

## 초광대역 Ambiguity Function에 관한 연구

정희원 이준용

## On the Ultra-Wideband Ambiguity Function

Joon-Yong Lee\* Regular Member

## 요약

초광대역 (UWB) 신호의 정밀한 시간 해상도는 실내 환경에서의 위치추적 등, 다양한 응용을 가능하게 하는 동시에, 시간오차에 대한 감도가 매우 높아지는 등, 시스템 설계 시 기술적 어려움을 주기도 한다. 신호의 시간 해상도를 평가하는 유용한 방법 중 하나는 신호의 ambiguity function을 평가하는 것이다. 이 논문에서는 기존의 ambiguity function과는 달리 시간 오차와 시간 스케일링 인자를 두 변수로 하여 펄스 방식의 UWB 신호를 위한 ambiguity function을 정의하였고, 임펄스 라디오 (impulse radio)의 송수신 방식에 따른 UWB ambiguity function을 평가하여 시스템의 타이밍과 관련된 이슈들을 논하였다.

**Key Words** : uwb; ultra-wideband; time resolution; ambiguity function; ranging; positioning

## ABSTRACT

Extremely fine time resolution of ultra-wideband (UWB) signal poses a new problems to the system designer. A reasonable accuracy of the system clock is necessary to process signals with such a high space resolution. A useful way of illustrating the time resolution of a signal is to evaluate the ambiguity function. The ambiguity function for carrierless UWB signals is defined using the time mismatch and time scaling factor as its two parameters. The UWB ambiguity function is evaluated for various signaling schemes of impulse radio.

## I. 서론

매우 좁은 펄스를 이용한 통신 방식인 임펄스 라디오 (impulse radio)가 소개된 이래, 이 시스템의 중요한 장점으로 거론되어 온 것 중 하나가 신호의 시간 해상도 (time resolution 혹은 space resolution)가 매우 좋다는 것이다. 신호의 시간 해상도는 일반적으로 신호의 대역폭에 반비례하며, 따라서 광대역 신호일수록 더 정밀한 시간 해상도를 갖게 된다. 이러한 특성은 임펄스 라디오를 실내 환경 등, 복잡한 다중경로 환경에서 정확한 거리추정 혹은 위치추적에 응용하는 것을 가능케 한다 [1], [3]. 뿐만 아니라

통신의 측면에서도, 다중경로 환경에서 레이크 (rake) 수신을 용이하게 하는 장점이 있다 [2]. 반면 신호의 듀티 사이클 (duty cycle)이 매우 작아지기 때문에 동기획득에 소요되는 시간이 길어지고, 클럭 신호의 오차의 영향을 민감하게 받는 단점이 있다.

레이더의 특성과 성능을 평가하기 위해 정의되었던 ambiguity function은 통신 시스템의 특성을 이해하는데에 도움을 준다. 협대역 신호의 경우, 1953년 Woodward가 시간 오차  $\tau$ 와 시선 속도 (radial velocity)로 인해 발생하는 도플러 주파수  $\phi$ 를 두 변수로 하여 ambiguity function을 정의하였다 [6]. 이 두 변수에 대한 매치드

\* 한동대학교 전산전자공학부 UWB 통신 연구실 (joonlee@handong.edu)

논문번호 : 030438-1008, 접수일자 : 2003년 10월 7일

※이 논문은 2003년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음 (KRF-2003-003-D00266).

필터 (matched filter)의 출력을 계산으로써 ambiguity function을 구할 수 있다. 시간오차와 도플러 주파수가 없을 경우, 즉  $\tau$ 와  $\phi$ 가 모두 0일 때, ambiguity function은 최대값을 갖게 되고 이때 메인 로브의 폭이 좁을수록 좋은 해상도를 갖게 된다. 임펄스 라디오의 경우 정현파를 사용하지 않으므로, 도플러 주파수 대신 시선속도에 의해 발생하는 시간 스케일링 인자 (time scaling factor)를 사용하여 ambiguity function을 정의할 수 있다. 본 논문에서는 펄스 방식의 UWB 신호를 위한 ambiguity function을 새롭게 정의하고 관련된 이론을 전개하였다. 또한 UWB ambiguity function의 특성을 고찰함으로써 UWB 신호의 시간 해상도와 더불어 클럭 주기 오차, 클럭 지터 (jitter) 등 시스템 디자인과 관련된 타이밍 이슈들에 관하여 논하였다.

## II. 정의

UWB 펄스가 자유공간에서 송신된다고 가정할 때, 수신단에서 잡음신호와 다중경로 (multipath)를 무시한다면 수신된 신호  $s_r(t)$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$s_r(t) = A_r(a(t - \tau_r))$$

여기서  $A_r$ 은 수신된 신호의 크기,  $\tau_r$ 은 시간 오차, 그리고  $a$ 는 시선속도로 인하여 발생하는 시간 스케일링 인자를 나타낸다. 협대역 신호의 경우엔 도플러 주파수 (doppler frequency)를 ambiguity function의 한 변수로 고려하나, 임펄스 라디오의 경우 반송파 (carrier)를 사용하지 않으므로 펄스의 시간 스케일링 인자를 대신 고려할 수 있다. 즉 송수신기가 일정 속도로 가까워질 때, 수신된 펄스의 폭은 원래 신호의 폭보다 좁아질 것이고, 송수신기가 서로 멀어질 때는 반대의 현상이 발생할 것이다. 수신단에서  $A_r$ ,  $\tau_r$ ,  $a$ 에 대한 정보가 없다고 가정할 때, 수신기는 상관기 (correlator)를 이용하여 설계될 수 있으며, 이때 템플릿 신호  $s_m(t)$ 는

$$s_m(t) = A_m s(t - \tau_m)$$

로 정의될 수 있다. 여기서  $\tau_m$ 은 템플릿 신호

의 시간 지연을 나타낸다. 상관기의 출력 신호  $z(t)$ 는

$$\begin{aligned} z(t) &= A_r A_m \int_{-\infty}^{\infty} s(t - t_m) s(a(t - \tau_r)) dt \\ &= \frac{A_r A_m}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{a} s(t) s(a(t - \tau)) dt \end{aligned}$$

로 나타내지며, 여기서  $\tau$ 는

$$\tau = \tau_r - \tau_m$$

로 정의된다. 즉,  $\tau$ 는 수신된 신호와 상관기의 템플릿 신호간의 시간 오차를 나타낸다. 이때 UWB ambiguity function  $\chi_{uwb}(\tau, a)$ 는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\chi_{uwb}(\tau, a) = \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{a} s(t) s(a(t - \tau)) dt$$

여기서  $\sqrt{a}$ 는 노멀라이징을 위한 인자이다. 신호의 에너지를  $E_s$ 라고 할 때,  $E_s$ 는

$$E_s = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df$$

로 나타내어지며, 여기서  $S(f)$ 는  $s(t)$ 의 Fourier 변환을 나타낸다. 이때 UWB ambiguity function  $\chi_{uwb}(\tau, a)$ 는 일반적인 ambiguity function과 마찬가지로 다음과 같은 조건을 만족한다.

$$\chi_{uwb}(\tau, a) \leq \chi_{uwb}(0, 1) = E_s$$

이때  $a$ 가 1일 경우,  $\chi_{uwb}(\tau, a)$ 는  $s(t)$ 의 자기상관함수 (auto-correlation function)로 해석될 수 있다.

Taylor 급수 전개를 이용하여  $\chi_{uwb}(\tau, a)$ 를 (0, 1) 근처에서 저차항들만을 이용하여 근사화 (approximation) 하면 다음과 같다.



$$\begin{aligned} \chi_{\text{uwb}}(\tau, \alpha) \approx & \chi_{\text{uwb}}(0, 1)1 + A_\tau \tau \\ & + A_\alpha(\alpha - 1) + \frac{1}{2} B_\tau \tau^2 \\ & + \frac{1}{2} B_\alpha (\alpha - 1)^2 \\ & + \frac{1}{2} B_{\tau\alpha} \tau(\alpha - 1) \end{aligned}$$

여기서 각 항들의 계수들은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} A_\tau &= \frac{1}{\chi_{\text{uwb}}(0, 1)} \left. \frac{\partial}{\partial \tau} \chi_{\text{uwb}}(\tau, \alpha) \right|_{\tau=0, \alpha=1} \\ A_\alpha &= \frac{1}{\chi_{\text{uwb}}(0, 1)} \left. \frac{\partial}{\partial \alpha} \chi_{\text{uwb}}(\tau, \alpha) \right|_{\tau=0, \alpha=1} \\ B_\tau &= \frac{1}{\chi_{\text{uwb}}(0, 1)} \left. \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \chi_{\text{uwb}}(\tau, \alpha) \right|_{\tau=0, \alpha=1} \\ B_\alpha &= \frac{1}{\chi_{\text{uwb}}(0, 1)} \left. \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \chi_{\text{uwb}}(\tau, \alpha) \right|_{\tau=0, \alpha=1} \\ B_{\tau\alpha} &= \frac{1}{\chi_{\text{uwb}}(0, 1)} \left. \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial \alpha} \chi_{\text{uwb}}(\tau, \alpha) \right|_{\tau=0, \alpha=1} \end{aligned} \quad (1)$$

이때 (1)에 나타난 각 계수들은 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$A_\tau = A_\alpha = 0$$

$$\begin{aligned} B_\tau &= \frac{-1}{\chi_{\text{uwb}}(0, 1)} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df \\ B_\alpha &= \frac{1}{\chi_{\text{uwb}}(0, 1)} \left[ \frac{-3E_s}{4} \right. \\ & \quad \left. + \int_{-\infty}^{\infty} t^2 s(t) s'(t) dt \right] \\ B_{\tau\alpha} &= \frac{1}{\chi_{\text{uwb}}(0, 1)} \left[ \frac{-3E_s}{4} \right. \\ & \quad \left. + \int_{-\infty}^{\infty} t^2 s(t) s'(t) dt \right] \end{aligned} \quad (2)$$

이때  $|S(f)|^2/\chi_{\text{uwb}}(0, 1)$ 을  $f$ 에 대하여 적분하면 1이 되므로 (2)에서  $B_\tau$ 는 Garbor (혹은 rms) 대역폭  $B_{\text{rms}}$ 와 다음과 같은 관계를 갖게 된다.

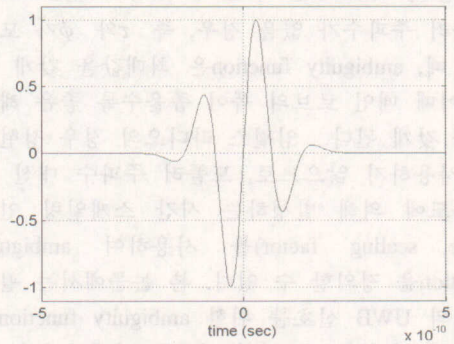


그림 1 가우시안 함수의 5차 미분으로 모델링한 UWB 펄스

$$\frac{\sqrt{B_\tau}}{2\pi} = B_{\text{rms}} = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} f^2 \frac{|S(f)|^2}{\chi_{\text{uwb}}(0, 1)} df \right]^{\frac{1}{2}}$$

여기서  $B_\tau$ 의 값이 클수록  $\chi_{\text{uwb}}(\tau, \alpha)$ 는 좁은 메인 로브를 갖게 되며, 결과적으로 시간 해상도는 좋아지게 된다.

### III. Simulation을 통한 UWB Ambiguity Function의 평가

앞서 정의된 UWB ambiguity function을 각기 다른 송수신 방식에 따라 시뮬레이션을 통해 평가해 보았다. 시뮬레이션에 사용된 UWB 펄스  $s(t)$ 의 형태는 (3)와 같은 가우시안 (Gaussian)의 5차 미분함수 모델 [4]을 가정하였다.

$$s(t) = A \left( -\frac{t^5}{\sqrt{2\pi}\sigma^{11}} + \frac{10t^3}{\sqrt{2\pi}\sigma^9} - \frac{15t}{\sqrt{2\pi}\sigma^7} \right) \cdot \exp \left[ \frac{-t^2}{2\sigma^2} \right] \quad (3)$$

여기서  $A$ 는 펄스의 크기를 나타내며  $\sigma$ 의 값은  $51 \times 10^{-12}$ 이다. 그림1은 이 가우시안 펄스의 모양을 보여준다. 이 펄스의 3dB 대역폭은 약 3.67GHz이며 FCC의 실내환경에서의 전파규정에 부합되는 모델이다. 그림2는 한 개의 UWB 펄스의 ambiguity function을 보여준다. 송수신기간의 상대속도는 빛의 속도에 비해 매우 작다고 가정할 수 있으므로  $\alpha$ 의 값은 1에 매우 가깝게 된다. UWB 펄스의 넓은 대역폭

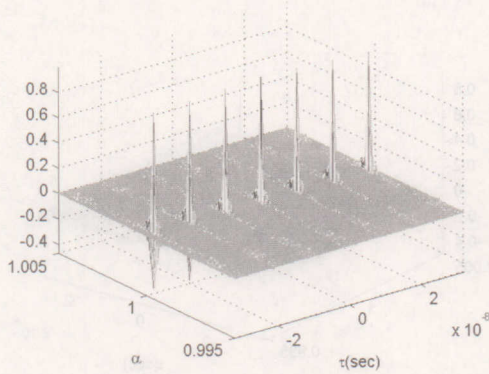


그림 3 Periodic pulse train의 ambiguity function

으로 인해 시간 해상도는 매우 좋으며 이때의 ambiguity function의 형태는 knife-edge 타입으로 분류될 수 있다.

임펄스 라디오의 구현을 위해 몇 가지 다른 형태의 다중 접속 방식이 제안되어 왔으며 그 중 대표적인 것이 시간도약 (time hopping, TH) 방식과 디렉트시퀀스 (DS) CDMA 방식이다. 방식에 따라 차이는 있으나 펄스 트레인을 송수신 하는 경우 시간축으로 ambiguity가 발생하게 되며 이는 펄스의 반복 주기 (repetition period)와 사용된 pseudo-random 시퀀스에 따라 다른 형태를 보이게 될 것이다. 우선 주기적인 펄스 트레인을 송수신할 경우를 가정한다면, 송수신 기간에 클럭을 공유하고 있지 않기 때문에 클럭신호의 주기가 정확히 일치하지 않을 수 있으며, 이에 의해 전체 신호에 시간 스케일링이 발생하게 된다. 클럭주기의 오차에 의해 발생하는 시간 스케일링은 사용되는 클럭의 성능에 따라 차이가 있을 것이나, 일반적으로 송수신기의 속도에 의한 스케일링에 비해 크다고 가정할 수 있다. 예를 들어 성능이 뛰어나지 못한 클럭의 경우 약 0.1% 가량의 주기 오차가 발생하는 것이 가능하며 이는 시선속도에 의한 스케일링보다 상당히 큰 값이다.  $N_p$ 개의 펄스를  $T_f$ 의 주기로 송신하는 경우, 이 펄스 트레인의 ambiguity function은 다음과 같이 계산될 수 있다.

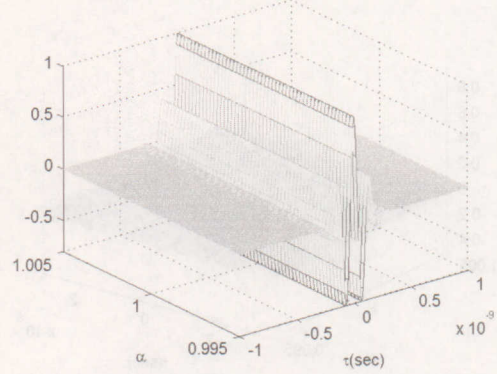


그림 2 단일 펄스의 ambiguity function

$$\chi_{uwb}(\tau, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=0}^{N_p-1} \sum_{i=0}^{N_p-1} s(t - iT_f) + \frac{(N_p - 1)T_f}{2} \cdot s(t - \tau - j\alpha T_f) + \frac{(N_p - 1)T_f}{2} dt$$

여기서  $T_d$ 는 클럭 주기 오차를 나타내며 이에 의해 발생하는 시간 스케일링 인자  $\alpha$ 는

$$\alpha = \frac{T_f}{T_f + T_d}$$

으로 정의된다. Hussain [5]은 주기적인 가우시안 펄스 트레인의 ambiguity function에 대해 분석한 바 있으며, 그림3은  $N_p$ 를 64로, 펄스 반복률 100Mpps로 가정하였을 때의 시뮬레이션 결과이다. 그림에서 주기적인 시간에 대한 ambiguity가 나타나는 것을 볼 수 있으며 시간 해상도 뿐만 아니라  $\alpha$ 에 대한 해상도도 매우 좋게 나타나는 것을 볼 수 있다. 이것은 UWB 펄스 트레인의 듀티 사이클이 매우 작을 뿐 아니라 여러개의 펄스가 전송되었기 때문에 발생하는 현상이다. 따라서 임펄스 라디오 시스템의 경우 사용되는 클럭의 정확도가 매우 중요함을 알 수 있다. 시간도약 펄스 트레인의 경우 ambiguity function은 다음과 같이 표현된다.



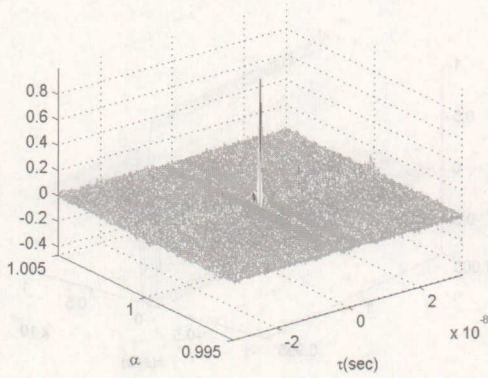


그림 4 시간도약 펄스 트레인의 ambiguity function

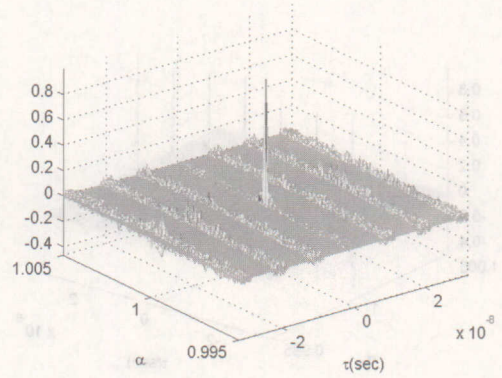


그림 5 DS-CDMA 펄스 트레인의 ambiguity function

$$\chi_{\text{uwb}}(\tau, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{N_p-1} \sum_{j=0}^{N_h-1} s(t - iT_f - c_j(u) T_c \frac{(N_p-1)T_f}{2}) \cdot s(t - \tau - j\alpha T_f + \frac{(N_p-1)T_f}{2}) dt,$$

여기서  $T_f$ 와  $T_c$ 는 각각 펄스의 반복주기와 칩타임을 각각 나타내며 시간도약 시퀀스  $\{c_j(u)\}$ 는

$$0 \leq c_j(u) \leq N_h - 1$$

를 만족시킨다. 그림 4는  $N_p = 64$ ,  $N_h = 8$ ,  $T_f = 10\text{ns}$  라고 가정했을 때의 ambiguity function을 보여준다. 사용된 시간도약 방식은 uniform하다고 가정하였으며 그림4에서 시간 축으로의 ambiguity가 시간도약에 의해 현저히 줄어든 것을 볼 수 있다.

DS-CDMA 방식으로 신호를 전송할 경우 ambiguity function은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\chi_{\text{uwb}}(\tau, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{N_p-1} \sum_{j=0}^{N_h-1} a_i(u) a_j(u) \cdot s(t - iT_f + \frac{(N_p-1)T_f}{2}) \cdot s(t - \tau - j\alpha T_f + \frac{(N_p-1)T_f}{2}) dt,$$

여기서  $a_i(u) \in \{+1, -1\}$ 을 만족시키며

uniform하게 생성된 PN 시퀀스가 사용되었다. DS-CDMA 방식의 경우 시간도약 방식으로 신호를 송신한 경우보다 주기적인 ambiguity가 더 뚜렷이 나타나는 것을 볼 수 있는데, 이것은 신호의 주기성이 더 현저하기 때문이다(그림5 참조).

#### IV. 결론

펄스 방식의 UWB를 위해 정의된 ambiguity function의 평가를 통하여 UWB 신호의 높은 시간 해상도를 확인할 수 있었다. 그리고 UWB 펄스 트레인을 송수신 하는 경우 송신기와 수신기의 클럭 주기 오차에 대해 높은 해상도를 확인할 수 있었는데, 이는 신호의 듀티 사이클이 매우 작기 때문이다. 또한 이는 임펄스 라디오에서 사용하는 클럭의 정확도와 정밀한 동기획득이 매우 중요하다는 사실을 반증하는 것이다.

#### 참고 문헌

[1] Joon-Yong Lee and Robert A. Scholtz, "Ranging in a dense multipath environment using a UWB radio link", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol.20, no.9, pp. 1677-1683, Dec. 2002

[2] M. Z. Win and Robert. A. Scholtz, "Energy capture vs. correlator resources in ultra-wide bandwidth indoor wireless communication channels", *Proc. Milcom '97*, Nov. 1997

[3] J. M. Cramer, R. A. Scholtz, and M. Z. Win,

“Evaluation of an ultra-wideband propagation channel”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 50, no. 5, pp. 561-570, May 2002

- [4] Hongsan Sheng, Philip Orlik, Alexander M. Haimovich, Leonard J. Cimini, and Jinyun Zhang, “On the spectral and power requirements for ultra-wideband ransmission”, *IEEE ICC 2003*, May 2003.
- [5] Malek G. M. Hussain, “Principles of high-resolution radar based on nonsinusoidal waves - part II: Generalized ambiguity functions”, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 31, no. 4, pp. 369-375, Nov 1989
- [6] Merrill I. Skolnik, *Radar Handbook*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1970

이 준 용 (Joon-Yong Lee)

정회원



1993년 2월 : 홍익대학교

전자공학과 졸업

1997년 5월 : University of

Southern California 공학석사

2002년 5월 : University of

Southern California 공학박사

2002년 9월~현재 : 한동대학교

전산전자공학부 전임강사

<관심분야> UWB 통신시스템, UWB 위치인식 시스템