

부분 응답 채널을 위한 채널 등화기들의 성능 분석에 관한 연구

정회원 이상경*, 이재천**

Performance Analysis of the Channel Equalizers for Partial Response Channels

Sang-Kyung Lee*, Jae-Chon Lee** *Regular Members*

요 약

부분 응답 신호 기법은 데이터 전송 및 저장 채널에서 신호간 간섭을 효율적으로 제어함으로써 주파수 대역폭 감축의 목적을 달성할 수 있어 많이 채택하고 있는 기법이다. 본 논문에서는 부분 응답 채널 시스템에서의 채널 등화의 문제를 연구하였다. 부분 응답 모델의 대상으로 자기 기록 채널을 고려하였는데 적응 등화기 설계를 위한 기준 신호의 서로 다른 선택이 등화기 성능에 미치는 영향을 연구하였다. 먼저 각각의 등화기에 대해서 기존의 등화기 설계에서 사용하고 있는 등화기 출력 단에서의 평균제곱오차를 이론적으로 분석하였다. 한편 등화기 출력 단에서의 평균제곱오차는 등화기 자체 분석에 있어서는 유용하지만 서로 다른 등화기법의 비교에는 미흡하기 때문에 이를 보완하기 위한 성능 평가 요소로서 최종 데이터 검출 직전에서의 데이터 평균제곱오차를 이론적으로 유도하였다. 이 결과를 통해 부분 응답 시스템에서 서로 다른 신호 배치를 갖는 적응 등화 기법들의 성능 비교가 가능하다. 또한 이러한 성능 평가 기준에 적합한 등화기 설계 방법도 고려하였다. 마지막으로 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 통해 이론적으로 분석된 연구 결과의 타당성을 입증하였다.

ABSTRACT

Recently, to utilize the limited bandwidth effectively, the concept of partial response (PR) signaling has widely been adopted in both the high-speed data transmission and high-density digital recording/playback systems such as digital microwave, digital subscriber loops, hard disk drives, digital VCR's and digital versatile recordable disks and so on. This paper is concerned with adaptive equalization of partial response channels particularly for the magnetic recording channels. Specifically we study how the PR channel equalizers work for different choices of desired or reference signals used for adjusting the equalizer weights. In doing so, we consider three different configurations that are actually implemented in the commercial products mentioned above. First of all, we show how to compute the theoretical values of the optimum Wiener solutions derived by minimizing the mean-squared error (MSE) at the equalizer output. Noting that this equalizer MSE measure cannot be used to fairly compare the three configurations, we propose to use the data MSE that is computed just before the final detector for the underlying PR system. We also express the data MSE in terms of the channel impulse response values, source data power and additive noise power, thereby making it possible to compare the performance of the configurations under study. The results of extensive computer simulation indicate that our theoretical derivation is correct with high precision. Comparing the three configurations, it also turns out that one of the three configurations needs to be further improved in performance although it has an apparent advantage over the others in terms of memory size when implemented using RAM's for the decision feedback part.

* 고등기술연구원

** 아주대학교 시스템공학과

논문번호: 010313-1029, 접수일자: 2001년 10월 29일

I. 서론

데이터 전송을 위한 초고속 통신용 디지털 모뎀 및 데이터 기록을 위한 초고밀도 디지털 기록/재생 장치의 성능을 좌우하는 결정적인 요소 중의 하나는 신호간 간섭 (Intersymbol interference: ISI)의 효율적인 제거이다. ISI는 전송 또는 기록 채널의 주파수 특성(진폭 및 위상)이 여러 가지 원인으로 이상적이지 못해서 수신 또는 기록재생 신호에 왜곡(distortion)을 초래하기 때문에 발생 한다. 이러한 ISI를 제거하기 위해서는 적응 신호 처리 (adaptive signal processing) 기술의 채택이 필수 불가결하게 되었는데 수신기 또는 기록신호 재생부에 많이 사용되고 있는 것이 적응 등화(adaptive equalization) 기술이다¹⁾.

한편 전송신호 대역의 효율적인 활용을 위해 사용되어 온 부분응답 (PR: partial response) channel 기법이 최신의 고밀도 기록/재생 장치에서도 광범위하게 쓰여 지고 있는데, 이를 통해 신호 대역폭을 최대 1/2로 감축함으로써 기록 밀도를 증대 시키는 기술이다^{1)~3)}. 부분응답 기술을 적용하는 기록/재생 장치들에도 다양한 등화기 (equalizer)가 필요한데 최근의 고밀도 기록/재생 장치들의 상품화 예는 자기 (magnetic) 기록/재생 장치로서 HDD, Digital VCR 등이 있고, optical 기록/재생 장치로서 CD-RW, DVD-RW 및 DVD-RAM 등을 들 수가 있다. 따라서 그 동안 Cioffi를 비롯한 많은 연구자들이 부분 응답 채널에서의 채널 모델링 및 여러 가지 형태의 등화기를 적용하였을 때의 성능 분석 등에 대한 연구가 개별적으로 진행되어 왔다^{4)~7)}. 하지만, 부분 응답 채널에서 서로 다른 적응 등화기의 구성에 따른 성능 비교 분석에 대해서는 연구결과 등이 보고 되어 있지 않다. 그래서, 고밀도 디지털 자기 기록/재생 장치 system designer 입장에서 는 당연히 선택의 기준이 되는 reference자료가 필요한데 이것을 매번 simulation을 통해서 비교해야만 하는 문제가 있다.

본 논문에서는 일일이 simulation을 통하지 않고도 대상 채널의 임펄스 응답 (측정 결과 또는 모델 계수)과 SNR 값을 알면 바로 계산할 수 있는 MSE 표현식을 도출하였다. 이렇게 함으로써, 등화기 구조들 중에서 가장 성능면에서 우수한 신호 배치를 이론적으로 알아 낼 수가 있게 된다. 이를 위해서는 각기 다른 형태를 가지는 채널 등화기의 성능을 공

정하게 비교 및 평가 할 수 있는 공통의 성능 함수를 도입하는 것이 필요하다. 여기서는 공통의 성능 함수로 최종 데이터 단에서의 MSE를 설정하는 것에 귀결되었는데 서로 다른 경우를 비교하여 상대적인 우위를 평가하는데 무리가 없는 평가 요소로 잘 알려져 있다. 이러한 성능 평가 기준을 통해서 서로 다른 등화기법들의 성능 비교가 가능하게 된다. 이론 분석 결과들은 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 검증된다.

본 논문의 구성은 서론에 이어 제2절에서 부분 응답 신호 기법과 자기 기록 채널에 대한 간단한 review가 있고 제3절에서는 부분 응답 채널에 대한 몇 가지 기준 신호 배치 방법에 대한 예시와 이들을 이론적으로 다루기 위한 각종 변수 및 수식 표현을 도입하고 연구 대상들의 성능 분석의 필요성을 제기한다. 계속해서 제4절에서는 PR 적응 등화기들에 대한 평균제곱오차 최소화의 문제를 이론적으로 해결한다. 한편, 제5절에서는 서로 다른 기준 신호를 갖는 PR 적응 등화기들의 성능 비교를 위한 평가 기준 제시와 계산식을 이론적으로 유도한다. 제6절에서는 지금까지의 이론적인 결과들을 검증하기 위한 컴퓨터 시뮬레이션 결과들을 제시한다. 마지막으로 제7절에서 본 연구의 결론을 맺는다. 참고로 부록에는 성능 분석 과정에 필요한 요소들에 대한 계산 과정 및 결과를 요약하였다.

II. 부분 응답 신호 기법 및 자기 기록 채널 모델

자기 기록/재생 장치의 재생부 신호 처리 기술을 연구하려면 부분 응답 channel 및 signaling 기법의 이해를 필요로 한다. 기저대역 전송에서 신호간 간섭이 없도록 신호처리 요구사항을 실제 구현하는 것은 까다로운 문제이다. 그러나, 부분 응답 방식에서는 신호간 간섭은 허용하되 전송 채널의 특성을 잘 나타내는 특정한 다항식 (예를 들면 $P(D) = (1+D)^m(1-D)$, $m=1,2,\dots$, D는 1 심벌 지연)으로 전송 채널을 정합 함으로써 신호간 간섭의 생성이 $P(D)$ 를 통해서 생성되도록 한다. 따라서, 이를 이용하여 간섭 제어가 가능하도록 하게 하는 것이다¹⁾. PR 다항식 중 $P(D)=1-D^2$ 의 신호법을 partial response class 4 (PR4) 신호기법 또는 modified duobinary (MDB) signaling 이라고 부르는데 자기 기록/재생 채널 등화에 많이 쓰인다.

PR 다항식 $P(D)=1-D^2$ 의 전송 특성을 고려할 때, 연속하는 3개의 심볼 데이터에 대한 PR4 응답 파형에서는 심볼 데이터 간에 서로 파형 간섭을 초래하게 됨을 알 수 있다. 따라서, random 데이터 입력 $\{a(n)\}$ 에 관한 PR4 필터 출력 $y(n)$ 는 심볼 간 간섭 (Intersymbol Interference: ISI)이 PR 다항식에 의해 생성되는 파형으로 나타나기 때문에 복호(decoding) 방법을 찾아 낼 수 있다. 이것은 재생 부/수신부에 PR 다항식의 역이 되는 복호화기를 두는 것과 같다. 이 경우에 결과적으로 현재의 데이터 값을 판정할 때 이전 시점 판정 값을 사용하므로 한번 판정 오류가 발생하면 이어서 계속해서 오류가 전파 되는 단점이 있다. 그래서, PR 다항식의 역이 되는 부분을 수신부에서 송신부로 이동시켜 precoding 과정으로서 삽입함으로써 memoryless 판정이 이루어 지도록 하면 수신부에서 판정 오류의 전파를 막을 수 있게 된다. 이 개념을 그림 1에 나타내었는데 본 논문에서 대상으로 하는 PR4 시스템이다^[1].

앞에서 언급한 바와 같이 PR4 신호 방식을 적용하여 신호처리 하는 시스템 중의 하나는 최신의 고밀도 자기 기록/재생 장치이다. 자기 기록/재생 채널에서 재생신호는 기록신호의 미분 형태이므로 자기 기록 채널의 특성은 식 $(1-D)h(t)$ 로 표현되는데 여기에서 $h(t)$ 는 채널의 계단 응답으로서 Lorentzian 함수로 모델링 되고 다음과 같이 주어진다^[4].

$$h(t) = \frac{1}{1 + \left(\frac{2t}{PW_{50}}\right)^2} \quad (1)$$

여기에서 PW_{50} 은 $h(t)$ 의 최대 출력 값의 50%에 해당하는 펄스의 폭이며 이 값은 기록 밀도에 따라 결정된다.

III. 부분 응답 채널에서의 적응 등화 기법

부분 응답 신호 시스템에서 적응 등화의 목적은 미지 채널에 의한 신호 왜곡을 보상하면서 전체 전송 채널, 즉 채널과 계속해서 이어지는 채널 등화기 및 postprocessing부 들의 직렬 연결 전달함수 (cascade transfer function)가 부분 응답 채널 다항식과 같아지도록 모델링 하는 것이다. 이러한 목적으로 적응 등화기법 (adaptive equalization techniques) 이 유용하게 쓰여지고 있는데 자기 기록 채널에 대해 PR4 다항식 적응 모델링을 달성하기 위해서는 여러 가지 신호 배치가 가능하다. 그림 1의 PR4 신호 기법을 기반으로 해서, 그림 2에 서로 다른 기준 신호 배치에 따른 대표적인 PR4 적응 등화기법 들을 나타내었다. 각각의 신호 배치 구성은 관련 문헌 등에서 개별적으로 채용 되었지만 통합 분석은 이루어지지 않았다^{[4][7]}.

이제 그림 2의 적응 등화 기법 들에 대한 성능 분석을 수행 한다. 등화기 설계를 위한 가장 보편적인 비용함수로 등화기 출력단에서의 평균제곱오차 (MSE: Mean-Squared Error)를 채택한다고 가정하자. 그림 2에서 세가지 경우 모두에서 오차신호 e_n 은 기준 신호 d_n 과 등화기의 출력 y_n 의 차 즉 $e_n = d_n - y_n$ 로 정의된다. 그러므로 평균제곱오차 $\varepsilon = E[e_n^2]$ 를 최소화 시키는 등화기 설계식 및 성능 평가 지표를 다음과 같이 행렬/벡터를 도입함으로써 분석할 수 있는 공통의 framework 를 구축하고자 한다. 본 논문에서는 행렬은 대문자/이탤릭/볼드페이스 서체로, 벡터는 소문자/이탤릭/볼드페이스 서체로 나타냄으로써 스칼라 값들과 구분하여 표현한다.

등화기 계수의 개수를 M 이라 가정할 때 계수들은 $M \times 1$ 열 벡터 \mathbf{w} , wide-sense stationary 입력

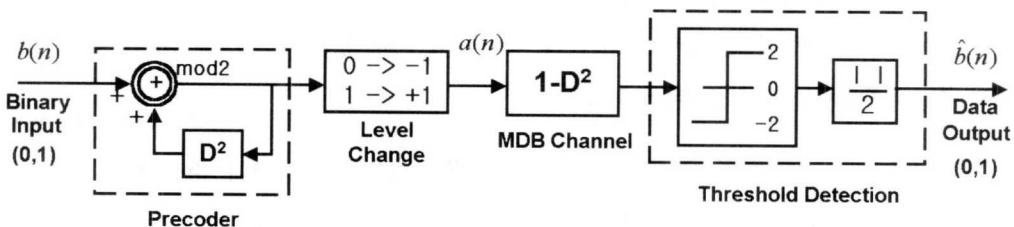


그림 1. Precoding에 의한 memoryless PR 데이터 판정법. (Modified duobinary (MDB)/PR4 case).

신호는 $M \times 1$ 열 벡터 \mathbf{x}_n 으로 다음과 같이 각각 표현할 수 있다.

$$\mathbf{w} \triangleq [w_0 w_1 w_2 \cdots w_{M-2} w_{M-1}]^T$$

$$\mathbf{x}_n \triangleq [x_n x_{n-1} x_{n-2} \cdots x_{n-(M-2)} x_{n-(M-1)}]^T \quad (2)$$

여기에서 윗첨자 T 는 행렬/벡터의 전치 연산을 나타낸다. 등화기의 출력은 (2)로부터 다음과 같이 된다.

$$y_n = \sum_{m=0}^{M-1} w_m x_{n-m} = \mathbf{w}^T \mathbf{x}_n = \mathbf{x}_n^T \mathbf{w} \quad (3)$$

따라서 데이터 수열 $\{x_n\}$ 과 $\{d_n\}$ 의 확률 특성으로부터 MSE를 계산할 수 있는데, $M \times M$ 자기상관행렬을 \mathbf{R}_x , 그리고 $M \times 1$ 상호상관벡터 \mathbf{p}_{dx} 를 도입함으로써 간단한 형태로 나타낼 수 있다. 즉

$$E[e_n^2] = E[d_n^2] - 2\mathbf{w}^T \mathbf{p}_{dx} + \mathbf{w}^T \mathbf{R}_x \mathbf{w}$$

$$\mathbf{R}_x \triangleq E[\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^T] \quad \mathbf{p}_{dx} \triangleq E[d_n \mathbf{x}_n] \quad (4)$$

결과로 평균제곱오차는 다음과 같이 계수 벡터 \mathbf{w} 의 2차 함수가 된다. 따라서 평균제곱오차 $\epsilon \triangleq E[e_n^2]$ 을 최소화하는 해는 ϵ 를 \mathbf{w} 로 미분한 값을 영으로 하는 방정식을 풀면 Wiener 최적해 즉, 최적의 계수 벡터 \mathbf{w}_{opt} 와 최소 평균제곱오차 값 ϵ_{min} 을 다음과 같이 구할 수 있다⁹⁾.

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p}_{dx} \quad (5)$$

$$\epsilon_{min} \triangleq E[e_n^2]_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_{opt}} = E[d_n^2] - \mathbf{p}_{dx}^T \mathbf{w}_{opt} = E[d_n^2] - \mathbf{p}_{dx}^T \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p}_{dx} \quad (6)$$

또한 최적해를 적응적으로 구하는 알고리즘의 대표적인 것으로 아래의 LMS(least mean square) 알고리즘을 들 수가 있는데, \mathbf{w}_n 의 평균값이 시간이 지남에 따라 \mathbf{w}_{opt} 에 수렴하는 것이 증명되어 있다¹⁰⁾.

$$\mathbf{w}_{n+1} = \mathbf{w}_n + \mu \mathbf{x}_n e_n \quad \mu : \text{수렴상수} \quad (7)$$

여기에서 식과 로부터 Wiener 최적해는 \mathbf{R}_x , \mathbf{p}_{dx} 그리고 $E[d_n^2]$ 에 의해 결정되는 것을 볼 수 있다.

그런데, 그림 2에서와 같이 서로 다른 configuration에 대해서 이들 값이 다를 수 있으므로 성능 분석 및 비교의 필요성이 있음을 알 수 있다. 구체적으로 식과 식의 결과가 각 configuration에 공통적으로 적용되지만 \mathbf{p}_{dx} 와 $E[d_n^2]$ 의 값이 서로 다르게 된다. 따라서 각 configuration에 따라 서로 다른 Wiener 최적해 \mathbf{w}_{opt} 와 ϵ_{min} 를 갖게 되는데 이것들을 이론적으로 계산하기 위한 작업을 아래에서 수행하게 된다. 또한, 이를 근거로 서로 다른 configuration에 대해서 성능을 비교할 수가 있다.

IV. 부분 응답 적응 등화기법의 최적해 성능분석

Wiener 최적해를 구성하는 \mathbf{R}_x 와 \mathbf{p}_{dx} 의 값은 수열 $\{x_n\}$ 과 $\{d_n\}$ 의 확률 특성에 좌우되고, 그림 2에서 $\{x_n\}$ 과 $\{d_n\}$ 은 수열 $\{v_n\}$, $\{a_n\}$ 그리고 $\{\eta_n\}$ 등으로 결정되기 때문에 아래와 같이 $\{a_n\}$ 와 $\{\eta_n\}$ 의 확률적인 값들을 사용하여 \mathbf{R}_x 와 \mathbf{p}_{dx} 을 계산하는 것이 가능하다. 계산하기 전에 관련 신호들의 확률통계적 특성을 가정하면, precoder 출력 $\{a_n\}$ 은 무상관 수열이고 첨가 잡음 $\{\eta_n\}$ 과 상호상관 관계가 없다면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$E[a_n a_{n-j}] = \sigma_a^2 \delta(j), \quad E[\eta_n \eta_{n-j}] = \sigma_\eta^2 \delta(j)$$

$$\text{그리고 } E[a_n \eta_{n-j}] = 0 \quad \forall j \quad (8)$$

여기에서 σ_a^2 와 σ_η^2 는 데이터 신호 및 잡음의 평균 전력 값이다.

먼저 \mathbf{R}_x 는 우선 아래와 같이 $\{v_n\}$ 와 $\{\eta_n\}$ 의 확률적인 값으로 표현하는 것이 가능한데 이를 위해서 다음의 두개의 $M \times 1$ 벡터를 정의하는 것이 필요하다.

$$\mathbf{v}_n \triangleq [v_n v_{n-1} v_{n-2} \cdots v_{n-(M-2)} v_{n-(M-1)}]^T$$

$$\boldsymbol{\eta}_n \triangleq [\eta_n \eta_{n-1} \eta_{n-2} \cdots \eta_{n-(M-2)} \eta_{n-(M-1)}]^T \quad (9)$$

그림 2에서 $x_n = v_n + \eta_n$ 의 관계이고 식에 의해 $\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^T]$ 는 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{R}_v + \mathbf{R}_\eta \quad \mathbf{R}_v \triangleq E[\mathbf{v}_n \mathbf{v}_n^T] \quad \mathbf{R}_\eta \triangleq E[\boldsymbol{\eta}_n \boldsymbol{\eta}_n^T] \quad (10)$$

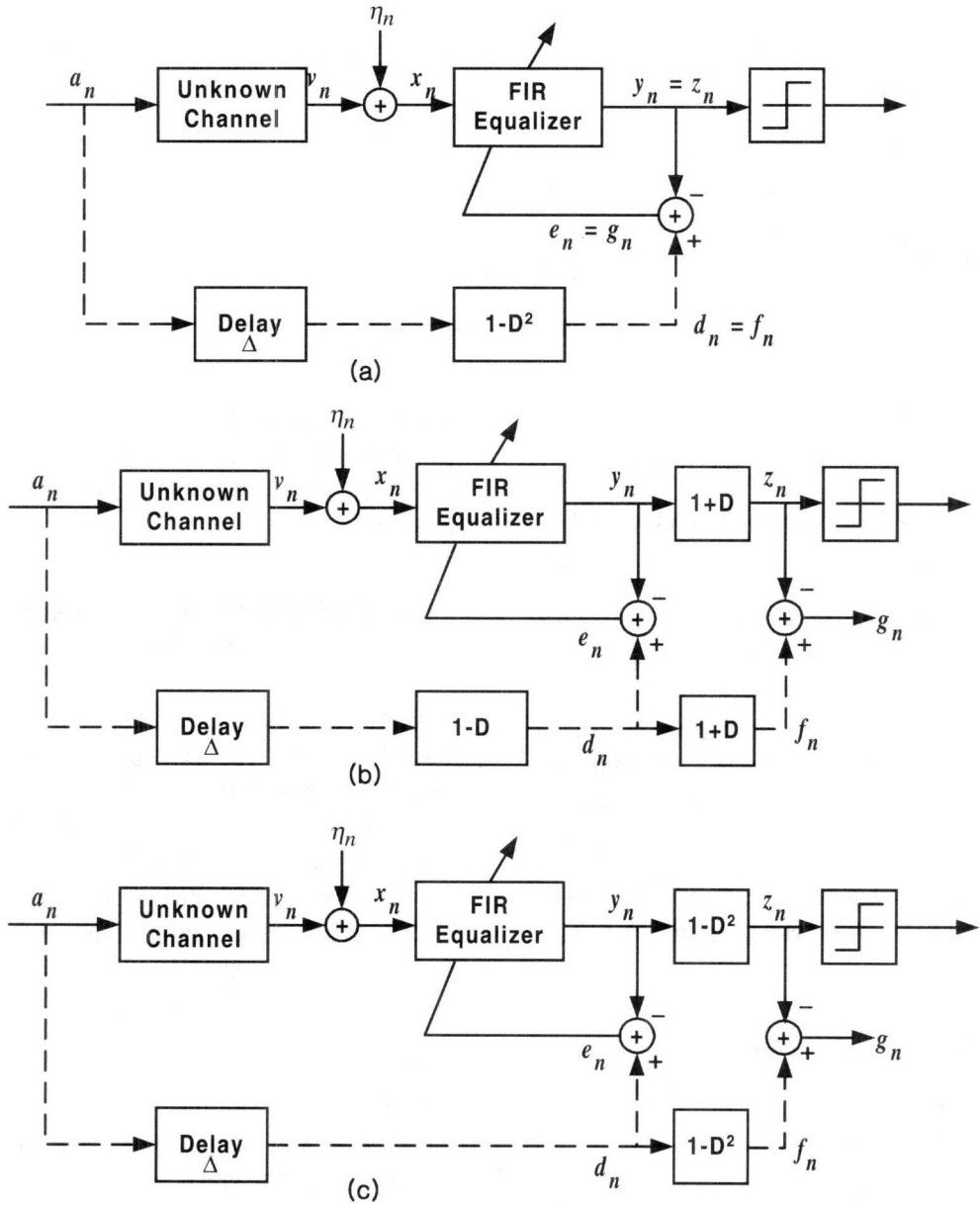


그림 2. 디지털 자기 기록/재생 장치의 재생부 부분 응답 채널 등화기를 위한 3가지 신호 배치. (제4종 부분 응답 신호 기법 적용. 초기훈련 모드 상태 가정. 는 1 심볼 지연을 나타냄.)

같은 방법으로 $E[d_n^2]$ 과 P_{dv} 를 구하기 위해서는 먼저 각각의 configuration에 대해서 d_n 과 a_n 사이의 관계를 알아야 하고 그리고 이를 기반으로 $E[d_n^2]$ 와 P_{dv} 를 계산할 수 있다. 관련 신호들, 즉 $\{d_n\}$ 와 $\{x_n\}$, 그리고 $\{x_n\}$ 과 $\{v_n\}$ 및 $\{\eta_n\}$ 등의 관계를 이

용하여 계산하면, σ_a^2 와 $P_{av,k} \triangleq E[a_{n-k}v_n]$ (여기에서 K 는 임의의 자연수)로 나타낼 수 있는데 결과를 표 1에 정리하였다. 표 1에서 자연수 Δ 값은 causal time delay로서 그림 2의 각 configuration의 하부 branch에 표시되어 있는데 채널 임펄스 길이와 등화기 계수의 개수 M 에 의해 결정된다.

표 1. 서로 다른 신호 배치에 따른 d_n , $E[d_n^2]$ 와 p_{dx} 의 값들의 요약.

Configuration (a)	$d_n = a_{n-\Delta} - a_{n-2-\Delta}$, Δ 는 그림 2의 시간 지연 값으로 자연수 $P_{dx} = P_{av,\Delta} + P_{av,\Delta+2}$ $E[d_n^2] = 2\sigma_a^2$
Configuration (b)	$d_n = a_{n-\Delta} - a_{n-1-\Delta}$ $P_{dx} = P_{av,\Delta} + P_{av,\Delta+1}$ $E[d_n^2] = 2\sigma_a^2$
Configuration (c)	$d_n = a_{n-\Delta}$ $P_{dx} = P_{av,\Delta}$ $E[d_n^2] = \sigma_a^2$
공통	$P_{av,K} \triangleq E[a_{n-K}v_n]$, K 는 임의의 자연수로서 (a)의 경우 Δ 와 $\Delta+2$

지금 까지 R_x 와 p_{dx} 를 $\{v_n\}$ 와 $\{\eta_n\}$ 에 대한 자
기상관 함수들 R_v 와 R_η , $\{a_n\}$ 와 $\{v_n\}$ 사이의 상호
상관 함수들 $p_{av,K}$ 로 나타내었다. 따라서, 남아 있
는 과제는 채널의 출력 $\{v_n\}$ 과 데이터 신호 $\{a_n\}$
관계로부터 R_v , R_η 및 $p_{av,K}$ 의 최종 값을 구하는
것이다. 이것을 위해 채널모델이 필요하다. 본 연구
에서는 미지의 채널을 유한 응답 임펄스 채널로 모
델 하는데 자기 기록 채널의 임펄스 응답 계수를
충분히 큰 값인 N 개로 나타낸다고 가정하면 채널
계수 $\{h_m\}$ 은 $m = 0, 1, 2, \dots, N-2, N-1$ 에 대해서만
영이 아니다. 따라서, 이러한 채널 모델을 바탕으로
채널의 출력 $\{v_n\}$ 을 데이터 신호 $\{a_n\}$ 으로 나타냄
으로써 계속해서 분석 과정을 진행할 수가 있다.
즉,

$$v_n = \sum_{m=0}^{N-1} h_m a_{n-m} = \mathbf{h}^T \mathbf{a}_n = \mathbf{a}_n^T \mathbf{h} \quad (11)$$

$$\mathbf{h} \triangleq [h_0 h_1 h_2 \dots h_{N-2} h_{N-1}]^T$$

$$\mathbf{a}_n \triangleq [a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_{n-(N-2)} a_{n-(N-1)}]^T \quad (12)$$

식 (11)-(12)의 정의들과 $\{a_n\}$ 및 $\{\eta_n\}$ 의 확률
적 특성을 기반으로 R_v , R_η 및 $p_{av,K}$ 의 최종 값을
구할 수 있는데, 계산 과정 및 결과를 본 논문의 후
반부 부록 A에 기술하였다.

지금까지의 분석 결과를 최종적으로 정리해서 표
2에 정리하였다. 따라서 표 2의 관련식에 데이터 신
호 전력 σ_a^2 , 잡음 전력 σ_η^2 그리고 채널 응답 계
수 $\{h_m\}$ 에 대한 값을 넣으면, 그림 2의 부분 응답

채널에서 각 configuration에 대한 적응 등화 기법
들의 이론적인 성능 결과를 얻을 수가 있게 된다.
이에 대한 컴퓨터 시뮬레이션 결과는 후반부에서
논의 한다.

V. 공통의 성능 함수를 이용한 적응 등화기 성능 분석

지금까지는 부분 응답 채널에서 서로 다른 기준
신호 배치에 따른 적응 등화기법에 대한 최적해 성
능 분석을 수행하였는데, 특히 각각의 적응 등화기
들이 최소 평균제곱오차 관점에서 어떻게 동작하는
지에 대하여 중점을 두고 연구하였다. 그런데, 그림
1을 보면 PR 시스템의 최종 목표는 데이터 검출
시 오류 판정을 줄이는 것인데 이러한 관점에서 적
응 등화기의 역할을 평가하는 것이 중요하다. 따라
서, 그림 2에서 보면 z_n 값이 데이터 검출을 위한
양자화기의 입력으로 쓰이기 때문에 z_n 이 reference
신호 f_n 에 근접할수록 적응 등화기가 좋은 역할을
한다고 볼 수 있다. 이러한 평가는 각 configuration
에 공통이므로 더욱 의미가 있다. 따라서, 본 절에
서는 이러한 평가를 수행하기 위해 먼저 아래와 같
이 새로운 데이터 오차 신호 및 데이터 평균제곱오
차를 정의한다.

$$g_n \triangleq f_n - z_n \quad \xi \triangleq E[g_n^2] = E[(f_n - z_n)^2] \quad (13)$$

그러면, 각 배치에 따른 데이터 오차 신호 및 데이
터 평균제곱오차는 표 3과 같이 정리될 수 있는 데
이에 대한 계산 과정 및 결과는 본 논문의 후반부
부록 B에 기술하였다.

표 2. 서로 다른 기준신호 배치에 따른 최적 등화기 계수 및 최소평균제곱오차 계산 결과 요약.

$E[e_n^2]$ \mathbf{w}_{opt} \mathcal{E}_{min} \mathbf{R}_x	공통사항	$E[e_n^2] = \sigma_d^2 - 2\mathbf{w}^T \mathbf{p}_{dx} + \mathbf{w}^T \mathbf{R}_x \mathbf{w}$ $\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p}_{dx}$ $\mathcal{E}_{min} = E[e_n^2] \Big _{\mathbf{w}=\mathbf{w}_{opt}} = \sigma_d^2 - \mathbf{p}_{dx}^T \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p}_{dx} = \sigma_d^2 - \mathbf{p}_{dx}^T \mathbf{w}_{opt}$ $\mathbf{R}_x = \sigma_a^2 \mathbf{H}_0 + \sigma_\eta^2 \mathbf{I}_0$
\mathbf{P}_{dx} σ_d^2	(a)	$\mathbf{P}_{dx} = \mathbf{P}_{av,\Delta} - \mathbf{P}_{av,\Delta+2}$ $\sigma_d^2 = 2\sigma_a^2$
	(b)	$\mathbf{P}_{dx} = \mathbf{P}_{av,\Delta} - \mathbf{P}_{av,\Delta+1}$ $\sigma_d^2 = 2\sigma_a^2$
	(c)	$\mathbf{P}_{dx} = \mathbf{P}_{av,\Delta}$ $\sigma_d^2 = \sigma_a^2$
$\mathbf{P}_{av,K}$ \mathbf{H}_0 \mathbf{I}_0 (부록 A 참조)	공통사항	$h_i = 0 \quad (i < 0, i > N - 1)$, M 은 등화기 계수의 개수, Δ 는 지연 상수 $\mathbf{p}_{av,K} = \sigma_a^2 [h_K h_{K-1} h_{K-2} \dots h_2 h_1 h_0 0000]^T$, K 는 임의의 자연수 $(\mathbf{H}_0)_{k=i-j} = \sum_{m=0}^{N-1} h_m h_{m+k}$, $k = 0, 1, 2, \dots, M-1$ 그리고 $\mathbf{H}_0^T = \mathbf{H}_0$ $(\mathbf{I}_0)_{k=i-j} = \delta(k)$, $k = 0, 1, 2, \dots, M-1$ 그리고 $\mathbf{I}_0^T = \mathbf{I}_0$

표 3. 서로 다른 기준신호 배치에 따른 적응 등화기법에서 공통 성능 평가 $\xi = E[g_n^2]$ 의 계산 결과.

$E[g_n^2]$ σ_f^2	공통사항	$\xi = E[g_n^2] = E[(f_n - z_n)^2] = \sigma_f^2 - 2\mathbf{w}^T \mathbf{p}_g + \mathbf{w}^T \mathbf{R}_g \mathbf{w}$ $\sigma_f^2 = E[f_n^2] = 2\sigma_a^2$
\mathbf{R}_g \mathbf{P}_g	(a)	$\mathbf{R}_g = \mathbf{R}_x = \sigma_a^2 \mathbf{H}_0 + \sigma_\eta^2 \mathbf{I}_0$ $\mathbf{P}_g = \mathbf{P}_{ds} = \mathbf{P}_{av,\Delta} - \mathbf{P}_{av,\Delta+2}$
	(b)	$\mathbf{R}_g = 2\mathbf{R}_x + \mathbf{R}_x + \mathbf{R}_{x,1}^T = \sigma_a^2 (2\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_1^T) + \sigma_\eta^2 (2\mathbf{I}_0 + \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_1^T)$ $\mathbf{P}_g = 2\mathbf{P}_{ds} = \mathbf{P}_{av,1} + \mathbf{P}_{av,-1} = \mathbf{P}_{av,\Delta} - \mathbf{P}_{av,\Delta+1} - \mathbf{P}_{av,\Delta+2} + \mathbf{P}_{av,\Delta-1}$
	(c)	$\mathbf{R}_g = 2\mathbf{R}_x - \mathbf{R}_{x,2} - \mathbf{R}_{x,2}^T = \sigma_a^2 (2\mathbf{H}_0 - \mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_2^T) + \sigma_\eta^2 (2\mathbf{I}_0 - \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_2^T)$ $\mathbf{P}_g = 2\mathbf{P}_{dx} - \mathbf{P}_{dx,2} - \mathbf{P}_{dx,-2} = 2\mathbf{P}_{av,\Delta} - \mathbf{P}_{av,\Delta+2} - \mathbf{P}_{av,\Delta-2}$
$\mathbf{P}_{av,K}$ \mathbf{H}_K \mathbf{I}_K	공통	$\mathbf{p}_{av,K} = \sigma_a^2 [h_K h_{K-1} h_{K-2} h_{K-3} h_{K-4} \dots h_2 h_1 h_0 0000]^T$ $(\mathbf{H}_K)_{i,j} = (\mathbf{H}_K)_{k=i-j} = \sum_{m=0}^{N-1} h_m h_{m+k+K}$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(M-1)$ $(\mathbf{I}_K)_{i,j} = (\mathbf{I}_K)_{k=i-j} = \delta(i-j+K) = \delta(k+K)$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(M-1)$

표 3에 정리된 결과는 2가지의 큰 의미가 있다. 첫 번째로는 앞에서 연구한 비용함수 $\mathcal{E} = E[e_n^2]$ 를 기준으로 설계한 적응 등화기 들의 계수 벡터 값 \mathbf{w} 를 표 3의 결과에 대입하면 공통 성능 평가 함수 $\xi = E[g_n^2]$ 를 계산할 수 있으므로 서로 비교가 가능하다. 두 번째로, 적응 등화기 비용함수 $\mathcal{E} = E[e_n^2]$ 와 같은 형태로 성능 평가함수 $\xi = E[g_n^2]$ 를 나타내었으므로, ξ 를 적응 등화기의 새로운 비용함수로 할 때 이에 대한 최적 계수 벡터 값 \mathbf{w} 및 해당 최소 데이터 MSE $\xi_{\min} = E[g_n^2]_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_{opt}}$ 값을 쉽게 구할 수 있다는 것이다. 즉, ξ 를 최소화 하는 최적해를 \mathbf{w}_{opt} 이라 하면

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_g^{-1} \mathbf{p}_g \quad (14)$$

$$\xi_{\min} \triangleq E[g_n^2]_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_{opt}} = \sigma_f^2 - \mathbf{p}_g^T \mathbf{w}_{opt} = \sigma_f^2 - \mathbf{p}_g^T \mathbf{R}_g^{-1} \mathbf{p}_g \quad (15)$$

이러한 결과는 다음과 같은 사실을 의미한다.

$$E[g_n^2]_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_{opt}} \geq E[g_n^2]_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_{opt}} (= \xi_{\min}) \quad (16)$$

즉, 이론적으로 등화기 출력 제공평균오차 $\mathcal{E} = E[e_n^2]$ 를 최소화 하는 \mathbf{w}_{opt} 에 대한 데이터 제공 평균오차 ξ 의 값은 최소값인 ξ_{\min} 과 항상 일치하지 않을 수 있음을 의미한다. 따라서, $E[g_n^2]_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_{opt}}$ 의 값과 ξ_{\min} 차이가 비교적 큰 경우 \mathbf{w}_{opt} 를 찾아서 ξ 의 성능 개선을 고려해 볼 수 있다. 이러한 점을 컴퓨터 시뮬레이션 결과의 검토에서 논의할 것이다.

VI. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 및 분석

지금까지 디지털 자기 기록 채널을 고려의 대상으로 여러 가지 채널 등화 기법 들의 Wiener 최적해 들을 이론적으로 유도하고 계산하는 과정 및 결과를 제시하였다. 본 절에서는 이론적인 결과들의 타당성을 제시해 주는 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 제시하고 분석한다.

컴퓨터 시뮬레이션에 사용한 값 들은 다음과 같다. 자기 기록 채널 파라미터들은 식 (1)에서 $PW_{50} = 2.5T$, $T = 1/41.85 \times 10^6$ sec, $SNR = 25dB$ (특별히 언급하지 않은 경우) 이었고 채널 출력은 power가 1로 normalize 되었으며 정확한 timing epoch에서 샘플링 되어 등화기 입력으로 전달되도록 설정하였다. 한편, 적응 등화기 파라미터들은 특별히 언급하지 않은 경우 $M = 11$, $\mu = 0.01$ 로 하였다. 적응 등화기 동작으로부터 얻은 수렴 곡선과 이론적으로 계산한 최소제곱 평균오차는 모두 기준 신호의 평균전력(\mathcal{E} 의 경우 σ_d^2 , ξ 의 경우 σ_f^2)으로 normalize하여 그렸다.

먼저 등화기 출력 최소 제공평균오차 $\mathcal{E}_{\min} = E[e_n^2]_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_{opt}}$, 데이터 제공 평균오차 $\xi(\mathbf{w}) = E[g_n^2]_{\mathbf{w}}$ 및 $\xi_{\min} = E[g_n^2]_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_{opt}}$ 에 대해 이론적인 계산의 타당성을 보여 주는 결과를 그림 3에서 5까지에 보였는데, 직선들은 본 연구에서 성능 분석을 통해 얻은 이론적인 MSE 값들을 도시한 것이고 곡선들은 LMS 알고리즘 시뮬레이션을 통해 얻어진 MSE 수렴 곡선들이다. 그림 6에는 최적 등화기 계수들과 시뮬레이션에서 수렴한 계수 값들을 보였다. 이 결과 들로부터 다음과 같은 사항을 정리할 수 있다.

첫째로, nonzero 수렴상수 μ 로 인해 LMS 수렴 곡선에서 약간의 초과평균제공오차(excess MSE)가 있음을 고려할 때 이론적인 결과가 시뮬레이션 결과가 잘 일치한다. 한편, 등화기 계수 값들의 경우도 이론적인 값들과 등화기 수렴계수 값들이 거의 일치하였고 \mathbf{w}_{opt} 와 \mathbf{w}_{opt} 도 서로 거의 같아서 Configuration (a)와 (b)의 경우는 생략하였다. Configuration (c)의 경우는 미세하게 다르지만 차이를 볼 수는 있어서 결과를 그림 7에 도시하였는데 tail 부분에서 \mathbf{w}_{opt} 와 \mathbf{w}_{opt} 가 약간 다른 것을 볼 수 있다.

둘째로, Configuration (b)와 (c)에서 postfilter에 의해 등화기 출력 평균제공오차(\mathcal{E})가 상당히 감축된 데이터 평균제공오차(ξ)를 얻는다. (Configuration (b)의 경우 3.5dB 정도, Configuration (c)의 경우 9dB 정도 감축.) 따라서, 등화기 출력단에서의 성능은 Configuration (a)가 좋으나 postfilter에 의해서 출력 평균제공오차가 감축되게 되면 Configuration

(b)의 구조의 성능과 Configuration (a)의 성능이 거의 같아 지게 된다. 한편, Configuration (c)의 경우는 단위원 위 또는 아주 근접한 곳에 있는 자기 기록 채널의 영점으로 인해 채널 등화기 계수가 long tail을 갖게 되는데 이를 그림 6에서 확인할 수 있고 또한 제한된 길이의 등화기 구현으로 인해 그림 5에서와 같이 성능 저하를 초래하게 된다.

셋째로, Configuration (a), (b)와는 달리 Configuration (c)에서는 $\xi(w_{opt}) = E[g_n^2]_{w=w_{opt}}$ 의 값과 ξ_{min} 차이가 비교적 큰 상황이므로 그림 7에서처럼 등화기 비용함수를 $\xi(w) = E[g_n^2]_w$ 로 해서 $g_{w_{opt}}$ 를 찾아 ξ 의 성능 개선을 고려해 볼 수 있다. 그림 7에 대한 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 그림 8에 나타내었다. 그림 5과 8을 비교해 보면 $\xi(w_n)$ 이 감축되어 ξ_{min} 에 근접하였음을 볼 수 있다. 그러나, 수렴 속도도 동시에 감소 됨을 볼 수 있는데 이것은 입력 신호 자기상관행렬의 최대/최소eigenvalues의 비율이 증가한 것이 그 이유이다. 즉, 이론값에 의한 Configuration (c)의 경우 $R_x \cong 11.0$, $R_g \cong 97.6$.

마지막으로, 앞의 이론 및 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 분석 결과를 종합하면 등화기 출력단에서는 Configuration (a), (b), (c) 순으로 우수한 성능을 나타내었고, 검출부 바로 직전에서 공통의 비용함수를 이용한 성능분석 결과는 Configuration (a)와 (b)의 구조가 (c)의 구조보다 우수하고 Configuration (a)와 (b), 두 구조의 성능은 거의 유사함을 알 수 있다. 따라서 Configuration (a)와 (b)의 등화기 구조 중 어느 것을 사용해도 성능 상의 차이는 거의 없기 때문에 실제 구현이 용이한 구조를 선택하여 사용할 수 있을 것이다.

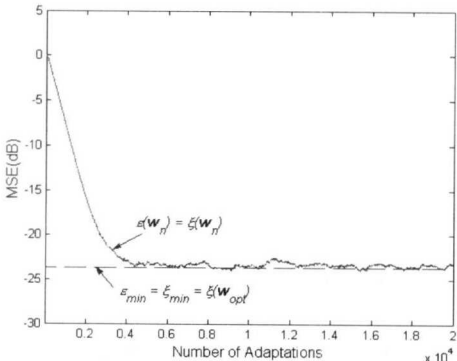


그림 3. Configuration (a)의 MSE에 대한 이론(직선)과 시뮬레이션 결과(수렴곡선)의 비교

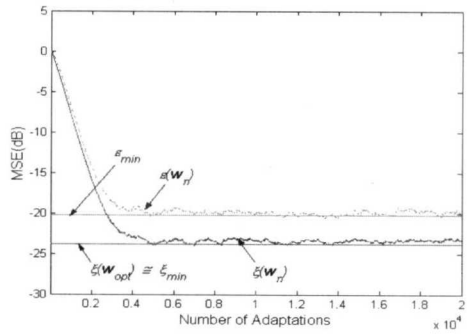


그림 4. Configuration (b)의 MSE에 대한 이론(직선)과 시뮬레이션 결과(수렴곡선)의 비교

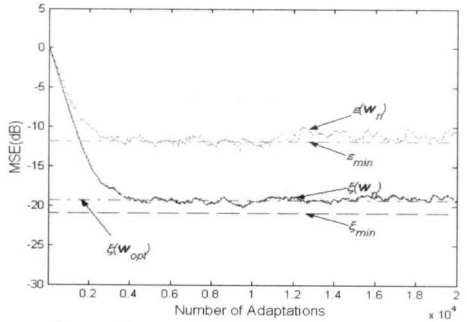


그림 5. Configuration (c)의 MSE에 대한 이론(직선)과 시뮬레이션 결과(수렴곡선)의 비교

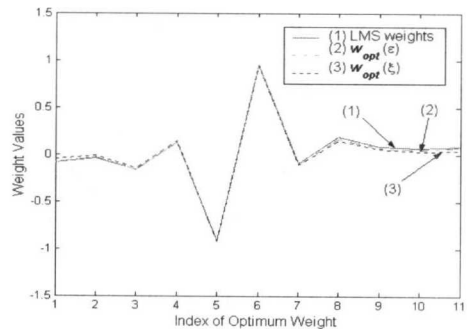


그림 6. Configuration (c)의 최적 계수에 대한 이론과 시뮬레이션 결과(LMS)의 비교

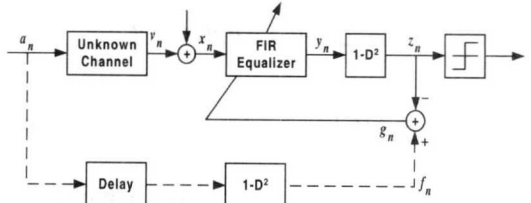


그림 7. 비용함수로서 데이터 MSE $\xi = E[g_n^2]$ 를 최소화하는 Configuration (c)에서의 PR 채널 등화기.

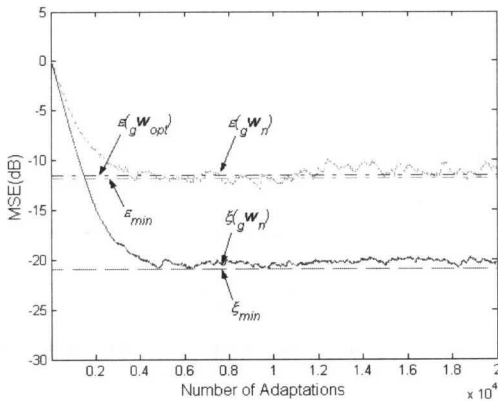


그림 8. Configuration (c) (그림 7)의 MSE에 대한 이론(직선)과 시뮬레이션 결과(수렴곡선)의 비교

VII. 결론

본 논문에서는 부분 응답 신호 기법에서의 채널 등화 문제를 연구하였는데, 구체적인 예로 PR4 시

스템, 대상 채널로는 최근의 고밀도 자기 기록/재생 장치의 모델을 채택하였다. 연구 주제로는 문헌에서 보는 적응 부분 채널 등화에 대한 몇 가지 서로 다른 기준 신호 배치가 채널 등화 성능에 미치는 영향을 이론적으로 분석하였다. 구체적으로 대상 채널의 임펄스 응답 (측정 결과 또는 모델 계수)과 SNR 값을 알면 바로 계산할 수 있는 MSE 표현식을 도출하였다. 이렇게 함으로써 등화기 구조들 중에서 가장 성능면에서 우수한 신호 배치를 이론적으로 알아 낼 수 있었다. 또한, PR 시스템에서 서로 다른 신호 배치에 따라 등화기 출력단에서의 평균제곱오차 함수가 공통의 성능 평가 기준이 될 수 없음에 유의하여 데이터 최종 검출 직전에서의 데이터 평균제곱오차 함수를 성능 평가 기준으로 제시하였다. 이를 기반으로 성능 평가 함수를 이론적으로 유도하여 필요할 때 쉽게 계산할 수 있음 보였고 이를 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 타당성을 입증하였다.

부 록 A $R_{v,K}$, $R_{\eta,K}$ 및 $P_{av,K}$ 의 계산

본 연구의 성능 분석 결과들은 $\{a_n\}$ 과 $\{v_n\}$ 의 상호상관벡터, $\{v_n\}$ 과 $\{\eta_n\}$ 자기상관행렬 값들 즉 $R_{v,K} \triangleq E[v_{n-K}v_n^T]$, $R_{\eta,K} \triangleq E[\eta_{n-K}\eta_n^T]$ 및 $P_{av,K} \triangleq E[a_{n-K}v_n]$ 의 계산을 필요로 하는데 최종적인 결과는 데이터 및 잡음 신호의 평균전력 σ_a^2 , σ_η^2 그리고 채널 임펄스 응답 계수 $\{h_m, m=0,1,2,\dots,(N-1)\}$ 만으로 나타낼 수 있다. 여기에서 K 는 음수가 아닌 임의의 정수 값이다.

채널 출력 신호가 M 개의 계수를 갖는 적응 등화기에 의해 처리되기 때문에 $M \times I$ 채널 출력 벡터 v_n 을 고려해야 하는데, $\{a_n\}$ 과 $\{h_m\}$ 으로 나타내기 위해 관련 수식을 다시 인용한다.

$$v_n \triangleq [v_n v_{n-1} v_{n-2} \dots v_{n-(M-3)} v_{n-(M-2)} v_{n-(M-1)}]^T \tag{A.1}$$

여기에서

$$v_n = \sum_{m=0}^{N-1} h_m a_{n-m} = h^T a_n = a_n^T h \tag{A.2}$$

$$h \triangleq [h_0 h_1 h_2 \dots h_{N-2} h_{N-1}]^T \quad a_n \triangleq [a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_{n-(N-2)} a_{n-(N-1)}]^T \tag{A.3}$$

따라서 $M \times I$ 벡터 v_n 은 (A.1)-(A.3)으로부터 다음과 같이 $N \times I$ 벡터 a_n 과 h 으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}_n &= \begin{bmatrix} v_n \\ v_{n-1} \\ v_{n-2} \\ \vdots \\ v_{n-(M-3)} \\ v_{n-(M-2)} \\ v_{n-(M-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_n^T \mathbf{h} \\ \mathbf{a}_{n-1}^T \mathbf{h} \\ \mathbf{a}_{n-2}^T \mathbf{h} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{n-(M-3)}^T \mathbf{h} \\ \mathbf{a}_{n-(M-2)}^T \mathbf{h} \\ \mathbf{a}_{n-(M-1)}^T \mathbf{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_n^T \\ \mathbf{a}_{n-1}^T \\ \mathbf{a}_{n-2}^T \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{n-(M-3)}^T \\ \mathbf{a}_{n-(M-2)}^T \\ \mathbf{a}_{n-(M-1)}^T \end{bmatrix} \mathbf{h} \\
 &= \begin{bmatrix} \mathbf{a}_n & \mathbf{a}_{n-1} & \mathbf{a}_{n-2} & \cdots & \mathbf{a}_{n-(M-3)} & \mathbf{a}_{n-(M-2)} & \mathbf{a}_{n-(M-1)} \end{bmatrix}^T \mathbf{h}
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

여기에서 $M \times N$ 데이터 행렬 \mathbf{A}_n^T 을 다음과 같이 정의하면 \mathbf{v}_n 이 간단한 형태로 나타내진다.

$$\mathbf{v}_n = \mathbf{A}_n^T \mathbf{h} \quad \mathbf{A}_n^T \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{a}_n & \mathbf{a}_{n-1} & \mathbf{a}_{n-2} & \cdots & \mathbf{a}_{n-(M-3)} & \mathbf{a}_{n-(M-2)} & \mathbf{a}_{n-(M-1)} \end{bmatrix}^T \tag{A.5}$$

식(A.5)에서 행렬의 요소들을 구체적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{A}_n^T = \begin{bmatrix} a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_{n-j} & \cdots & a_{n-N+3} & a_{n-N+2} & a_{n-N+1} \\ a_{n-1} & a_{n-2} & a_{n-3} & \cdots & \cdots & \cdots & a_{n-N+2} & a_{n-N+1} & a_{n-N} \\ a_{n-2} & a_{n-3} & a_{n-4} & \cdots & \cdots & \cdots & a_{n-N+1} & a_{n-N} & a_{n-N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-i} & \cdots & \cdots & \cdots & a_{n-i-j} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-M+3} & a_{n-M+2} & a_{n-M+1} & \cdots & \cdots & \cdots & a_{n-M-N+6} & a_{n-M-N+5} & a_{n-M-N+4} \\ a_{n-M+2} & a_{n-M+1} & a_{n-M} & \cdots & \cdots & \cdots & a_{n-M-N+5} & a_{n-M-N+4} & a_{n-M-N+3} \\ a_{n-M+1} & a_{n-M} & a_{n-M-1} & \cdots & \cdots & \cdots & a_{n-M-N+4} & a_{n-M-N+3} & a_{n-M-N+2} \end{bmatrix} \tag{A.6}$$

식(A.6)으로부터 행렬 \mathbf{A}_n^T 의 (i, j) 번째 요소는 다음과 같음을 알 수 있다.

$$(\mathbf{A}_n^T)_{i,j} = a_{n-i-j} \quad i = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad j = 0, 1, 2, \dots, N-1 \tag{A.7}$$

A.1 $\mathbf{R}_{v,K} \triangleq E[\mathbf{v}_{n-K} \mathbf{v}_n^T]$ 의 계산

$M \times M$ 행렬 $\mathbf{R}_{v,K}$ 의 (i, j) 번째 요소는 식 (A.3), (A.5)과 (A.7)으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{R}_{v,K})_{i,j} &= E[(\mathbf{v}_{n-K})_i (\mathbf{v}_n)_j] = E[(\mathbf{A}_{n-K}^T \mathbf{h})_i (\mathbf{A}_n^T \mathbf{h})_j] = E\left[\sum_{m=0}^{N-1} (\mathbf{A}_{n-K}^T)_{i,m} h_m \sum_{l=0}^{N-1} (\mathbf{A}_n^T)_{j,l} h_l\right] \\
 &= E\left[\left\{\sum_{m=0}^{N-1} a_{n-K-i-m} h_m\right\} \left\{\sum_{l=0}^{N-1} a_{n-j-l} h_l\right\}\right] = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} h_m h_l E[a_{n-K-i-m} a_{n-j-l}] \\
 &= \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} h_m h_l \sigma_a^2 \delta(i-j+m-l+K) = \sigma_a^2 \sum_{m=0}^{N-1} h_m h_{m+(i-j)+K}
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

(A.8)로부터 $R_{v,K}$ 의 대각선 방향 요소들의 값은 서로 같아 $k = i - j$ 에 의해서만 결정됨을 알 수 있다.

$$(R_{v,K})_{i,j} = (R_{v,K})_{k=i-j} = \sigma_a^2 \sum_{m=0}^{N-1} h_m h_{m+k+K} \quad R_{v,K} = E[\mathbf{v}_{n-K} \mathbf{v}_n^T] = \sigma_a^2 \mathbf{H}_K \quad (A.9)$$

여기에서 $M \times M$ 행렬 $H_{M,K}$ 의 대각선 방향 요소들은 다음과 같다.

$$(H_K)_{k=i-j} = \sum_{m=0}^{N-1} h_m h_{m+k+K} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(M-1) \quad (A.10)$$

식(A.10)에서 양의 정수 k 에 해당하는 값들은 H_K 의 lower triangular part 요소들을 가리킨다.

A.2 $R_{\eta,K} \triangleq E[\boldsymbol{\eta}_{n-K} \boldsymbol{\eta}_n^T]$ 의 계산

$M \times M$ 행렬 $R_{\eta,K}$ 의 (i, j) 번째 요소는 잡음신호의 확률 특성으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$(R_{\eta,K})_{i,j} = (E[\boldsymbol{\eta}_{n-K} \boldsymbol{\eta}_n^T])_{i,j} = E[(\boldsymbol{\eta}_{n-K})_i (\boldsymbol{\eta}_n)_j] = E[\eta_{n-K-i} \eta_{n-j}] = \sigma_\eta^2 \delta(i - j + K) \quad (A.11)$$

마찬가지로 (A.11)로부터 $R_{\eta,K}$ 의 대각선 방향 요소들의 값은 서로 같아 $k = i - j$ 에 의해서만 결정됨을 알 수 있다. 즉

$$(R_{\eta,K})_{i,j} = (R_{\eta,K})_{k=i-j} = \sigma_\eta^2 \delta(k + K) \quad R_{\eta,K} = E[\boldsymbol{\eta}_{n-K} \boldsymbol{\eta}_n^T] = \sigma_\eta^2 \mathbf{I}_K \quad (A.12)$$

여기에서 $M \times M$ 행렬 $I_{M,K}$ 의 대각선 방향 요소들은 다음과 같다.

$$(I_K)_{i,j} = (I_K)_{k=i-j} = \delta(k + K) \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(M-1) \quad (A.13)$$

A.3 $P_{av,K} \triangleq E[a_{n-K} \mathbf{v}_n]$ 의 계산

$M \times 1$ 열벡터 $P_{av,K}$ 의 i 번째 요소는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} (P_{av,K})_i &= (E[a_{n-K} \mathbf{v}_n])_i = E[a_{n-K} (A_n^T \mathbf{h})_i] = E[a_{n-K} \sum_{m=0}^{N-1} (A_n^T)_{i,m} h_m] \\ &= \sum_{m=0}^{N-1} E[a_{n-K} a_{n-i-m}] h_m = \sum_{m=0}^{N-1} \sigma_a^2 \delta(K - i - m) h_m = \sigma_a^2 h_{K-i} \end{aligned} \quad (A.14)$$

$$P_{av,K} \triangleq E[a_{n-K} \mathbf{v}_n] = \sigma_a^2 [h_K h_{K-1} h_{K-2} \dots h_2 h_1 h_0 0000]^T \quad (A.15)$$

부 록 B 공통 데이터 평균제곱오차, $\xi = E[g_n^2]$ 의 계산

Configuration (a)의 경우는 $\xi = E[g_n^2] = E[e_n^2] = \varepsilon$ 이므로 앞의 결과와 같고, Configuration (b)의 경우를 먼저 유도한다. 그럼 2로부터 $f_n = d_n + d_{n-1}$ 그리고 $z_n = y_n + y_{n-1}$ 이므로

$$\begin{aligned} \xi &= E[g_n^2] = E[\{(d_n + d_{n-1}) - (y_n + y_{n-1})\}^2] = E[\{(d_n + d_{n-1}) - \mathbf{w}^T (\mathbf{x}_n + \mathbf{x}_{n-1})\}^2] \\ &= E[(d_n + d_{n-1})^2] - 2E[(d_n + d_{n-1}) \mathbf{w}^T (\mathbf{x}_n + \mathbf{x}_{n-1})] + E[\{\mathbf{w}^T (\mathbf{x}_n + \mathbf{x}_{n-1})\}^2] \end{aligned} \quad (B.1)$$

식(B.1)의 첫번째 항은

$$E[(d_n + d_{n-1})^2] = E[d_n^2] + E[d_{n-1}^2] + 2E[d_n d_{n-1}] = 2E[d_n^2] = 2\sigma_d^2 \quad (B.2)$$

두번째 항은

$$\begin{aligned} E[(d_n + d_{n-1})\mathbf{w}^T(\mathbf{x}_n + \mathbf{x}_{n-1})] &= \mathbf{w}^T E[(d_n + d_{n-1})(\mathbf{x}_n + \mathbf{x}_{n-1})] \\ &= \mathbf{w}^T \{E[d_n \mathbf{x}_n] + E[d_{n-1} \mathbf{x}_n] + E[d_n \mathbf{x}_{n-1}] + E[d_{n-1} \mathbf{x}_{n-1}]\} \\ &= \mathbf{w}^T \{2E[d_n \mathbf{x}_n] + E[d_{n-1} \mathbf{x}_n] + E[d_n \mathbf{x}_{n-1}]\} \end{aligned} \quad (B.3)$$

세번째 항은

$$\begin{aligned} E\{[\mathbf{w}^T(\mathbf{x}_n + \mathbf{x}_{n-1})]^2\} &= \mathbf{w}^T E[(\mathbf{x}_n + \mathbf{x}_{n-1})(\mathbf{x}_n + \mathbf{x}_{n-1})^T] \mathbf{w} \\ &= \mathbf{w}^T \{E[\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^T] + E[\mathbf{x}_{n-1} \mathbf{x}_n^T] + E[\mathbf{x}_n \mathbf{x}_{n-1}^T] + E[\mathbf{x}_{n-1} \mathbf{x}_{n-1}^T]\} \mathbf{w} \\ &= \mathbf{w}^T \{2E[\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^T] + E[\mathbf{x}_{n-1} \mathbf{x}_n^T] + E[\mathbf{x}_n \mathbf{x}_{n-1}^T]\} \mathbf{w} \end{aligned} \quad (B.4)$$

여기에서 식(B.1)을 간단하게 나타내기 위하여 새로운 상관행렬 및 상관벡터 들을 다음과 같이 도입한다.

$$\mathbf{R}_{x,1} \triangleq E[\mathbf{x}_{n-1} \mathbf{x}_n^T] \quad \mathbf{p}_{dx,1} \triangleq E[d_{n-1} \mathbf{x}_n] \quad \mathbf{p}_{dx,-1} \triangleq E[d_n \mathbf{x}_{n-1}] \quad (B.5)$$

따라서 식 (B.1)-(B.5)으로부터 앞절의 평균제곱오차 성능 분석과 동일한 형태의 결과를 얻을 수 있다. 즉

$$\xi = E[g_n^2] = \sigma_f^2 - 2\mathbf{w}^T \mathbf{p}_g + \mathbf{w}^T \mathbf{R}_g \mathbf{w} \quad (B.6)$$

$$\sigma_f^2 \triangleq E[f_n^2] = 2\sigma_d^2 \quad \mathbf{R}_g \triangleq 2\mathbf{R}_x + \mathbf{R}_{x,1} + \mathbf{R}_{x,1}^T \quad \mathbf{p}_g \triangleq 2\mathbf{p}_{dx} + \mathbf{p}_{dx,1} + \mathbf{p}_{dx,-1} \quad (B.7)$$

마찬가지 방법으로 Configuration (c)의 경우도 유도할 수가 있는데 과정은 생략하고 결과를 나타내면 식 (B.6)과 같은 형태이지만 아래와 같이 상관행렬 및 상관벡터 들이 다르다.

$$\mathbf{R}_g = 2\mathbf{R}_x - \mathbf{R}_{x,2} - \mathbf{R}_{x,2}^T \quad \mathbf{p}_g = 2\mathbf{p}_{dx} - \mathbf{p}_{dx,2} - \mathbf{p}_{dx,-2} \quad (B.8)$$

$$\mathbf{R}_{x,2} \triangleq E[\mathbf{x}_{n-2} \mathbf{x}_n^T] \quad \mathbf{p}_{dx,2} \triangleq E[d_{n-2} \mathbf{x}_n] \quad \mathbf{p}_{dx,-2} \triangleq E[d_n \mathbf{x}_{n-2}] \quad (B.9)$$

여기에서 유의할 점은 $\{x_n\}$ 은 Configuration (a), (b), (c) 모두에 공통이지만 $\{d_n\}$ 은 서로 다르기 때문에 $\mathbf{p}_{dx,L} \triangleq E[d_{n-L} \mathbf{x}_n]$ 의 값이 configuration마다 다르게 된다. 이점에 유의하여 식(B.5)-(B.9)에 있는 상관행렬 및 상관벡터 들을 계산한 결과를 정리하면 표3과 같다.

참 고 문 헌

[1] J. G. Proakis, Digital Communications, 2nd Ed., New York: McGraw Hill, 1989.
 [2] H. Kobayashi and D. T. Tang, "Application of partial-response channel coding to magnetic

recording systems," *IBM J. Res. Develop.*, Vol. 14, pp. 368-375, Jul. 1970.
 [3] A. Lender, "Correlative (partial response) techniques and applications to digital radio systems," in *Digital Communications: Microwave Application*, K. Feher, Ed., Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1981.

[4] J. M. Cioffi, W. L. Abbott, H. K. Thapar, C. M. Melas and K. D. Fisher, "Adaptive equalization in magnetic-disk storage channels," *IEEE Commun. Mag.*, pp. 14-29, Feb. 1990.

[5] J. M. Cioffi and Y.-S. Byun, "Adaptive filtering," in *Handbook for Digital Signal Processing*: S. K. Mitra and J. F. Kaiser, Eds., Wiley, New York, 1993.

[6] 강현우, 전원기, 조용수, 윤대회, "디지털 고밀도 기록 채널의 트랙간 간섭 감소를 위한 다채널 적응 PRML," *전자공학회 논문지*, Vol. 32-B, No. 12, pp. 1565-1571, 1995년 12월.

[7] 손주신, 전원기, 조용수, 임용훈, 윤대회, "디지털 고밀도 기록 장치의 비선형성 감소를 위한 비선형 적응 등화기 설계," *한국통신학회 논문지*, Vol. 19, No. 12, pp. 2397-2408, 1994년 12월.

[8] R. Treichler and B. G. Agee, "A new approach to multipath correction of constant modulus signals," *IEEE Trans. Acoustics, Speech, Signal Processing*, vol. 31, pp. 459-72, Apr. 1983.

[9] B. Widrow and S. Stearns, *Adaptive Signal Processing*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.

이 상 경(Sang-Kyung Lee)

정회원



1989년 2월 : 한국항공대학교
항공전자공학과(공학사).

1991년 12월 : Univ. of
Missouri-Columbia
전기공학과(공학석사)

1998년 2월 : 아주대학교 시스템
공학과(박사수료)

2000년 6월~2001년 7월 : 영국 Astrium사 파견연구
원

1995년 1월~현재 : 고등기술연구원 선임연구원
<주관심 분야> 디지털 통신 및 신호처리 시스템 설계

이 재 천(Jae-Chon Lee)

정회원



1977년 2월 : 서울대학교
전자공학과(공학사).

1979년 2월 : 한국과학원 전기 및
전자공학과(공학석사).

1983년 8월 : 한국과학기술원
전기 및 전자공학과
(공학박사).

1983년 9월~1994년 8월 : 한국과학기술연구원 책임
연구원.

1984년 9월~1985년 9월 : 미국 MIT PostDoc 연구원.

1985년 10월~1986년 10월 : 미국 Univ. of California
(Santa Barbara) 방문연구원.

1990년 1월~1991년 2월 : 캐나다 Univ. of Victoria
(British Columbia) 방문교수.

1994년 9월~현재 : 아주대학교 시스템공학과 교수.
<주관심 분야> 디지털 통신 및 신호처리 시스템 설계