

# 직접수열 부호분할 다중접속 시스템의 여러 경로 감쇄 환경에서 MMSE 검파기의 성능 분석: 1. 채널 추정이 완벽할 때

정희원 정사라\*, 김형명\*\*

## Performance Analysis of MMSE Detector for DS/CDMA Multipath Fading Channel: 1. Perfect Channel Estimation

Sarah Jung\*, Hyung-Myung Kim\*\* *Regular Members*

### 요 약

이 논문에서는 직접수열 부호분할 다중접속 시스템의 여러 경로 감쇄 환경에서 MMSE 검파기의 성능을 분석한다. MMSE 필터는 출력단에 나머지 쓰는 이의 간섭 성분이 남아 있다. 따라서 비트 오류율을 계산하려면 다른 쓰는 이 신호의 조합을 모두 생각해야 하므로, 쓰는 이 수에 따라 지수적인 계산량이 필요하다. 특히 여러 경로로 수신한 신호를 결합하여 심볼 결정을 할 경우, 각 쓰는 이의 모든 경로에 나머지 간섭이 영향을 미치므로, 이들 모든 조합을 다 고려하여 계산하기는 실질적으로 불가능하다. 여기서는 MMSE 검파기의 성능을 유도하기 위하여, 필터의 출력단에서 신호를 제외한 나머지 간섭과 배경 잡음 성분을 정규 분포로 근사한다. 이 경우 필터의 출력값을 상관관계를 갖는 정규분포의 잡음이 신호에 더해진 형태로 모형화 할 수 있으므로, 다른 쓰는 이 신호의 조합에 상관없이 성능 분석을 할 수 있다. 쓰는 이 수와 수신 경로 수를 변화시켜 가며 상관제거기와 성능을 비교하고, 정확도를 확인하였다.

### ABSTRACT

In this paper, we investigate the performance of minimum mean square error (MMSE) detector for asynchronous multipath fading DS/CDMA systems. BER evaluation of the MMSE detector suffers from the difficulty with calculating an exponential number of users since there exists residual multiple-access-interference (MAI) at the output of the MMSE detector. Especially in case of multipath combining, the evaluation is almost impossible because the residual MAI is correlated with each other in each path. Hence in the derivation of the BERs of MMSE detector, we make use of Gaussian approximation of residual MAI plus background noise. Next, we evaluate the BER of the MMSE detector with correlated Gaussian noise. We compared the BER of MMSE detector with that of decorrelator, and showed the accuracy of performance analysis by several quantitative results on the number of users and that of multipath.

### I. 서론

직접수열 부호분할 다중접속 시스템에서는, 기지국과 쓰는 이의 상대적 거리에 따라 수신하는 전력에 차이가 생길 때, 약한 전력 쓰는 이의 성능이 크

게 떨어져서 결과적으로 시스템의 용량을 감소시키는 문제가 있다. 이것을 근원문제라고 (near far problem) 하며, 현재 통신 표준인 IS-95에서는 이 근원 문제를 해결하기 위해 전력 제어를 사용하여

\* 한국전자통신연구원 방송미디어연구부(sjung@etri.re.kr), \*\* 한국과학기술원 전자전신학과(hmkim@csplab.kaist.ac.kr)  
논문번호 : 00082-0306, 접수일자 : 2000년 3월 6일

어느 정도 간섭량을 줄이고 있다. 그러나 쓰는 이의 속도가 빠를 경우 제어가 힘들며, 전력제어가 완벽한 경우라도 쓰는 이 수에 비례하여 간섭이 그대로 증가하므로 성능을 보장하는 역할을 하지는 못한다. 이러한 문제점을 극복하기 위해 신호를 검파할 때 여러 쓰는 이의 신호를 함께 고려하는 여러 쓰는 이 검파기가 제안되었다<sup>[1]</sup>. 이 검파기는 뛰어난 성능을 갖지만 쓰는 이 수에 따라 복잡도가 지수적으로 증가하므로 실제 구현은 불가능하다. 따라서 성능은 떨어지더라도 복잡도가 작은 여러 쓰는 이 검파기들이 연구되어 왔다<sup>[2]-[5]</sup>.

이와 같이 연구된 수신 방식 가운데 특히 minimum-mean square error (MMSE) 방식은<sup>[3],[4]</sup> 학습 수열이 필요 없는 블라인드 방식과 복잡도를 줄이는 적응 처리 방식으로 응용이 쉬운 구조이다<sup>[6]-[8]</sup>. 이와 같은 구조적인 장점 때문에 MMSE 검파기의 적응 처리 형태는 여러 쓰는 이 검파기의 실제 구현에 가장 유력한 후보로 거론 중이다. 이처럼 MMSE 검파기는 구현의 관점에서 적응 처리 형태, 또는 블라인드 방식등에 대해서 많은 연구가 이루어져 왔으나, MMSE 기준 자체가 오류 확률이나 배경 잡음에 직접적인 관련이 없기 때문에, 성능 분석에 대하여 수행된 연구는 그리 많지 않은 상태이다. MMSE 출력단에 나머지 쓰는 이에 의한 간섭 성분이 남아 있으므로 비트 오류율은 다른 쓰는 이의 심볼 조합에 따라 달라지고, 모든 조합에 대해 확률적으로 계산해야 한다<sup>[3]</sup>. 따라서 쓰는 이 수에 따라 계산량이 지수적으로 증가하고, 비동기 시스템이나 여러 경로 감쇄 환경이 되면, 고려해야 할 조합 수는 더욱 증가하게 된다. [2]에서 제안한 방식은 조합에 상관없이 간결한 형태로 정확하게 정리되지만, 각 쓰는 이마다 나머지 간섭의 교차 상관행렬을 다시 계산해야 하는 번거로움이 있으며, 여러 경로에서 수신한 신호를 결합할 경우는 사용할 수 없다. [8], [9]에서는 나머지 잡음성분의 분산을 MMSE값으로 두어 매우 간단한 근사식을 제시하였으나, 오차가 큰 단점이 있다. [10]에서는 필터의 출력단에서 나머지 간섭과 잡음성분이 정규분포로 근사된다는 것을 입증하고, 이를 이용하여 정확도가 높은 비트 오류율 근사식을 제시하였다. 그러나 [10]에서도 여러 경로 감쇄 환경을 고려하지 않았다. 실제 시스템에서는 송신 신호가 여러 경로를 거쳐 감쇄를 겪은 뒤 수신되므로 이를 보상하기 위해서 몇 개의 경로에 해당하는 신호를 각각 검파하여 결합한다. 따라서 여러 경로에서 얻어진 신호를 결

합하여 심볼을 검파하는 실제 시스템에 적용하기 위해서는 이러한 환경에서 검파기의 성능 분석이 필요하다. 이 논문에서는 여러 경로 감쇄 환경에서 MMSE 검파기의 성능을 유도하여 지금까지 연구된 MMSE 검파기에 대해 성능의 지표를 제시하고자 한다. 이 분석은 MMSE 출력단에서 나머지 간섭과 잡음이 정규분포로 근사된다는<sup>[10]</sup> 연구 내용을 바탕으로 이루어졌다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서 전체 시스템 모형과 MMSE 검파기에 대한 내용을 요약하였다. III장에서 여러 경로의 감쇄를 겪는 환경에서 채널 추정 시스템이 이상적인 경우에 대해 성능 분석을 하였다. IV장에는 모의 실험 결과와 분석이 있고, 마지막 V장에서 결론을 내렸다.

## II. 시스템 모형

### 1. 수신 신호 모형

본 논문에서는 비동기 채널의 역방향 링크를 생각한다. 채널은 여러 경우에 해당하는 넓은 의미의 정상성을 (stationary) 지니며, 상관관계가 없는 모형으로<sup>[11]</sup> 가정한다. 곧, 여기서 다루게 될 채널은 시간 선택적 감쇄가 아니며, 천천히 변화하는 레일리 특성을 갖는다. 다시 말해서, 채널의 일관성 (coherent) 시간은 심볼 지속시간보다 훨씬 길다.

직접수열 부호분할 다중접속 시스템에서 데이터 비트는 서명 수열을 곱해서 주파수 대역을 확장한 뒤 반송 주파수에 실어서 송신한다. 이 때 데이터는 이산 binary-phase-shift-keying (BPSK) 형태이다.  $k$  번째 쓰는 이의 기저대역 신호 파형은 다음과 같다.

$$b_k(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} b_k(p) P_{T_s}(t - pT_s) \quad (1)$$

이 때,  $T_s$ 는 심볼 지속 시간이고,  $P_{T_s}$ 는 지속시간이  $T_s$ 인 사각 펄스 파형이다. 또,  $b_k(p)$ 는  $k$ 번째 쓰는 이의  $p$ 번째 심볼 지속시간동안의 기저대역 심볼값이다. 마찬가지로, 서명 수열의 파형은 다음과 같이 정의된다.

$$s_k(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_k(n) P_{T_c}(t - nT_c) \quad (2)$$

이 때  $s_k(n)$ 은  $k$ 번째 쓰는 이의  $n$ 번째 칩이고,  $P_{T_c}$ 는 지속시간이  $T_c$ ( $\ll T_s$ )인 칩 파형이다. 이 서명수열은 비트 지속시간에 정규화되어 있다. 곧,

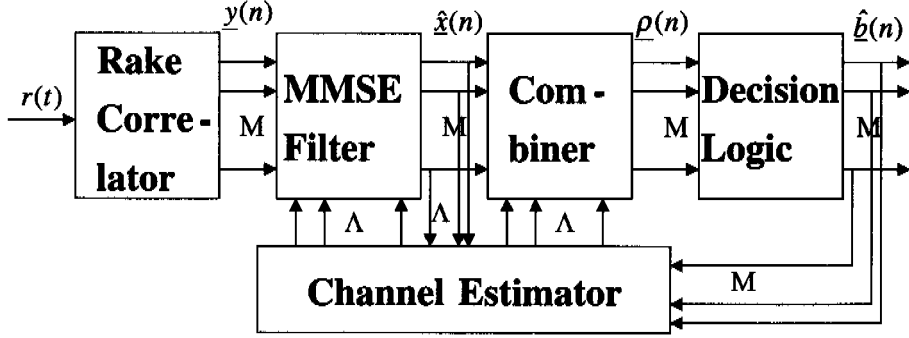


그림 1. 수신단 구조

$$\int_{(n-1)T_s}^{nT_s} s_k^2(t) dt = 1 \quad (3)$$

의 특성을 갖는다. 이제 반송 주파수  $f_c$ 에 실은 송신 신호가 다음과 같이 얻어진다.

$$u_k(t) = \sqrt{2P_k} \text{Re} \{ b_k(t) s_k(t) \exp[j(\omega_c t + \phi_k)] \} \quad (4)$$

이 때  $\omega_c = 2\pi f_c$ 이고,  $\phi_k$ 는 초기 위상이며,  $P_k$ 는  $k$ 번째 쓰는 이의 송신 전력이다. 송신 신호가 식 (4)와 같을 때,  $K$ 명의 쓰는 이가 있는 기지국에서 수신된 등가의 복소 기저 대역 신호는 다음과 같다.

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L x_{k,l}(t - \tau_{k,l}) s_{k,l}(t - \tau_{k,l}) + n(t) \quad (5)$$

이 때,  $x_{k,l}(t) = \sqrt{P_k} \alpha_{k,l} b_k(t) e^{j\phi_{k,l}}$ 이고,  $\alpha_{k,l}$ 은  $k$ 번째 쓰는 이,  $l$ 번째 경로의 감쇄 성분이며,  $L$ 은 구분 가능한 수신 경로의 수이다.  $\phi_{k,l} = \phi_k - \omega_c \tau_{k,l}$  (이 때 일관 수신이면,  $\phi_{k,l} = 0$ 이다.) 이고,  $\tau_{k,l}$ 은  $k$ 번째 쓰는 이  $l$ 번째 경로의 지연 시간으로 심볼 지속시간 내에서 균일한 분포를 갖는 확률 변수이다. 가산성 백색잡음  $n(t)$ 는 복소 정규분포를 가지며, 분산  $E[n(t)n^*(t)] = \sigma^2$ 의 값을 갖는다. 지금부터 다루게 될 수신기의 모형은 그림 1과 같다.

갈퀴 상관기를 (Rake correlator) 통과한  $KL \times 1$  출력 벡터  $y$ 은 다음과 같다. 편의상 갈퀴 상관기의 가지의 수효는 구분 가능한 감쇄 경로의 수  $L$ 과 같다고 가정한다.

$$y = [y_{1,1}(n) \cdots y_{1,L}(n) \cdots y_{K,1}(n) \cdots y_{K,L}(n)]^T \quad (6)$$

이 때,  $y_{p,q}(n)$ 은 갈퀴 상관기의 출력값 가운데

$p$ 번째 쓰는 이  $q$ 번째 가지의 성분으로 다음과 같이 얻어진다.

$$y_{p,q}(n) = \int_{\tau_{p,q} + (n-1)T_s}^{\tau_{p,q} + nT_s} r(t) s_p(t - \tau_{p,q}) dt = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \sum_{m=-1}^1 x_{k,l}(n+m) \rho_{p,q,k,l}(m) + n_{p,q}(t) \quad (7)$$

이 때  $\rho_{p,q,k,l}(m)$ 은  $p$ 번째 쓰는 이  $q$ 번째 가지의  $n$ 번째 심볼 지속 시간동안  $k$ 번째 쓰는 이  $l$ 번째 경로의 심볼이 미치는 영향을 나타낸 값으로  $m = -1, 0, 1$ 은 각각  $n-1, n, n+1$ 번째 심볼 색인을 의미한다. 이 관계는 그림 2에 나타나 있다.

각각의  $\rho_{p,q,k,l}(m)$ 은 식 (7)에 의해 다음과 같이 정해진다.

$$\rho_{p,q,k,l}(-1) = \begin{cases} \int_{\tau_{p,q}}^{\tau_{k,l}} s_k(t - \tau_{k,l}) s_p(t - \tau_{p,q}) dt & \text{if } \tau_{k,l} > \tau_{p,q} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

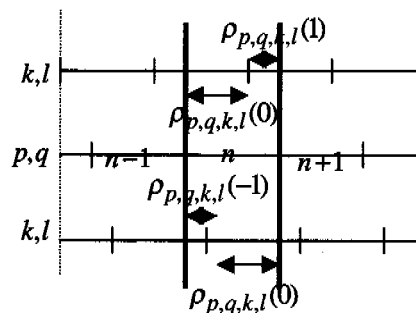


그림 2. 지연시간과  $\rho_{p,q,k,l}$ 의 관계.

$$\rho_{p,q,k,l}(0) = \int_{\max(\tau_{p,q}, \tau_{k,l})}^{\min(\tau_{p,q}, \tau_{k,l})} s_k(t - \tau_{k,l}) s_p(t - \tau_{p,q}) dt \quad (9)$$

$$\rho_{p,q,k,i}(1) = \begin{cases} \int_{\tau_{p,q}}^{\tau_{k,i}} s_k(t - \tau_{k,i}) s_p(t - \tau_{p,q}) dt & \text{if } \tau_{k,i} < \tau_{p,q} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

이 때  $n_{p,q}(n)$ 은  $p$ 번째 쓰는 이  $q$ 번째 가지의 갈퀴 상관기를 통과한 잡음 성분이다. 이 때 잡음의 분산값은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} & E[n_{p,q}(n) n_{k,i}^*(n+m)] \\ &= \int_{\tau_{k,i}+nT}^{\tau_{k,i}+nT+T} \int_{\tau_{k,i}+(n-1)T}^{\tau_{k,i}+(n-1)T+T} E[n(t) n^*(u)] \\ & \cdot s_p(t - \tau_{p,q}) s_k^*(t - \tau_{k,i}) dt du \\ &= \sigma^2 \int_{\tau_{k,i}+(n-1)T}^{\tau_{k,i}+nT} \int_{\tau_{k,i}+(n-1)T}^{\tau_{k,i}+(n-1)T+T} \\ & \delta(t-u-mT) s_p(t - \tau_{p,q}) s_k^*(t - \tau_{k,i}) dt du \\ &= \begin{cases} \rho_{p,q,k,i}(m) \sigma^2 & m = -1, 0, 1, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

식 (6)의  $y(n)$ 을 필터를 유도하기 좋도록 벡터행렬 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y(n) &= R x(n) + z(n) \\ &= RC b(n) + z(n) \end{aligned} \quad (12)$$

이 때  $R = R(-1) \cdot D + R(0) + R(1) \cdot D^{-1}$ ,  
 $[R(m)]_{p,q,k,i} = \rho_{p,q,k,i}(m)$ ,  $z(n) = [z_{1,1}(n) \dots z_{1,L}(n) \dots z_{K,1}(n) \dots z_{K,L}(n)]^T$ ,  $x(n) = [x_{1,1}(n) \dots x_{1,L}(n) \dots x_{K,1}(n) \dots x_{K,L}(n)]^T$ ,  $C = \text{diag}[c_{1,1}(n) \dots c_{1,L}(n) \dots c_{K,1}(n) \dots c_{K,L}(n)]$ ,  
 $b(n) = [\underbrace{b_1(n) \dots b_1(n)}_L, \dots, \underbrace{b_K(n) \dots b_K(n)}_L]^T$  이 고,  
 $p \cdot q = L(p-1) + q$ ,  $c_{k,i} = \sqrt{P_k} a_{k,i} e^{j\theta_{k,i}}$  이라 둔다.

### 2. MMSE 검파기

식 (12)의 갈퀴 상관기의 출력값에 대해 MMSE 검파기  $M$ 은 다음과 같은 기준으로<sup>[12]</sup> 얻어진다.

$$\min_{M \in R^{KL \times KL}} E[\|Cb(n) - M y(n)\|^2] \quad (13)$$

MMSE 검파기 유도과정에서 얻어지는 결과식들이 III장의 성능분석에서 필요하므로 여기서 식 (13)을 풀어서  $KL \times KL$  크기의 행렬  $M$ 을 이끌어 내기로 한다. 식 (13)의 기준함수를 풀어 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & E[\|Cb(n) - M y(n)\|^2] \\ &= \text{trace}(\overline{C^2}) - E[b(n)^H C^H M y(n)] \\ & \quad - E[y(n)^H M^H C b(n)] \\ & \quad + E[y(n)^H M^H M y(n)] \end{aligned} \quad (14)$$

이 때,  $\overline{C^2} = E[CC^H] = \text{diag}[E[c_{1,1}^2(n)] \dots E[c_{1,L}^2(n)] \dots E[c_{K,1}^2(n)] \dots E[c_{K,L}^2(n)]]$ 이다. 식 (14)의 기준함수를  $M$ 에 대해 미분하여 결과를 0으로 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial E[\|Cb(n) - M y(n)\|^2]}{\partial M} \\ &= -2 \cdot E[Cb(n) y(n)^H] \\ & \quad + 2 \cdot M \cdot E[y(n) y(n)^H] \end{aligned} \quad (15)$$

이 때, 식 (15)의 각 항들이 다음과 같으므로,

$$E[Cb(n) y(n)^H] = \overline{C^2} R \quad (16)$$

$$E[y(n) y(n)^H] = R \overline{C^2} R + \sigma^2 \cdot R \quad (17)$$

식 (16), (17)를 식 (15)에 대입하면,

$$M(R \overline{C^2} R + \sigma^2 \cdot R) = \overline{C^2} R \quad (18)$$

곧, 선형 필터인 MMSE 검파기는 다음과 같이 유도된다.

$$M = (R + \sigma^2 \overline{C^2}^{-1})^{-1} \quad (19)$$

비동기 시스템일 경우, 서명수열의 교차상관행렬이 식 (12)의  $R$ 와 같은 형태가 되므로 필터  $M$ 은 다음의 전달함수 형태로 표현된다.

$$M = (R(-1)z^{-1} + R(0) + R(1)z + \sigma^2 \overline{C^2}^{-1})^{-1} \quad (20)$$

### III. 여러 경로 검색 환경에서 MMSE 검파기의 성능 분석

II장에서는 MMSE 검파기의 시스템 모형을 살펴 보았다. III장에서는, II장에서 기술한 환경에서 MMSE 출력단에서 나머지 잡음이 근사적으로 정규 분포를 갖는다는<sup>[10]</sup> 연구 내용을 바탕으로 MMSE 검파기의 성능을 분석한다.

#### 1. 나머지 간섭 벡터의 공분산 행렬

MMSE 검파기의 출력단에서 원하는 신호외에 나머지 성분, 즉, 다른 쓰는 이의 신호나 쓰는 이가 같더라도 지연시간이 다른 경로성분에 의한 성분들을 나머지 잡음으로 구분한다면, 이 나머지 잡음들은 상관관계를 갖게 된다. 비트 오류율 성능을 분석하기 위해서는 나머지 잡음 벡터의 공분산 행렬을

알아야 하므로 먼저 이 행렬을 구해야 한다. 그림 1의 MMSE 출력단에서  $k$ 번째 쓰는 이의 필터 출력값은 다음과 같다.

$$\hat{x}_k(n) = f_k(n)b_k(n) + n_{mk}(n) \quad (21)$$

이 때,  $\hat{x}_k(n) = [\hat{x}_{k,1}(n), \hat{x}_{k,2}(n) \dots \hat{x}_{k,L}(n)]^T$ ,  $f_k(n) = [f_{k,1}(n), f_{k,2}(n) \dots f_{k,L}(n)]^T$ ,  $n_{mk}(n) = [n_{mk,1}(n), n_{mk,2}(n) \dots n_{mk,L}(n)]^T$ 이며,  $f_k(n)$ 에서  $f_{k,i}(n)$ 은 신호 성분의 계수로서  $f_{k,i}(n) = [MR]_{k,i,k,i} \cdot c_{k,i}$ 의 관계가 있다.  $n_{mk,i}(n)$ 은 신호 성분을 제외한 나머지 잡음 성분이다. 여기서는 나머지 잡음 성분  $n_{mk,i}(n)$ 을 정규분포의 확률변수로 근사한다. 이 근사의 정당성은 [10]에서 입증되었다. 나머지 잡음 벡터  $n_{mk}(n)$ 의 공분산 행렬을 구하기 위하여 다음과 같이 쓰는 이 전체에 대한 MMSE 검파기의 출력값을 구하면 다음과 같다.

$$My(n) = Fb(n) + n_m(n) \quad (22)$$

$$= Cb(n) + \varepsilon(n)$$

이 때,  $F = \text{diag}[f_{1,1}(n) \dots f_{1,L}(n) \dots f_{K,1}(n) \dots f_{K,L}(n)]$ ,  $n_m(n) = [n_{m1}^T(n) \ n_{m2}^T(n) \ \dots \ n_{mK}^T(n)]^T$  이다. 곧, 필터의 출력값을, 식 (22)의 첫째 식처럼, 신호 성분과 나머지 잡음 성분으로 분류할 수 있고, 둘째 식과 같이, 추정하려는 본래 신호 값과 오류 값으로 나눌 수도 있다. MMSE 기준이 둘째 식과 관계가 있으므로 나머지 잡음 벡터의 공분산 행렬을 얻기 위해 둘째 식을 바탕으로 접근하기로 한다. 나머지 잡음 벡터의 공분산 행렬과 오류 벡터의 관계는 식 (22)를 이용하여 다음과 같이 얻을 수 있다. 간단히 하기 위하여 비트 색인을 생략하면,

$$E[n_m n_m^H] = E[\varepsilon \varepsilon^H] + E[\varepsilon \cdot (Cb - Fb)^H] + E[(Cb - Fb) \varepsilon^H] + E[(Cb - Fb)(Cb - Fb)^H] \quad (23)$$

과 같다. 식 (23)의 첫째 항인 오류 벡터의 공분산 행렬을 계산하면 다음과 같다.

$$E[\varepsilon \varepsilon^H] = E[(My - Cb)(My - Cb)^H] = \frac{M(R C^2 R + \sigma^2 R)M - MR C^2}{-C^2 RM + C^2} \quad (24)$$

이 때 식 (18)을 이용하면 식 (24)는 다음과 같이 간단하게 정리된다.

$$E[\varepsilon \varepsilon^H] = (I - MR) C^2 \quad (25)$$

식 (23)의 둘째, 셋째 항은 각각 Hermitian 관계에 있으므로 하나만 구하면 된다. 오류 벡터의 정의를 이용하여 다음과 같이 둘째항을 구할 수 있다.

$$E[\varepsilon (Cb - Fb)^H] = E[(My - Cb)(Cb - Fb)^H] = -(I - MR) C^2 (I - \text{diag}(MR)) \quad (26)$$

마찬가지로 네번째 항을 구하면 다음과 같다.

$$E[(Cb - Fb)(Cb - Fb)^H] = (I - \text{diag}(MR)) C^2 (I - \text{diag}(MR)) \quad (27)$$

식 (24)~(27)을 이용하여 나머지 잡음벡터의 공분산 행렬을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$E[n_m(n) n_m^H(n)] = T(0) \quad (28)$$

이 때, 행렬  $T(0)$ 는 다음의 관계를 만족하는 제  $m$ 행렬에서  $m=0$ 인 경우이다.

$$\sum_{m=0}^{\infty} T(m) z^{-m} = \frac{(I - M(z)R(z)) C^2}{(I - M(z)R(z)) \cdot C^2 (I - \text{diag}(M(z)R(z))) - (I - \text{diag}(M(z)R(z))) \cdot C^2 (I - M(z)R(z)) \pm (I - \text{diag}(M(z)R(z))) \cdot C^2 (I - \text{diag}(M(z)R(z)))} \quad (29)$$

이 때  $M(z), R(z)$ 는 각각  $M, R$ 의 전달함수 형태의 행렬을 의미한다.

## 2. 비트 오류율

식 (21)의 형태로 얻어진  $k$ 번째 쓰는 이의 필터 출력값에서 나머지 잡음 성분들이 상관관계가 있으므로 최대비율결합으로 (maximal ration combining, MRC) 심볼 결정을 하기 전에 백색화 필터에 통과시켜 상관관계를 제거한다. 이 때 백색화 필터  $\Phi_k$ 는 Cholesky 분해를<sup>[13]</sup> 적용하여 다음의 관계식으로부터 얻을 수 있다.

$$(\Phi_k^{-1})(\Phi_k^{-1})^H = T_k(0) \quad (30)$$

이때  $T_k(0)$ 는  $k$ 번째 쓰는 이의 나머지 잡음벡

터,  $\underline{n}_m(n)$ , 의 공분산 행렬이다. 여기서  $T_k(0)$ 는  $T(0)$ 의  $(k-1) \cdot L + 1$ 행부터  $k \cdot L$ 행까지,  $(k-1) \cdot L + 1$ 열부터  $k \cdot L$ 열까지의 원소로 이루어진 행렬로 정의한다. 백색화 필터를 통과한 출력값  $\hat{x}_{wk}(n)$ 은 다음과 같이 얻어진다.

$$\hat{x}_{wk}(n) = \Phi_k \hat{x}_k(n) + \underline{n}_{wk}(n) \quad (31)$$

이 때, 백색화된 나머지 잡음의 공분산 행렬은  $E[\underline{n}_{wk} \underline{n}_{wk}^H] = I$ 이 된다. 일관 수신을 가정하므로 MRC로 심볼 결정 변수  $\rho_k(n)$ 을 형성하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \rho_k(n) &= \text{Re} \{ f_k^H \Phi_k^H \hat{x}_{wk}(n) \} \\ &= f_k^H \Phi_k^H \Phi_k f_k b_k(n) \\ &\quad + \text{Re} \{ f_k^H \Phi_k^H \underline{n}_{wk}(n) \} \end{aligned} \quad (32)$$

$\rho_k(n)$ 의 신호대 나머지 잡음비  $v_k$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} v_k &= \frac{(f_k^H \Phi_k^H \Phi_k f_k)^2}{(f_k^H \Phi_k^H \Phi_k f_k)} \\ &= f_k^H T_k(0)^{-1} f_k \end{aligned} \quad (33)$$

식 (33)에서 벡터  $f_k$ 의 각각의 원소들이 정규분포를 갖는 복소 확률 변수이므로  $v_k$ 는 확률변수가 된다.  $R_{f_k} \cdot T_k(0)^{-1}$ 가 대칭인 점을 이용하면 다음과 같은  $v_k$ 의 특성화 함수를 얻는다<sup>[16]</sup>.

$$\Gamma_{v_k}(\omega) = \frac{1}{\prod_{j=1}^L (1 + 2j\omega \xi_{k,j})} \quad (34)$$

이 때  $\xi_{k,j}$ 는  $R_{f_k} \cdot T_k(0)^{-1}$ 의 특성화 상수이다. 나머지 잡음을 정규분포로 근사하였으므로  $Q(x) = \int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-u^2/2) du$ 와 식 (34)의 특성화 함수를 이용하여 다음과 같이 비트 오류율을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_{b,k} &= \int_0^\infty \frac{1}{2} Q(\sqrt{x}) f_{v_k}(x) dx \\ &= \sum_{l=1}^L \frac{\pi_{k,l}}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{\xi_{k,l}}{1 + \xi_{k,l}}} \right] \end{aligned} \quad (35)$$

이 때  $\pi_{k,l} = \prod_{j=1, j \neq l}^L \frac{\xi_{k,l}}{\xi_{k,l} - \xi_{k,j}}$  이다.

### 3. 여러 쓰는 이 접근 효율

$\sigma^2 \rightarrow 0$ 일 경우, MMSE 검파기는 상관계저기로 수렴한다. 즉, 검파기의 형태가 다음과 같이 변형되므로

$$M_d(z) = (R(-1)z^{-1} + R(0) + R(1)z)^{-1} \quad (36)$$

심볼 결정 변수  $\rho_k(n)$ 의 신호대 잡음비는 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} v_k &= \frac{E_k}{\sigma^2} \frac{(\underline{c}_k^H \Psi_k^H \Psi_k \underline{c}_k)^2}{(\underline{c}_k^H \Psi_k^H \Psi_k \underline{c}_k)} \\ &= \frac{E_k \underline{c}_k^H P_k(0)^{-1} \underline{c}_k}{\sigma^2} \end{aligned} \quad (37)$$

여기서,  $\underline{c}_k = [c_{k,1}, c_{k,2}, \dots, c_{k,L}]^T$ ,  $M_d(z)$

$\cdot R(z)M_d^H(1/z^*) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} P(m)z^{-m}$ 이고,  $\Psi_k$ 는 Cholesky 분해에<sup>[15]</sup> 의해  $(\Psi_k^{-1})(\Psi_k^{-1})^H = P_k(0)$ 의 관계를 만족하도록 형성된 백색화 필터이다.  $\underline{c}_k$ 값이 주어지면, 이 경우의 비트 오류율은 식 (37)를 이용하여 다음과 같이 얻어진다.

$$P_{MCS} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_k}{N_0} \underline{c}_k^H P_k(0)^{-1} \underline{c}_k}\right) \quad (38)$$

[1]에서 정의한 여러 쓰는 이 접근 효율  $\eta_k$ 가 다음과 같으므로

$$\eta_k = \lim_{\sigma^2 \rightarrow 0} \frac{e_k(\sigma)}{P_k^2} \quad (39)$$

식 (38)에서 식 (39)의 정의대로 표현하면 주어진  $\underline{c}_k$ 에 대해서 다음과 같이 여러 쓰는 이 접근 효율을 얻을 수 있다.

$$\eta_{MCS} = \underline{c}_k^H P_k(0)^{-1} \underline{c}_k \quad (40)$$

식 (40)의 특성화 함수가 식 (34)와 같은 형태이므로  $\eta_{MCS}$ 는 다음의 확률밀도 함수를 갖는다.

$$P_\eta(u) = \begin{cases} \sum_{l=1}^L \frac{\pi_{k,l}}{\xi_{k,l}} e^{-u/\xi_{k,l}}, & u > 0 \\ 0, & u \leq 0 \end{cases} \quad (41)$$

여기서,  $\xi_{k,l}$ 는 행렬  $R_{f_k} \cdot P_k(0)^{-1}$ 의 특성화 상수

이고,  $\pi_{k,l} = \prod_{j=1, j \neq l}^L \frac{\xi_{k,l}}{\xi_{k,l} - \xi_{k,j}}$ 의 값을 갖는다. 식 (40), (41)로부터 여러 쓰는 이 접근 효율은 다음과 같이 얻어짐을 알 수 있다.

$$\eta_k = \int_0^{\infty} u \cdot P_q(u) dt \quad (42)$$

$$= \sum_{l=1}^L \pi_{k,l} \cdot \xi_{k,l}$$

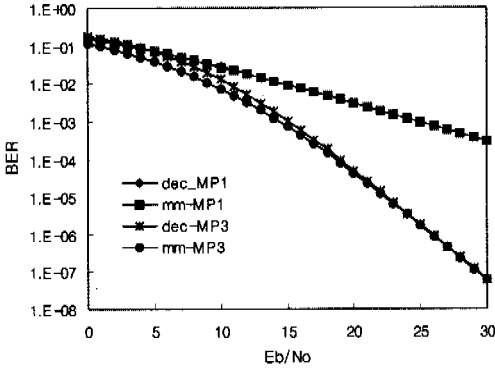


그림 3. 사용자가 12명인 비동기 직접수열 부호분할 다중접속 시스템에서 처리 이득이 31인 골드 수열을 서명수열로 사용할 때 상관제거기와 MMSE 검파기의 비트 오류율.

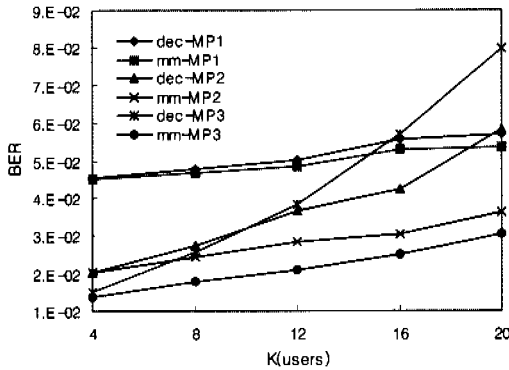


그림 4. 처리 이득이 31인 골드 수열을 서명수열로 사용하는 비동기 직접수열 부호분할 다중접속 시스템에서  $E_b/N_0 = 7\text{dB}$ 일 때 사용자 수에 따른 상관제거기와 MMSE 검파기의 비트 오류율.

#### IV. 모의 실험 결과 및 분석

이 장에서는 III장에서 분석한 MMSE 검파기의 성능을 확인하기 위해 여러 환경에서 모의 실험을 수행하여 비교하였다. 먼저 수식적인 결과로서 같은 선형 검파기인 상관제거기와 성능을 비교하고, 다음 Monte Carlo 모의 실험을 수행하여 III장에서 구한 성능 분석의 정확성을 확인하였다. 각 실험에서 사용한 서명 수열은 처리 이득이 31인 골드 수열이며, 쓰는 이 각각의 지연 시간은 처리 이득내에서 균일한 분포를 가지도록 하였다. 채널 추정은 완벽하다

고 가정하며,  $L$ 은 구분 가능한 수신 신호의 경로 수로서 같워 상관제의 가지 수와 같다.

그림 3, 4는 상관제거기와 성능을 비교한 것이다. 같은 선형 검파기인 상관제거기는 심볼 결정변수에서 다른 쓰는 이에 의한 간섭을 모두 제거하는 방식이다. 이 방식은 오류 확률에 직접적인 관련이 있으므로 다양한 환경에서 성능분석이 수행되었고 다른 검파기들의 성능 비교 대상이 되고 있다 [2], [3], [12], [15]. 그림 2는 쓰는 이가 12명일 때  $E_b/N_0$ 에 따라 비트 오류율 성능을 나타낸 것이다.  $E_b/N_0$ 가 낮은 영역에서 상관제거기는 잡음증가 현상에 의해 비트 오류율이 높다. 이 특성은 가지 수가 1개일 때보다 3개일 때 더 두드러지게 나타난다. 그 이유는 상관제거기가 같은 사용자라도 지연시간이 다른 경로의 신호 성분을 완전히 제거하므로 행렬의 차수가 증가할수록 제거량에 의한 손실이 커지기 때문이다.  $E_b/N_0$ 가 높은 영역에서는 II장과 III.4절에서 기술한 대로 MMSE 검파기가 상관제거기와 같은 성능을 나타낸다.

그림 4는  $E_b/N_0 = 7\text{dB}$ 로 고정시키고 쓰는 이 수를 변화시키는 경우에 비트 오류율 성능의 변화를 나타낸 것이다. 모든 경우에 대해서 MMSE 검파기의 비트 오류율값이 더 낮음을 확인할 수 있다. 성능의 차이는 경로수가 같을 때는 쓰는 이 수가 증가할수록 커지고, 쓰는 이 수가 같을 때는 수신 경로 수가 많을수록 커진다. 이것은 앞서 기술한 대로 검파기 행렬의 차수가 증가할수록 상관제거기는 차수증가에 의한 손실이 커지기 때문이다.

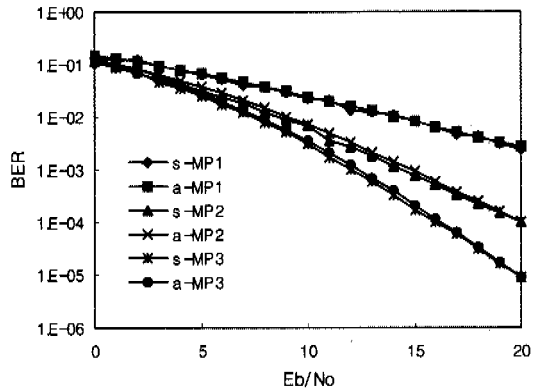


그림 5. 사용자가 4명인 비동기 직접수열 부호분할 다중접속 시스템에서 처리 이득이 31인 골드 수열을 서명수열로 사용한 경우 MMSE 검파기의 성능 분석과 실험결과의 비교

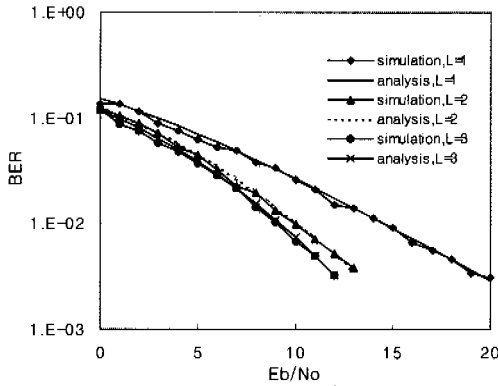


그림 6. 사용자가 12명인 비동기 직접수열 부호분할 다중접속 시스템에서 처리 이득이 31인 골드 수열을 서명 수열로 사용한 경우 MMSE 검파기의 성능 분석과 실험결과와의 비교

그림 5, 6는 쓰는 이 수가 각각 4명, 12명일 때 분석한 식과 모의 실험결과를 비교한 것이다. 분석한 수식과 실험결과가 차이가 없이 거의 일치함을 확인 할 수 있다.

### V. 결론

이 논문에서는 여러 경로의 감쇄를 겪는 직접수열 부호분할 다중접속 시스템에서 MMSE 검파기의 성능을 분석하고, 비트 오류율 성능을 닫힌 형태로 구하였다. MMSE 검파기는 출력단에서 다른 쓰는 이의 간섭 성분이 남아 있으므로, 비트 오류율을 구하기 위해, 쓰는 이의 수효만큼의 지수적인 계산을 해야 한다. 특히, 여러 경로로 수신한 신호를 결합할 경우에는 이 성분들이 상관관계를 가지므로 이론적인 계산이 거의 불가능하였다. 이 논문에서는 출력단에 남아 있는 간섭 성분과 잡음 성분을 상관관계가 있는 정규 분포의 확률 변수로 근사하여 비트 오류율을 구하고 여러 환경에서 얻은 수식적인 결과를 통하여 그 정확도를 보였다. 이 논문과 이어지는 2부에서는 나머지 잡음 성분을 정규 분포로 근사함으로써, 쓰는 이가 한 명인 시스템의 수신신호와 형태가 비슷해진 것을 이용하여 채널 추정이 부정확할 경우 성능에 미치는 영향을 검토한다.

### 참고 문헌

[1] S. Verdu, "Minimum probability of error for asynchronous Gaussian multiple-access channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*. vol.

32, no. 1, pp. 85-96, Jan. 1986.  
 [2] R. Lupas and S. Verdu, "Linear multi-user detectors for synchronous code-division multiple-access channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*. vol. 35, no. 1, pp. 123-136, Jan. 1989.  
 [3] Z. Xie, R. T. Short and C. K. Rushforth, "A family of suboptimum detectors for coherent multi-user communications," *IEEE JSAC*. vol. 8, no. 4, pp. 683-690, May 1990.  
 [4] U. Madhow and M. L. Honig, "MMSE interference suppression for direct sequence spread-spectrum CDMA," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, no. 12, pp. 3178-3188, Dec. 1994.  
 [5] S. Moshavi, "Multi-user detection for DS-SS-CDMA communications," *IEEE Communications Magazine*, pp. 124-136, Oct. 1996.  
 [6] M. Honig, U. Madhow, and S. Verdu, "Blind adaptive multiuser detection," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 41, pp. 944-960, July 1995.  
 [7] S. L. Miller, "An adaptive direct-sequence code-division multiple access receiver for multiuser interference rejection," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, pp. 1746-1755, Feb.-Apr. 1995.  
 [8] L. J. Zhu and U. Madhow, "Adaptive interference suppression for direct sequence CDMA over severely time-varying channels," in *Proc. GLOBECOM*, Phoenix, AZ, pp. 917-922, Nov. 1997.  
 [9] I. Oppermann, G. Woodward, and B. S. Vucetic, "BER calculations and the effect of training period on CDMA MMSE receivers," in *Proc. ICT*, Melbourne Australia, pp. 345-349, Apr. 1997.  
 [10] H. V. Poor and S. Verdu, "Probability of error in MMSE multiuser detection," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 43, no. 3, pp. 858-871, May 1997.  
 [11] R. L. Peterson, R. E. Zimmer, and D. E. Borth, *Introduction to Spread Spectrum Communications*, MJ: Prentice-Hall 1995.  
 [12] S. Verdu, *Multiuser Detection*, NJ: Cambridge Press 1998.



- [13] L. W. Therrien, *Discrete Random Signals and Statistical Signal Processing*, NJ: Prentice-Hall, 1992.
- [14] L. L. Scharf, *Statistical Signal Processing*, MA: Addison-Wesley, 1991.
- [15] K. S. Kim, "Trellis Coded Modulation and Multiuser Detection Techniques for DS/CDMA Mobile Communication Systems," Ph.D Dissertation, Dept. Elec. Eng., KAIST, Korea, Feb. 1999.

정 사 리(Sarah Jung)

정회원

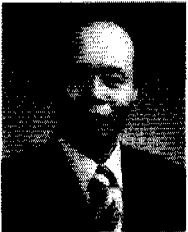


1998년 2월 : 한국과학기술원  
전기 및 전자공학과 학사  
2000년 2월 : 한국과학기술원  
전기 및 전자공학과 석사  
2000년 12월~현재 : 한국전자  
통신연구원 연구원

<주관심 분야> 통신, 디지털 신호처리

김 형 명(Hyung Myung Kim)

정회원



1974년 2월 : 서울대학교 공학사  
1982년 4월 : 미국 Pittsburgh대학  
전기공학과 석사  
1985년 12월 : 미국 Pittsburgh  
대학 전기공학과  
공학박사

1986년 4월~1992년 8월 : 한국과학기술원 전기 및  
전자공학과 조교수  
1992년 9월~2000년 2월 : 한국과학기술원 전기 및  
전자공학과 부교수  
2000년 3월~현재 : 한국과학기술원 전자전산학과 교  
수

<주관심 분야> 디지털 신호와 영상처리, 다차원시스  
템 이론, 비디오신호 전송통신, 이동통신 기  
술 분야