적산성 잡음에서 참고 관측량을 쓰는 간단한 구조의 비모수 확률 신호 검파기

준회원 박 애 경*, 종신회원 송 익 호**, 배 진 수*

A Simpler Structured Nonparametric Detector with Reference Observations for Random Signals in Multiplicative Noise

Ae-Kyung Park* *Associate Member*, Iickho Song**, Jinsoo Bae*** *Regular Members*

요 약

정규 관측량은 물론 참고 관측량을 쓰는 비모수 검파기의 검정 통계량은 정규 관측량만을 쓰는 비모수 검파기보다 더 간단하다. 부호 통계량 대신에 참고 통계량을 사용함으로써 적산성 잡음에 숨겨져 있는 확률 신호를 위한 간단한 검파기 구조를 얻을 수 있다.

키워드: 적산성 잡음, 비모수 신호검파, 두표본 검파

ABSTRACT

A simpler nonparametric detector test statistic based on reference observation in addition to the rank statistics of regular observations is suggested in this letter. Using reference observations instead of sign statistics helps us a simpler detector structure especially for random signals buried in multiplicative noise.

I. 서 론

대부분의 비모수 검파기는 관측량의 순위와 부호에 바탕을 두고 있다. 이러한 이유로 비모수 검파기는 그리 큰 성능의 떨어짐 없이 비모수 특성을 보여준다 [1]. 비모수 검파기는 잡음 분포에 상관없이 미리 정의해 놓은 오경보 확률을 유지한다. 그러므로 비모수 검파기는 잡음에 대한 정보를 미리 알 필요가 없다. 비모수 검파기 가운데 순위 통계량이나 (두 개의 표본을 쓸 경우) 절대값 순위와 부호 통계량에 (한 개의 표본만을 쓸 경우) 바탕을 둔 국소최적 순위 검파기는 국소 최적 비선형성으로부터 얻어진 점수 함수를 가지고 있다 [2-5].

비모수 검파기는 잡음의 확률 밀도 함수가 짝수 함수이기 때문에 비모수 검파기에서 관측량의 부호는 중요하다: 잡음뿐인 표본의 부호의 합의 평균은 0이다. 부호 통계량을 사용하는 대신 오직 잡음으로만 이루어져 있고 정규 관측량과는 독립적으로 얻어졌다고 가정한 참고 관측량을 사용한다. 관측량에 바탕을 둔 검파기를 두 개의 표본을 쓰는 국소 최적 순위 검파기라고 부를 때, 부호와 절대값 순위에 바탕을 둔 국소 최적 순위 검파기를 한 개의 표본을 쓰는 검파기라고 부른다.

이 논문에서 적산성 잡음에서 확률 신호에 대해서 두 개의 표본을 쓰는 국소 최적 순위 검파기의 구조가 한 개의 표본을 쓰는 국소 최적 순위 검파기보다 더 간단하다는 것을 보였다. 또한 두 개의 검파기가 동일한 점근 성질을 갖는다는 것을 보인다. 곧, 부호 통계량 대신에 참고 관측량을 사용한 간단한 구조의 결과가 성능이 떨어지지 않음을 보였다. 곧, 이 경우에는 단순 구조와 성능간에 상관은 없다. 그리고, 적산성이나 신호 의존성 잡음과 같은 몇몇 비가산성 잡음의 영향은 무시 할 수 없다. 특히 다중 경로 전파 문제의 경우에 적산성 잡음은 상당히 중요하다 [6,7].

* 세종대학교 정보통신공학과(baej@sejong.ac.kr) ** 한국과학기술원 전자전산학과
논문번호 : 020148-0403, 접수일자 : 2002년 4월 4일
※ 이 논문은 2002년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었습니다. (KRF-2002-003-D00196)

II. 기 초 이 론

2 .1 관측 모형

이 논문에서 쓰는 관측 모형은 다음과 같다.

$$X_i = \theta S_i + \theta S_i N_i + W_i \quad i=1,2,\ldots,n \tag{1}$$

여기서 n은 표본 크기이고 S_i는 i번째 표본화 한 확률 신호 성분이다. $N_i=0$ 일 때, 위 모형은 전형적인 가산성 잡음 모형이다.

$K_S(i,j)=E\{S_iS_j\}$라 하고, $\sigma_i^2=K_S(i,j)$를 S_i의 분산이라고 하자. W_i 와 N_i의 잡음은 i에 대해 독립 동일 분포이고 서로 상관이 있다. 평균이 0이고 분산이 σ^2_W인 f_W는 W_i의 확률 밀도 함수이다. 그리고 f_{NW}는 N_i 와 W_i의 결합 확률 밀도 함수를 의미한다 [6,7].

2 .1 점수 함수

국소 최적 순위 점수 함수를 정의하기 전에 표본 크기가 n인 관측 벡터 $\overrightarrow{X}=(X_1,X_2,\ldots,X_n)$를 고려하자. $\overrightarrow{Z}=(Z_1,Z_2,\ldots,Z_n)$, $\overrightarrow{R}=(R_1,R_2,\ldots,R_n)$ 그리고 $\overrightarrow{Q}=(Q_1,Q_2,\ldots,Q_n)$는 관측량의 부호 $Z_i=\mathrm{sgn}(X_i)$, 순위 R_i, 절대값 순위 Q_i로 이루어진 벡터이다. 여기서 만약 $x\geq 0$이면 $\mathrm{sgn}(x)=1$이고 $x<0$이면 $\mathrm{sgn}(x)=-1$이고, R_i는 $\overrightarrow{X}$의 집합에서 X_i의 순위이고, Q_i는 $|\overrightarrow{X}|=\{(|X_1|,|X_2|,\ldots|X_n|)\}$의 집합에서 $|X_i|$

의 절대값 순위이다. 또한 $X_{[i]}$와 $|X|_{[i]}$는 각각 $\overrightarrow{X}$, $|\overrightarrow{X}|$의 i번째 가장 작은 원소를 (즉, i번째 순서 통계량) 나타내고, $X_i=Z_i|X|_{[Q_i]}=X_{[R_i]}$이다.

$E_H\{\cdot\}$를 확률 밀도 함수 $f_W(x)$의 잡음에 대한 평균값을 표현하고, $p_2(x)=f_W(x)E\{N|W=x\}$이고 $p_3(x)=f_W(x)E\, N^2|W=x$일 때,

$$g_1(x)=-\frac{f'_W(x)}{f_W(x)},\quad g_2(x)=-\frac{p'_2(x)}{f_W(x)},$$

$$h_1(x)=\frac{f''_W(x)}{f_W(x)},\quad h_2(x)=\frac{p''_2(x)}{f_W(x)} \text{ 그리고}$$

$h_3(x)=\dfrac{p''_3(x)}{f_W(x)}$은 국소 최적 비선형성 함수이다.

이제, 순서, 순위 그리고 부호 통계량에 바탕을 둔 점수 함수에 대해 정의한다. $g_{12}(x)=g_1(x)+g_2(x)$일 때,

$$a_4(k,i)=E_H\{g_{12}(X_{[k]})g_{12}(X_{[i]})\} \tag{2}$$

그리고

$$b_4(i)=E_H\{h_1(X_{[i]})+2h_2(X_{[i]})+h_3(X_{[i]})\} \tag{3}$$

이다. 위의 점수 함수(2), (3)은 순위 통계량 R_i와 관련이 있는 순서 통계량 $X_{[i]}$에 바탕을 둔다.

다음은 한 개의 표본을 쓰는 국소 최적 순위 검파기에 대한 점수 함수를 정의하면

$$c_4(k,i)=E_H\{g_{12}(|X|_{[k]})g_{12}(|X|_{[i]})\} \tag{4}$$

이다.

III. 검정 통계량

한 개의 표본을 쓰는 국소 최적 순위 검파기의 검정 통계량은 다음과 같이 표현된다.

$$T_{LOR}(\overrightarrow{X})=\sum_{n=1}^{n}A(i)+\sigma_i^2B(i)+\sigma_i^2Z_iC(i) \tag{5}$$

이 때,

$$\begin{aligned}A(i)=\sum_{k=1}^{n}K_S(i,k)\{&Z_iZ_kc_4^o(Q_i,Q_k)\\&+c_4^e(Q_i,Q_k)\\&+Z_ic_4^h(Q_i,Q_k)\\&+Z_kc_4^h(Q_k,Q_i)\}\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}B(i)=d_4^e(Q_i)-\{&c_4^e(Q_i,Q_i)\\&+c_4^e(Q_i,Q_i)\}\end{aligned} \tag{7}$$

$$C(i)=d_4^0(Q_i)-2c_4^h(Q_i,Q_i) \tag{8}$$

이고, 여기서

$$c_4^o(i,j)=E_H\{g_{12}^o(|X|_{[i]})g_{12}^o(|X|_{[j]})\} \tag{9}$$

$$c_4^h(i,j)=E_H\{g_{12}^o(|X|_{[i]})g_{12}^e(|X|_{[j]})\} \tag{10}$$

$$c_4^e(i,j)=E_H\{g_{12}^e(|X|_{[i]})g_{12}^e(|X|_{[j]})\} \tag{11}$$

은 정의된 식 (4)의 결합된 점수 함수 $c_4(i,j)$에서 유도된 홀수, 혼성 그리고 짝수 점수 함수이다. $h_4(x)=h_1(x)+2h_2(x)+h_3(x)$이고, 각각의 $g_{12}(x)$ 와 $h_4(x)$에서 $g_{12}^o(x)$와 $h_4^o(x)$가 홀수 함수 부분이고, $g_{12}^e(x)$ 와 $h_4^e(x)$가 짝수 함수 부분일 때, $d_4^o(i)=E_H\{h_4^o(|X|_{[i]})\}$ 와 $d_4^e(i)=E_H\{h_4^e(|X|_{[i]})\}$은 결합된 점수 함수 $d_4(i,j)=E_H\{h_4(|X|_{[i]})\}$에서 유도된 홀수 함수 와 짝수 함수이다. 관측량의 부호를 유지시키기 위해서 점수 함수를 짝수 부분과 홀수 부분으로 나눈다.

$$X_i=\begin{cases}\theta S_i+\theta S_iN_i+W_i, & i=1,2,\ldots,n\\ W_i, & i=n+1,\ldots,n+m\end{cases} \tag{12}$$

이제 두 개의 표본을 쓰는 국소 최적 순위 검파기의 검정 통계량을 살펴보자.

두개의 표본을 쓰는 모형은 확률 신호와 적산성 잡음 성분을 포함하는 관측량 X_i를 나타낸다. X_i의 결합 확률 밀도 함수는 다음과 같다.

$$\phi_\theta(\vec{x})=\prod_{j=n+1}^{n+m}f_W(x_j)\int_{R^n}\prod_{i=1}^{n}\int f_{NW}(n_i,y_i)\,dn_i\; f_{\vec{S}}(\vec{s})\,d\vec{s} \tag{13}$$

여기서 $y_i=x_i-\theta_{s_i}-\theta_{s_in_i}$ 이고 $f_{\vec{S}}$ 는 $\vec{S}=(S_1,\ldots,S_n)$에서 결합 확률 밀도 함수이다.

또한 정규 관측량은 우리는 m 개의 참고 관측량을 사용한다. 이 논문에서 다루게 될 가설 검정 문제는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{H}: p_0(\vec{r})=\frac{1}{(n+m)!} \tag{14}$$

$$\vec{K}: p_\theta(\vec{r})=\int_A\phi_\theta(\vec{x})\,d\vec{x} \tag{15}$$

여기서 $\vec{R}=(R_1,R_2,\ldots R_{n+m})$가 $\vec{X}=(X_1,\ldots,X_{n+m})$의 순위 통계량일 때, $A=\{\vec{x}|\vec{R}=\vec{r}\}$ 이다.

검정 통계량은 일반화된 네이만 – 피어슨 정리로 부터 얻어질 수 있다.

$$T^t_{LOT}(\vec{x})=\frac{1}{p_0(\vec{r})}\lim_{\theta\to 0}\frac{d^v p_\theta(\vec{r})}{d\theta^v} \tag{16}$$

여기서 v는 미분값이 처음으로 0이 아닌 값을 가지는 미분 차수를 뜻한다 [2,3].

식 (16)에서 식 (14)와 식 (15)를 사용해서 적산성 잡음 모형 (12)에서 확률 신호에 대해 두 개의 표본을 쓰는 국소 최적 순위 검파기의 검정 통계량을 다음과 같이 얻을 수 있었다.

$$T^t_{LOT}(\vec{X})=\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}K_S(i,k)a_4(R_i,R_k)+\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2b_4(R_i)-a_4(R_i,R_i) \tag{17}$$

Ⅳ. 맺음말

가산성 잡음의 경우에 한 개의 표본을 사용하는 검파기나 두 개의 표본을 사용하는 검파기가 거의 비슷한 검정 통계량을 갖는 데 비해 적산성 잡음의 경우에는 두 개의 표본을 사용하는 검파기가 한 개의 표본을 사용하는 검파기보다 더 간단한 점수 함수를 가진다. 그 이유는 한 개의 표본을 사용하는 국소 최적 순위 검파기가 비가산성 잡음 모형에서 일어나는 국소 최적 비선형인 $p_2(x)$ 와 $p_3(x)$에서 부호 통계량을 사용하기 때문이다. 두개의 표본을 쓰는 검파기는 한 개의 표본을 쓰는 검파기가 사용하

는 부호 통계량 대신에 참고 관측량을 쓴다. 두개의 표본을 사용하는 검파기는 정규 관측량에 참고 관측량을 덧붙이고 더 많은 계산을 필요로 하는 $n+m$ 개의 관측량에 대한 순위 통계량을 요구한다. 그러나 식 (17)에서 합의 상한의 제한이 $n+m$이 아니라 n인 것은 주목할만 하다. 두 개의 표본을 쓰는 검파기의 검정 통계량은 한 개의 표본을 쓰는 검파기처럼 순위 1부터 n 까지 오로지 n 개의 관측량을 사용한다. 계산값이 한 개의 표본을 쓰는 검파기보다 크다고 할지라도 두 개의 표본을 쓰는 검파기가 더 간단한 구조를 가진다. 어떤 것이 더 낫는지에 대한 답변은 설계 상황에 따라 선택 가능하다.

두개의 검파기가 같은 점근 성능을 가지고 있음은 매우 흥미롭다. 점근 성능은 비록 많은 정의, 가정 그리고 수학적인 조작이 필요로 하긴 하지만, 다른 논문에서 쓰인 방법과 비슷하게 쉽게 얻어질 수 있다 [3,8].

참 고 문 헌

[1] S.A. Kassam and J.B. Thomas, Nonparametric Detection: Theory and Applications, Academic Press, Stroudsburg, 1980.

[2] S.Y. Kim and I. Song, "On the score functions of the two-sample locally optmum rank test statistic for random signals in additive noise," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 41, no. 3, pp. 842-846, May 1995.

[3] I. Song and S.A. Kassam, "Locally optimum rank detection of correlated random signals in additive noise," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 38, no. 4, pp.1331-1322, July 1992.

[4] R.S. Blum, "Locally optimum distributed detection of correlated random signals based on ranks," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 42, no. 3, pp. 931-942, May 1996.

[5] S.A. Kassam, Signal Detection in Non-Gaussian Noise, SpringerVerlag, New York, 1987.

[6] I. Song and S.A. Kassam, "Locally optimum detection of signals in a generalized observation model: The known signal case," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 36, no. 3, pp. 502-515, May 1990.

[7] I. Song and S.A. Kassam, "Locally optimum detection of signals in a generalized observation model: The random signal case," IEEE Trans. Inform, Theory, vol. 36, no. 3, pp. 516-530, May 1990.

[8] J. Bae, "Sums and weighted sums of score functions of the locally optimum rank detectors," Signal Process., (submitted for publication).

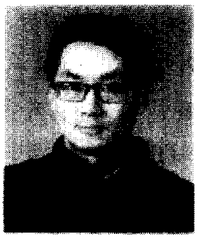
박 애 경(Ae-Kyung Park) 준회원

2003년 2월 : 세종대학교 정보통신공학과 공학사

2003년 2월~ 현재 : 세종대학교 정보통신공학과 석사과정

<주관심분야> 통신이론, 신호검파이론

송 익 호(Iickho Song) 종신회원



1982년 2월 : 서울대학교 전자공학과 공학사 (준최우등)

1984년 2월 : 서울대학교 전자공학과, 공학석사

1985년 8월 : 펜실베니아대학교 전기공학과 공학석사

1987년 3월~1998년 2월 : 벨 통신연구소 연구원

1988년 3월~현재 : 한국과학기술원 전자전산학과 조교수, 부교수, 교수

1995년 1월~현재 : 한국통신학회 논문지 편집위원

1991년 11월, 1996년 11월 : 한국통신학회 학술상 받음

1993년 11월 : 한국음향학회 우수연구상 받음

1998년 11월 : 한국통신학회 LG학술상 받음

1999년 11월 : 대한전자공학회 해동논문상 받음

2000년 3월 : 젊은 과학자상 받음

2000년 11월 : 한국통신학회 모토롤라학술상 받음 대한전자공학회, 한국음향학회, 한국통신학회 평생회원; IEE 석학회원; IEEE 선임회원

<주관심분야> 통계학적 신호처리와 통신이론, 신호검파와 추정, 이동통신

배 진 수(Jinsoo Bae) 종신회원

1990년 2월 : 경기과학고등학교 조기졸업 (우등)
1993년 2월 : 한국과학기술원 전자전산학과 공학사 (전체 차석, 조기졸업, 최우등)
1995년 2월 : 한국과학기술원 전자전산학과 공학석사
1998년 2월 : 한국과학기술원 전자전산학과 공학박사
1997년 1월~1997년 12월 : 동경대학 객원연구원
1998년 1월~1998년 10월 : 앤더슨컨설팅 컨설턴트
1998년 11월~1999년 12월 : 일본모토로라
1999년 9월~2000년 2월 : LG텔레콤 과장
2000년 3월~현재 : 세종대학교 정보통신공학과 전임강사, 조교수

<주관심분야> 신호검파이론