DBpia

논문 01-26-8B-4 한국통신학회논문지 '01-8 Vol.26 No.8B

다중 중첩-합 구조에 기반한 개선된 시간 영역 엘리어싱 제거 필터 뱅크

정회원 유 철 재*, 김 형 명**

Improved Time Domain Aliasing Cancellation Filter Bank Based on the Multiple Overlap-add Structure

Chuljae Yoo*, Hyung-Myung Kim** *Regular Members*

요 약

오디오 부호화 시스템에 널리 쓰이는 시간 영역 엘리어싱 제거(TDAC) 필터 뱅크의 성능 개선을 위하여, 다중 중첩-합 구조를 바탕으로 한 개선된 TDAC 필터 뱅크를 제안하였다. 제안된 구조는 필터 뱅크의 분해 부분과 합성 부분 사이에서 발생하는 양자화 잡음의 효과를 줄이도록 제안되었다. 모의 실험을 통해 같은 양자화 비트 수를 사용하는 경우에 제안한 시스템이 SNR 측면에서 보다 나은 성능을 나타냄을 보였으며, 망 전송 데이터 양을 같게 한 경우에도 제안한 시스템이 더 적은 데이터 양의 블록 단위를 가질 수 있으므로 데이터 망의 혼잡 제어에 있어 보다 유리할 수 있음을 보였다.

ABSTRACT

Improved time domain aliasing cancellation (TDAC) filter bank based on the multiple overlap-add structure is proposed for the performance enhancement of TDAC filter bank which is widely used in audio coding systems. Proposed structure is intended to reduce the quantization noise effect between the analysis and the synthesis part of the filter bank. Through several simulation results, it is showed that the proposed system reveals the better performance in the SNR respect in comparison to the existing system in case of using same quantization bits. In case data size for network transportation is same in both systems, proposed system is advantageous in congestion control of data network through the block unit of fewer data size.

I. 서 론

멀티미디어 데이터 전송 시에는 데이터량이 많기 때문에 채널을 효율적으로 사용하기 위해서는 원래 신호에 대한 인지 품질(Perceptual Quality)이 손상되지 않는 범위 내에서 가능한 많이 압축을 할 필요가 있다[14][19]. 즉, 멀티미디어 시스템에서는 송신측에서 데이터 전송 전에 원래 신호를 낮은 비트율로 압축하여 전송하며 수신측에서 수신한 압축된 데이터를 복원하는 과정이 반드시 개입된다. 이러한 압축과 관련된 국제 표준으로는 정지 영상에 대한 JPEG 표준, 동 영상과 음향 신호 압축에 대한 MPEG 표준 등이 있다. 이러한 표준에서 널리 사용되는 압축 방법은 분해/합성 (analysis/synthesis) 방법이다. 먼저, 분해 부분은 어떤 방법을 쓰느냐에 따라 그 정도가 달라지기는 하지만 입력 신호를 주파수 영역에서 압축시켜 준다. 그리고 사람의 귀나

* 데이콤 종합연구소(chuljae@dacom.net)
** 한국과학기술원 전자전산학과 (hmkim@csplab.kaist.ac.kr)
논문번호 : K01130-0512, 접수일자 : 2001년 5월 12일

www.dbpia.co.kr

눈은 주파수에 따라 다른 민감도를 나타낸다. 이와 같은 두 가지 특성을 잘 이용하여 원래의 신호를 작은 여러 개의 부 대역 (subband) 신호들로 나눈 후, 그 각각의 신호 값의 크기에 따라 서로 다른 비트 수를 할당하면 결과적으로 전체 비트 율을 낮출 수 있다. 합성 부분에서는 나뉘어진 부 대역 신호들을 하나의 출력 신호로 합성해 준다. 이러한 분해/합성 방법은 대역 필터들의 열로 구성되는 필터 뱅크로서 구현할 수 있다[8][9].

분해/합성 필터 뱅크에는 크게 나누어 부 대역 부호화 (subband coding) 방법과 변환 부호화 (transform coding) 방법이 있는데 부 대역 부호화 방법의 대표적인 것이 QMF 필터 뱅크이고 변환 부호화의 대표적인 것이 DFT 필터 뱅크이다. 부 대역 부호화 방법은 직접 대역 필터를 설계하여 분해/합성 시스템을 구현하는 직접적인 필터 뱅크 구현 방법이다. QMF 필터 뱅크나 Pseudo-QMF 필터 뱅크 등이 여기에 속한다. 변환 부호화 방법은 지연열 (delay chain)을 통과한 입력 신호에 대해 한번 변환을 수행함으로써 그 출력 신호들이 각각 대역 필터를 통과한 것과 동일한 효과를 나타내는 성질을 이용한 간접적인 필터 뱅크 구현 방법이다. 여기에는 DFT 필터 뱅크, DCT 필터 뱅크, 수정된 DCT 필터 뱅크(MDCT 필터 뱅크), TDAC 필터 뱅크 등이 있다.

TDAC 필터 뱅크는 분해/합성 필터 뱅크를 변환 부호화 방법으로 구현하는 방식 중의 하나로서 1986년 Princen과 Bradley가 처음 제안하여 Princen/Bradley 필터 뱅크라고도 한다[3]. 이 필터 뱅크의 특징은 시간 영역에서 엘리어싱을 제거함으로써 원래 신호에 대한 PR 조건을 만족하게 하였다는 것이다.

즉, 주파수 영역에서 부 대역 신호들이 인접한 대역 신호들과 겹치더라도 필터로 쓰이는 윈도우 모양이 몇 가지 조건을 만족하기만 한다면 원래 신호를 완전히 복원할 수 있는 필터 뱅크이다. 실제 구현할 때의 모습은 DCT와 비슷한 형태를 띠게 되며 (그래서 Modified DCT 또는 MDCT라고 한다) DCT 계산 방법을 적용할 수 있는 형태로 변형할 수 있다[16].

여기서 주의해야 할 것은 분해 부분에서 생성된 부 대역 신호들이 양자화 과정 없이 그대로 합성 부분을 통과한다고 가정했을 때 분해/합성 시스템은 완전 복원 (perfect reconstruction : PR) 조건을 만족해야 한다는 것이다. Princen과 Bradley에 의해 제안된 시간 영역 엘리어싱 제거 (time domain aliasing cancellation : TDAC) 필터 뱅크는 PR 조건을 만족하며 기존의 QMF 필터 뱅크 방법에 비해 여러 가지 장점을 가지고 있다[1][2][3].

실제 시스템에서 TDAC 필터 뱅크가 사용될 때는 분해 부분의 출력 신호들을 양자화해서 인코딩하며 합성 부분에서는 인코딩된 신호를 받아서 디코딩한다. 이때 발생하는 양자화 잡음에 의하여 전체 시스템의 SNR이 저하 되므로 그 SNR을 더욱 향상시킬 수 있는 방법이 요청된다. 본 논문에서는 이렇게 TDAC 필터 뱅크에 양자화 잡음이 개입되었을 때의 SNR을 추정해보고, 이를 바탕으로 SNR을 향상시킬 수 있는 다중 중첩-합 TDAC 필터 뱅크 시스템을 제안하였다. 먼저 제안한 시스템에 대해 확장된 PR 조건을 유도함으로써 PR 조건을 만족시킴을 보였다. 또한 제안한 시스템의 합성 부분의 마지막 단계인 다중 중첩-합 (multiple overlap-add)에 대해 살펴보고 여러 모의 실험 결과를 통해 제안한 시스템이 기존 시스템에 비해 SNR 측면에서 더 좋은 성능을 나타낼 수 있음을 보였다. 그리고 계산량을 같게 한 경우에는 다중 중첩-합 방법이 실시간 응용에 사용되었을 때 시간 지연 측면에서 이득이 있음을 보였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2 장에서는 분해/합성 시스템과 TDAC 필터 뱅크에 대해 살펴본다. 3 장에서는 확장된 PR 조건을 유도하고 여기서 제안한 다중 중첩-합 TDAC 필터 뱅크가 SNR을 향상시킬 수 있음을 보인다. 4 장에서는 제안한 방법에 대해 여러 오디오 샘플과 윈도우 크기, 양자화 비트 수에 따른 모의 실험 결과를 제시하였고, 또 계산량을 같게 한 경우에 시간 지연 측면에서 이점이 있음을 보였다. 마지막으로 5장에서는 결론을 내렸다.

Ⅱ. TDAC 필터 뱅크

TDAC 필터 뱅크에서 전체 부 대역 개수를 K라고 하면 그림 1은 $M=K/2$인 경우 즉, 임계 표본(critically sampling)에서의 전체 TDAC 필터 뱅크 시스템을 나타내고 있다. 여기서 $w_k=\frac{2\pi}{K}\left(k+\frac{1}{2}\right)$이므로 홀수 개 채널 (odd channel stacking)의 경우이며, 특히 TDAC가 성립하도록 하기 위해 시간 편이 (Time shift) n_0를 도입하였다[1][2].

www.dbpia.co.kr

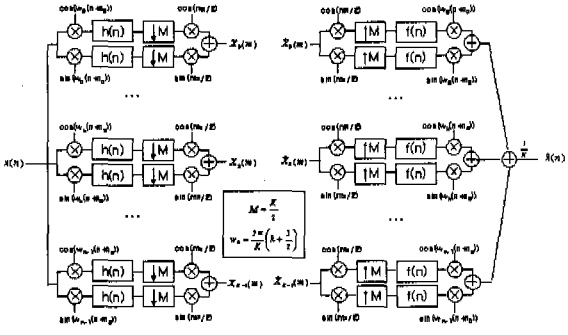


그림 1. 시간 편이 n_0에 의해 변형된 SSB 분해/합성 필터 뱅크

이 때 이 TDAC 필터 뱅크가 PR 시스템이 되기 위한 조건은 다음과 같다[1][2].

$$h(n)=0 \quad for \;\; n<0 \;\; or \;\; n>K-1$$

$$f(n)=h(n)$$

$$h(K-1-n)=h(n), \quad n=0,\cdots,K-1$$

$$f^2(n)+h^2(n+M)=2, \quad n=0,\cdots,M-1$$

$$2n_0=M+1$$

기존의 TDAC 필터 뱅크는 인접한 두 윈도우 사이에만 중첩 현상이 나타나므로, 본 논문에서는 이를 이중 중첩-합 구조라고 지칭하겠다. $K/2$ 개의 샘플이 하나의 블록을 형성하여 블록 단위로 입력되며, 출력도 $K/2$ 개씩 나온다. 분해 부분인 입력 버퍼에서 K 개의 축적된 샘플에 대하여 윈도우 함수(즉, 분해 필터 함수)와 곱한 후에 다시 MDCT를 해서 부 대역 신호를 만들게 된다. 그리고 합성 부분에서는 분해와 반대의 과정이 일어나며, 마지막 단계에서 그림 2와 같이 이전 결과와 중첩-합이 되는 과정이 추가되어 있다.

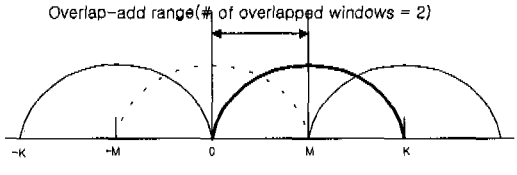


그림 2. 이중 중첩-합 시스템에서의 윈도우 이동 모양 (K=2M일 때)

$K=2M$일 때 PR 조건을 만족하는 간단한 윈도우 함수 $h(n)$의 예는 다음과 같다.

$$h(n)=\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{k}\left(n+\frac{1}{2}\right)\right)$$

이 윈도우 함수는 MPEG 오디오 시스템에서 사용되고 있으며 앞으로의 모의 실험은 이 함수를 가지고 수행할 것이다.

Ⅲ. 제안한 TDAC 필터 뱅크

다중 중첩-합 TDAC 필터 뱅크는 엄밀히 말하자면 $K=2MB$라 할 때, B가 1 이상의 양의 정수이면 될 것이다. 하지만, $B=1$이면 이중 중첩-합의 경우이며 여기서 다중 중첩-합이라 할 때는 기존의 이중 중첩-합인 경우와 비교해서 말하는 것이므로 B가 2 이상일 때를 지칭하는 것으로 정하겠다. 먼저, 다중 중첩-합 TDAC 필터 뱅크의 경우에도 PR 조건이 성립하는 것을 확장된 PR 조건을 유도함으로써 보였다. 그리고, 다중 중첩-합 구조를 사용했을 때 기존의 이중 중첩-합 구조에 비해 SNR이 향상될 수 있고 실시간 응용에서 이점이 있음을 보였다.

1. 확장된 PR 조건

2장에서 TDAC필터 뱅크를 도입할 때 사용한 SSB모델(그림1)을 복소 함수 모델(그림 3)으로 바꾸어 볼 수 있다. 이 모델은 SSB모델과 동일한 역할을 하면서도 부 대역 신호들의 주파수 스펙트럼을 분석하기에 편하고 또 확장된 PR 조건을 이끌어 낼 수 있는 모델이다.

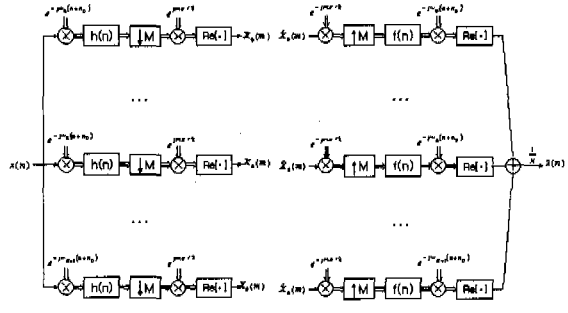


그림 3. 시간 편이 n_0에 의해 변형된 분해/합성 필터 뱅크 주파수 분석 및 확장 PR 조건 유도를 위한 모델

그림 3에서 부 대역 신호는

$$X_k(m)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(mM-n+K-1)\cdot Re\{e^{-j(2\pi(k+1/2)/K)(n+n_0)}e^{jk\pi/2}\}x(n)$$

www.dbpia.co.kr

가 되며 이때 출력 신호는

$$\hat{x}(n)=\frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\mathrm{Re}\left\{f(n-mM)\hat{X}_k(m)e^{j(2\pi(k+1/2)/K)(n+n_0)}e^{-j(m\pi/2)}\right\}$$

$$=\frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}\sum_{m=-\infty}^{\infty}f(n-mM)\hat{X}_k(m)\cos\left(\frac{2\pi}{K}\left(k+\frac{1}{2}\right)(n+n_0)-\frac{m\pi}{2}\right)$$

로 나타난다. 위의 두 식으로부터 입력과 출력 관계를 구하면

$$\hat{x}(n)=\sum_{r=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}f(n-mM)h(mM-r+K-1)x(r)\times$$

$$\frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}\cos\left(\frac{m\pi}{2}-\frac{2\pi}{K}\left(k+\frac{1}{2}\right)(r+n_0)\right)\cos\left(\frac{2\pi}{K}\left(k+\frac{1}{2}\right)(n+n_0)-\frac{m\pi}{2}\right)$$

가 되며, 여기서

$$\left[\frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}\cos\left(\frac{m\pi}{2}-\frac{2\pi}{K}\left(k+\frac{1}{2}\right)(r+n_0)\right)\cos\left(\frac{2\pi}{K}\left(k+\frac{1}{2}\right)(n+n_0)-\frac{m\pi}{2}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{2K}\sum_{k=0}^{K-1}\cos\left(\frac{2\pi}{K}\left(k+\frac{1}{2}\right)(n-r)\right)$$

$$+\frac{1}{2K}\cos(m\pi)\sum_{k=0}^{K-1}\cos\left[\frac{-2\pi}{K}\left(k+\frac{1}{2}\right)(n+r+2n_0)\right]$$

$$+\frac{1}{2K}\sin(m\pi)\sum_{k=0}^{K-1}\sin\left[\frac{-2\pi}{K}\left(k+\frac{1}{2}\right)(n+r+2n_0)\right]$$

이고, 또 다음의 조건을 이용하면

$$\frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}e^{j(2\pi(k+1/2)n/K)}=\begin{cases}(-1)^a & for\ n=aK,\ a\ is\ an\ \mathrm{int}\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

$$\frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}\cos\frac{2\pi}{K}\left(k+\frac{1}{2}\right)n=\begin{cases}(-1)^a & for\ n=aK,\ a\ is\ an\ \mathrm{int}\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

$\hat{x}(n)$ 은 다음과 같이 전개된다.

$$\hat{x}(n)=\frac{1}{2}\sum_{a_0=-\infty}^{\infty}(-1)^{a_0}x(n-a_0K)\sum_{m=-\infty}^{\infty}f(n-mM)h(mM-n+a_0K+K-1)$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{a_1=-\infty}^{\infty}(-1)^{a_1}x(a_1K-n-2n_0)\cdot$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty}(-1)^m f(n-mM)h(mM-a_1K+n+2n_0+K-1)\quad(1)$$

여기서 a_0, a_1은 임의의 정수이다. 이때, 식 (1)이 성립하기 위해서는 다음 두 식이 항상 성립해야 한다.

$$\frac{1}{2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}(-1)^m f(n-mM)h(mM-a_1K+n+2n_0+K-1)=0\quad(3)$$

$$\frac{1}{2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}f(n-mM)h(mM-n+a_0K+K-1)=\begin{cases}1 & for a_0=0\\ 0 & otherwise\end{cases}\quad(2)$$

이 두 식을 만족하는 확장된 PR 조건은 다음과 같이 얻어진다.

$$h(n)=0\quad for\ n<0\ or\ n>K-1$$

$$f(n)=h(n)$$

$$h(K-1-n)=h(n),\quad n=0,\cdots,K-1$$

$$\sum_{m=0}^{2B-1}h^2(n+mM)=2,\quad n=0,\cdots,M-1$$

$$2n_0=M+1$$

이에 대한 증명은 부록 A에 있다.

여기서 네 번째 조건이 이중 중첩-합의 경우와 달라진 것이다. 즉, 다중 중첩-합의 경우에는 중첩되는 윈도우 수가 B의 값 만큼 늘어난다. 그림 3을 보면 다중 중첩-합의 경우에도 이중 중첩-합의 경우와 마찬가지로 $K/2$만큼 떨어져 있는 윈도우들끼리 서로 상쇄되어 엘리어싱 요소들이 제거되고 있음을 알 수 있다.

2. 다중 중첩-합 TDAC 필터 뱅크

Ⅲ.1 에서 유도한 확장 PR 조건에 의해 TDAC 필터 뱅크는 그림 4와 같은 형태로 구현될 수 있다. 이것은 2 장에서 소개한 기존의 TDAC 시스템과 기본적으로는 같으나 입력에 들어가는 블록과 출력으로 나오는 블록 크기가 $K/2$에서 $K/2B$로 바뀐 점이 다르다. B 값이 클수록 더 적은 블록 단위가 입력되며 더 적은 블록 단위로 출력이 나오게 된다.

K=4M일 때 확장된 PR 조건을 만족하도록 하는 사인 윈도우 함수를 구하면 다음과 같다.

$$h(n)=\sin\left(\frac{\pi}{K}\left(n+\frac{1}{2}\right)\right)$$

www.dbpia.co.kr

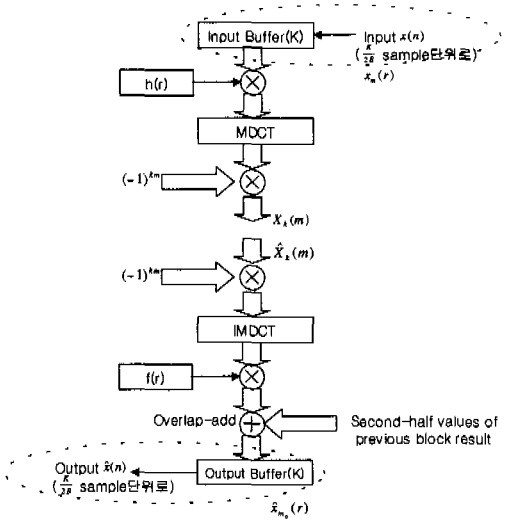


그림 4. 다중 중첩-합 TDAC 필터 뱅크의 신호 흐름도

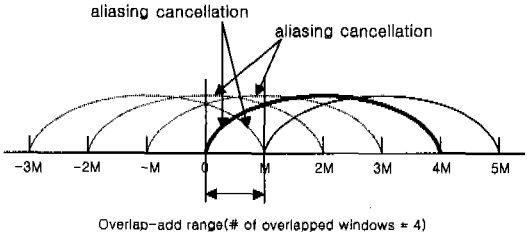


그림 5. 다중 중첩-합 시스템에서의 윈도우 이동 모양 (K = 4M일 때)

여기서, K=4M시스템의 윈도우 진폭을 K=2M 시스템의 경우와 비교하면 $1/\sqrt{2}$배로 줄어든 것을 알 수 있다. 일반적으로 K=2MB일 때 사인 윈도우의 진폭은 $\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}})^{\log_2 B}$이 된다. 다중 중첩-합 시스템에서는 중첩되는 구간이 배수로 줄어들게 되므로, 그에 따라 양자화된 신호가 서로 상쇄되는 동작 영역 (dynamic range)도 줄어들게 된다. 따라서 SNR의 증가가 예상된다. 양자화 비트 수에 따라 동작 영역이 감소하고, 이에 따른 SNR 증가를 실험 결과에서 보였다. 중첩 구간과 SNR 관계에 대해서는 다음 절에서 좀더 자세히 설명할 것이다.

그림 5에서 나타나듯이 중첩되는 윈도우 수는 K=4M인 경우 2 배로 증가하였다. 그러나 이동되는 블록 단위 M이 1/2로 줄어들었으므로 단위 블록 내에서의 계산량은 이중 중첩-합의 경우와 같다고 할 수 있다. 그렇지만 전체적으로 보면 이동하는 구간이 반으로 줄어든 것이므로 같은 개수의 출력 값들을 얻는데 필요한 계산량은 2 배로 증가한다. 일반적으로 K=2MB관계인 다중 중첩-합 시스템은 이중 중첩-합 시스템 계산량의 B 배로 증가한다.

그림 3의 모델에 대한 스펙트럼 변화는 그림 6과 같다. 여기서 화살표 방향으로 변하는 스펙트럼은 이중 중첩-합 시스템의 경우이며, 빗금 친 부분은 K=4M일 때의 변화를 나타내고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 다중 중첩-합 시스템의 경우는 보간 단계 후에 보호 대역이 생기고 있다. 이것은 결국 그림 6(c) 단계에서의 양자화로 인한 에러가 다중 중첩-합의 경우에 인접한 대역에 미치는 영향이 줄어들 것을 예상할 수 있고, 이로 인하여서도 SNR이 약간 향상될 수 있음을 예상할 수 있다.

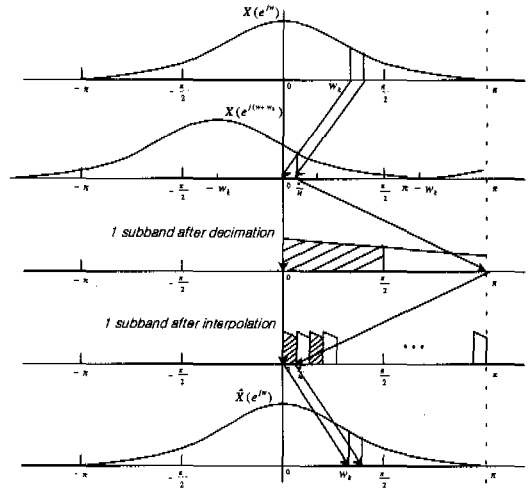


그림 6. TDAC 필터 뱅크 내에서 주파수 스펙트럼의 변화

3. SNR 측면에서의 고찰

이 절에서 고려한 양자화 과정은 고정 비트율 양자화이면서 입력 신호의 동작 영역에 따라 단위 크기 (step size)가 변하는 양자화이다. 즉, 양자화 비트 수는 고정시켰고, 윈도우 크기 만큼의 입력 신호 범위에 대해 동작 영역에 따라 다른 단위 크기를 적용하여 반올림 양자화하는, 적응 선형 양자화 방법을 사용하였다. 선형 양자화기로는 반올림 양자화기를 사용하였다. 입력 신호에 대해 (B+1) 비트 양자화를 수행하며, X_m을 A/D 컨버터의 최대 진폭이라고 하면 선형 양자화기의 단위 크기 Δ는 다음과 같다.

$$\Delta = \frac{2X_m}{2^{B+1}} = \frac{X_m}{2^B}$$

www.dbpia.co.kr

이때, 양자화 오차 신호 $e(n) = \hat{x}(n) - x(n)$ 의 범위는 반올림 양자화를 하는 경우이므로

$$-\frac{\Delta}{2} < e(n) \le \frac{\Delta}{2}$$

이다. 그리고 이 양자화 오차 신호가 균일 확률 밀도 함수를 갖는다고 했을 때 분산은 다음과 같다.

$$\sigma_e^2 = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e^2 \frac{1}{\Delta} de = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{2^{-2B} X_m^2}{12}$$

따라서 SNR은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$SNR = 10\log_{10}\left(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{12 \cdot 2^{2B}\sigma_x^2}{X_m^2}\right)$$

여기서 σ_x는 입력 신호의 표준편차 값이다.

단위 블록에 대한 양자화 오차의 분산에 영향을 주는 동작 영역의 변화를 살펴보면, 다중 중첩의 경우에 이중 중첩의 경우보다 SNR이 향상되는 것을 설명할 수 있다. 예를 들어, K=4M인 TDAC 필터 뱅크의 경우, 분해 윈도우의 진폭과 합성 윈도우의 진폭이 각각 $1/\sqrt{2}$로 줄어들므로, 합성 부분의 중첩-합 단계에서 전체적인 가중치로 작용하는 값은 1/2 이다. K=2M 일 때의 동작 영역을 1이라 하고, 다중 중첩-합 구조에서의 동작 영역 제곱에 대한 상대 값을 구해보면,

i) K=4M

$$\frac{1}{2}\left(\left(\sin\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(1-\sin\frac{\pi}{4}\right)^2\right) = 0.2931$$

ii) K=8M

$$\frac{1}{4}\left(\left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 + \left(\sin\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 + \left(\sin\frac{3\pi}{8}-\sin\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(1-\sin\frac{3\pi}{8}\right)^2\right) = 0.07621$$

iii) K = 16M

$$\frac{1}{8}\left(\left(\sin\frac{\pi}{16}\right)^2 + \left(\sin\frac{\pi}{8}-\sin\frac{\pi}{16}\right)^2 + \left(\sin\frac{3\pi}{16}-\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 + \left(\sin\frac{\pi}{4}-\sin\frac{3\pi}{16}\right)^2 + \left(\sin\frac{5\pi}{16}-\sin\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(\sin\frac{3\pi}{8}-\sin\frac{5\pi}{16}\right)^2 + \left(\sin\frac{7\pi}{16}-\sin\frac{3\pi}{8}\right)^2 + \left(1-\sin\frac{7\pi}{16}\right)^2\right) = 0.01923$$

이다.

K=2M의 이중 중첩-합 시스템의 신호에 대한 분산은 $K/2$만큼의 원도우 이동에 의한 분산의 차가 거의 없다고 보면,

$$\sigma_{x,K=2M}^2 = \sigma_{x,\frac{K}{2}}^2 + \sigma_{x,0}^2 \cong 2\sigma_{x,0}^2$$

가 된다.

여기서 x 다음의 색인은 현재 블록에 대한 분산인지 이전 블록에 대한 것인지를 나타낸다.

한편, K=4M인 다중 중첩-합의 경우는

$$\sigma_{x,K=4M}^2 = \frac{1}{2}\left(\sigma_{x,\frac{3K}{4}}^2 + \sigma_{x,\frac{K}{2}}^2 + \sigma_{x,\frac{K}{4}}^2 + \sigma_{x,0}^2\right) \cong 2\sigma_{x,0}^2$$

가 되며 여기서 1/2은 분해 윈도우와 합성 윈도우의 진폭 감소로 인한 가중치이다. 따라서, 신호에 대한 분산 값은 다중 중첩-합의 경우에도 일정하다고 볼 수 있다. 한편 양자화 잡음에 대한 분산은

$$\sigma_e^2 = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{1}{12}\cdot\frac{X_m^2}{2^{2B}}$$

이다. 즉, 양자화 비트 수를 고정한 경우에는 동작 영역의 제곱에 비례한다. 그러므로, 선형 양자화를 하는 다중 중첩-합 TDAC 필터 뱅크의 기존 시스템에 대한 SNR 증가량은 $10\log\frac{1}{X_{m,ref}^2}$가 된다고 볼 수 있으며, 여기서 $X_{m,ref}^2$은 기존 시스템에 대한 동작 영역 제곱의 상대 값이다. 앞의 결과를 이용하면, K=4M, K=8M, K=16M 각각의 경우에, K=2M인 경우와 비교한 SNR 증가 예상량은 다음과 같다.

i) K=4M일 때 $10\log\frac{1}{0.2931} = 5.33dB$

ii) K=8M일 때 $10\log\frac{1}{0.07621} = 11.18dB$

iii) K=16M일 때 $10\log\frac{1}{0.01923} = 17.16dB$

이러한 결과는 양자화 오차 신호 $e(n)$이 균일 확률 밀도 함수를 갖는 경우이며, 비균일의 경우에는 이보다 더 줄어들 수 있다.(양자화 비트 수를 줄임에 따라 양자화 잡음이 점점 더 비균일한 분포를 띠게 되며 따라서 SNR 성능 향상도 둔화된다. 자세한 결과는 4.B 모의 시험 및 분석에서 보였다.) 그림 7는 다중 중첩-합 구조에서 중첩되는 구간의

www.dbpia.co.kr

변화를 보이고 있다. 블록 길이가 줄어들수록 중첩되는 윈도우 수는 반비례로 늘어나고 있다. 그리고 한 블록 내에서 서로 상쇄되는 윈도우들끼리의 동작 영역은 줄어들고 있는 것을 볼 수 있다.

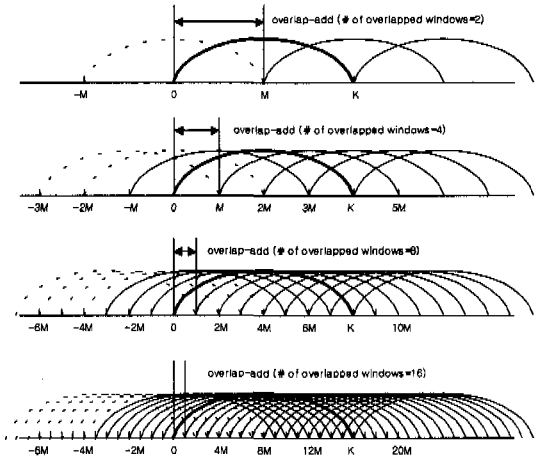


그림 7. 다중 중첩-합 구조에서 중첩되는 구간의 변화 (a) K = 2M (b) K = 4M (c) K = 8M (d) K = 16M

Ⅳ. 모의 실험 및 분석

실험 과정은 다음과 같다. 먼저 5 개의 샘플에 대해 SNR, segmental SNR[10] 인 SNRSEG을 측정하였고, 그 중에서 두 개의 샘플을 선택하여 좀더 다양한 실험을 수행하였다. 중첩되는 윈도우 개수를 변화시키며 각각 SNR과 SNRSEG을 측정하였고, 이러한 결과들을 또한 양자화 비트 수를 바꿔가면서 실행하였다.

1. 실험 환경

실험 데이터와 데이터 양은 아래와 같다.

실험 데이터 : 실험에서 사용한 입력 신호는 표본화 주파수가 44.1kHz이고 16 비트 PCM 신호인 wave 파일이다. Wave 파일은 일반 음악 CD의 데이터와 같다.

데이터의 양 : 샘플의 파형을 분석해 보고, 그 샘플의 특징을 충분히 나타낼 수 있다고 판단되는 200,000 개의 표본 구간을 선정하였다. 이 표본 갯수는 시간상으로는 약 4.535초에 해당한다.

MPEG 2 AAC 작업 그룹 (ISO/IEC JTC1/SC29/WG11)에서는 모노 및 스테레오 신호에 대한 코덱의 성능 테스트를 위하여 코덱에 가장 심각한 영향을 미칠 수 있다고 생각하는 10 개의 샘플들을 선정하였다[7]. 실험에서 사용한 데이터는 10 개의 샘플 중에서 네 개를 선택하였고, 그 외에 일반적인 음악 파일 한 개를 더 사용하였다. 표 1에 5 개의 샘플에 대한 규격이 나타나 있다.

표 1. 샘플로 쓰인 wave 파일 규격(wave 파일 : 표본화 주파수 44.1kHz, 16 비트 양자화된 신호)

샘플 파일명	샘플 설명	샘플 특징	표본 수
gspi.wav	Glockenspiel	Temporal distortion, High frequency loss, Signal correlated noise	200,000 개 (4.535초)
spmg.wav	Male German Speech	Signal correlated noise, High frequency loss	상동
toms.wav	Suzanne Vega의 음반 중 toms diner (여성 보컬)	High frequency loss, High frequency excess (sibilance), Signal correlated noise	상동
pipe.wav	Pitch pipe	Distortion, Signal correlated noise, High frequency loss, Periodic modulation	상동
ah.wav	Annie Haslam 음반 중 forever bound (오케스트라+합창+여성 보컬)	A lot of different tones, Wide frequency range	상동

2. 실험 결과 및 분석

1) 양자화 비트 수를 고정시키는 경우

위의 실험 환경의 5개의 샘플에 대해 8비트 양자화하여 코딩한 것의 SNR, SNRSEG을 측정하여 비교 하였고, 그 중에서 좀더 다양한 테스트를 하기 위해 다양한 음색과 넓은 스펙트럼을 갖는 샘플 ah.wav과 가장 동작 영역이 크고 스펙트럼이 저주파 대역에 집중되어 있는 샘플 pipe.wav를 선택하였다. 특히, pipe.wav은 코딩에서 사용한 적응 선형 양자화 방식에 의해 SNR과 SNRSEG의 차이가 가장 크리라고 예상되는 샘플이다. 그 이유는 그림 9의 파형모양에서 나타나 있듯이 동작 영역의 변화가 매우 크기 때문이다. SERSEG는 각 블록마다 구한 SNR의 평균 값으로 주어진다.

윈도우 크기에 따른 SNR, SNRSEG 변화는 샘플 ah.wav를 가지고 테스트 하였다. 그리고 ah.wav,

www.dbpia.co.kr

pipe.wav 두 샘플에 대하여는 먼저 시간 영역 파형과 스펙트로그램을 도시하였으며, 양자화 비트 수 변화에 따라, 그리고, 또 중첩 윈도우 수 변화에 따른 SNR과 SNRSEG의 변화를 관찰하였다. 5 개의 샘플에 대해서는 양자화 비트 수 8 비트를 기준으로 비교하였다. 그 이유는 8 비트 적응 선형 양자화의 경우에, 대략 CD 음질과 비슷한 90dB 이상의 SNR이 얻어졌기 때문이다. 두 개의 샘플에 대한 세부 테스트에서는 양자화 비트 수를 8 비트, 5 비트, 2 비트의 세 가지 경우로 변화시키며 테스트를 수행하였다. 윈도우 크기에 대한 기준은 모든 샘플에 대해 256으로 고정하고 실험하였다. 그 이유는 MPEG2 AAC 시스템에서 음향신호의 시간 변화에 따른 (transient) 특성을 잃어버리지 않는 윈도우의 크기로 정한 것이 256인데 이 크기를 사용한 것이다[6]. 이보다 작은 윈도우에 대해서는 물론 시간 변화에 따른 특성을 더 잘 나타날 수 있으나 그만큼 주파수 해상도가 낮아지는 단점이 있다. 일단 윈도우 크기에 대한 영향을 분석하기 위해서 ah.wav 샘플에 대해 8 비트 양자화를 기준으로 윈도우 크기를 16, 32, 64, 128, 256으로 변화시켜 가며 테스트를 수행하였다.

표 2. 5 개의 샘플에 대한 SNR, SNRSEG (양자화 비트 수: 8, 윈도우 크기: 256, 표본 수: 200,000개)

Wave파일명	SNR(dB)	SNRREG(dB)
gspi.wav	90.78	90.24
spmg.wav	92.41	89.28
toms.wav	91.51	93.72
pipe.wav	103.21	90.04
ah.wav	90.28	89.89

[윈도우 크기의 영향] 테스트 샘플: ah.wav

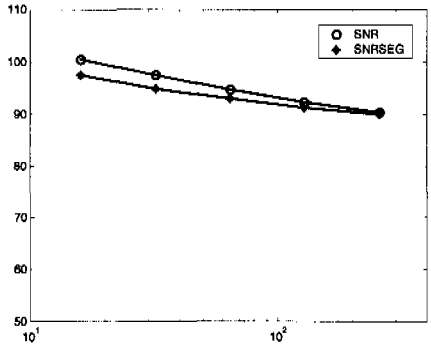
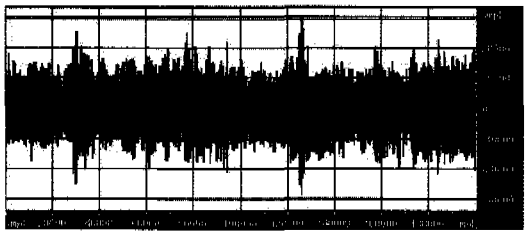


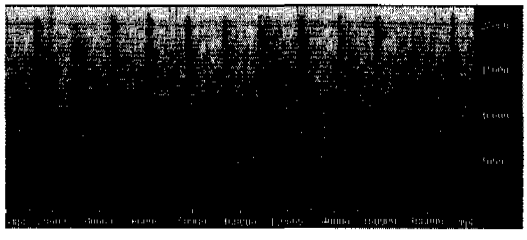
그림 8. 윈도우 크기에 따른 SNR, SNRSEG 변화

표 2의 결과는 예상과 같이 pipe.wav파일에 대한 SNR과 SNRSEG의 차가 가장 크게 나타난 것을 보여주고 있다. 그림 8의 윈도우 크기에 따른 SNR, SNRSEG 변화를 보면 윈도우 크기가 작을수록 약간 더 큰 값이 얻어졌다. 이는 더 작은 윈도우를 사용하면 적응 선형 양자화 방식에 의해 그 만큼 입력 신호를 더 잘 따라갈 수 있기 때문이다.

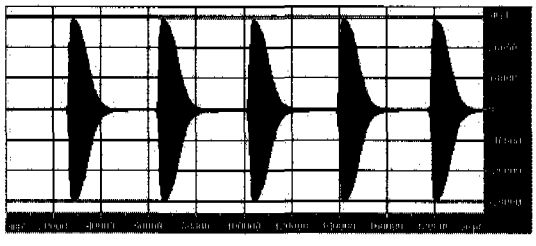
[테스트 샘플의 파형 및 스펙트로그램]



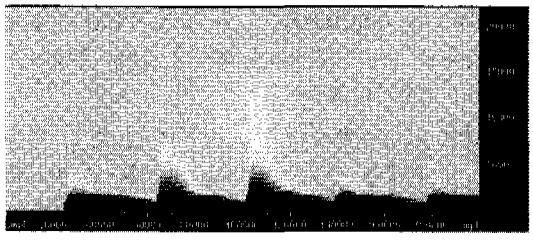
[ah.wav 파형]



[ah.wav 스펙트로그램]



[pipe.wav 파형]



[pipe.wav 스펙트로그램]

그림 9. ah.wav, pipe.wav의 파형과 스펙트로그램

www.dbpia.co.kr

그림 10부터 13까지는 ah.wav과 pipe.wav 두 파일에 대해 중첩 윈도우 수를 변화시켜 가면서 SNR, SNRSEG 변화를 얻은 것이다. 중첩 윈도우 수가 2인 경우가 기존 TDAC 시스템의 경우이며, 4, 8, 16인 경우가 제안한 다중 중첩-합의 경우를 나타내고 있다. 그림에서 estimation이라고 표시한 선은 본문에서 계산한 SNR, SNRSEG의 증가 예상치를 표시한 것이다. 즉, SNR estimation이나 SNRSEG estimation 모두 중첩 윈도우 수 2인 경우에 비해 4, 8, 16인 경우가 각각 5.33dB, 11.18dB, 17.16dB 만큼씩 더 큰 값을 나타내고 있다. 먼저, 그림 10에서 SNR의 변화를 보면 중첩 윈도우 수가 4, 8, 16일 때의 값들이 예상치와 비슷하게 증가하고 있음을 알 수 있다. ah.wav 파일의 특성 상 SNRSEG은 SNR과 비슷한 크기의 값을 갖는다. SNRSEG의 증가율도 예상치와 비슷한 모습을 보이고 있다. 그림 11의 경우는 pipe.wav의 경우인데 pipe.wav 파일의 특성 상 SNRSEG가 SNR 보다 낮은 값을 갖지만 SNR, SNRSEG의 증가하는 모습은 IV.3의 경우와 마찬가지로 예상치를 따라가고 있다. 그림 10과 11의 경우는 8비트 양자화하는 경우이고 그림 12와 그림 13의 경우는 2비트 양자화 하는 경우이다. 이때는 그림들에서 보는 것처럼 예상 증가치를 잘 따라가지 못하고 기울기가 줄어들고 있다. 양자화 비트 수를 2비트에서 11비트까지 변화시켜 가면서 여러 번 실험한 결과 높은 양자화 비트 수(대략 6,7비트 이상)를 사용한 경우에는 예상치와 비슷하게 증가하고 있음을 볼 수 있었고(비트 수가 클수록 더욱 예상치와 가까웠다) 그 보다 낮은 비트 수를 사용한 경우에는 증가율이 점점 둔화됨을 볼 수 있었다. 그 이유는 양자화 오차확률 밀도 함수가 점차 비균일 특성으로 바뀌기 때문이다.

2) 계산량(망 전송 데이터 양)을 같게 한 경우

예로 K=2M일 때 6비트 양자화를 기준으로 계산량을 같도록 했을 때 즉, K=2M(6비트 양자화),

[중첩 개수에 따른 성능 비교] 테스트 샘플: ah.wav, pipe.wav

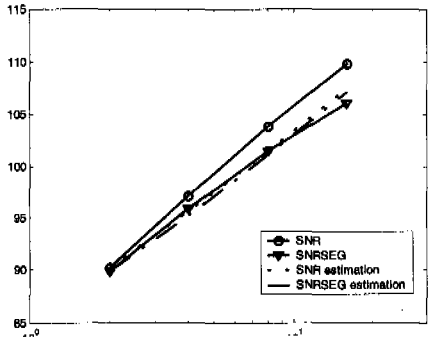


그림 10. 8 bit 양자화 때의 ah.wav에 대한 SNR, SNRSEG 변화

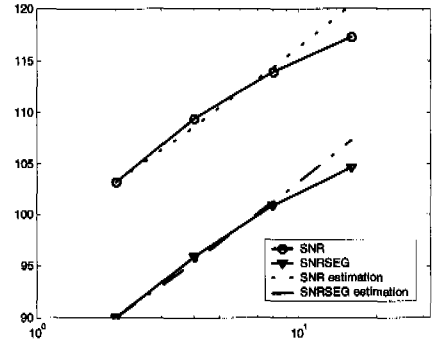


그림 11. 8 bit 양자화 때의 pipe.wav에 대한 SNR, SNRSEG 변화

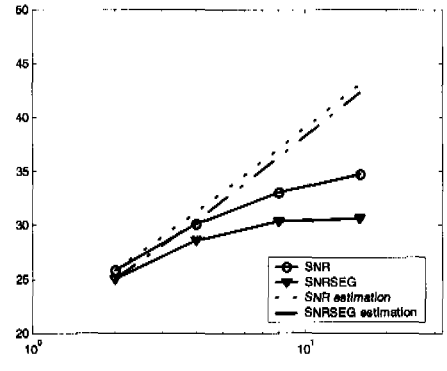


그림 12. 2 bit 양자화 때의 ah.wav에 대한 SNR, SNRSEG 변화

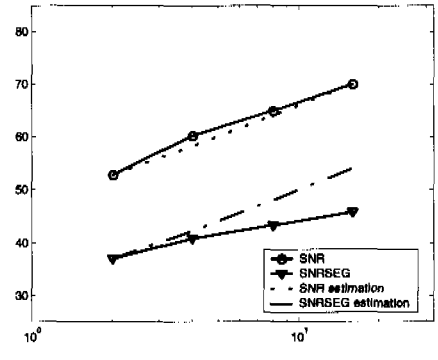


그림 13. 2 bit 양자화 때의 pipe.wav에 대한 SNR, SNRSEG 변화

www.dbpia.co.kr

K=4M(5비트 양자화), K=8M(4비트 양자화) 각각의 경우의 SNR은 다음과 같았다.

표 3. 계산량을 같게 한 경우의 SNR

중첩 윈드우 수	2	4	8
SNR (dB)	78.96	78.96	76,64

표 3을 보면 계산량을 같게 한 경우에는 SNR 측면에서 별로 변화가 없음을 알 수 있다. 그러나 이 경우에도 시간 지연 측면에서의 이점이 있다. 즉, 다중 중첩-합 구조에서는 더 적은 블록 단위로 입력이 들어가고 그에 따른 블록 단위로 출력이 나올 수 있으므로, 데이터 망에서 실시간 응용의 경우에 혼잡 제어 (congestion control)에 의한 끊김 현상이 더 줄어들 수 있다[20][21]. 그림 14는 인터넷에서 특히, TCP 계층에서의 혼잡 제어 방법을 보여주고 있다[21]. 그림의 cwnd (congestion window)는 TCP 헤더에 있는 전송 데이터 크기를 결정하는 윈도우 크기 파라미터를 나타낸다. TCP에서 사용되는 혼잡 제어 방법인 slow start 및 congestion avoidance algorithm은 다음과 같다.

처음에 cwnd는 1에서부터 2의 지수 함수적으로 증가하며 timeout이 발생했을 때 즉, 혼잡이 발생했을 때 다음과 같은 과정으로 혼잡 제어를 하게 된다.

i) slow start 임계치를 cwnd의 반 값으로 정한다 (ssthresh = cwnd/2).

ii) cwnd를 1로 다시 설정하고 cwnd가 ssthresh와 같게 될 때까지는 slow start 과정이 수행된다.

iii) cwnd가 ssthresh보다 커지면 round trip time에 따라 cwnd값을 선형적으로 증가시킨다.

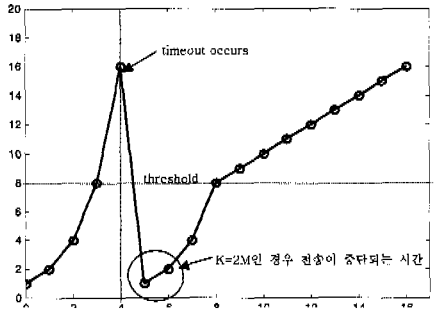


그림 14. TCP에서의 slow start 및 혼잡 제어

최대 세그먼트 크기 MSS가 100 바이트라고 가정하면, 8비트 양자화를 하는 경우 K=2M일 때 한 블록의 데이터 양은 256 바이트가 된다. 이때 round-trip time이 5, 6일 때는 cwnd값이 각각 100, 200 바이트이므로 한 블록의 데이터를 전송할 수 없게 된다. 즉, 실시간 음악 전송 같은 프로그램의 경우에 끊김 현상이 나타나게 된다. 그러나 K=4M일 때는 블록 단위가 128바이트가 되므로 round-trip time이 5일 때만 끊김 현상이 나타나며 K=8M일 때는 블록 단위가 64바이트가 되므로 끊김 현상이 전혀 나타나지 않는다.

V. 결 론

먼저, 기존의 이중 중첩-합 구조를 이용한 TDAC 필터 뱅크의 SNR 특성에 대해 살펴보았다. 기존의 시스템은 합성 부분의 이중 중첩-합 구조 특성상 한 블록 내에서의 동작 영역이 원래 입력 신호의 그것과 같을 수 밖에 없다. 본 논문에서는 다중 중첩-합 구조의 경우에도 PR 조건이 성립함을 유도하여 TDAC 필터 뱅크를 구성할 수 있음을 먼저 보였다. 그리고 기존 시스템의 이중 윈도우 겹침 (이중 중첩-합)에 비해 다중 윈도우 겹침 (다중 중첩-합)을 이용하면 겹쳐지는 윈도우 개수에 따라 SNR이 상당히 증가할 수 있음을 보였다. 이때, SNR이 증가되는 원인은 다중 중첩-합의 경우에 엘리어싱이 상쇄되는 윈도우 쌍의 동작 영역이 줄어들기 때문이며, 따라서 선형 양자화를 적용한 경우 중첩 개수가 증가할 수록 SNR이 증가하게 된다. 계산량은 중첩 개수의 증가에 비례하여 많아진다. 실험한 결과 음향 신호 샘플에 대한 SNR과 SNRSEG의 증가량은 양자화 비트 수 6 비트 이상의 경우에 두 배의 중첩 수 증가 때마다 대략 5.5 dB이었다.(사인 윈도우를 사용한 경우) 그리고 계산량을 같게 한 경우에는 데이터 망에서 실시간 응용의 경우에 다중 중첩-합을 사용하여 끊김 현상을 줄일 수 있음을 보였다. 데이터 망에서는 망의 적절한 성능을 유지하기 위해 혼잡 제어가 필수적인데 혼잡 제어는 인터넷만이 아니라 ATM, Frame Relay 등의 망에서도 필수적으로 사용된다[21]. 모의 실험 및 분석에서는 인터넷에서의 예를 들었지만, 다른 망에서도 혼잡 제어 방법에 따라 적응적으로 블록 데이터 크기를 변화시키는 방법을 사용한다면, 특히, 실시간 음악 전송 같은 서비스의 경우에 망의 트래픽이 많아질 때 끊김 현상을 상당히 줄일 수 있으리라고 생각한다.

www.dbpia.co.kr

본 논문에서 얻은 결과들은 음향 신호 처리에 뿐 아니라 2차원으로 확장하면 그대로 영상 신호 처리에도 적용될 수 있으리라고 본다. 앞으로의 할 일은 현재까지는 객관적 성능 척도인 SNR에 대해서만 분석하였으나 주관적인 성능에 미치는 영향에 대해서도 연구가 필요하며 - 예를 들어 음향신호의 경우는 심리 음향 모델과의 연계 필요 - 그 결과에 대한 주관적 성능 테스트인 Mean Opinion Score 테스트도 필요하다 하겠다[7]. 또한, 다양한 데이터 망에서 혼잡 제어 방법과 연계하여 블록 데이터 크기를 변화시키는 방법에 대해서도 연구가 필요하다 하겠다.

참 고 문 헌

[1] J. P. Princen, A. B. Bradley, Analysis/synthesis filter bank design based on time domain aliasing cancellation, *IEEE ASSP*, vol. 34 No.5, pp. 1153-1161, Oct. 1986.

[2] J. P. Princen, A. W. Johnson, A. B. Bradley, Subband/transform coding using filter bank designs based on time domain aliasing cancellation, *IEEE ICASSP*, pp. 2161-2164, 1987.

[3] T. D. Lookabaugh, M. G. Perkins, C. L. Cadwell, Analysis/synthesis systems in the presence of quantization, *IEEE*, pp.1341-1344, 1989.

[4] C. Jakob, A. Bradley, Minimizing the effects of subband quantization of the time domain aliasing cancellation filter bank, *IEEE*, pp. 1033-1036, 1996.

[5] 11172-3, Coding of moving pictures and associated audio for digital storage media at up to about 1.5 Mbit/s, part 3: audio, *ISO/IEC*, Nov. 1992.

[6] 13818-7, Information technology generic coding of moving pictures and associated audio, part 7: advanced audio coding, *ISO/IEC*, Apr. 1997.

[7] N2006, Report on the MPEG-2 AAC stereo verification tests , *ISO/IEC JTC1/SC29/ WG11*, Feb. 1998.

[8] R. E. Crochiere, L. R. Rabiner, *Multi-rate digital signal processing*, Prentice-Hall, 1983.

[9] P. P. Vaidyanathan, *Multirate systems and filter banks*, Prentice-Hall, 1993.

[10] N. S. Jayant, P. Noll, *Digital coding of waveform*, Prentice-Hall, 1984.

[11] K. R. Rao, J. J. Hwang, *Techniques and standards for image, video and audio coding*, Prentice-Hall, 1996.

[12] S. K. Mitra, *Digital signal processing: a computer-based approach*, McGraw-Hill, 1998.

[13] A. V. Oppenheim, R. W. Schafer, J. R. Buck, *Discrete-time signal processing*, Prentice-Hall, 1999.

[14] K. C. Pohlmann, *Principles of digital audio*, McGraw-Hill, 1997.

[15] B. G. Lee, A new algorithm to compute the discrete cosine transform, *IEEE ASSP*, Vol. 32 No. 6, Dec. 1984.

[16] C. Liu, W. Lee, A unified fast algorithm for cosine modulated filter banks in current audio coding standards , *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 47 No. 12, Dec. 1999.

[17] K. Brandenburg, G. Stoll, ISO-MPEG-1 audio: A generic standard for coding of high-quality digital audio , *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 42 No. 10, Oct. 1994.

[18] M. Bosi, K. Brandenburg, S. Quackenbush,L. Fielder, K. Akagiri, H. Fuchs, M. Dietz, J. Herre, G. Davidson, Y. Oikawa, ISO/IEC MPEG-2 advanced audio coding , *J. Audio Eng. Soc.*, Vol. 45 No. 10, Oct. 1997.

[19] D. Pan, A tutorial on MPEG/audio compression , *IEEE*, 1995.

[20] W. R. Stevens, *TCP/IP illustrated, volume 1*, Addison-Wesley, 1994.

[21] W. Stallings, *Data and computer communications, 6th ed.*, Prentice-Hall, 2000.

부록 A

K=MA, A는 양의 정수라고 하자.

i) 먼저 본문의 식 (2)를 만족하는 조건을 구해보자.

$$\frac{1}{2}\sum_{m=-\infty}^{\infty} f(n-mM)h(mM-n+a_0K+K-1)=\begin{cases}1 & for\, a_0=0\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

www.dbpia.co.kr

K=MA를 대입하고 위 식을 전개하면,

$$\cdots + f(n+2M)h(-2M-n+MA-1) + f(n+M)h(-M-n+MA-1) + f(n)h(-n+MA-1) + \cdots = 2$$

가 된다.

윈도우의 대칭 조건을 고려하면

$$h(-2M-n+MA-1) = h(MA-1-(-2M-n+MA-1)) = h(n+2M)$$
$$h(-M-n+MA-1) = h(MA-1-(-M-n+MA-1)) = h(n+M)$$
$$h(-n+MA-1) = h(MA-1-(-n+MA-1)) = h(n)$$

와 같이 정리된다.

한편, 예를 들어 A=4일 때의 중첩된 윈도우 모양은 다음 그림과 같다.

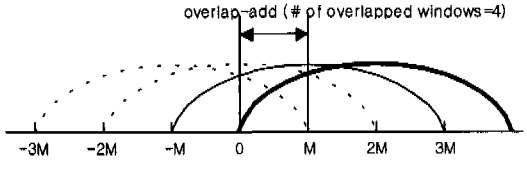


그림 15. K=4M인 경우 중첩된 윈도우의 모양

윈도우 대칭조건과 기존 이중중첩 합과 같은 이유에서 f(n) = h(n) 조건[1][2]과 위 그림에서 중첩되는 관계를 살펴보면 A=4인 경우에 식 (2)는 다음과 같이 정리된다.

$$f^2(n+3M) + f^2(n+2M) + f^2(n+M) + f^2(n) = 2$$

마찬가지로 임의의 양의 정수 A에 대해 일반적으로 다음의 조건을 만족함을 알 수 있다. 즉,

$$\sum_{m=0}^{A-1} h^2(n+mM) = 2, \quad n = 0,1,\cdots,M-1 \qquad (1)$$

이다.

ii) 이제, 다음의 식 (3)를 만족하는 조건을 구해보자.

$$\frac{1}{2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}(-1)^m f(n-mM)h(mM-a_1K+n+2n_0+K-1) = 0$$

위 식을 전개하면

$$\cdots - f(n+M)h(-M-a_1K+n+2n_0+K-1) + f(n)h(-a_1K+n+2n_0+K-1) + f(n)h(-a_1K+n+2n_0+K-1) - f(n-M)h(M-a_1K+n+2n_0+K-1) + \cdots = 0$$

가 된다.

그림 16과 같이 최대 윈도우 길이 K를 가질 때의 겹침 모양을 보면 위 식은 a_0이 1이거나 2일 때만 0이 아닌 값을 가짐을 알 수 있다.

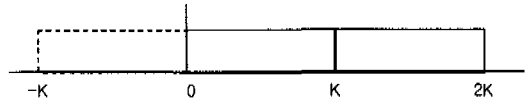


그림 16. 최대 윈도우 길이 K를 가질 때의 겹침 모양

ii-1) a_1=1일 때 식 (3)은

$$\cdots - f(n+M)h(n+2n_0-M-1) + f(n)h(n+2n_0-1) - f(n-M)h(n+2n_0+M-1) + \cdots = 0$$

와 같고, 이 등식은 $2n_0 = M+1$일 때 항상 성립한다.

ii-2) a_1=2일 때 식 (3)은

$$\cdots - f(n+M)h(n+2n_0-M(A+1)-1) + f(n)h(n+2n_0-MA-1) - f(n-M)h(n+2n_0-M(A-1)-1) + \cdots = 0$$

와 같다. 이 식은 A가 홀수일 때는 성립하지 않는다. 그 이유는 A가 홀수인 경우에는 n_0가 어떤 값을 갖더라도 위식의 좌변에 0이 안 되는 최소한 한 개의 항이 존재하게 되기 때문이다. A가 짝수라면 ii)-1의 a_1=1일 때와 마찬가지로 $2n_0 = M+1$일 때 항상 성립한다.

따라서 ii)-1과 ii)-2의 경우를 모두 고려한 ii)의 조건을 만족시키려면 A는 짝수이며 $2n_0 = M+1$이어야 한다.

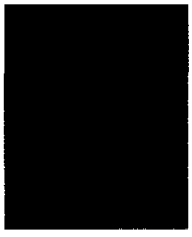
그러므로 이제 여기서 A=2B (B는 양의 정수)로 놓으면 본문의 식 (1)은 다음과 같이 된다.

$$\sum_{m=0}^{2B-1} h^2(n+mM) = 2, \; n = 0,1,\cdots,M-1$$

이 식에 의해 본문의 확장된 PR 조건이 얻어진다.

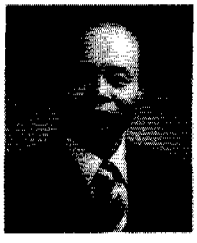
www.dbpia.co.kr

유 철 재(Chuljae Yoo)



1994년 2월: 서울대학교 전자공학과 공학사
2001년 2월: 한국과학기술원 전자전산학과 석사
<주관심분야> 디지털 오디오, 분산 객체 기술, 인공위성

김 형 명(Hyung Myung Kim) 정회원



1974년 2월: 서울대학교 공학사
1982년 4월: 미국 Pittsburg대학 전기공학과 석사
1985년 12월: 미국 Pittsburg대학 전기공학과 공학박사
1986년 4월~1992년 8월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 조교수
1992년 9월~2000년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 부교수
2000년 3월~현재: 한국과학기술원 전자전산학과 교수
<주관심 분야> 디지털 신호와 영상처리, 다차원 시스템 이론, 비디오 신호 전송, 통신 이론, 이동 통신 기술 분야

www.dbpia.co.kr