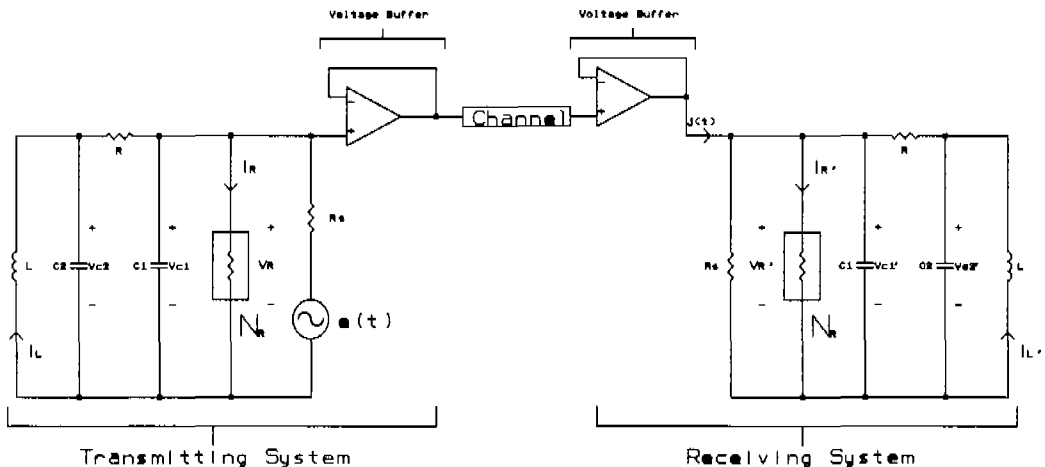


그림 5. Chua's 회로를 이용한 동기화 시스템

여기서, $v_{c1}(t) = v_{c1}'(t)$ 이므로 두 개의 시스템은 동기하게 된다. 즉, $t \rightarrow \infty$ 에 대하여 $|v_{c1}(t) - v_{c1}'(t)| \rightarrow 0$ 이다.

그러므로, 전류원 $j(t)$ 는 다음 식(9)로 나타낼 수 있으며, 전류원 $j(t)$ 가 정보 신호 $e(t)$ 에 비례하여 나타나는 것을 의미한다.

$$j(t) = C_1 \frac{dv_{c1}'}{dt} - \frac{v_{c1}' - v_{c1}}{R} + f(v_{c1}') + \frac{v_{c1}'}{R_s} \rightarrow \frac{e(t)}{R_s} \quad (9)$$

따라서 정보 신호 $e(t)$ 는 그림 6의 전류 검출 회로를 사용하여 복원할 수 있다.

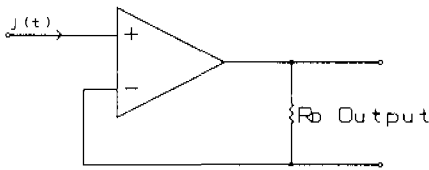


그림 6. 전류 검출회로

2. 카오스 칩을 사용한 동기 시스템

카오스 칩은 결선 방법에 따라 몇 가지 이산 시간 동적 시스템을 구성할 수 있다. 다음 식(10), (11)은 1, 2차원 동적 시스템이다.

1) 1차원 시스템

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (10)$$

2) 2차원 시스템

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= f(x_n) - \alpha y_n \\ y_{n+1} &= x_n - \beta y_n \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 α, β 는 파라미터이고 $f(\cdot)$ 는 그림 7의 비선형 함수로써 식(12)로 정의한다. α, β 와 비선형 함수 $f(\cdot)$ 를 가변하여 카오스 신호를 만든다.

$$f(x) = \begin{cases} k_1(x - E_1) + k_2 E_1, & E_1 \leq x, \\ k_2 x, & E_1 \leq x \leq E_2 \\ k_3(x - E_2) + k_2 E_2, & x \leq E_2 \end{cases} \quad (12)$$

그림 8에 NJH 1101을 사용한 카오스 신호의 동기화 시스템 구성도를 나타내었다. 이 시스템 또한 송신부와 수신부로 구성되어 있다. 회로의 송신 시

스템은 다음 식(13)으로 주어진다.

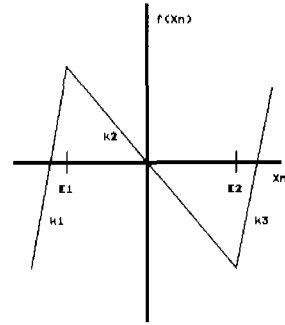


그림 7. 비선형 함수 $f(x_n)$

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= f(x_n) + \epsilon s_n \\ y_{n+1} &= g(y_n) - \alpha z_n + \delta s_n \\ z_{n+1} &= y_n - \beta z_n \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 α, β 는 파라미터이고, ϵ, δ 는 충분히 작다고 가정한다.

$\epsilon = \delta = 0$ 일 때 카오스 운동이 일어나고, 이때 정보 신호를 s_n , 전송 신호를 y_n 이라 하면 카오스 변조된 신호 y_n 은 채널을 통해 전송된다.

수신부 구성은 다음 식(14)와 같다.

$$\begin{aligned} z'_{n+1} &= y_n - \beta z'_n \\ t_n &= \frac{y_{n+1} - g(y_n) + \alpha z'_n}{\delta} \\ r_n &= \frac{t_{n+1} - f(t_n)}{\epsilon} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 r_n 은 수신된 신호이다.

식(13)의 z_n 과 식(14)의 z'_n 의 차 $P_n = z_n - z'_n$ 에서 식(15)를 얻을 수 있다.

$$P_{n+1} = -\beta P_n \quad (15)$$

여기서 $|\beta| < 1$ 이면 $n \rightarrow \infty$ 이고, $|P_n| = |z_n - z'_n| \rightarrow 0$ 이면 z_n 과 z'_n 은 동기된다. 따라서

$$\begin{aligned} |t_n - x_n| &= \left| \frac{y_{n+1} - g(y_n) + \alpha z'_n}{\delta} - \frac{y_{n+1} - g(y_n) + \alpha z_n}{\delta} \right| \\ &= \left| \frac{\alpha(z_n - z'_n)}{\delta} \right| \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (16)$$

이 성립되고 t_n 과 x_n 도 동기된다.

$n \rightarrow \infty$ 일 때,

$$|r_n - s_n| = \frac{|f(t_n) - f(x_n)|}{\epsilon} \rightarrow 0 \quad (17)$$

이 되므로 복원신호 r_n 은 정보신호 s_n 과 같게 되어 두 시스템은 정확히 동기된다.

실험에 사용된 파라미터는 다음과 같다.

$$\alpha = 0.11, \beta = 0.196, \delta = 0.1, \epsilon = 0.1$$

$$k_1 = 3.6, k_2 = -1.3, k_3 = 2.1,$$

$$E_1 = -1.5V, E_2 = 2.4V \text{ for } f(x_n)$$

$$k_1 = 4.0, k_2 = -1.5, k_3 = 2.5,$$

$$E_1 = -1.3V, E_2 = 0.8V \text{ for } g(y_n)$$

다음의 그림 9와 10은 Chua's 회로에서 송신부와 수신부의 동기된 파형과, 동기되지 않은 경우의 파형을 나타낸 것이다.

다음 그림 11과 12는 카오스 칩 사용에 의한 송신부와 수신부의 동기된 파형과 동기되지 않은 파형을 나타낸 것이다.

그림 13은 송신부에서 송신한 정보신호이고, 그림 14는 동기된 수신부에서 정보신호를 복원한 것이다. 복원된 신호에서 잡음은 미세한 소자 파라미터 오차로 인한 것이다.

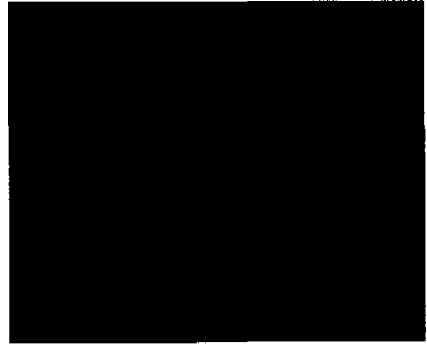


그림 9. 동기되지 않은 파형(Chua's 회로)



그림 10. 동기된 파형(Chua's 회로)

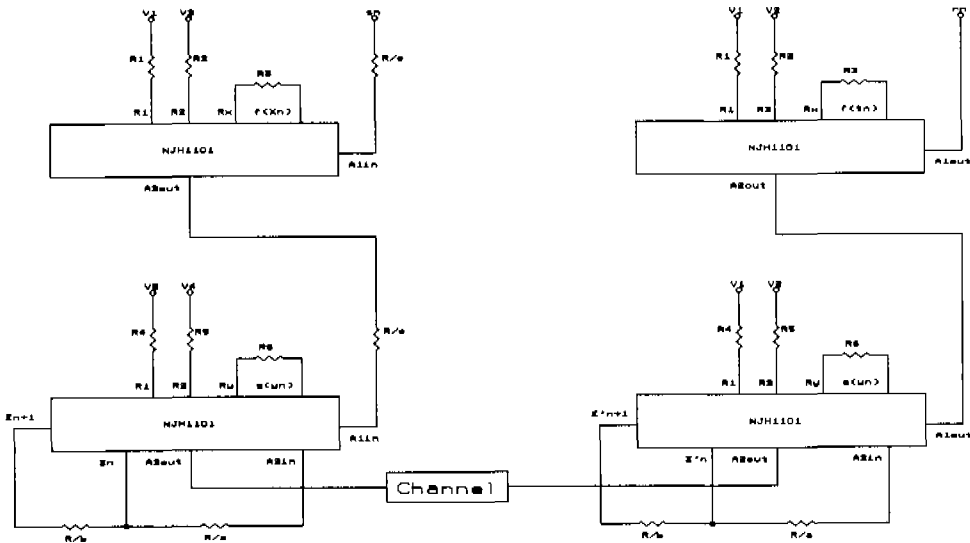


그림 8. Chaos 칩을 사용한 동기화 시스템

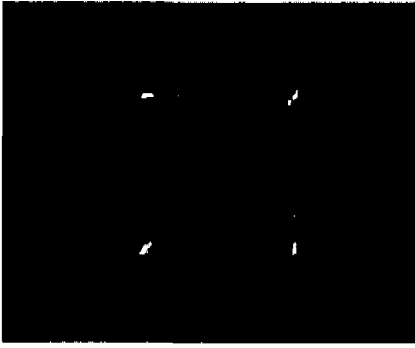


그림 11. 동기되지 않은 파형(카오스 칩)

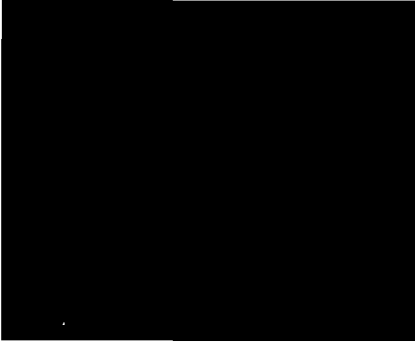


그림 12. 동기된 파형(카오스 칩)

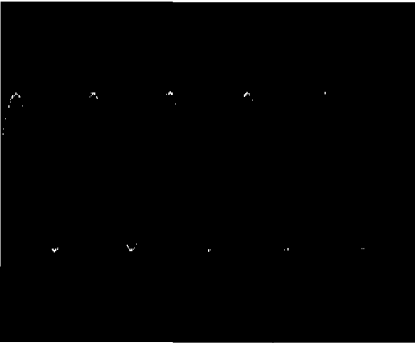


그림 13. 정보신호

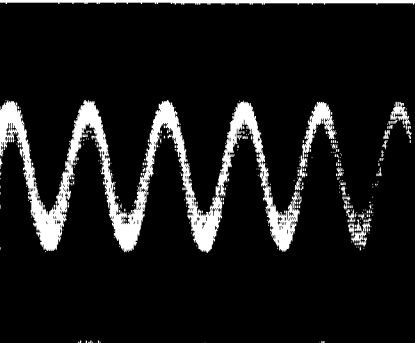


그림 14. 복원된 신호

위의 실험에서, 송수신부가 동기 되었을 경우 카오스 칩을 사용한 회로가 보다 안정적으로 동기 된다는 사실을 알 수 있다. 또한 비선형 신호인 카오스 신호를 동기시킴으로써, 송신부에서 카오스 신호에 변조된 정보 신호를 수신부에서 원래의 신호로 복원할 수 있다는 사실을 알 수 있다.

VI. 결론

본 논문에서는 카오스 신호를 발생하는 회로로 JRC의 NJH1101 모듈을 사용하여 회로를 구성하였고, 송신 시스템과 수신 시스템을 구성하여 두 시스템이 동기함을 확인하였다. 카오스 칩에 의한 시스템은 Chua's 회로를 사용한 동기 시스템보다 안정된 동작을 보여주었으며, 이것은 카오스 칩이 개별 구성한 Chua's 회로보다 부품 오차물 줄일 수 있었기 때문이라 사료된다. 또한 카오스 동기됨을 이용하여 송신부에서 변조한 정보신호를 수신부에서 복원할 수 있음을 알 수 있었다.

카오스 칩을 사용한 동기 시스템을 발전시켜 비화 통신 시스템에 응용하면 좋은 결과를 얻을 수 있을 것으로 생각되며, 이의 활발한 응용이 기대된다.

참고 문헌

- [1] L.M. Pecora and T.L.Carroll, "Synchronization in Chaotic Systems", *Phy. Rev. Lett.* vol. 64, pp. 821-824, Feb. 1990.
- [2] A.L. Oppenheim, G.W. Wornell, S.H. Isabelle, and K.M. Cuomo, "Signal processing in the context of chaotic signals", *Proc. 1992 IEEE ICASSP, IV*, pp. 117-120, 1992.
- [3] Lj. Kocarev, K.S. Halle, K. Eckert, U. Parlitz and L.O. Chua, "Experimental demonstration of secure communications via chaos synchronization", *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 2(3), pp. 709-713, 1992.
- [4] U. Parlitz and L.O. Chua, Lj. Kocarev, K.S. Halle, and A. Shang, "Transmission of digital signals by chaotic synchronization", *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 2(4), pp. 973-977, 1992.
- [5] M.P. Kennedy and H. Dedieu, "Experimental demonstration of binary chaos-shift-keying

